

**В.Т. ПАВЛИЩЕ, Є.В. ХАРЧЕНКО,
А.Ф. БАРВІНСЬКИЙ, Ю.Г. ГАРШНЄВ**

ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА

**НАВЧАЛЬНИЙ
ПОСІБНИК**



„ІНТЕЛЕКТ-ЗАХІД“

2004

ББК 34.41
П759
УДК 621.8:539.3

П759 **В.Т. Павлище, Є.В. Харченко, А.Ф. Барвінський, Ю.Г. Гаршнєв.**
Прикладна механіка. Навчальний посібник. / За ред. В.Т. Павлище.
— Львів: "Інтелект-Захід", 2004. — 368 с.

ISBN 966-7597-39-3

У навчальному посібнику викладено основи розрахунків для забезпечення функціональної здатності елементів технічних об'єктів (міцності, жорсткості, стійкості, триботехніки) та наведено конструкції елементів загального призначення в технічних об'єктах з основами їхніх прикладних розрахунків та конструювання.

Для студентів вищих навчальних закладів, які набувають фах з технічних напрямів підготовки (дисципліни "Прикладна механіка", "Технічна механіка").

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів (Лист № 1/11-1843 від 28.04.2004 р.)

Рецензенти:-

Є.М. ЛЮТИЙ — доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри прикладної механіки Українського державного лісотехнічного університету;

Я.Т. КІНИЦЬКИЙ — доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри машинознавства Хмельницького державного університету.

Відповідальний редактор А.Ф. БАРВІНСЬКИЙ

Літературний редактор О.М.ГУБАРЄВА

Комп'ютерна верстка С.В.ТИМОШЕНКА

Комп'ютерна графіка О.О.СТЬОПКІНА

ISBN 966-7597-39-3

© Інтелект-Захід, 2004

© В.Т. Павлище, Є.В. Харченко,

А.Ф. Барвінський, Ю.Г. Гаршнєв, 2004

ЗМІСТ

Передмова	7
Розділ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ РОЗРАХУНКІВ ДЛЯ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ ЗДАТНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ ТЕХНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ ..	8
ГЛАВА 1. ОСНОВИ СТАТИКИ ТВЕРДОГО ТІЛА	8
1.1. Основні поняття та означення статички	8
1.2. Система збіжних сил	12
1.3. Момент сили відносно точки і відносно осі	17
1.4. Паралельні сили і пара сил. Система пар	20
1.5. Система сил, довільно розташованих в одній площині	25
1.6. Система сил, довільно розташованих у просторі	29
1.7. Приклади розв'язування задач статички	31
ГЛАВА 2. ГЕОМЕТРИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ ПЕРЕРІЗІВ	36
2.1. Статичні моменти і центр ваги перерізів	36
2.2. Моменти інерції плоских перерізів і радіус інерції	37
2.3. Головні осі і головні моменти інерції	38
2.4. Моменти інерції простих і складних форм перерізів	39
2.5. Приклади розрахунків	41
ГЛАВА 3. ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ ПРО РОЗРАХУНКИ НА МІЦНІСТЬ ТА ЖОРСТКІСТЬ	42
3.1. Основні задачі розрахунків на міцність та жорсткість	42
3.2. Конструктивні елементи технічних об'єктів	44
3.3. Зовнішні сили та їхня класифікація	45
3.4. Основні гіпотези і принципи науки про опір матеріалів	46
3.5. Внутрішні зусилля та метод їх визначення. Види простих деформацій	47
3.6. Поняття про напруження. Співвідношення між внутрішніми зусиллями і напруженнями	49
3.7. Пружні деформації та їх зв'язок з напруженнями	51
3.8. Основи теорії напружень	52
3.9. Загальні принципи розрахунків на міцність	55
ГЛАВА 4. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ВИПРОБУВАННЯ КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ СТАТИЧНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ	58
4.1. Випробовування матеріалів на розтяг	58
4.2. Випробовування матеріалів на стиск	62
4.3. Допустимі напруження в розрахунках на міцність	64
ГЛАВА 5. ПОБУДОВА ЕПЮР ВНУТРІШНІХ ЗУСИЛЬ	65
5.1. Загальні зауваження до побудови епюр	65
5.2. Епюри поздовжніх зусиль у стержнях	66
5.3. Епюри крутних моментів	67
5.4. Епюри поперечних зусиль і згинальних моментів	68
5.5. Характерні особливості побудови епюр поперечних зусиль і згинальних моментів	72
5.6. Приклади побудови епюр внутрішніх зусиль	73
ГЛАВА 6. ЦЕНТРАЛЬНИЙ РОЗТЯГ (СТИСК) ПРЯМОГО СТЕРЖНЯ	76
6.1. Напруження в поперечних перерізах стержня при розтягу (стиску). Умови міцності	76
6.2. Деформації стержня при розтягу і стиску. Закон Гука	78

6.3. Статично невизначені задачі для розтягу (стиску) та методи їхнього розв'язування ...	79
6.4. Приклади розрахунків	80
ГЛАВА 7. ДЕФОРМАЦІЯ ЗСУВУ І КРУЧЕННЯ СТЕРЖНІВ	82
7.1. Напруження і деформації при зсуві. Умова міцності	82
7.2. Напруження кручення у поперечних перерізах круглого стержня. Умова міцності при крученні	83
7.3. Закон Гука при крученні і умова жорсткості	85
7.4. Приклади розрахунків на зріз і кручення	86
ГЛАВА 8. ПЛОСКИЙ ПОПЕРЕЧНИЙ ЗГИН БАЛОК	88
8.1. Нормальні напруження при згині	88
8.2. Дотичні напруження при згині	91
8.3. Розрахунки балок на міцність при згині	92
8.4. Диференціальне рівняння пружної лінії балки. Умова жорсткості	94
8.5. Приклади розрахунків	97
ГЛАВА 9. СКЛАДНИЙ ОПІР	100
9.1 Косий згин	100
9.2 Згин з розтягом або стиском	102
9.3. Згин з крученням	105
9.4. Приклади розрахунків	106
ГЛАВА 10. ПОВЕРХНЕВА МІЦНІСТЬ ДЕТАЛЕЙ	107
10.1. Види контактування деталей	107
10.2. Розрахунки на міцність у випадку поверхневого прилягання деталей	108
10.3. Контактна міцність поверхонь деталей	110
10.4. Приклади розрахунків	112
ГЛАВА 11. МІЦНІСТЬ ПРИ ЗМІННИХ В ЧАСІ НАПРУЖЕННЯХ	113
11.1. Цикли змінних напружень і втома матеріалів	113
11.2. Границя витривалості матеріалів та деталей	115
11.3. Визначення коефіцієнтів запасу міцності деталей	118
11.4. Приклад розрахунків	120
ГЛАВА 12. ОСНОВИ РОЗРАХУНКІВ ТОНКОСТІННИХ ОБОЛОНОК	121
12.1. Загальні положення та навантаження оболонок	121
12.2. Напруження в симетричних оболонках	123
12.3. Розрахунок на міцність оболонок деяких форм	124
12.4. Приклади розрахунку оболонок	127
ГЛАВА 13. ОСНОВИ РОЗРАХУНКІВ ГНУЧКИХ НИТОК	128
13.1. Основні розрахункові залежності для підвішеної вагомої нитки	128
13.2. Особливості розрахунків проводів ліній електропередач	130
13.3. Приклад розрахунку підвішеного електропроводу	133
ГЛАВА 14. СТІЙКІСТЬ СТИСНУТИХ СТЕРЖНІВ	135
14.1. Загальні поняття про стійкість стержнів	135
14.2. Задача Ейлера	136
14.3. Критичні напруження. Розрахунок на стійкість стиснутих стержнів	137
14.4. Приклади розрахунків стержнів на стійкість	139
ГЛАВА 15. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ З ТЕОРІЇ МАШИН ТА МЕХАНІЗМІВ	140
15.1. Загальні означення, структура і класифікація механізмів	140
15.2. Деякі поширені види механізмів	146
15.3. Задачі синтезу і аналізу механізмів і машин	150

ГЛАВА 16. ТРИБОТЕХНІКА СПРЯЖЕНИХ ЕЛЕМЕНТІВ МАШИН	151
16.1. Види тертя та його основні закономірності	151
16.2. Втрати на тертя в спряженнях деталей машин	152
16.3. Види спрацьовування та розрахунки для забезпечення стійкості деталей проти спрацьовування	157
16.4. Шляхи зменшення спрацьовування деталей машин	159
Розділ 2. КОНСТРУКЦІЇ ТА РОЗРАХУНКИ ЕЛЕМЕНТІВ ЗАГАЛЬНОГО ПРИЗНАЧЕННЯ В ТЕХНІЧНИХ ОБ'ЄКТАХ	162
ГЛАВА 17. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО ПРОЕКТУВАННЯ ТЕХНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ	162
17.1. Основні положення щодо проектування та конструювання	162
17.2. Конструкційні матеріали та їхні механічні характеристики	165
17.3. Поняття про надійність і довговічність машин	174
17.4. Технологічність і економічність машин та їхніх деталей	178
17.5. Точність виготовлення деталей машин	180
ГЛАВА 18. РОЗРАХУНОК ТА КОНСТРУЮВАННЯ З'ЄДНАНЬ ЕЛЕМЕНТІВ МАШИН ТА СПОРУД	192
18.1. Загальні відомості і конструкції різьбових з'єднань	192
18.2. Розрахунки різьбових з'єднань на міцність	198
18.3. Шпонкові з'єднання	202
18.4 Зварні з'єднання	206
18.5. Приклади розрахунків з'єднань	214
ГЛАВА 19. МЕХАНІЧНІ ПЕРЕДАЧІ ОБЕРТОВОГО РУХУ	217
19.1. Призначення, класифікація та кінематичні схеми механічних передач	217
19.2. Кінематичні і силові співвідношення для механічних передач	218
19.3. Приклад розрахунку кінематичних і силових параметрів передач	220
ГЛАВА 20. ФРИКЦІЙНІ ПЕРЕДАЧІ	221
20.1. Загальні відомості та класифікація фрикційних передач	221
20.2. Матеріали та конструкції деталей фрикційних передач	223
20.3. Принципи розрахунку на міцність фрикційних передач	225
20.4. Приклад розрахунку фрикційної передачі	229
ГЛАВА 21. ПАСОВІ ПЕРЕДАЧІ	230
21.1. Загальні відомості та класифікація пасових передач	230
21.2. Елементи пасових передач	232
21.3. Пружне ковзання паса та кінематика пасової передачі	237
21.4. Сили та напруження у вітках пасової передачі	238
21.5. Вибір та розрахунок параметрів пасової передачі	241
21.6. Розрахунок пасових передач на тягову здатність та довговічність	243
21.7. Особливості розрахунку плоскопасових передач	246
21.8. Особливості розрахунку клинопасових передач	247
21.9. Зубчасто-пасові передачі	249
21.10. Приклад розрахунку пасової передачі.	252
ГЛАВА 22. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО ЗУБЧАСТІ ПЕРЕДАЧІ	253
22.1. Застосування зубчастих передач та їхня класифікація	253
22.2. Основи теорії зубчастого зачеплення	254
22.3. Конструкції зубчастих коліс та їхня точність	259
22.4. Матеріали для виготовлення і термообробка зубчастих коліс	261

22.5. Види руйнування зубців та критерії розрахунку на міцність зубчастих передач .	265
22.6. Допустимі напруження у розрахунках зубчастих передач	268
ГЛАВА 23. ЦИЛІНДРИЧНІ ЗУБЧАСТІ ПЕРЕДАЧІ	270
23.1. Розмірні параметри прямо- та косозубих зубчастих передач	270
23.2. Розрахункові навантаження зубців циліндричних зубчастих передач	272
23.3. Розрахунок активних поверхонь зубців на контактні витривалість та міцність ..	277
23.4. Розрахунок зубців на витривалість і міцність при згині	278
23.5. Проектний розрахунок циліндричних зубчастих передач та особливості розрахунку відкритих передач	279
23.6. Приклад розрахунку циліндричної зубчастої передачі	280
ГЛАВА 24. КОНІЧНІ ЗУБЧАСТІ ПЕРЕДАЧІ	283
24.1. Особливості конічних зубчастих передач	283
24.2. Основні параметри конічної прямозубої передачі	285
24.3. Навантаження на зубці конічної зубчастої передачі	287
24.4. Розрахунки на міцність конічних прямозубих зубчастих передач	289
24.5. Приклад розрахунку конічної зубчастої передачі	291
ГЛАВА 25. ЧЕРВ'ЯЧНІ ПЕРЕДАЧІ	293
25.1. Загальні відомості та особливості черв'ячних передач	293
25.2. Розмірні параметри черв'ячної передачі	294
25.3. Кінематика і точність виготовлення черв'ячних передач	297
25.4. Матеріали і конструкції деталей черв'ячної передачі. Критерії роботоздатності та розрахунків	298
25.5. Допустимі напруження у розрахунках черв'ячних передач	300
25.6. Навантаження на зубці черв'ячного колеса та ККД передачі	301
25.7. Розрахунки на міцність елементів черв'ячної передачі	305
25.8. Приклад розрахунку черв'ячної передачі	308
ГЛАВА 26. ОСІ ТА ВАЛИ	311
26.1. Загальні відомості. Конструкції та матеріали осей та валів	311
26.2. Розрахункові схеми валів та осей. Критерії розрахунку	315
26.3. Розрахунок осей та валів на статичну міцність	318
26.4. Розрахунок осей та валів на витривалість	320
26.5. Проектний розрахунок валів та їхнє конструювання	323
26.6. Приклад розрахунку і конструювання вала	324
ГЛАВА 27. ОПОРИ ВАЛІВ ТА ОСЕЙ	327
27.1. Підшипники ковзання - загальні відомості, конструкції та матеріали їхніх елементів	327
27.2. Види руйнування та розрахунки підшипників ковзання	331
27.3. Підшипники кочення: загальні відомості, класифікація та конструкції	333
27.4. Конструкції опор валів з підшипниками кочення та вимоги до них	337
27.5. Підбір підшипників кочення за статичною та динамічною вантажністю	339
27.6. Розрахункове еквівалентне навантаження на підшипники кочення	342
27.7. Приклади розрахунків ресурсу підшипників кочення	344
ГЛАВА 28. ЕЛЕМЕНТИ МЕХАНІЧНИХ ПРИВОДІВ МАШИН	345
28.1. Загальна характеристика приводів машин	345
28.2. Двигуни у приводах машин	349
28.3. Муфти приводів	353
28.4. Редуктори і мотор-редуктори у приводах машин	359
28.5. Приклад підбору двигуна та редуктора привода конвеєра	364
Список використаної і рекомендованої літератури	366

ПЕРЕДМОВА

Створення сучасних технічних об'єктів і технологічного обладнання, забезпечення належних умов їхнього використання та експлуатації пов'язані з потребою підготовки висококваліфікованих фахівців відповідних профілів. Така підготовка ведеться на базі викладання студентам фундаментальних, загальноінженерних та спеціальних дисциплін.

Однією із загальноінженерних дисциплін для студентів фахового спрямування "Електромеханіка", "Електротехніка", "Хімічна технологія та інженерія", "Харчова технологія та інженерія", "Енергетика", "Інженерне матеріалознавство", "Водні ресурси", "Транспортні технології" та ін. є "Прикладна механіка", де вивчаються основи розрахунків елементів різних технічних об'єктів (технологічного обладнання, машин, апаратів, споруд) для забезпечення їхньої функціональної здатності.

Пропонований навчальний посібник відповідає типовим навчальним програмам дисципліни "Прикладна механіка" і може бути використаним для формування спеціалістів різних напрямів підготовки. Навчальний матеріал у посібнику подано так, що залежно від напрямку підготовки, часу, відведеного на вивчення дисципліни, можна вибирати ті чи інші глави, які є найхарактернішими для специфіки цієї спеціальності.

Навчальний посібник складається з двох розділів: "Теоретичні основи розрахунків для забезпечення функціональної здатності елементів технічних об'єктів" і "Конструкції та розрахунки елементів загального призначення в технічних об'єктах". Ці два розділи містять 28 глав. Викладення навчального матеріалу в посібнику супроводжується поданням в обмеженій кількості відповідних довідникових матеріалів і розв'язуванням типових прикладних задач.

У першому розділі навчального посібника викладено елементи статички твердих тіл, основи розрахунків на міцність і витривалість деталей машин і споруд, подано основи розрахунків тонкостінних оболонок, гнучких ниток (проводів повітряних електромереж), стійкості стиснутих стержнів, триботехніки спряжених елементів технічних об'єктів, а також наведено основні поняття з теорії механізмів і машин.

Другий розділ посібника присвячений викладенню основних засад конструювання окремих елементів технічних об'єктів, що включають конструкційні матеріали, поняття технологічності, надійності і довговічності технічних виробів, точності їхнього виготовлення. Крім цього, тут наведено розрахунки і конструювання типових з'єднань деталей (різьбових, зварних, шпонкових), механічних передач (фрикційних, пасових, зубчастих), валів та їхніх опор, а також розрахунки і конструювання приводів машин та їхніх складових елементів.

У посібнику глави 1, 5 і 9 написані проф. Є.В. Харченком, глави 2, 3 і 4 – проф. А.Ф. Барвінським, глави 17, 18, 19, 20 і 21 – доц. Ю.Г. Гаршневим, а решта глав написані проф. В.Т. Павлище. Побудова структури навчального посібника і його загальне редагування виконані проф. В.Т. Павлище. При написанні посібника використано багаторічний досвід викладання дисципліни "Прикладна механіка" в Національному університеті "Львівська політехніка" для студентів немеханічних спеціальностей.

Автори будуть вдячні за всі зауваження і побажання щодо навчального посібника, які просимо направляти за адресою: 79005, м. Львів, вул. Д. Дудаєва, 15, НВКП ЗРЦП "Інтелект-Захід".



**ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ
РОЗРАХУНКІВ ДЛЯ
ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ
ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ ЗДАТНОСТІ
ЕЛЕМЕНТІВ ТЕХНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ**

ГЛАВА 1. ОСНОВИ СТАТИКИ ТВЕРДОГО ТІЛА

1.1. Основні поняття та означення статyki

Механіка – це наука, у якій вивчаються загальні закони механічного руху і механічної взаємодії матеріальних тіл. *Механічним* рухом називають зміну положення матеріального тіла у просторі, що відбувається в часі. Частковим випадком руху є стан спокою.

Загальна (теоретична) механіка є науковою основою багатьох сучасних технічних дисциплін і складається з трьох частин: статyki, кінематики і динаміки.

Статика – це розділ механіки, у якому вивчаються методи перетворення систем сил у еквівалентні системи, а також обґрунтовуються умови рівноваги твердих тіл під дією прикладених до них сил.

У *кінематиці* розглядаються геометричні властивості руху матеріальних тіл.

Динаміка – розділ механіки, у якому вивчається рух матеріальних тіл у безпосередньому зв'язку з механічною взаємодією тіл.

Пристаючи до вивчення статyki, дамо означення основних понять механіки, що зустрічаються у цьому розділі.

Реальні предмети, з якими стикається людина у повсякденній діяльності, мають найрізноманітніші форми і розміри, а матеріали, з яких ці предмети створені, мають розмаїті властивості. Під дією навантажень матеріальні тіла змінюють свою форму (деформуються). Однак для наочності та спрощення розв'язування задач статyki користуються доволі простими моделями матеріальних тіл, такими як матеріальна точка і абсолютно тверде тіло.

Матеріальна точка – це геометрична точка, у якій зосереджена маса усього тіла. Як матеріальні точки нерідко розглядають не лише дуже малі, а й великі тіла, розмірами яких під час розв'язування задачі можна знехтувати.

Абсолютно твердим, або, просто, *твердим тілом* називають систему незмінно зв'язаних між собою матеріальних точок. Відстані між будь-якими двома точками абсолютно твердого тіла є сталими. Доцільність застосування моделі абсолютно

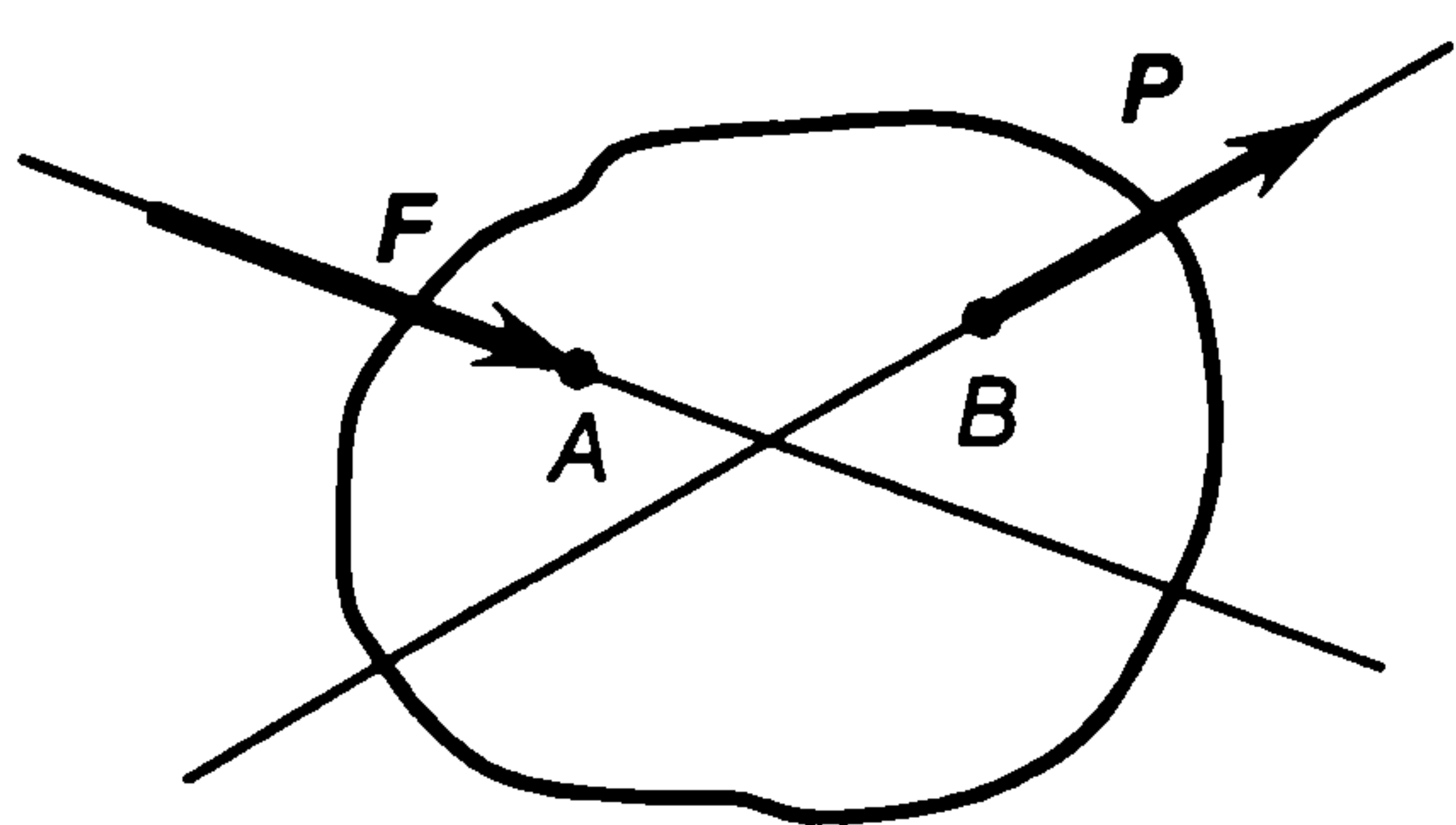


Рис. 1.1. Зображення сил та їх ліній дії

твердого тіла пояснюється тим, що незначні зміни форми елементів машин і споруд, які перебувають під дією навантажень, майже не впливають на механічну взаємодію реальних матеріальних тіл.

Одним із найважливіших понять механіки є поняття сили. Сила – це міра механічної взаємодії матеріальних тіл. Сила є векторною величиною і визначається: 1) абсолютним значенням, або модулем; 2) напрямом дії; 3) точкою прикладання.

Пряма, вздовж якої направлена сила, називається *лінією дії сили*. За одиницю сили у Міжнародній системі одиниць СІ прийнято 1 ньютон (Н). Приклади зображення векторів сил подано на рис. 1.1. Сила F прикладена у точці А, а сила P – у точці В. Потоншеними прямими зображено лінії дії сил.

Для того, щоб відрізнити векторні величини від скалярних, їх позначають звичайними літерами з рисками зверху або літерами жирного шрифту. На схемах у позначеннях сил іноді риси пропускають, оскільки зображення векторів стрілками свідчить про характер фізичних величин.

Сукупність декількох сил, що діють на дане тіло, називається *системою сил*.

Системи сил, під дією кожної з яких тверде тіло перебуває в однаковому кінематичному стані (у русі певного характеру або в стані спокою), називаються *еквівалентними*.

Сила, еквівалентна деякій системі сил, називається *рівнодією* даної системи.

Система сил, рівнодія якої дорівнює нулю, називається *зрівноваженою*. Сила, що у сукупності з рівнодією утворює зрівноважену систему, називається *зрівноважувальною* силою.

Аксіоми статки. Статика ґрунтується на аксіомах, тобто твердженнях, що приймаються без доведення, сформульованих на основі досвіду спостереження явищ природи.

Перша аксіома (аксіома інерції). Система сил, прикладених до матеріальної точки, є зрівноваженою, якщо під дією сил даної системи точка перебуває в стані спокою або рівномірного прямолінійного руху.

Згідно з формулюванням аксіоми зрівноважена система сил не може бути причиною виникнення механічного руху.

Друга аксіома (аксіома про рівновагу двох сил). Дві сили, прикладені до абсолютно твердого тіла, що є рівними за абсолютними величинами і направленими вздовж однієї прямої у протилежні боки (рис. 1.2, а), взаємно зрівноважуються.

Третя аксіома (аксіома про додавання або віднімання зрівноваженої системи сил). Кінематичний стан абсолютно твердого тіла не порушиться, якщо до даного тіла прикласти або відкинути прикладену до нього зрівноважену систему сил.

Із другої та третьої аксіом випливає наслідок, згідно з яким будь-яку силу, що діє на абсолютно тверде тіло, можна перенести уздовж лінії дії в будь-яку точку, не порушивши при цьому кінематичного стану тіла.

Нехай на тіло у точці A діє сила F_1 (рис. 1.2, б). У точці B , що знаходиться на лінії дії сили F_1 , прикладемо сили F_2 і F_3 , рівні за модулем силі F_1 і направлені у протилежні боки. Кінематичний стан тіла при цьому не порушиться. Рівні за модулем і протилежно направлені сили F_1 і F_3 можна відкинути. Отже, силу F_1 можна замінити рівною їй за абсолютною величиною силою F_2 шляхом перенесення вектора сили F_1 уздовж лінії дії з точки A у довільно вибрану точку B .

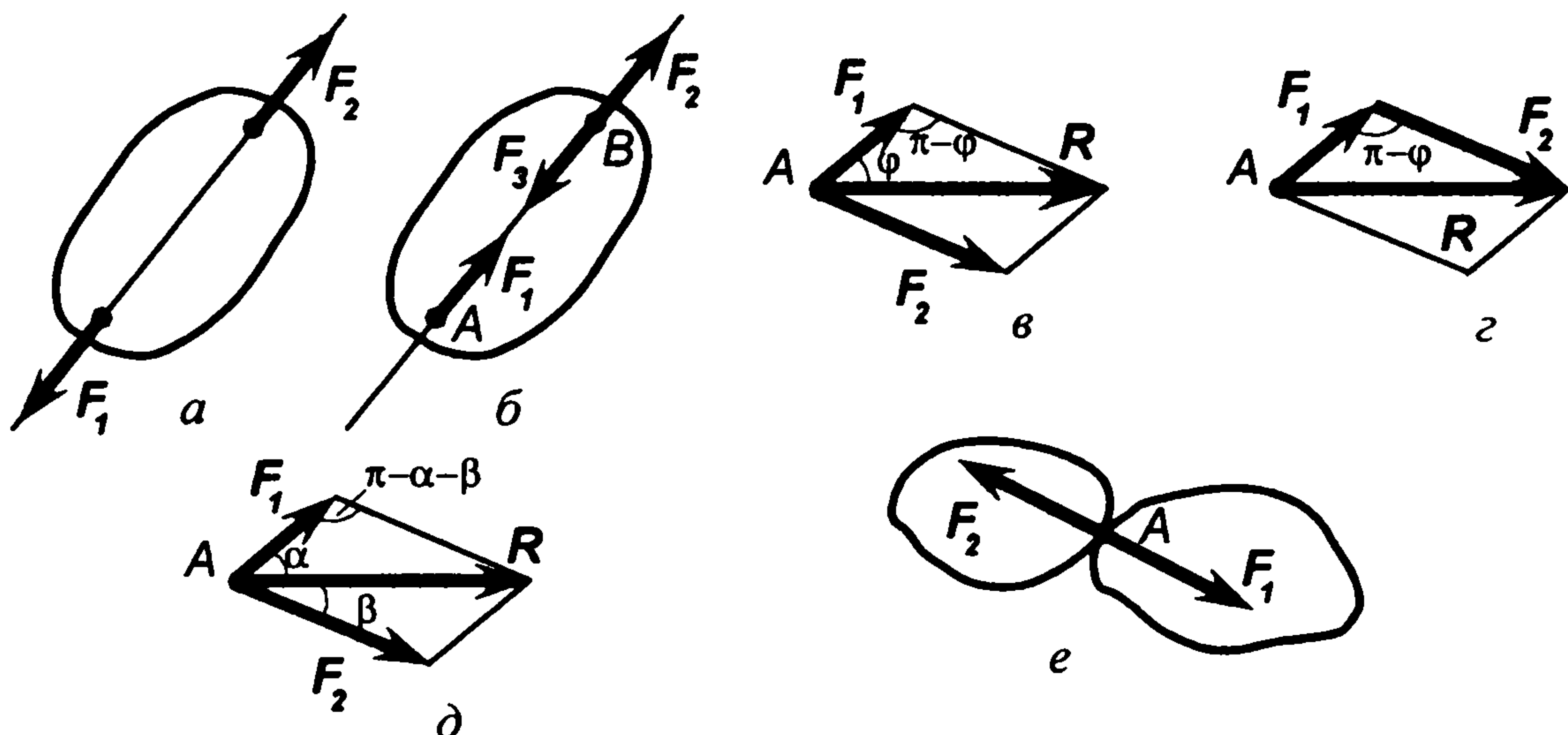


Рис. 1.2. До пояснення аксіом статички

Оскільки вектор сили можна переносити уздовж лінії дії, його називають *ковзним* вектором.

Четверта аксіома (аксіома про додавання двох сил). *Рівнодійна двох сил, прикладених в одній точці, прикладена у тій самій точці і зображається діагоналлю паралелограма, дві суміжні сторони якого збігаються з відрізками, котрими зображаються вектори сил.* Цю аксіому називають *правилом паралелограма сил*.

Рівнодійна R прикладених у точці A сил F_1 і F_2 може бути знайдена шляхом побудови паралелограма (рис. 1.2, в) або трикутника (рис. 1.2, з). Сила R є *векторною* або *геометричною* сумою векторів сил F_1 і F_2 , тобто,

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2.$$

Модуль рівнодійної визначається за теоремою косинусів

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos(\pi - \varphi)} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \varphi}.$$

Згідно з аксіомою сили F_1 і F_2 можна замінити однією силою R і навпаки, силу R – прикладеними у точці A силами F_1 і F_2 . Такі заміни часто виконують під час розв'язування задач статички.

Для того, щоб розкласти силу R за заданими напрямками, що визначаються кутами α і β (рис. 1.2, д), побудуємо відповідний паралелограм і, скориставшись теоремою синусів, запишемо співвідношення

$$\frac{F_1}{\sin\beta} = \frac{F_2}{\sin\alpha} = \frac{R}{\sin(\pi - \alpha - \beta)} = \frac{R}{\sin(\alpha + \beta)},$$

звідки

$$F_1 = R \frac{\sin\beta}{\sin(\alpha + \beta)}; \quad F_2 = R \frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha + \beta)}.$$

П'ята аксіома (аксіома про рівність дії і протидії). *Будь-якій дії одного матеріального тіла на інше відповідає рівна за абсолютною величиною і протилежно направлена протидія.*

У природі не існує односторонньої дії одного матеріального тіла на інше. Незважаючи на рівність модулів та протилежну направленість сил дії і протидії (рис. 1.2, е), ці сили не зрівноважують одна одну, оскільки вони прикладені до різних тіл.

В'язі та їх реакції. Аксіома в'язей. Тіло, переміщення якого у просторі не обмежується іншими тілами, називається *вільним*. Якщо ж інші тіла чинять перешкоди для руху даного тіла в одному чи в декількох напрямках, то таке тіло називається *пов'язаним*. Тіла, що обмежують рух даного тіла у просторі, називаються *в'язями*. Сили, що діють з боку в'язей, називаються *реакціями в'язей*.

Розглянемо основні типи в'язей.

1. Нитка (рис. 1.3, а) не дає можливості віддалитися точці M тіла від точки A закріплення цієї нитки до основи. Реакція такої в'язі T направлена уздовж нитки до точки підвісу.

2. Ідеально гладка поверхня (рис. 1.3, б – г) обмежує рух тіла у напрямі, перпендикулярному до поверхні. У тому самому напрямі діє реакція N в'язі.

3. Нерухомий циліндричний шарнір (підшипник) (рис. 1.3, д) утворюється, наприклад, коли дане тіло жорстко з'єднане із циліндричною втулкою, надітою на нерухомий циліндричний стержень. Стержень обмежує рух втулки у будь-якому напрямі, перпендикулярному до його осі. Реакція в'язі R розташована у площині x, y дозволеного повороту тіла відносно точки A .

4. Ідеальний стержень, тобто невагомий прямий стержень з шарнірами на кінцях (рис. 1.3, е) виключає переміщення центра шарніра, яким з'єднаний стержень з тілом, у напрямі осі стержня. У тому самому напрямі діє реакція в'язі. На рис. 1.3, е реакції ідеальних стержнів позначено N_1, N_2, N_3 .

5. Рухомий циліндричний шарнір (рис. 1.3, є, ж) утворюється невагомою опорою, шарнірно з'єднаною з тілом і встановленою на основі з можливістю переміщення без тертя у певному напрямі. Реакція R в'язі направлена перпендикулярно до напрямку можливого переміщення опори.

6. Нерухоме защемлення стержня (рис. 1.3, з) виключає поступальні переміщення даного тіла у напрямках осей x і y , а також обертальний рух у площині x, y . Його реакціями є сила R і момент M . Фізична суть моменту розглядатиметься в розділі 1.3.

7. Сферичний шарнір (рис. 1.3, *и*) забороняє кулі, з якою абсолютно жорстко зв'язане тіло, переміщуватися у всіх трьох напрямках простору, але дозволяє обертатися тілу навколо осей x , y та z . Реакцією такої в'язі є сила R , лінія дії якої проходить через точку A , а напрям може бути довільним.

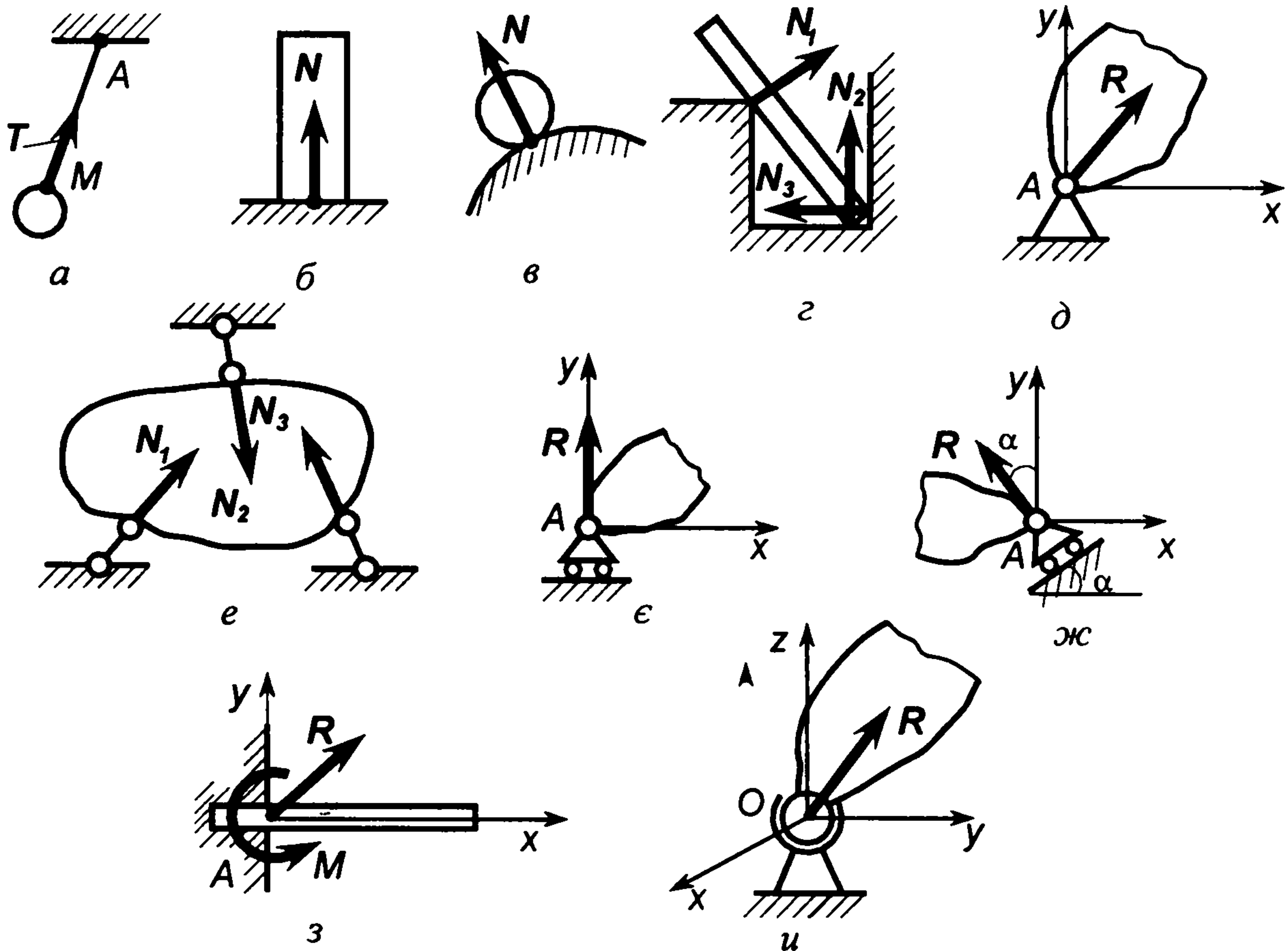


Рис. 1.3. Основні типи в'язей та їх реакції

Усі сили, що діють на пов'язане абсолютно тверде тіло, можна поділити на активні (задані) сили і реакції в'язей. Одним із основних положень механіки є *принцип звільнення твердих тіл від в'язей* (аксіома в'язей), згідно з яким *будь-яке пов'язане тіло можна розглядати як вільне, якщо відкинути в'язі, замінивши їх дію реакціями в'язей*.

1.2. Система збіжних сил

Зведення до рівнодійної та рівновага системи збіжних сил. Збіжними називаються сили, лінії дії яких перетинаються в одній точці.

Нехай до твердого тіла у точках $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ прикладено збіжні сили $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$ (рис. 1.4, *а*). Усі ці сили, згідно з наслідком, що випливає із другої та третьої аксіом, можна перенести в точку O перетину їх ліній дії (рис. 1.4, *б*). Застосовуючи послідовно аксіому про додавання двох сил, одержимо (рис. 1.4, *в*):

$$R_{1-2} = F_1 + F_2; \quad R_{1-3} = R_{1-2} + F_3 = F_1 + F_2 + F_3; \quad \dots; \quad R = F_1 + F_2 + \dots + F_n.$$

Таким чином, *рівнодійна системи збіжних сил прикладена у точці перетину ліній дії сил і дорівнює їх геометричній сумі*

$$R = \sum_{i=1}^n F_i. \quad (1.1)$$

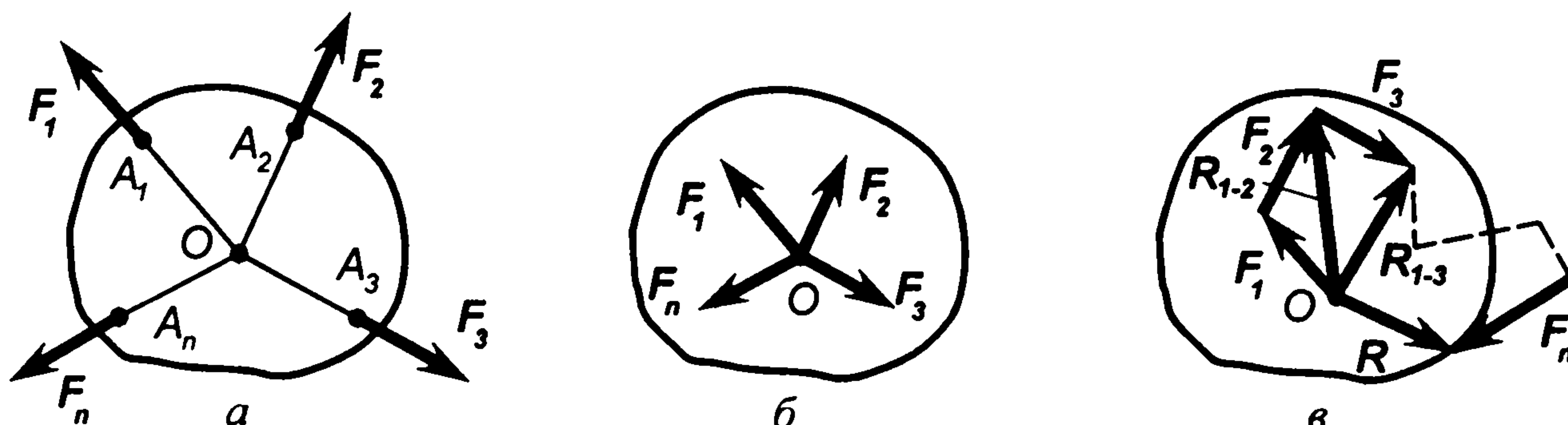


Рис. 1.4. Зведення системи збіжних сил до рівнодійної

Наведене твердження про рівнодійну збіжних сил є справедливим не лише для плоскої системи сил, тобто для випадку, коли лінії дії сил розташовані в одній площині, а й для просторової системи збіжних сил.

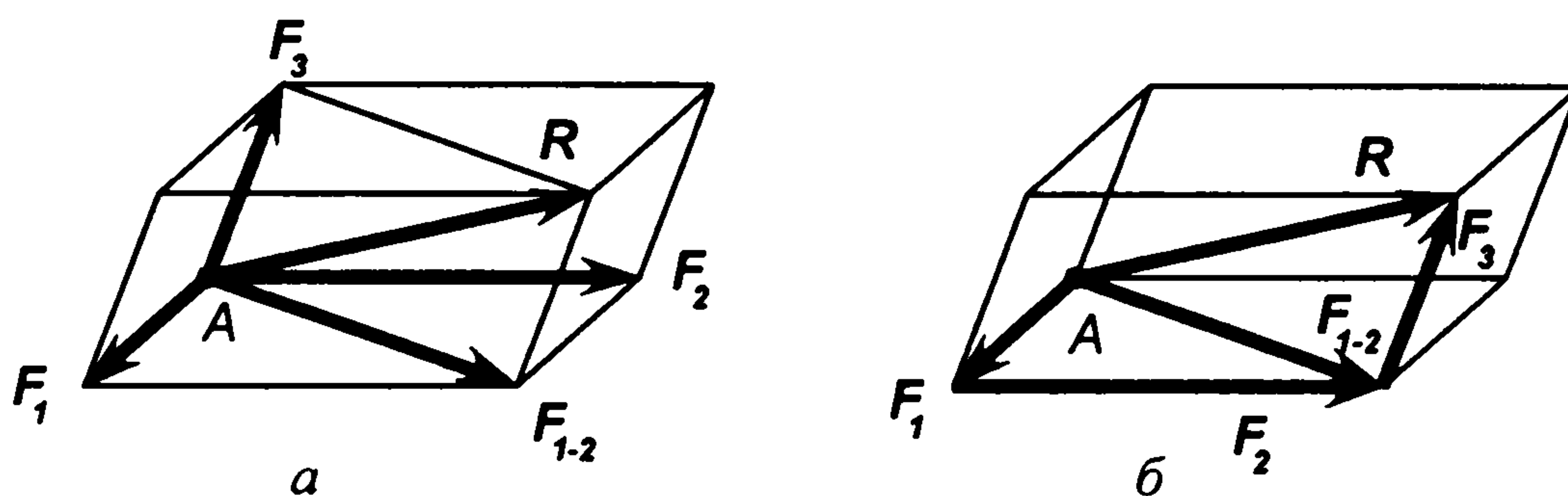


Рис. 1.5. Додавання просторової системи трьох сил

Для прикладу на рис. 1.5, *а* проілюстровано додавання просторової системи трьох сил F_1 , F_2 , F_3 шляхом послідовної побудови двох паралелограмів, а на рис. 1.5, *б* – шляхом побудови двох трикутників. У обох випадках геометрична сума R зображається діагоналлю паралелепіпеда. Тому правило складання трьох сил, що утворюють просторову систему, називається *правилом паралелепіпеда сил*. За допомогою паралелепіпеда сил можна будь-яку силу розкласти за трьома напрямками у просторі.

Збіжні сили зрівноважуються у тому випадку, коли їх рівнодійна дорівнює нулю, тобто, коли многокутник усіх сил системи є замкнутим. Умову рівноваги системи збіжних сил можна записати у вигляді:

$$\sum_{i=1}^n F_i = 0. \quad (1.2)$$

Метод розв'язування задач статки, який ґрунтується на застосуванні векторного рівняння (1.2), називається *геометричним*.

Теорема про три сили. Якщо вільне тверде тіло перебуває у рівновазі під дією трьох непаралельних сил, розташованих в одній площині, то лінії дії цих сил перетинаються в одній точці.

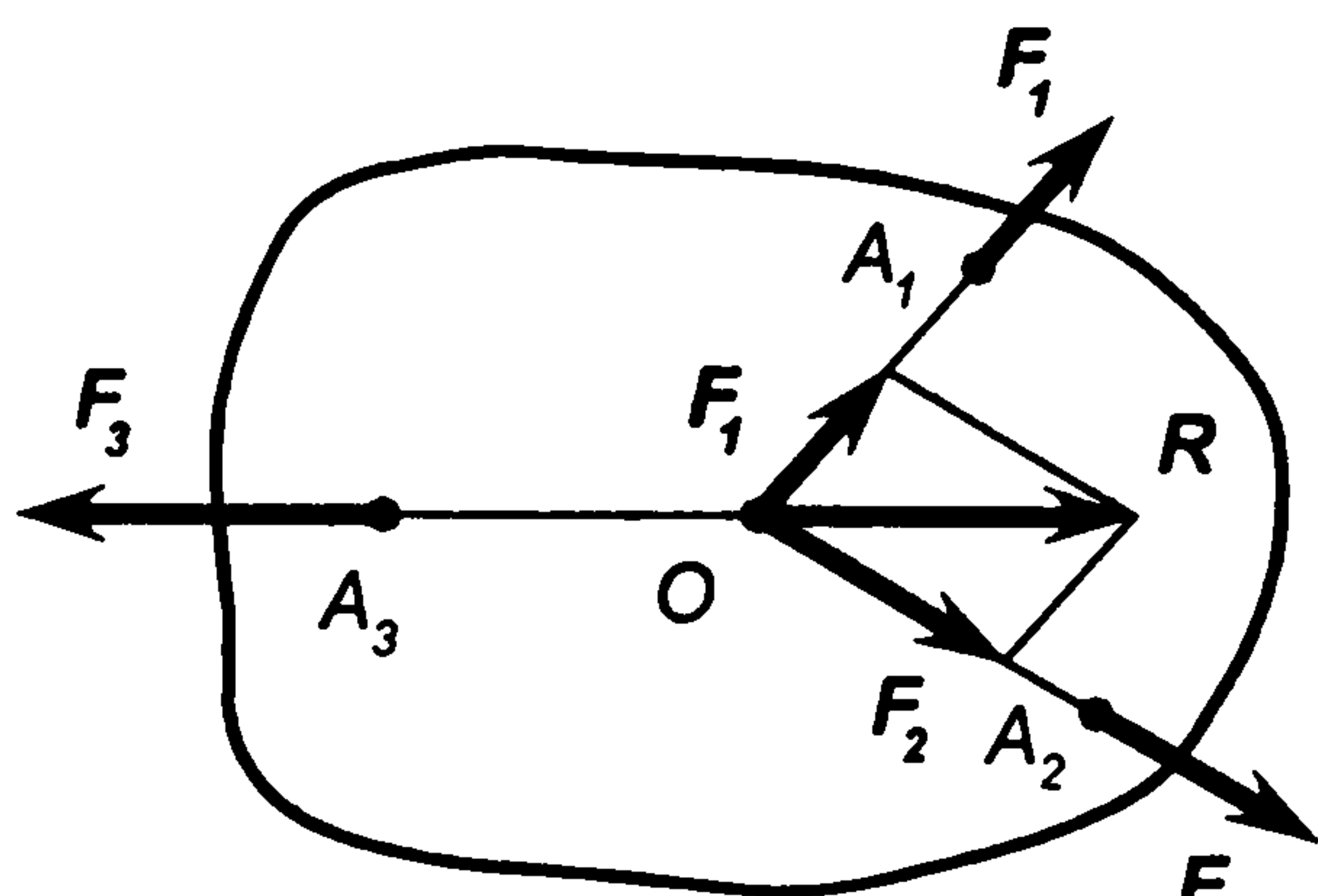


Рис. 1.6. До пояснення теореми про три сили

Нехай до твердого тіла у точках A_1 , A_2 , і A_3 прикладено три сили F_1 , F_2 і F_3 , що діють в одній площині і утворюють зрівноважену систему (рис. 1.6). Лінії дії сил F_1 і F_2 перетинаються у точці O . Перенесемо ці сили у вказану точку і знайдемо їх рівнодійну R , котра теж буде прикладеною в тій самій точці.

Оскільки сила F_3 є зрівноважувальною системи сил F_1 і F_2 , вона дорівнює за абсолютною величиною силі R , має спільну з цією силою лінію дії і протилежно щодо неї направлена.

Отже, лінія дії сили F_3 проходить через точку O перетину ліній дії сил F_1 і F_2 , що необхідно було довести.

Аналітичний спосіб визначення рівнодійної системи збіжних сил.
Умови рівноваги. Для виконання аналітичних перетворень систем сил, а також для запису аналітичних рівнянь рівноваги користуються поняттям проекції сили на вісь.

Проекцією сили на вісь називається добуток модуля сили на косинус кута між напрямками осі і сили. Згідно з означенням проекція сили на вісь є величиною алгебричною. Модуль проекції сили визначається довжиною відрізка осі, кінцями якого є проекції початку і кінця вектора сили.

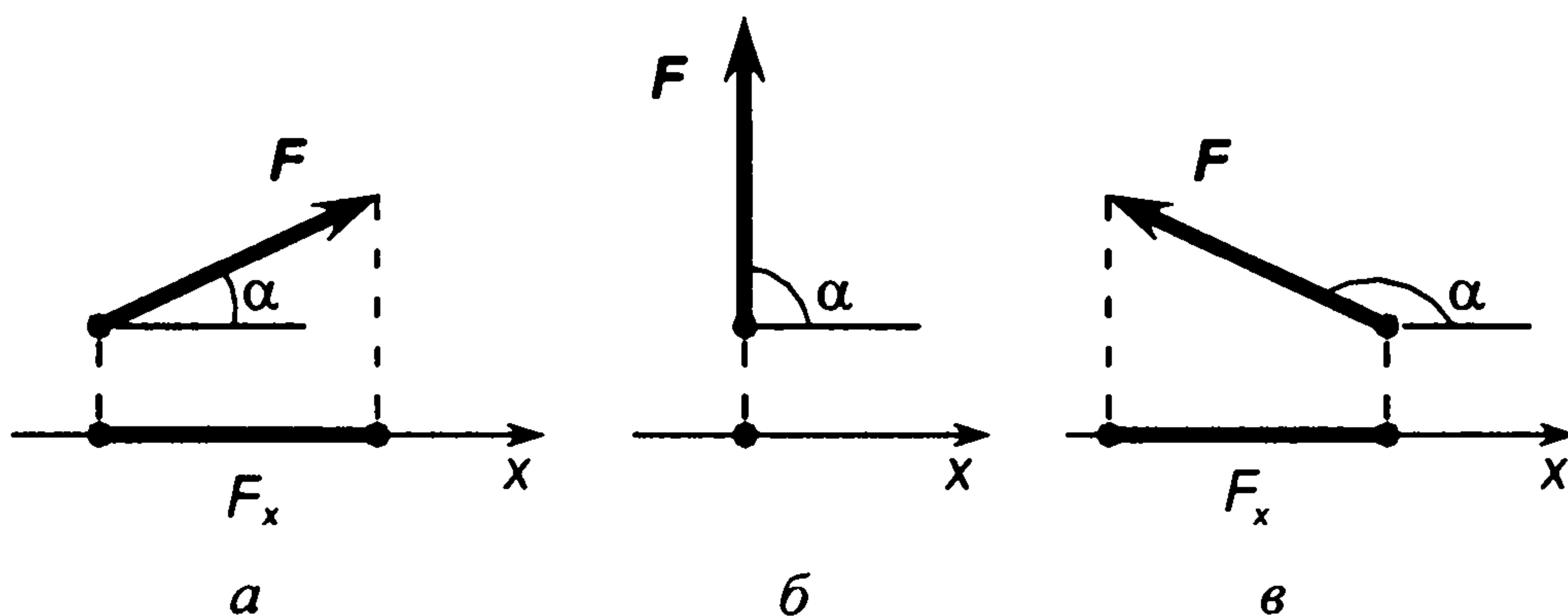


Рис. 1.7. Характерні випадки визначення проекцій сили на вісь

Оскільки косинус є парною функцією, кут між напрямками осі і сили можна відраховувати як за рухом, так і проти руху стрілки годинника. Можливі такі випадки визначення проекції F_x сили F на вісь x :

- 1) якщо $0 \leq \alpha < 90^\circ$, то $F_x = F \cos \alpha > 0$, тобто, проекція додатна (рис. 1.7, а);
- 2) якщо $\alpha = 90^\circ$, то $F_x = F \cos \alpha = 0$, тобто, проекція дорівнює нулю (рис. 1.7, б);
- 3) якщо $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$, то $F_x = F \cos \alpha < 0$, тобто проекція від'ємна (рис. 1.7, в).

Для розгляду плоскої системи сил скористаємося взаємно перпендикулярними осями x, y . У цьому випадку силу \mathbf{F} (рис. 1.8, а) можна розкласти на дві складові \mathbf{F}_x та \mathbf{F}_y , направлені паралельно до відповідних осей, тобто

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_x + \mathbf{F}_y.$$

Проекції сили \mathbf{F} на осі x, y знаходять у вигляді

$$F_x = F \cos \alpha ; \quad F_y = F \cos \beta. \quad (1.3)$$

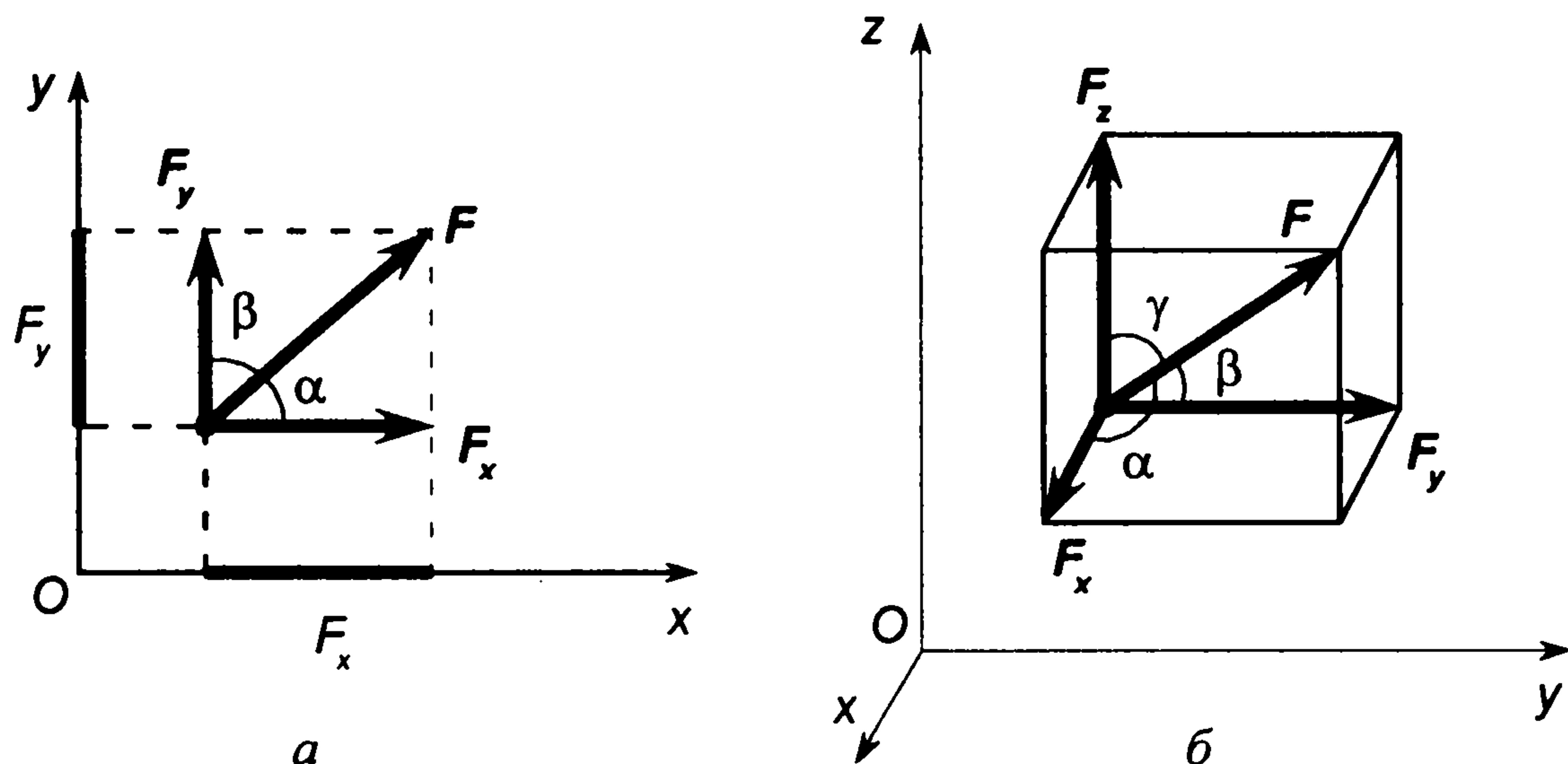


Рис. 1.8. Розкладання вектора сили на складові, паралельні до координатних осей

Якщо відомі проекції сили F_x і F_y , то її модуль і напрям визначаємо за формулами

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} ; \quad \cos \alpha = \frac{F_x}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2}} ; \quad \cos \beta = \frac{F_y}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2}}. \quad (1.4)$$

У випадку просторової системи сил будемо використовувати систему осей декартових координат x, y, z . Складові сили \mathbf{F} , направлені паралельно відповідним осям, позначаємо $\mathbf{F}_x, \mathbf{F}_y, \mathbf{F}_z$ (рис. 1.8, б), а проекції даної сили на координатні осі — F_x, F_y, F_z . Для вектора сили можна записати залежність

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_x + \mathbf{F}_y + \mathbf{F}_z.$$

Проекції F_x, F_y, F_z визначаються як

$$F_x = F \cos \alpha ; \quad F_y = F \cos \beta ; \quad F_z = F \cos \gamma. \quad (1.5)$$

Формули для знаходження модуля сили і напрямку її вектора набувають вигляду

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} ;$$

$$\cos \alpha = \frac{F_x}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}} ; \quad \cos \beta = \frac{F_y}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}} ; \quad \cos \gamma = \frac{F_z}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}}. \quad (1.6)$$

Отже, за проекціями на координатні осі вектор сили визначається однозначно згідно з залежностями (1.4) або (1.6). З іншого боку, якщо

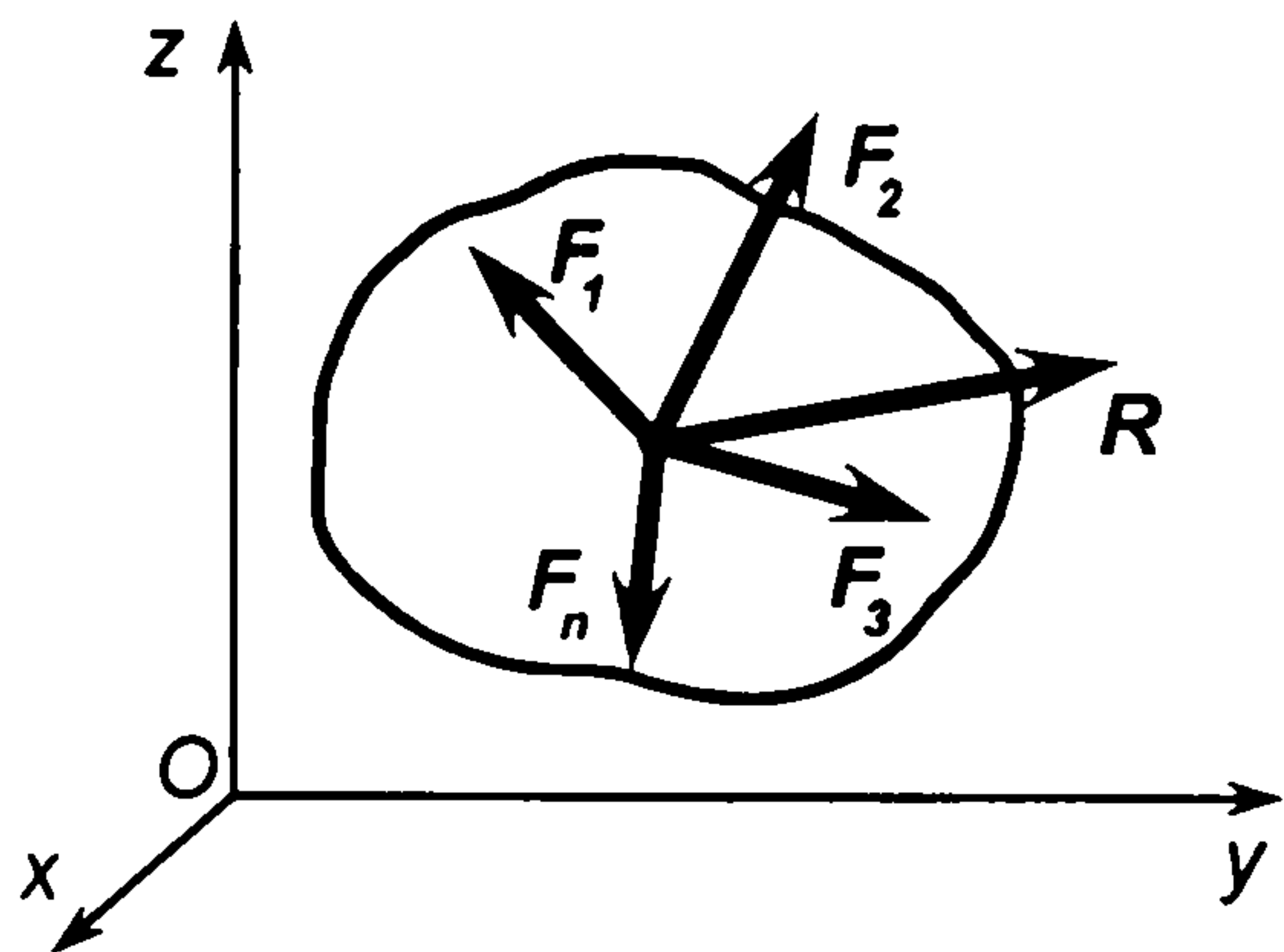


Рис. 1.9. До пояснення аналітичних умов рівноваги системи збіжних сил

відомими є модуль сили та кути, що утворює її вектор з осями координат, то проєкції сили однозначно визначаються за формулами (1.3) чи (1.5).

Розглянемо систему збіжних сил F_1, F_2, \dots, F_n (рис. 1.9), рівнодійна R яких може бути знайдена за формулою (1.1) як геометрична сума цих сил. Проєкція геометричної суми на кожен з координатних осей дорівнює алгебричній сумі проєкцій усіх складових:

$$R_x = \sum_{i=1}^n F_{xi}; \quad R_y = \sum_{i=1}^n F_{yi}; \quad R_z = \sum_{i=1}^n F_{zi}, \quad (1.7)$$

де F_{xi}, F_{yi}, F_{zi} та R_x, R_y, R_z – проєкції сил системи і рівнодійної на осі декартових координат,

$$F_{xi} = F_i \cos \alpha_i; \quad F_{yi} = F_i \cos \beta_i; \quad F_{zi} = F_i \cos \gamma_i;$$

$$R_x = R \cos \alpha; \quad R_y = R \cos \beta; \quad R_z = R \cos \gamma.$$

Тут $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ – кути, що утворюють вектори сили F_i ($i=1, 2, \dots, n$) з осями x, y, z ; α, β, γ – кути, що утворює рівнодійна R з відповідними осями координат.

Знайшовши проєкції рівнодійної за співвідношеннями (1.7), визначимо її модуль і напрям згідно з формулами (1.6)

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}; \quad \cos \alpha = \frac{R_x}{R}; \quad \cos \beta = \frac{R_y}{R}; \quad \cos \gamma = \frac{R_z}{R}. \quad (1.8)$$

У випадку, коли сили системи взаємно зрівноважуються, їх рівнодійна R дорівнює нулеві. Тоді, відповідно до першого співвідношення (1.8),

$$R_x = 0; \quad R_y = 0; \quad R_z = 0. \quad (1.9)$$

З урахуванням (1.7) і (1.9) запишемо рівняння рівноваги просторової системи збіжних сил у вигляді

$$\sum F_{xi} = 0; \quad \sum F_{yi} = 0; \quad \sum F_{zi} = 0. \quad (1.10)$$

Таким чином, для рівноваги просторової системи збіжних сил необхідно і достатньо, щоб суми проєкцій усіх сил системи на осі декартових координат x, y та z дорівнювали нулю.

Для плоскої системи сил, що діють у площині x, y , третя рівність (1.10) задовольняється тотожно. Тоді рівняння рівноваги набувають вигляду

$$\sum_{i=1}^n F_{xi} = 0; \quad \sum_{i=1}^n F_{yi} = 0. \quad (1.11)$$

Отже, для рівноваги плоскої системи збіжних сил необхідно і достатньо, щоб суми проєкцій усіх сил системи на осі декартових координат x та y дорівнювали нулю.

Метод розв'язування задач статички із застосуванням рівнянь рівноваги (1.10) або (1.11) називають *аналітичним*.

Задачі статички найчастіше полягають у визначенні реакцій в'язей матеріального тіла. Іноді до числа невідомих належать деякі активні сили (навантаження), геометричні параметри, що визначають розміри або положення тіла, сили взаємодії матеріальних тіл або елементів одного і того ж тіла.

Процес розв'язування задачі статички включає такі етапи:

- 1) вибір тіла, рівновага якого повинна бути розглянута (у деяких випадках виникає потреба одночасного розгляду рівноваги декількох тіл);
- 2) звільнення тіла від в'язей і зображення його розрахункової схеми з позначеннями усіх навантажень і реакцій в'язей;
- 3) складання рівнянь рівноваги;
- 4) визначення шуканих величин, перевірка правильності й аналіз одержаних результатів.

Якщо результати розв'язування задачі одержано в аналітичному вигляді, то це дає можливість дослідження властивостей механічної системи.

Геометричним методом розв'язування задач статички, який ґрунтується на застосуванні векторного рівняння рівноваги (1.2), доцільно користуватися, якщо розглядається плоска система сил. Таке рівняння можна розв'язати графічним способом у випадках:

- а) якщо невідомими є лінія дії, абсолютна величина і напрям дії однієї з сил;
- б) якщо невідомими є абсолютні величини і напрями дії двох сил (лінії дії цих сил повинні бути заданими);
- в) якщо невідомими є абсолютна величина і напрям дії однієї сили, а також лінія дії іншої сили.

Особливо зручно користуватися геометричним методом, коли загальне число сил, що діють на тіло, дорівнює трьом. У цьому випадку многокутник сил системи набуває форми трикутника.

Аналітичним методом можна користуватися для дослідження як плоских, так і просторових систем сил.

Для системи збіжних сил, розташованих у одній площині, можна скласти два рівняння рівноваги, тому число невідомих, що входять до цих рівнянь, не повинно перевищувати двох. Для просторової системи сил можна записати три рівняння і число невідомих у цих рівняннях не повинно перевищувати трьох. Якщо число невідомих, що входять до рівнянь рівноваги, перевищує число самих рівнянь, то такі задачі не можна розв'язати методами статички твердого тіла. Вони утворюють клас так званих статично невизначених задач.

1.3. Момент сили відносно точки і відносно осі

Алгебричний момент сили відносно точки. Для того, щоб охарактеризувати обертальну дію сили навколо того чи іншого центра, вводиться поняття моменту сили відносно точки. Якщо сили, що діють на

тіло, лежать в одній площині, котра збігається з площиною рисунка, зручно користуватися поняттям моменту як алгебричної величини.

Алгебричним моментом сили F відносно точки O (рис. 1.10, а) називається величина, що дорівнює взятому з відповідним знаком добуткові модуля сили на її плече h :

$$M_O(F) = \pm F \cdot h.$$

Плечем сили відносно точки називають відстань від даної точки до лінії дії сили.

Момент сили відносно точки вважають додатним, якщо сила F намагається повернути тіло у площині рисунка в напрямі, протилежному до напрямку обертання годинникової стрілки, і від'ємним, – якщо в напрямі руху годинникової стрілки.

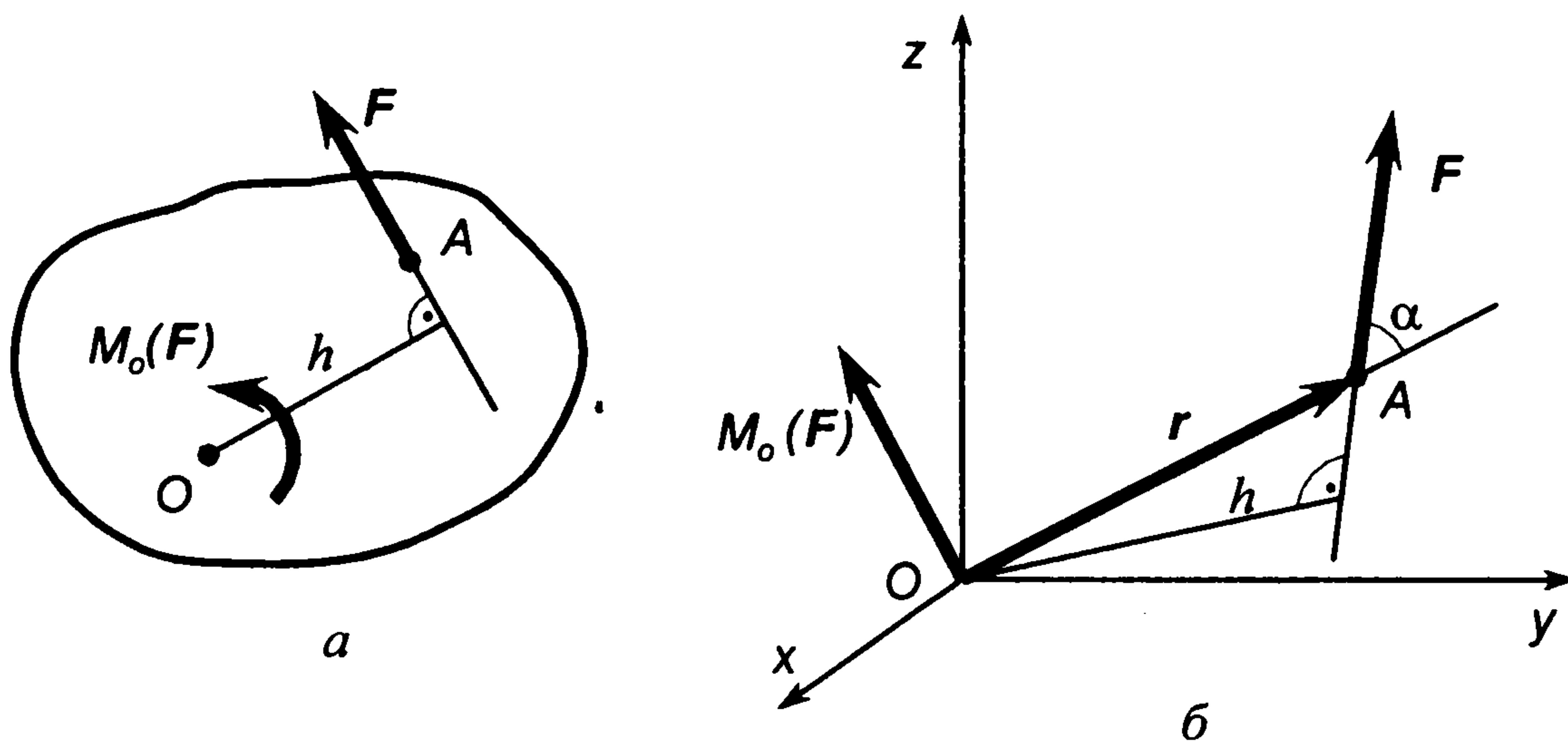


Рис. 1.10. До визначення алгебричного і векторного моментів сили відносно точки

За одиницю моменту сили приймають 1 ньютонметр (Н·м).

Відмітимо основні властивості моменту:

1) момент сили відносно точки не зміниться, якщо точку прикладання сили перенести уздовж лінії дії цієї сили;

2) момент сили відносно точки дорівнює нулю, якщо лінія дії сили проходить через дану точку.

Векторний момент сили відносно точки. Обертальна дія довільно розташованої у просторі сили F відносно деякого центра O характеризується такими факторами: абсолютною величиною моменту сили F відносно точки O ; розташуванням площини дії моменту, тобто площини, що проходить через точку O і лінію дії сили F ; напрямом обертальної дії сили F відносно точки O у цій площині. Тому момент сили F відносно точки O (рис. 10, б) зображають прикладеним у цій точці вектором $M_O(F)$, перпендикулярним до площини, що проходить через точку O і лінію дії сили F , і направленим таким чином, щоб з його кінця обертальна дія сили спостерігалася направленою проти руху стрілки годинника. За абсолютною величиною вектор $M_O(F)$ дорівнює добуткові модуля сили F на плече цієї сили відносно точки O .

Якщо з точки O провести радіус-вектор \mathbf{r} у точку A (рис. 10, б), то вектор моменту сили можна подати як векторний добуток

$$\mathbf{M}_O(\mathbf{F}) = \mathbf{r} \times \mathbf{F}.$$

Дійсно, як відомо з векторної алгебри, векторний добуток $\mathbf{r} \times \mathbf{F}$ є вектором, перпендикулярним до площини розташування векторів \mathbf{r} і \mathbf{F} і направленим у той бік, з якого поворот вектора \mathbf{r} для його суміщення з вектором \mathbf{F} на кут α ($\alpha \leq 180^\circ$), спостерігається проти руху стрілки годинника. Модуль векторного добутку дорівнює модулю моменту сили \mathbf{F} відносно точки O :

$$|\mathbf{r} \times \mathbf{F}| = r \cdot F \cdot \sin \alpha = F \cdot h = |\mathbf{M}_O(\mathbf{F})|.$$

Момент сили відносно осі. Обертальна дія сили навколо деякої осі характеризується моментом сили відносно цієї осі. Нехай до твердого тіла у точці A прикладена сила \mathbf{F} (рис. 1.11). Для того, щоб визначити момент сили \mathbf{F} відносно осі z , спроектуємо силу на площину Π , перпендикулярну до осі. Одержану проекцію $A'B'$ сили $\mathbf{F} = \mathbf{AB}$ позначимо \mathbf{F}_{xy} . Після цього знайдемо алгебричний момент проекції \mathbf{F}_{xy} відносно точки O перетину осі z з площиною Π , приписавши йому відповідний знак.

Отже, моментом сили \mathbf{F} відносно осі z називається алгебрична величина, яка числово дорівнює взятому зі знаком плюс або мінус добуткові модуля проекції \mathbf{F}_{xy} сили \mathbf{F} на площину, перпендикулярну до осі z , на плече цієї проекції відносно точки O перетину осі з площиною:

$$M_z(\mathbf{F}) = \pm F_{xy} \cdot h.$$

Момент сили відносно осі вважається додатним, якщо з кінця осі z обертальна дія проекції \mathbf{F}_{xy} навколо точки O спостерігається направленою проти руху стрілки годинника.

Момент сили відносно осі дорівнює нулю у таких випадках:

- 1) якщо $F_{xy} = 0$, тобто коли сила \mathbf{F} є паралельною до осі z ;
- 2) якщо $h = 0$, тобто коли лінія дії сили \mathbf{F} перетинається з віссю z .

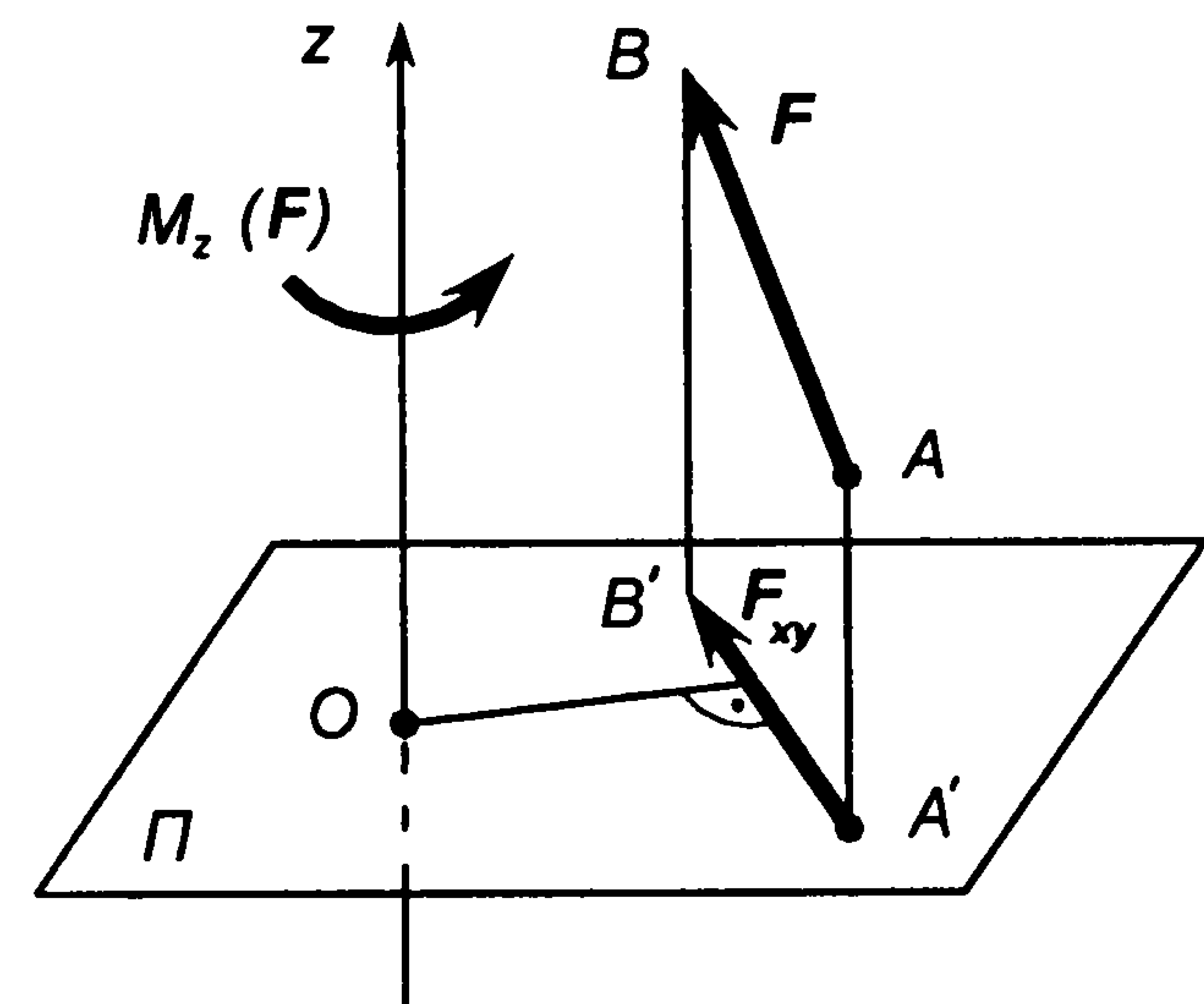


Рис. 1.11. До визначення моменту сили відносно осі

Зауважимо, що коли вісь і лінія дії сили лежать в одній площині, то має місце один з розглянутих випадків і момент сили відносно осі дорівнює нулю.

Залежність між моментом сили відносно точки і моментом сили відносно осі, що проходить через цю точку, визначається теоремою, яку наведемо без доведення: *проекція вектора моменту сили відносно деякої точки на вісь, що проходить через цю точку, дорівнює моменту сили відносно даної осі.*

Теорема Варіньйона про момент рівнодійної системи збіжних сил відносно точки і відносно осі. Для статки важливе значення мають властивості плоскої і просторової систем збіжних сил, що сформульовані в теоремах Варіньйона. Наведемо ці теореми без доведення.

Алгебричний момент рівнодійної плоскої системи збіжних сил відносно будь-якої точки дорівнює алгебричній сумі моментів складових сил відносно тієї самої точки.

Момент рівнодійної просторової системи збіжних сил відносно будь-якої осі дорівнює алгебричній сумі моментів усіх складових сил відносно тієї самої осі.

1.4. Паралельні сили і пара сил. Система пар

Додавання двох паралельних сил. Розглянемо два випадки визначення рівнодійної двох паралельних сил. У першому з них будемо вважати, що сили F_1 і F_2 (рис. 1.12, а), які діють на абсолютно тверде тіло, направлені в один бік. Згідно з другою та третьою аксіомами статки кінематичний стан тіла не порушиться, якщо у точках A і B прикласти відповідно сили P_1 і P_2 , які мають спільну лінію дії, котра проходить через точки A і B , і задовольняють співвідношення $P_1 = -P_2$. Склавши попарно за правилом паралелограма сили F_1 і P_1 , F_2 і P_2 , одержимо їх рівнодійні Q_1 та Q_2 , лінії дії яких перетинаються у точці O . Скориставшись властивістю сили як ковзного вектора, перенесемо сили Q_1 і Q_2 у точку O

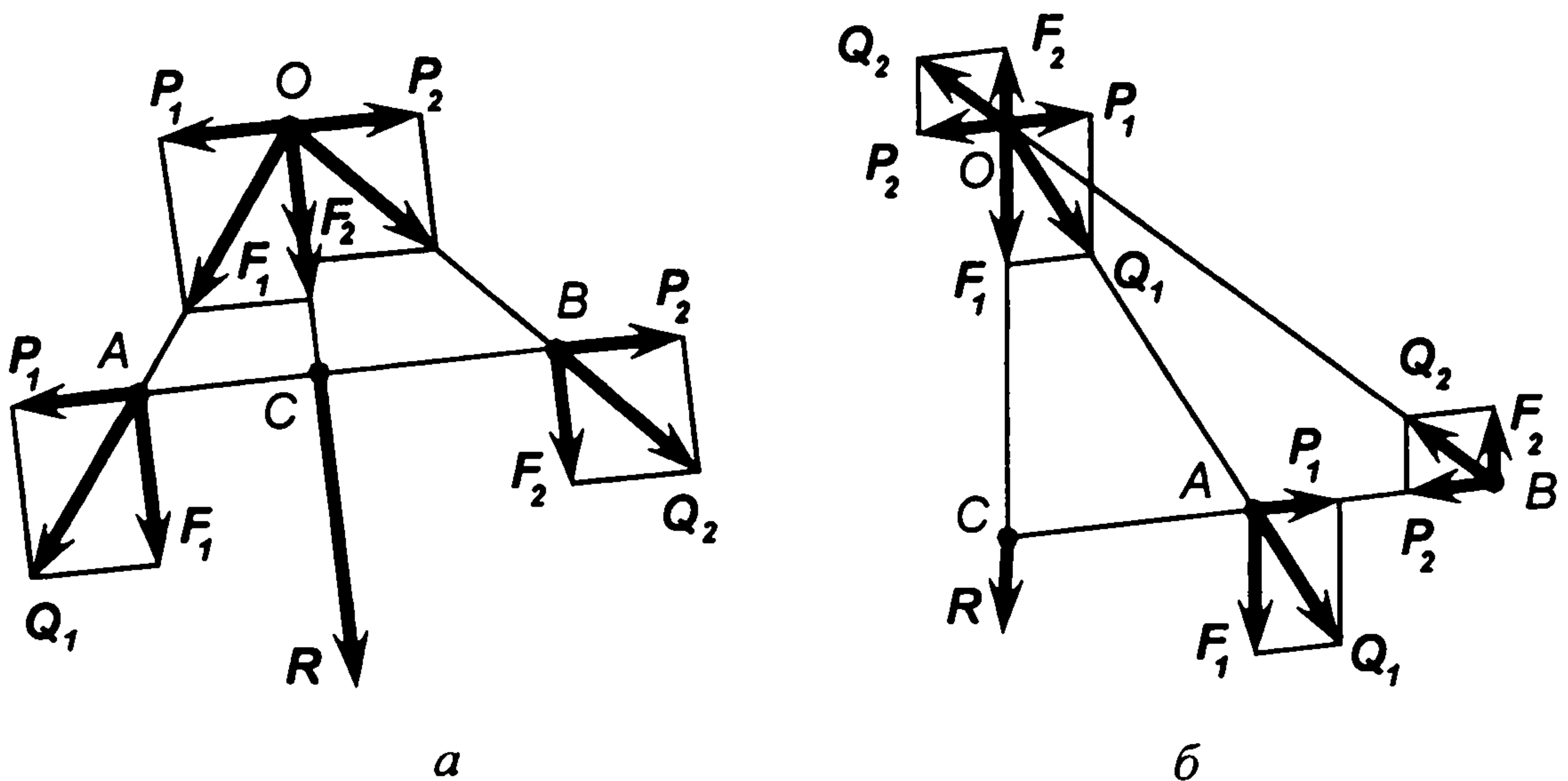


Рис. 1.12. Додавання двох паралельних сил

і розкладемо кожену з цих сил на дві попередні складові F_1 і P_1 , F_2 і P_2 . Прикладені у точці O сили P_1 і P_2 взаємно зрівноважуються, а сили F_1 і F_2 мають прикладену у тій же точці рівнодійну, модуль якої дорівнює

$$R = F_1 + F_2 .$$

Вдруге скориставшись властивістю сили як ковзного вектора, перенесемо рівнодійну R у точку C перетину лінії дії рівнодійної з

відрізком AB . Точка C ділить відрізок AB на частини, обернено пропорційні модулям сил

$$\frac{AC}{BC} = \frac{F_2}{F_1},$$

що випливає з подібності відповідних трикутників, зображених на рис. 1.12, а.

Таким чином, *рівнодійна двох, прикладених до абсолютно твердого тіла, паралельних сил, направлених в один бік, дорівнює за модулем сумі модулів цих сил, направлена у той самий бік, що й дані сили, а її лінія дії ділить відстань між точками прикладання сил на відрізки, обернено пропорційні силам.*

Аналогічним способом визначимо рівнодійну двох паралельних сил F_1 і F_2 (рис. 1.12, б), котрі мають різні абсолютні величини (для визначеності приймемо, що $F_1 > F_2$) і направлені в протилежні боки. Для цього доповнимо дану систему взаємно зрівноваженими силами P_1 і P_2 , знайдемо рівнодійні Q_1 і Q_2 сил F_1, P_1 і F_2, P_2 відповідно, перенесемо ці рівнодійні у точку O перетину їх ліній дії. Розкладемо сили Q_1 і Q_2 на їхні попередні складові, відкинемо зрівноважену систему P_1, P_2 та визначимо рівнодійну R сил F_1 і F_2 . Модуль рівнодійної

$$R = F_1 - F_2.$$

Рівнодійну R перенесемо у точку C перетину лінії дії рівнодійної з прямою, що проходить через точки A і B . З геометричної побудови, поданої на рис. 1.12, б, легко одержуємо співвідношення

$$\frac{AC}{BC} = \frac{F_2}{F_1}.$$

Таким чином, *рівнодійна двох, прикладених до абсолютно твердого тіла, різних за модулями і протилежно направлених паралельних сил, дорівнює за модулем різниці модулів цих сил, направлена у той самий бік, що й більша за модулем дана сила, а лінія дії рівнодійної ділить відстань між точками прикладання сил зовнішнім чином на частини, обернено пропорційні силам.*

Пара сил. Момент пари. *Парою сил, або, просто, парою називається система двох рівних за модулем паралельних і направлених у протилежні боки сил (рис. 1.13, а). Площина, у якій знаходяться лінії дії сил, називається площиною дії пари. Відстань h між лініями дії сил пари називається плечем пари.*

Сили, що утворюють пару, не зрівноважують одна одну, оскільки вони діють не уздовж однієї прямої. Пара не має рівнодійної, тобто пару не можна замінити або зрівноважити однією силою. Вона намагається повернути тверде тіло, до якого прикладена.

Дія пари сил на тверде тіло характеризується її моментом. Якщо усі пари, що розглядаються, розташовані в одній площині (площині рисунка), користуються поняттям алгебричного моменту пари. *Алгебричним моментом*

пари називають величину, що дорівнює взятому з відповідним знаком добуткові модуля однієї з сил пари на плече пари:

$$M = \pm F \cdot h.$$

Момент пари будемо вважати додатним, якщо пара намагатиметься повернути тіло у площині рисунка проти руху стрілки годинника (рис. 1.13, б), і – від'ємним, якщо в напрямі руху стрілки годинника (рис. 1.13, в).

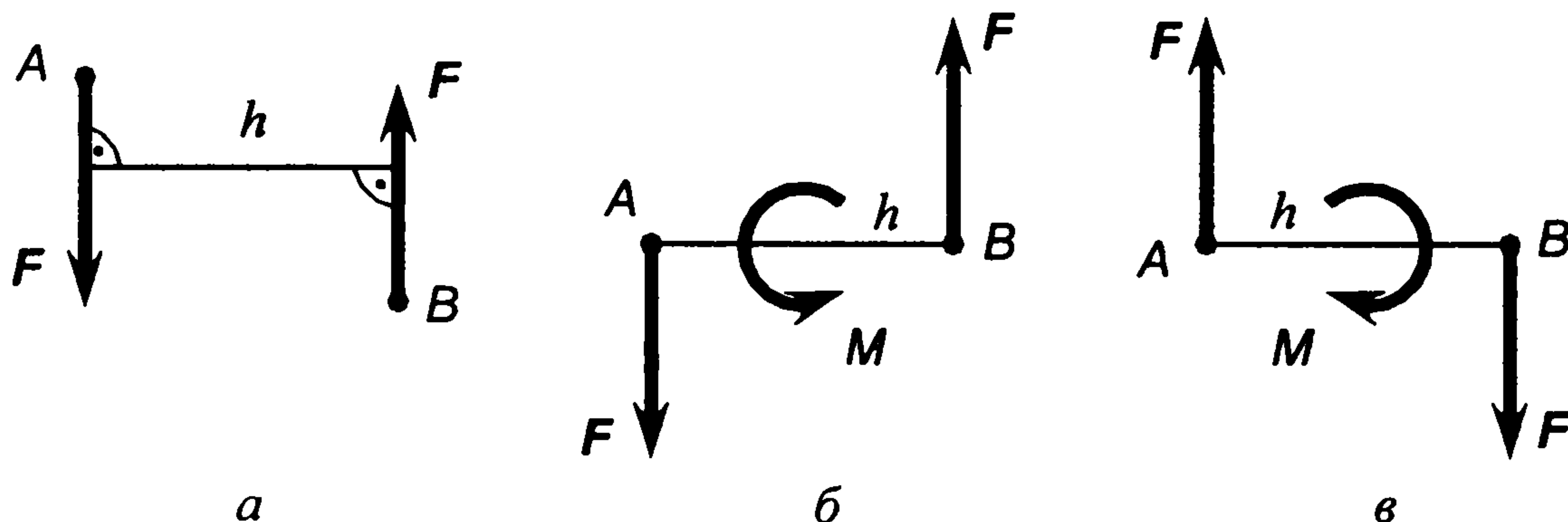


Рис. 1.13. До пояснення пари сил і алгебричного моменту пари

Отже, алгебричний момент пари сил числово дорівнює алгебричному моменту однієї з сил пари відносно точки прикладання іншої сили даної пари, тобто

$$M = M_A(F') = M_B(F). \quad (1.12)$$

Момент пари визначається у тих самих одиницях, що й момент сили, тобто у ньютонметрах (Н·м).

Дія пари сил на тіло характеризується модулем моменту пари, площиною дії і напрямом обертальної дії у цій площині. Під час розгляду системи пар, що не лежать у одній площині, виникає необхідність задавання усіх трьох згаданих елементів кожної пари. Це можна зробити, застосовуючи поняття векторного моменту пари. Момент пари сил зображають вектором \mathbf{M} (рис. 14, а), модуль якого дорівнює модулю алгебричного моменту пари, тобто добуткові модуля однієї з сил пари на плече пари, направленим перпендикулярно до площини пари у той бік, з якого обертальна дія пари спостерігається направленою проти руху стрілки годинника.

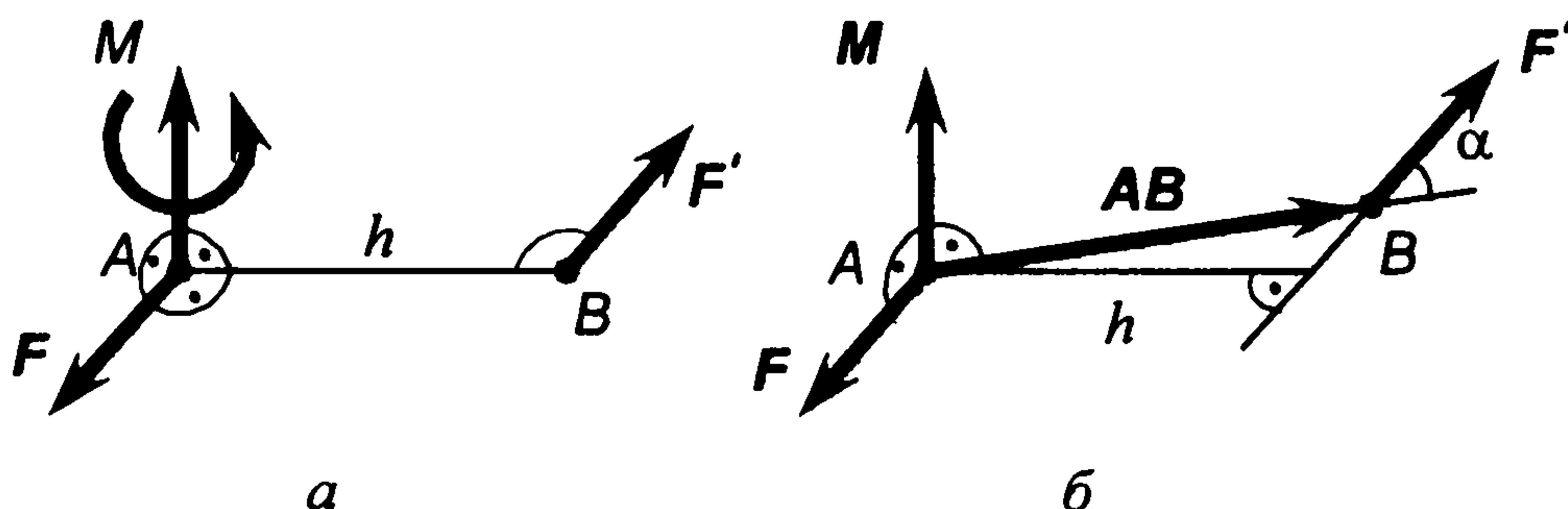


Рис. 1.14. До пояснення векторного моменту пари сил

Вектор моменту \mathbf{M} пари сил \mathbf{F} і \mathbf{F}' (рис. 14, б) можна визначити як векторний добуток вектора \mathbf{AB} , що з'єднує точки прикладання сил, і сили \mathbf{F}' , тобто

$$\mathbf{M} = \mathbf{AB} \times \mathbf{F}' .$$

Дійсно, знайдений вектор направлений перпендикулярно до площини дії пари. З його кінця оберտальна дія пари спостерігається направленою проти руху стрілки годинника, а модуль вектора

$$M = AB \cdot F \cdot \sin \alpha = Fh .$$

Таким чином, векторний момент пари сил можна визначити як вектор моменту однієї з сил пари відносно точки прикладання іншої сили цієї пари,

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_A(\mathbf{F}') = \mathbf{M}_B(\mathbf{F}) .$$

Важлива властивість пари сил визначається теоремою: *алгебрична сума моментів сил пари відносно будь-якого центра, що лежить у площині дії пари, не залежить від вибору цього центра і дорівнює моменту пари.*

Для доведення цієї теореми розглянемо пару сил \mathbf{F} та \mathbf{F}' (рис. 1.15), що має алгебричний момент $M = F \cdot h = F' \cdot h$. Суму моментів сил пари відносно довільно вибраної точки O запишемо як

$$- F \cdot a + F' \cdot (a + h) = F' \cdot h = M .$$

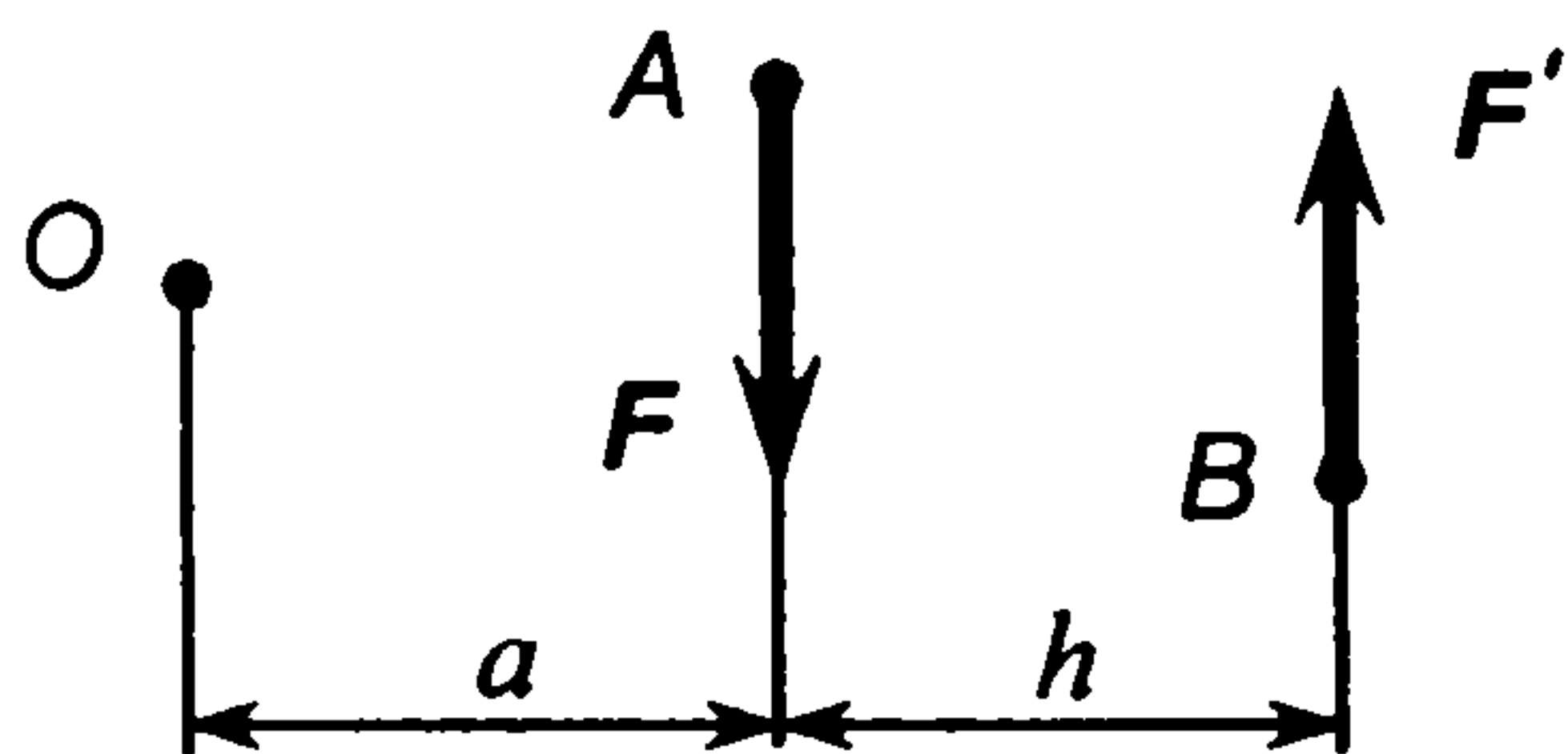


Рис. 1.15. До теореми про алгебричну суму моментів сил пари

Доведеною теоремою зручно користуватися для визначення суми моментів сил пари відносно будь-якого центра площини.

Еквівалентність пар. Для встановлення умов еквівалентності пар, розташованих в одній площині, доведено таку теорему: *механічна дія на абсолютно тверде тіло не зміниться, якщо прикладену до нього пару сил замінити іншою парою, що лежить у тій самій площині і має той самий момент.*

З цієї теореми випливають такі наслідки:

- 1) дія даної пари сил на абсолютно тверде тіло не зміниться, якщо пару перенести куди завгодно у площині її дії;
- 2) дія пари сил на абсолютно тверде тіло не зміниться, якщо довільно змінити модуль сил і плече, залишивши незмінним момент пари.

Отже, *дві пари, що розташовані в одній площині і мають однакові моменти, є еквівалентними*, оскільки одна з них еквівалентними перетвореннями може бути замінена іншою. Це свідчить про те, що дія пари сил на абсолютно тверде тіло повністю характеризується площиною дії пари та моментом пари. Щоб задати пару у деякій площині, достатньо задати її момент. Тому пару сил часто зображають круговою стрілкою, вказуючи на напрям оберտальної дії пари.

Розглянемо тепер другу теорему: *дія пари сил на абсолютно тверде тіло не зміниться, якщо цю пару перенести із заданої площини в будь-яку іншу площину, паралельну до даної.*

Отже, дві пари, що розташовані у паралельних площинах і мають однакові моменти, є еквівалентними.

Із наведених теорем випливає, що дія пари сил на тверде тіло не зміниться, якщо пару перенести у будь-яку іншу площину, паралельну до площини дії пари, а також якщо змінити сили і плече пари, залишивши незмінним модуль і напрям моменту.

Таким чином, вектор моменту пари можна переносити у будь-яку іншу точку, тобто момент пари є вільним вектором. Вектор моменту пари сил повністю враховує усі три елементи пари: положення площини дії пари, напрям обертальної дії у цій площині і числове значення моменту.

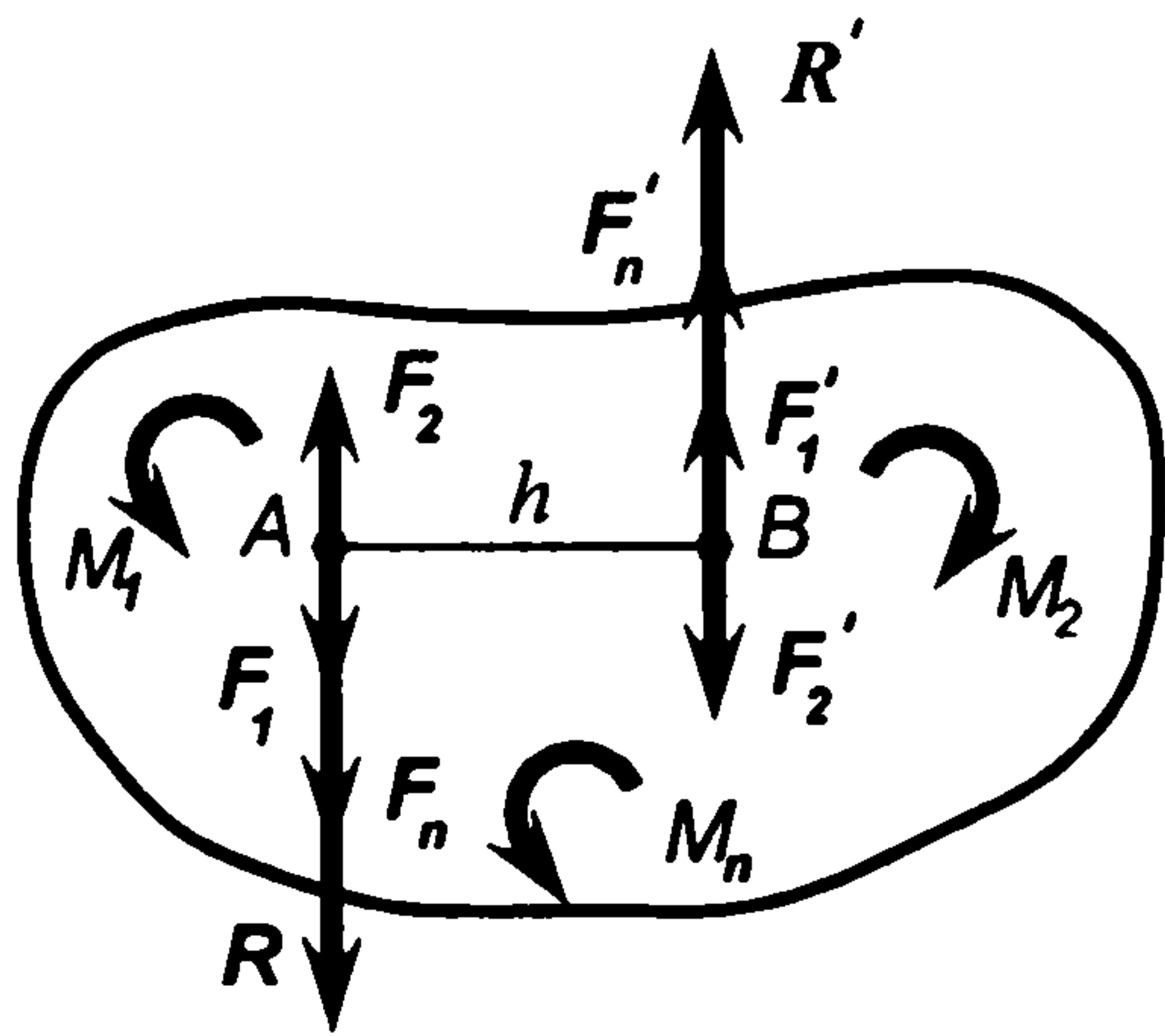


Рис. 1.16. Додавання пар, розташованих в одній площині

Додавання пар, розташованих у одній площині. Умова рівноваги плоскої системи пар.

Нехай на тверде тіло діє плоска система пар з моментами M_1, M_2, \dots, M_n (рис. 1.16). На основі теореми про еквівалентність пар, розташованих в одній площині, зводимо ці пари до спільного плеча h і подаємо як сукупності сил $F_1, F_2, \dots, F_n, F'_1, F'_2, \dots, F'_n$, прикладених відповідно у точках A і B. Сили F_1, F_2, \dots, F_n замінюємо рівнодійною R , а сили F'_1, F'_2, \dots, F'_n – рівнодійною R' . Рівнодійні R, R' утворюють пару, момент якої позначаємо M . Згідно з (1.12) алгебричні моменти сил F'_1, F'_2, \dots, F'_n і R' відносно точки A дорівнюють моментам

відповідних пар, тобто

$$M_A(F'_i) = M_i; \quad M_A(R') = M. \quad (1.13)$$

Згідно з теоремою Варіньйона про момент рівнодійної відносно точки записуємо

$$M_A(R') = \sum_{i=1}^n M_A(F'_i). \quad (1.14)$$

Підставляючи вирази (1.13) у рівність (1.14), одержуємо

$$M = \sum_{i=1}^n M_i. \quad (1.15)$$

Отже, система пар, розташованих в одній площині, еквівалентна одній парі, що лежить у тій самій площині і має момент, який дорівнює алгебричній сумі моментів усіх пар системи.

З доведеної теореми, яка виражається рівністю (1.15), випливає, що для рівноваги плоскої системи пар необхідно і достатньо, щоб алгебрична сума моментів усіх пар системи дорівнювала нулю:

$$\sum M_i = 0. \quad (1.16)$$

Таким чином, для плоскої системи пар можна скласти лише одне алгебричне рівняння рівноваги у формі (1.16).

1.5. Система сил, довільно розташованих в одній площині

Теорема про паралельний перенос сили. Нехай до твердого тіла у точці A прикладена сила \mathbf{F} (рис. 1.17, *a*). Дія цієї сили на тіло не зміниться, якщо у довільній точці O прикласти зрівноважену систему двох сил \mathbf{F}' , \mathbf{F}'' , яка задовольняє умови $\mathbf{F}' = \mathbf{F}$, $\mathbf{F}'' = -\mathbf{F}$. Одержана система трьох сил складається із сили \mathbf{F}' , що є результатом перенесення сили \mathbf{F} з точки A в точку O , і пари сил \mathbf{F}'' , \mathbf{F} . Обертальна дія пари \mathbf{F}'' , \mathbf{F} визначається моментом цієї пари M , який можна визначити як момент сили \mathbf{F} відносно точки O , тобто

$$M = M_O(\mathbf{F}).$$

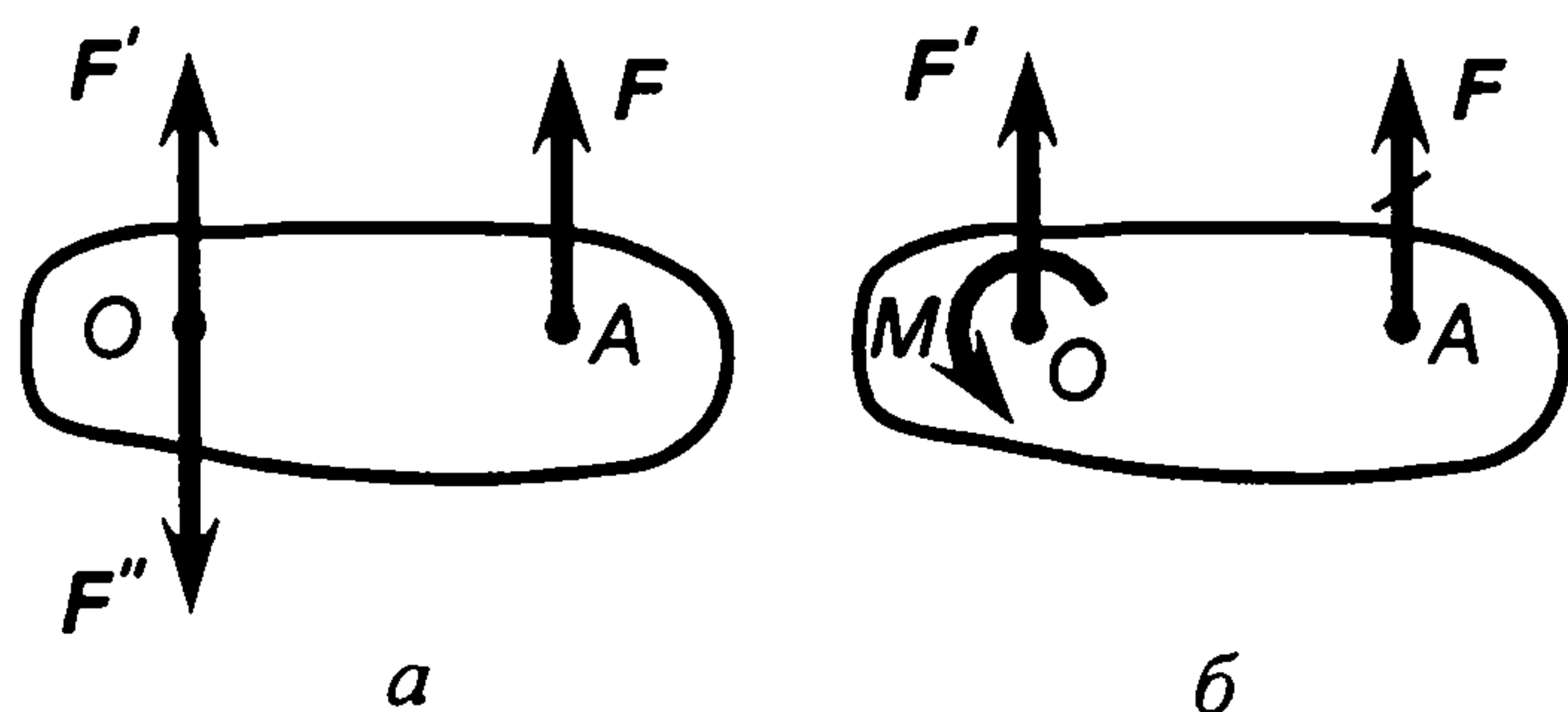


Рис. 1.17. До теореми про паралельний перенос сили

Отже, за допомогою еквівалентних перетворень сила \mathbf{F} замінена силою \mathbf{F}' і моментом M (рис. 1.17, *б*).

Таким чином, дія сили на абсолютно тверде тіло не зміниться, якщо цю силу паралельно перенести у будь-яку точку тіла, додаючи пару, момент якої дорівнює моментові даної сили відносно точки, в яку ця сила переноситься.

Зведення плоскої системи сил до даного центра. Розглянемо систему сил $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \dots, \mathbf{F}_n$, розташованих у одній площині (рис. 1.18, *a*) і прикладених до абсолютно твердого тіла у точках A_1, A_2, \dots, A_n відповідно. Виберемо довільно точку O , яку будемо називати центром зведення, і перенесемо з урахуванням теореми про паралельний перенос сили усі сили системи у цю точку.

В результаті на тіло будуть діяти прикладені в точці O сили

$$\mathbf{F}'_1 = \mathbf{F}_1; \quad \mathbf{F}'_2 = \mathbf{F}_2; \quad \dots; \quad \mathbf{F}'_n = \mathbf{F}_n \quad (1.17)$$

і пари сил, що мають алгебричні моменти

$$M_1 = M_O(\mathbf{F}_1); \quad M_2 = M_O(\mathbf{F}_2); \quad \dots; \quad M_n = M_O(\mathbf{F}_n). \quad (1.18)$$

Сили, прикладені в точці O , можна замінити їхньою рівнодієюною \mathbf{R} , прикладеною у тій самій точці (рис. 1.18, *б*). Згідно з (1.1)

$$\mathbf{R} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}'_i. \quad (1.19)$$

Користуючись правилом додавання пар, утворену систему пар також заміняємо однією парою (рис. 1.18, *б*), момент якої

$$M = \sum_{i=1}^n M_i. \quad (1.20)$$

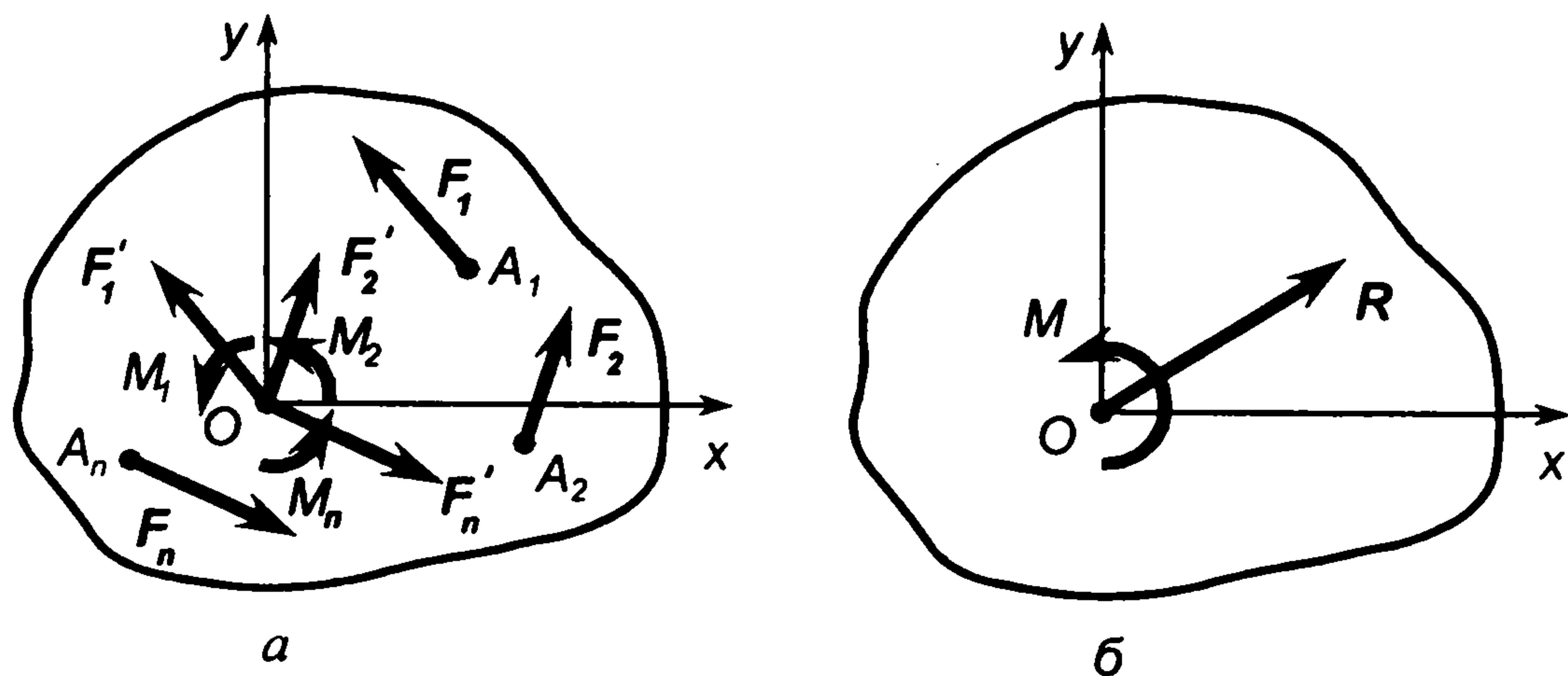


Рис. 1.18. Зведення плоскої системи сил до одного центра

Підставляючи (1.17) в (1.19), а (1.18) в (1.20), одержуємо

$$\mathbf{R} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i ; \quad (1.21)$$

$$M = \sum_{i=1}^n M_O(\mathbf{F}_i). \quad (1.22)$$

Вектор \mathbf{R} , що дорівнює геометричній сумі усіх сил системи, називається *головним вектором системи*; алгебрична величина M_0 , яка числово дорівнює сумі моментів усіх сил системи навколо центра O , називається *головним моментом системи навколо даного центра*.

Отже, будь-яка плоска система сил, прикладених до абсолютно твердого тіла, внаслідок зведення до довільно вибраного центра замінюється однією, прикладеною в центрі зведення силою, що дорівнює головному векторові системи, та однією парою, момент якої дорівнює головному моментові системи відносно центра зведення.

Зауважимо, що сила \mathbf{R} не є рівнодієюною даної системи $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \dots, \mathbf{F}_n$, оскільки вона замінює систему не одна, а разом з парою, що має момент M . Дія плоскої системи сил на абсолютно тверде тіло повністю визначається головним вектором \mathbf{R} і головним моментом M .

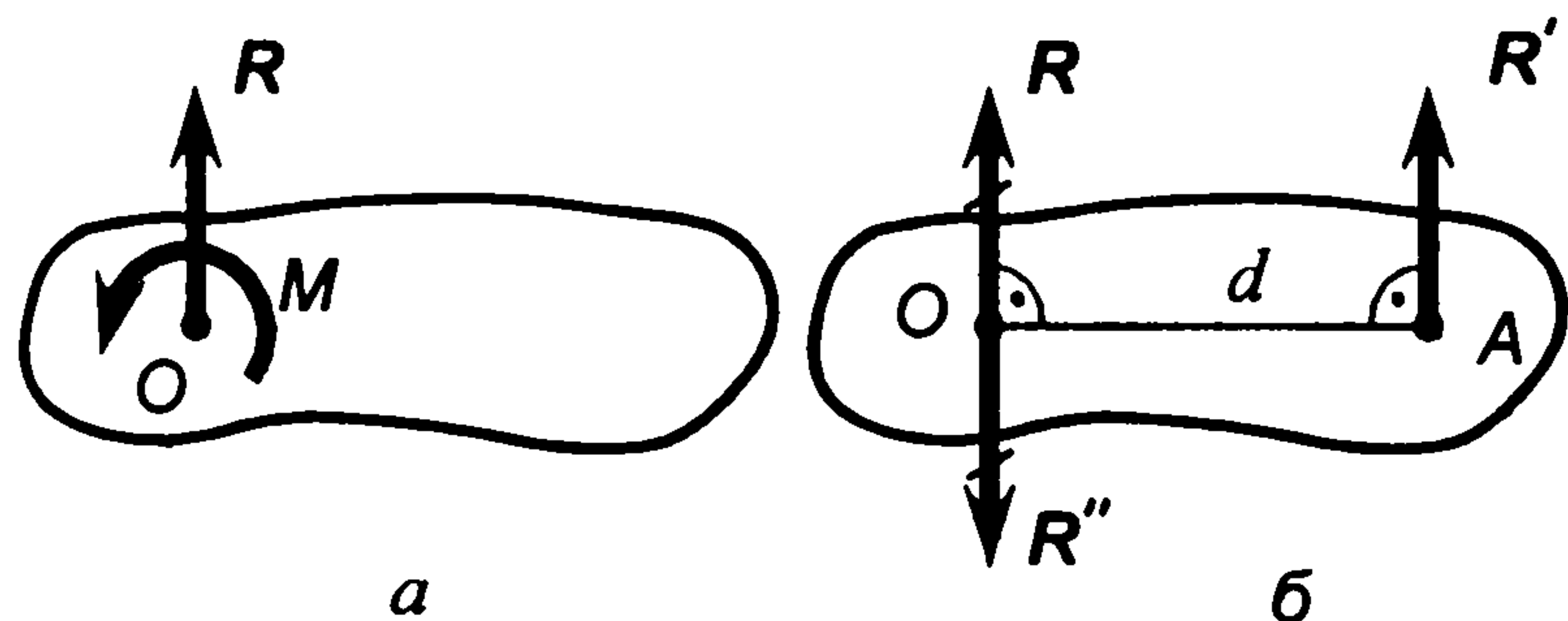
Випадки зведення плоскої системи сил до найпростішого вигляду. Залежно від того, чому дорівнює головний вектор \mathbf{R} і головний момент M , можливі такі випадки зведення плоскої системи сил до даного центра:

- 1) якщо $\mathbf{R}=0$ і $M=0$, то дана система є зрівноваженою;
- 2) якщо $\mathbf{R}=0$, $M \neq 0$, то система зводиться до однієї пари. У цьому випадку результат зведення не залежить від вибору центра зведення, оскільки інакше одна і та ж система сил зводилася б до пар з різними моментами, що є неможливим;

3) якщо $\mathbf{R} \neq 0$, а $M=0$, то система сил до вибраного центра зводиться до рівнодієюної;

4) якщо $\mathbf{R} \neq 0$ і $M \neq 0$ (рис. 1.19, а), то така система може бути зведена до рівнодієюної. Для того, щоб це показати, зобразимо пару моментом M у

вигляді двох сил \mathbf{R}' і \mathbf{R}'' (рис. 1.19, б), таких, що $\mathbf{R}' = \mathbf{R}$, а $\mathbf{R}'' = -\mathbf{R}$, причому лінії дії сил \mathbf{R} і \mathbf{R}' збігаються, а лінії дії сил \mathbf{R} і \mathbf{R}'' – паралельні між собою і віддалені одна від одної на відстань $d = M/R$. Сили \mathbf{R} і \mathbf{R}'' утворюють зрівноважену систему, тому їх можна відкинути. Залишається



прикладена в точці А сила \mathbf{R}' , якою ми замінили прикладену в точці О силу \mathbf{R} і пару моментом M .

Отже, незрівноважена плоска система сил зводиться до рівнодійної (якщо $\mathbf{R} \neq 0$) або до пари (якщо $\mathbf{R} = 0$).

Умови рівноваги довільної плоскої системи сил. У загальному випадку до довільно

Рис. 1.19. Зведення головного вектора і головного моменту до найпростішого вигляду

вибраного центра О плоска система сил зводиться до головного вектора і головного моменту, що визначаються за формулами (1.21), (1.22). Тому для рівноваги будь-якої плоскої системи сил необхідно і достатньо, щоб виконувалися умови:

$$\mathbf{R} = 0; \quad M = 0. \quad (1.23)$$

Аналітичні умови рівноваги, що відповідають співвідношенням (1.23), можна одержати у таких трьох формах.

Основна форма умов рівноваги. Модуль головного вектора \mathbf{R} і головний момент M з урахуванням (1.21), (1.22) подаємо як

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}; \quad M = \sum_{i=1}^n M_0(F_i), \quad (1.24)$$

причому проекції вектора \mathbf{R} на осі координат x і y відповідно дорівнюють:

$$R_x = \sum_{i=1}^n F_{xi}; \quad R_y = \sum_{i=1}^n F_{yi}. \quad (1.25)$$

Беручи до уваги залежності (1.23)–(1.25), записуємо умови рівноваги у вигляді

$$\sum_{i=1}^n F_{xi} = 0; \quad \sum_{i=1}^n F_{yi} = 0; \quad \sum_{i=1}^n M_0(F_i) = 0. \quad (1.26)$$

Аналітичні співвідношення (1.26) виражають такі умови: для рівноваги довільної плоскої системи сил необхідно і достатньо, щоб суми проекцій усіх сил на осі декартових координат x та y , розміщені в площині дії сил, дорівнювали нулю, а також, щоб сума моментів усіх сил відносно довільно вибраного центра, що лежить у площині дії сил, дорівнювала нулеві.

Друга форма умов рівноваги. Для рівноваги довільної плоскої системи сил необхідно і достатньо, щоб суми моментів усіх сил відносно будь-яких двох центрів А і В дорівнювали нулю і щоб сума

проекцій усіх сил на вісь x , не перпендикулярну до відрізка AB , дорівнювала нулеві:

$$\sum_{i=1}^n M_A(F_i) = 0; \quad \sum_{i=1}^n M_B(F_i) = 0; \quad \sum_{i=1}^n F_{xi} = 0. \quad (1.27)$$

Необхідність виконання умов (1.27) пояснюється тим, що невиконання хоча б однієї з них призводить до втрати рівноваги системи сил. Їх достатність випливає з того, що за виконання перших двох умов система може бути невірноваженою лише у тому випадку, коли вона має рівнодійну, лінія дії якої одночасно проходить через точки A і B (рис. 1.20). Оскільки вісь x розташована не перпендикулярно до відрізка AB , третя умова (1.27) заперечує існування рівнодійної, внаслідок чого забезпечується рівновага системи сил.

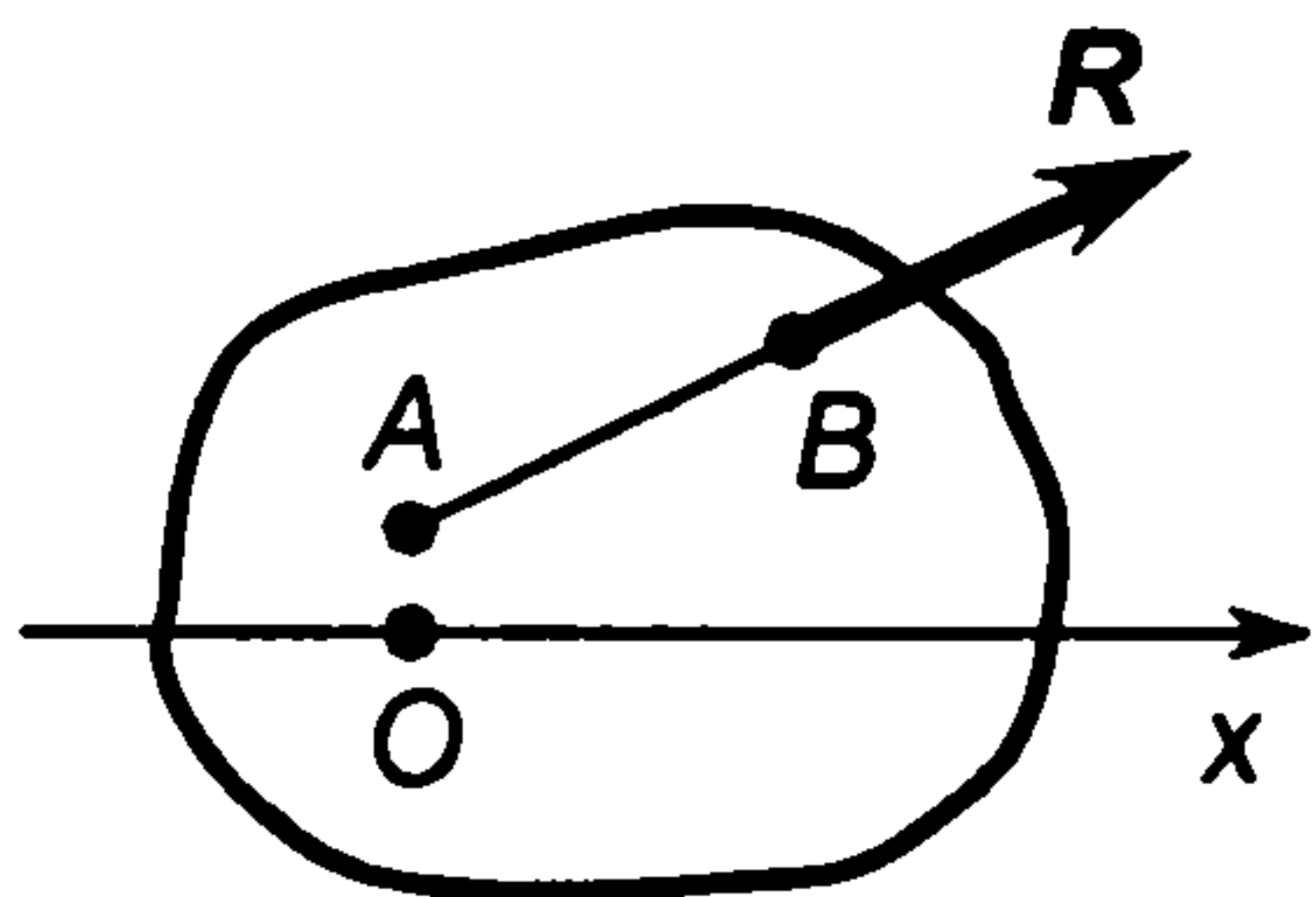


Рис. 1.20. До пояснення другої форми умов рівноваги довільної плоскої системи сил

Третя форма умов рівноваги. Для рівноваги довільної плоскої системи сил необхідно і достатньо, щоб суми моментів усіх сил відносно будь-яких трьох центрів A , B і C , що не лежать на одній прямій, дорівнювали нулю:

$$\sum_{i=1}^n M_A(F_i) = 0; \quad \sum_{i=1}^n M_B(F_i) = 0; \quad \sum_{i=1}^n M_C(F_i) = 0. \quad (1.28)$$

Необхідність виконання цих умов є очевидною. Їх достатність випливає з того, що коли б умови (1.28) виконувалися і система сил не перебувала у рівновазі, лінія дії рівнодійної даної системи повинна була б одночасно проходити через точки A , B і C . Але це неможливо, оскільки вказані точки, згідно з формулюванням умов рівноваги, не лежать на одній прямій. Отже, рівновага сил забезпечується.

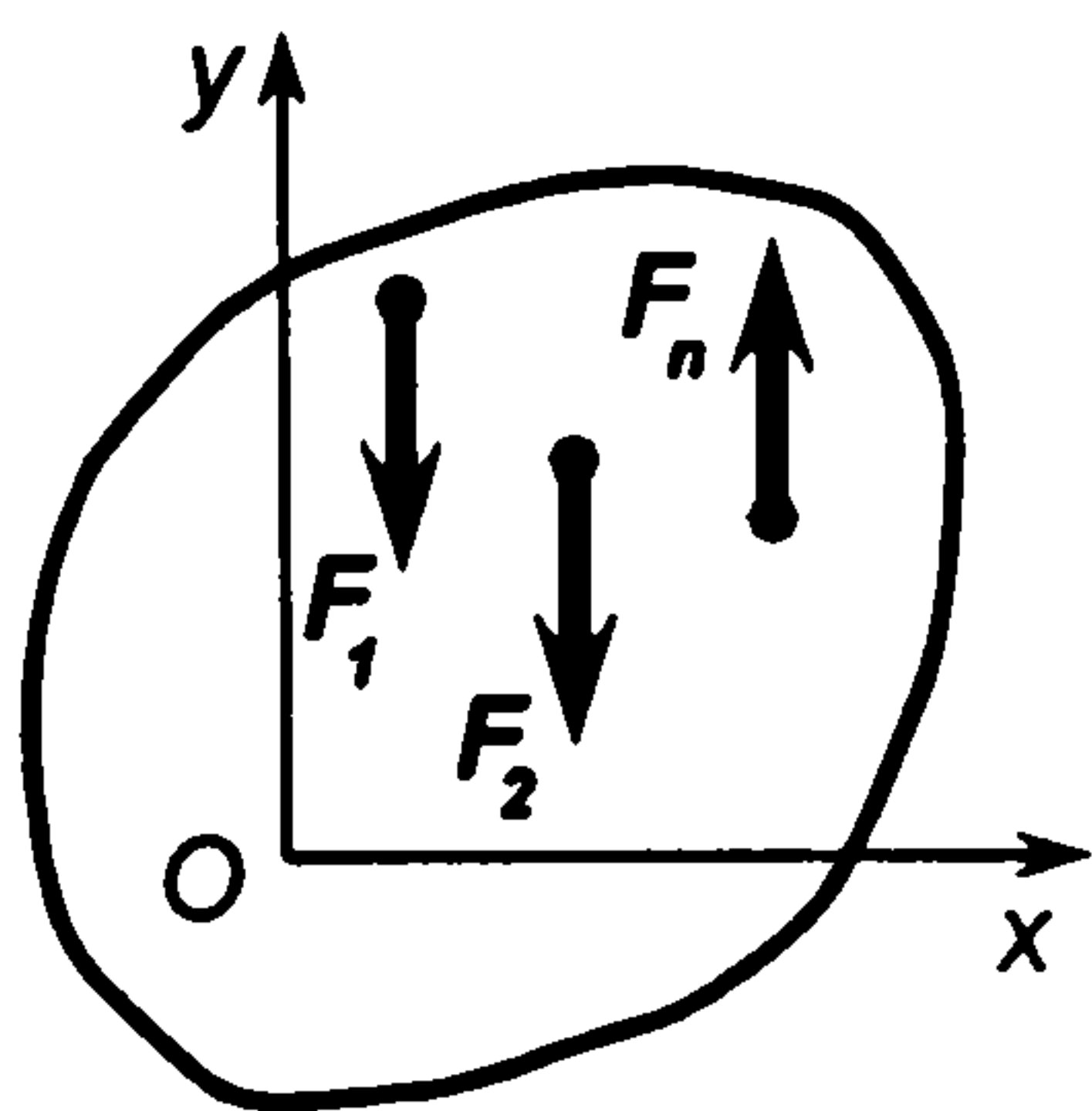


Рис. 1.21. До пояснення умов рівноваги системи паралельних сил

Рівновага плоскої системи паралельних сил. Розглянемо випадок, коли усі сили F_1, F_2, \dots, F_n , що діють на абсолютно тверде тіло, є паралельними між собою (рис. 1.21). Направимо вісь x декартової системи координат перпендикулярно до ліній дії сил, а вісь y – паралельно до цих ліній.

Тоді перше рівняння (1.26) задовольнятиметься тотожно. Залишиться дві умови рівноваги:

$$\sum_{i=1}^n F_{yi} = 0; \quad \sum_{i=1}^n M_O(F_i) = 0. \quad (1.29)$$

Другу форму умов рівноваги системи паралельних сил одержуємо на основі співвідношень (1.27), останнє з яких задовольняється тотожно,

$$\sum_{i=1}^n M_A(F_i) = 0; \quad \sum_{i=1}^n M_B(F_i) = 0. \quad (1.30)$$

причому точки A і B не повинні лежати на прямій, паралельній до ліній дії сили.

Співвідношення (1.29) або (1.30) становлять необхідні і достатні умови рівноваги плоскої системи паралельних сил.

1.6. Система сил, довільно розташованих у просторі

Зведення просторової системи сил до заданого центра. Розглянемо абсолютно тверде тіло, що перебуває під дією довільної просторової системи сил F_1, F_2, \dots, F_n (рис. 1.22, а). Візьмемо довільну точку O за центр зведення і перенесемо в цю точку усі сили, приєднуючи до системи, згідно з теоремою про паралельний перенос сили, відповідні пари сил.

Тоді на тіло діятимуть сили

$$F'_1 = F_1; \quad F'_2 = F_2; \quad \dots; \quad F'_n = F_n, \quad (1.31)$$

прикладені в точці O , а також сукупність пар моментами

$$M_1 = M_O(F_1); \quad M_2 = M_O(F_2); \quad \dots; \quad M_n = M_O(F_n). \quad (1.32)$$

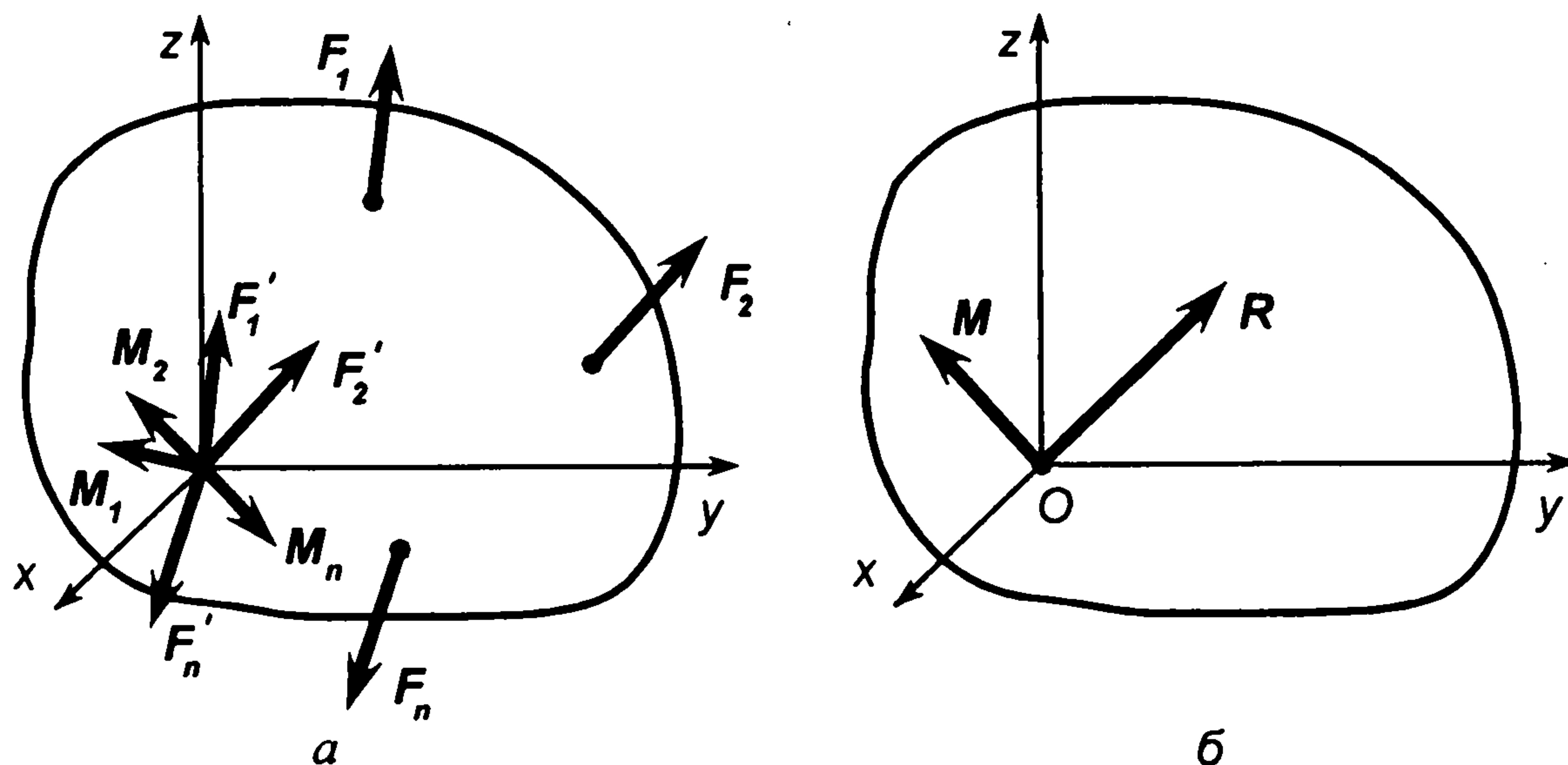


Рис. 1.22. Зведення просторової системи сил до заданого центра

Сили, прикладені в точці O , можна замінити (рис. 1.22, б) головним вектором системи

$$R = \sum_{i=1}^n F'_i, \quad (1.33)$$

а пари сил – однією парою, що має момент

$$M = \sum_{i=1}^n M_i. \quad (1.34)$$

Підставляючи (1.31) в (1.33), а також (1.32) в (1.34), одержуємо

$$\mathbf{R} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i; \quad \mathbf{M} = \sum_{i=1}^n \mathbf{M}_O(\mathbf{F}_i). \quad (1.35)$$

Вектор \mathbf{R} , що дорівнює геометричній сумі усіх сил, називається *головним вектором системи*, а вектор \mathbf{M} , що дорівнює геометричній сумі векторів моментів усіх сил відносно центра O , називається *головним моментом системи відносно даного центра*.

Таким чином, *будь-яка просторова система сил через зведення до довільно вибраного центра замінюється однією, прикладеною в центрі зведення, силою, що дорівнює головному векторові системи, і однією парою, момент якої дорівнює головному моментові системи відносно центра зведення*.

Знайдемо проєкції векторів \mathbf{R} і \mathbf{M} , що визначаються залежностями (1.35), на координатні осі x, y, z . Проєкції головного вектора \mathbf{R} позначаємо відповідно R_x, R_y, R_z і знаходимо, згідно з (1.7), у вигляді

$$R_x = \sum_{i=1}^n F_{xi}; \quad R_y = \sum_{i=1}^n F_{yi}; \quad R_z = \sum_{i=1}^n F_{zi}. \quad (1.36)$$

Проєкції головного моменту \mathbf{M} позначаємо як M_x, M_y, M_z . Застосовуючи правило знаходження проєкції геометричної суми на вісь, а також теорему про проєкцію вектора моменту відносно точки, одержуємо

$$M_x = \sum_{i=1}^n M_x(\mathbf{F}_i); \quad M_y = \sum_{i=1}^n M_y(\mathbf{F}_i); \quad M_z = \sum_{i=1}^n M_z(\mathbf{F}_i). \quad (1.37)$$

Як видно із залежностей (1.36), (1.37), для того, щоб задати головний вектор і головний момент, необхідно мати шість величин, котрими є проєкції векторів \mathbf{R} і \mathbf{M} на координатні осі.

Умови рівноваги довільної просторової системи сил. Оскільки будь-яку просторову систему сил у загальному випадку можна замінити головним вектором \mathbf{R} і головним моментом \mathbf{M} , для рівноваги системи необхідно і достатньо, щоб одночасно виконувались умови

$$\mathbf{R} = 0; \quad \mathbf{M} = 0.$$

Але вектори дорівнюють нулю лише в тому випадку, коли усі їхні проєкції дорівнюють нулеві, тобто

$$R_x = R_y = R_z = 0; \quad M_x = M_y = M_z = 0. \quad (1.38)$$

На основі залежностей (1.36)–(1.38) записуємо аналітичні умови рівноваги просторової системи сил

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n F_{xi} = 0; \quad \sum_{i=1}^n F_{yi} = 0; \quad \sum_{i=1}^n F_{zi} = 0; \\ \sum_{i=1}^n M_x(\mathbf{F}_i) = 0; \quad \sum_{i=1}^n M_y(\mathbf{F}_i) = 0; \quad \sum_{i=1}^n M_z(\mathbf{F}_i) = 0. \end{aligned} \quad (1.39)$$

Як впливає із залежностей (1.39), для рівноваги довільної просторової системи сил необхідно і достатньо, щоб суми проєкцій усіх сил на кожну з трьох координатних осей x , y , z дорівнювали нулеві, а також щоб суми моментів усіх сил відносно цих осей дорівнювали нулю.

1.7. Приклади розв'язування задач статички

Задача 1.1. Кронштейн складається із двох стержнів AC і BC , шарнірно зв'язаних між собою і з вертикальною стіною (рис. 1.23, *a*). До шарніра C підвішений вантаж вагою P . Вісь стержня AC є перпендикулярною до стіни, тобто $\angle BAC=90^\circ$, а вісь стержня BC нахилена до стіни під кутом α . Визначити сили, з якими розтягуються чи стискаються стержні кронштейна.

Розв'язання. Невідомі сили можна знайти, розкладаючи силу P на складові або застосовуючи аналітичні чи геометричні умови рівноваги. Розглянемо усі три способи розв'язування задачі.

Спосіб розкладання сили на складові. Перенесемо силу P уздовж її лінії дії з центра ваги вантажу до центра шарніра C і розкладемо на складові S_{AC} і S_{BC} (рис. 1.23, *b*), направлені уздовж осей стержнів AC і BC . Лінії дії одержаних складових збігаються з відповідними

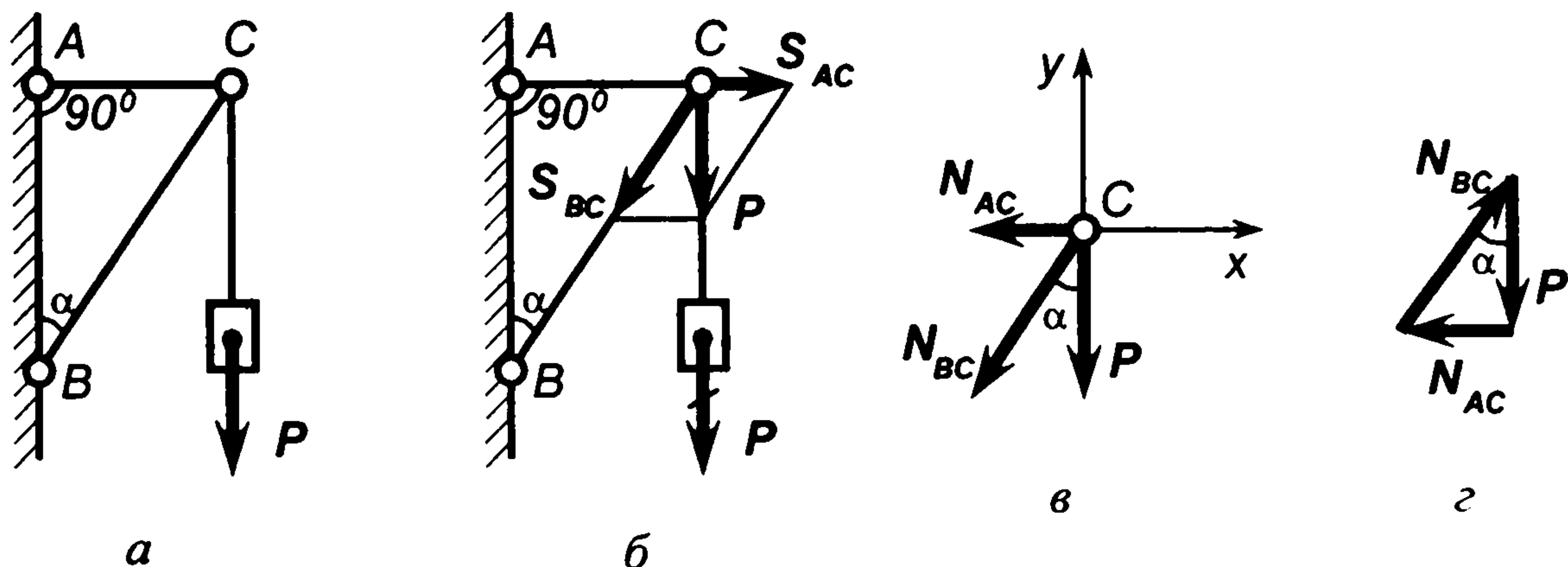


Рис. 1.23. До задачі 1.1

лініями дії реакцій стержнів, що утримують вузол C . Отже, стержень AC розтягується силою S_{AC} , а стержень BC стискається силою S_{BC} . Модулі цих сил

$$S_{AC} = P \operatorname{tg} \alpha; \quad S_{BC} = \frac{P}{\cos \alpha}.$$

Аналітичний спосіб. Розглянемо у рівновазі шарнір C , що перебуває під дією відомої сили P і реакцій N_{AC} та N_{BC} стержнів AC і BC (рис. 1.23, *v*). Скориставшись прямокутною системою координат x, y , запишемо аналітичні рівняння рівноваги у вигляді

$$\sum F_{xi} = 0: -N_{AC} - N_{BC} \sin \alpha = 0;$$

$$\sum F_{yi} = 0: -P - N_{BC} \cos \alpha = 0.$$

З рівнянь рівноваги одержуємо

$$N_{BC} = -\frac{P}{\cos \alpha}; \quad N_{AC} = P \operatorname{tg} \alpha.$$

Знак "мінус" у формулі для визначення реакції N_{BC} вказує на те, що ця реакція має протилежний напрям до передбачуваного. Отже, стержень AC є розтягнутим, а стержень BC – стиснутим.

Геометричний спосіб. Відповідно до схеми, зображеної на рис. 1.23, *v*, запишемо векторне рівняння рівноваги шарніра C у вигляді

$$\sum F_i = 0: P + N_{AC} + N_{BC} = 0.$$

Лінії дії усіх сил, що входять в одержане рівняння, а також модуль сили P – відомі. Невідомі є модулі і напрями реакцій N_{AC} і N_{BC} . Для їх знаходження будуємо замкнутий трикутник сил. Починаючи з довільно вибраної точки, викреслюємо вектор P , через його кінець проводимо лінію, паралельну до лінії дії сили N_{AC} , а через початок – лінію, паралельну до лінії дії сили N_{BC} . Знайшовши точку перетину проведених ліній, завершуємо побудову силового трикутника (рис. 1.23, з). Напрями шуканих сил позначаємо так, щоб початок вектора N_{AC} збігався з кінцем вектора P , а кінець вектора N_{BC} – з початком вектора P . Як видно з одержаного трикутника сил, стержень AC є розтягнутим, а стержень BC – стиснутим. Модулі сил N_{AC} і N_{BC} знаходимо у вигляді

$$N_{AC} = P \operatorname{tg} \alpha ; \quad N_{BC} = \frac{P}{\cos \alpha} .$$

Отже, усі три способи розв'язування задачі приводять до одного й того ж результату.

Задача 1.2. Вантаж вагою P підвішаний на двох тросах AC і BC (рис. 1.24, а), що утворюють однакові кути α з горизонталлю. Визначити, з якими силами натягнуті троси.

Розв'язання. Розв'яжемо задачу трьома способами.

Спосіб розкладання сили на складові. Перенесемо силу P з центра ваги вантажу у точку C і розкладемо на складові T_{AC} і T_{BC} , направлені вздовж осей тросів AC і BC (рис. 1.24, б). Ці складові мають спільні лінії дії з відповідними реакціями тросів, а тому збігаються з цими реакціями й за модулями. Трос AC розтягується силою T_{AC} , а трос BC – силою T_{BC} . Модулі шуканих сил, згідно з рис. 1.24, б, такі:

$$T_{AC} = T_{BC} = \frac{P}{2 \sin \alpha} .$$

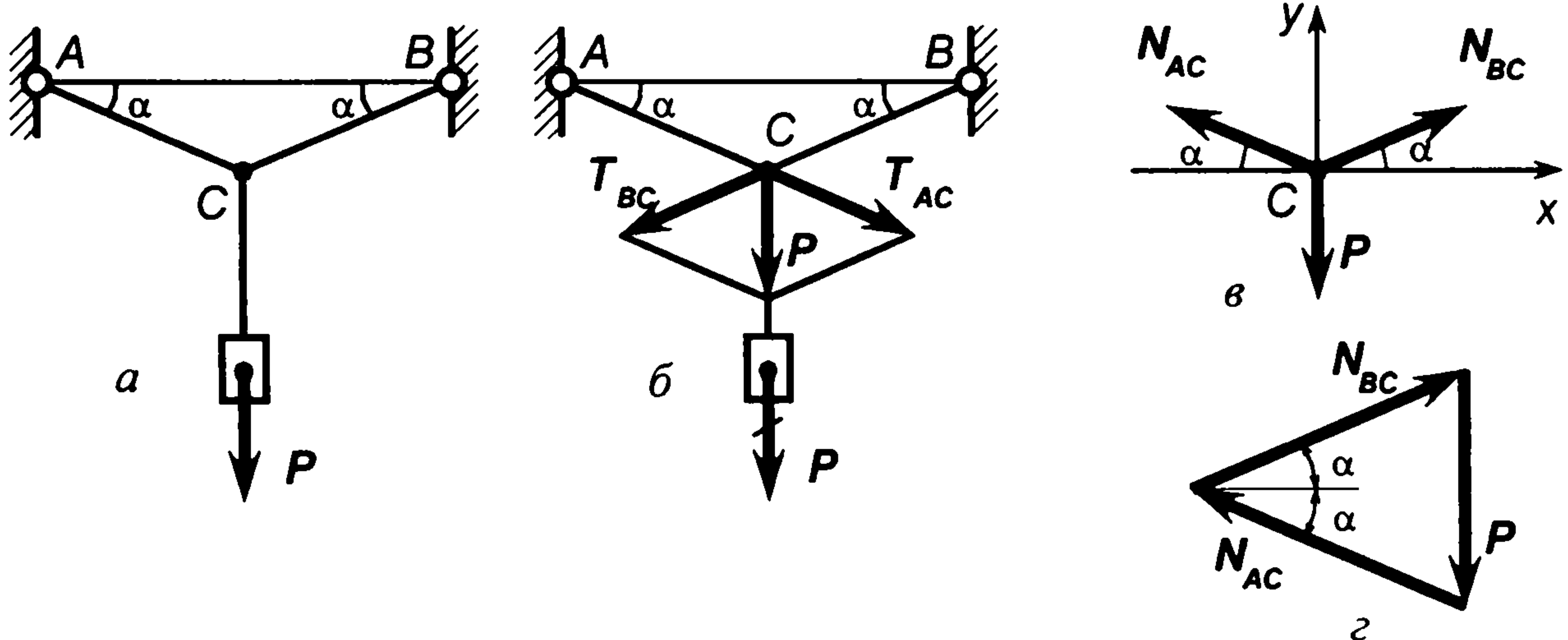


Рис. 1.24. До задачі 1.2

Аналітичний спосіб. Розглянемо у рівновазі вузол C , до якого прикладена перенесена сила P і реакції тросів N_{AC} та N_{BC} (рис. 1.24, в). Скориставшись прямокутною системою координат x, y , запишемо аналітичні умови рівноваги вузла у вигляді

$$\sum F_{xi} = 0 : -N_{AC} \cos \alpha + N_{BC} \cos \alpha = 0 ;$$

$$\sum F_{yi} = 0 : N_{AC} \sin \alpha + N_{BC} \sin \alpha - P = 0 .$$

З рівнянь рівноваги одержуємо

$$N_{AC} = N_{BC} = \frac{P}{2 \sin \alpha} .$$

Додатні знаки сил свідчать про те, що обидва троси розтягнуті.

Геометричний спосіб. Запишемо векторне рівняння рівноваги системи сил, що діють на вузол C , у вигляді

$$\sum F_i = 0 : P + N_{AC} + N_{BC} = 0 .$$

Розв'язуючи одержане рівняння графічно (рис. 1.24, з), бачимо, що троси AC і BC розтягнуті, а модулі їх реакцій

$$N_{AC} = N_{BC} = \frac{P}{2 \sin \alpha}.$$

Результати розв'язування задачі трьома різними способами збігаються.

Задача 1.3. Вантаж вагою P лежить на абсолютно гладкій площині, нахиленій до горизонту під кутом α (рис. 1.25, а). Знайти значення сили F , напрямленої паралельно до похилої площини (рис. 1.25), яку необхідно прикласти до вантажу, щоб утримати його в рівновазі. Визначити силу, з якою діє вантаж на площину.

Розв'язання. Для знаходження шуканих сил можна скористатися аналітичними або геометричною умовами рівноваги.

Аналітичний спосіб. Звільнимо вантаж від в'язі, якою є гладка площина, і замінимо дію в'язі реакцією N . Вантаж перебуває в рівновазі під дією системи збіжних сил P , F і N (рис. 1.25, б). Вибравши декартову систему координат x , y , запишемо аналітичні умови рівноваги вантажу у вигляді

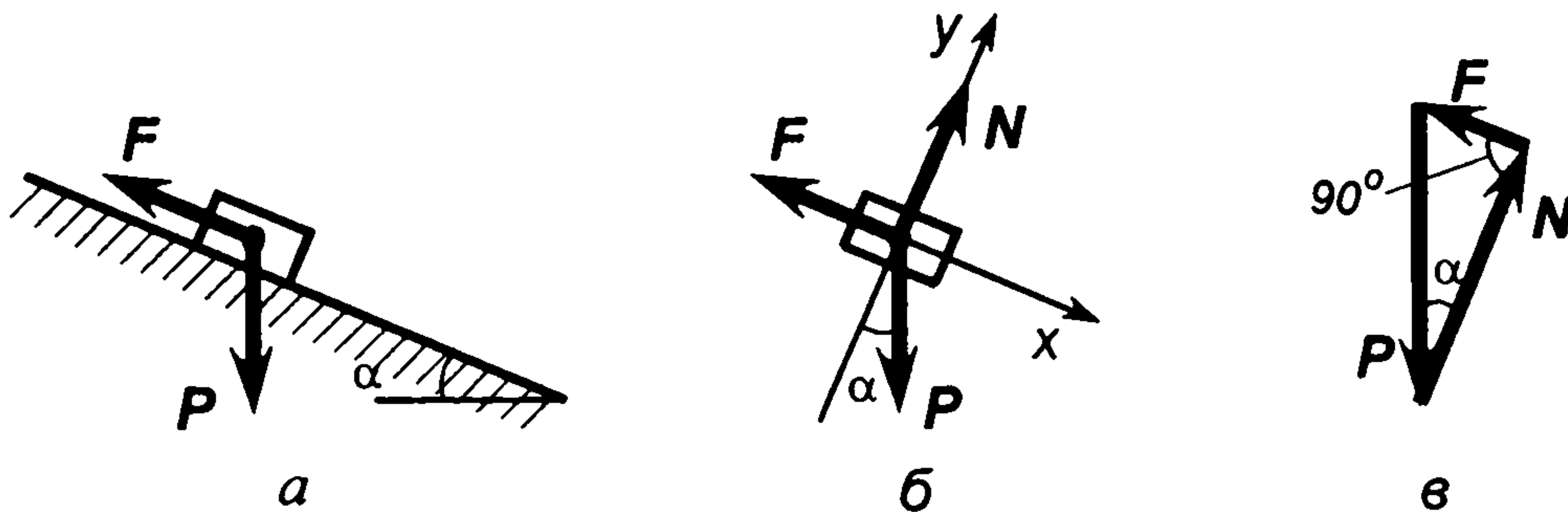


Рис. 1.25. До задачі 1.3

$$\sum F_{xi} = 0: P \sin \alpha - F = 0;$$

$$\sum F_{yi} = 0: -P \cos \alpha + N = 0,$$

звідки одержуємо

$$F = P \sin \alpha; \quad N = P \cos \alpha.$$

Додатні знаки одержаних виразів вказують на те, що дійсні напрями сил F і N збігаються з прийнятими.

Згідно з аксіомою про рівність дії і протидії сила Q , з якою діє вантаж на площину, є рівною за модулем і протилежно направленою щодо сили N , тобто

$$Q = -N, \quad Q = N = P \cos \alpha.$$

Геометричний спосіб. Запишемо векторне рівняння рівноваги вантажу відповідно до схеми, поданої на рис. 1.25, б:

$$P + F + N = 0.$$

Розв'яжемо це рівняння геометричним способом, побудувавши трикутник сил (рис. 1.25, в). З одержаного трикутника знаходимо

$$F = P \sin \alpha; \quad N = P \cos \alpha.$$

Сила Q , з якою вантаж діє на площину, легко визначається, як і під час розв'язування задачі аналітичним способом.

Задача 1.4. Підймальний кран, закріплений за допомогою підшипника A і підп'ятника B , утримує вантаж вагою P (рис. 1.26, а). Нехтуючи вагою конструкції, визначити реакції опор A і B , якщо виліт крана дорівнює l , а відстань між опорами h .

Розв'язання. Позначимо на рисунку реакції опор крана. Реакцію R_A опори A направляємо у площині конструкції перпендикулярно до осі її можливого обертання. Лінію дії реакції R_B підп'ятника B знаходимо, скориставшись теоремою про три сили. Оскільки

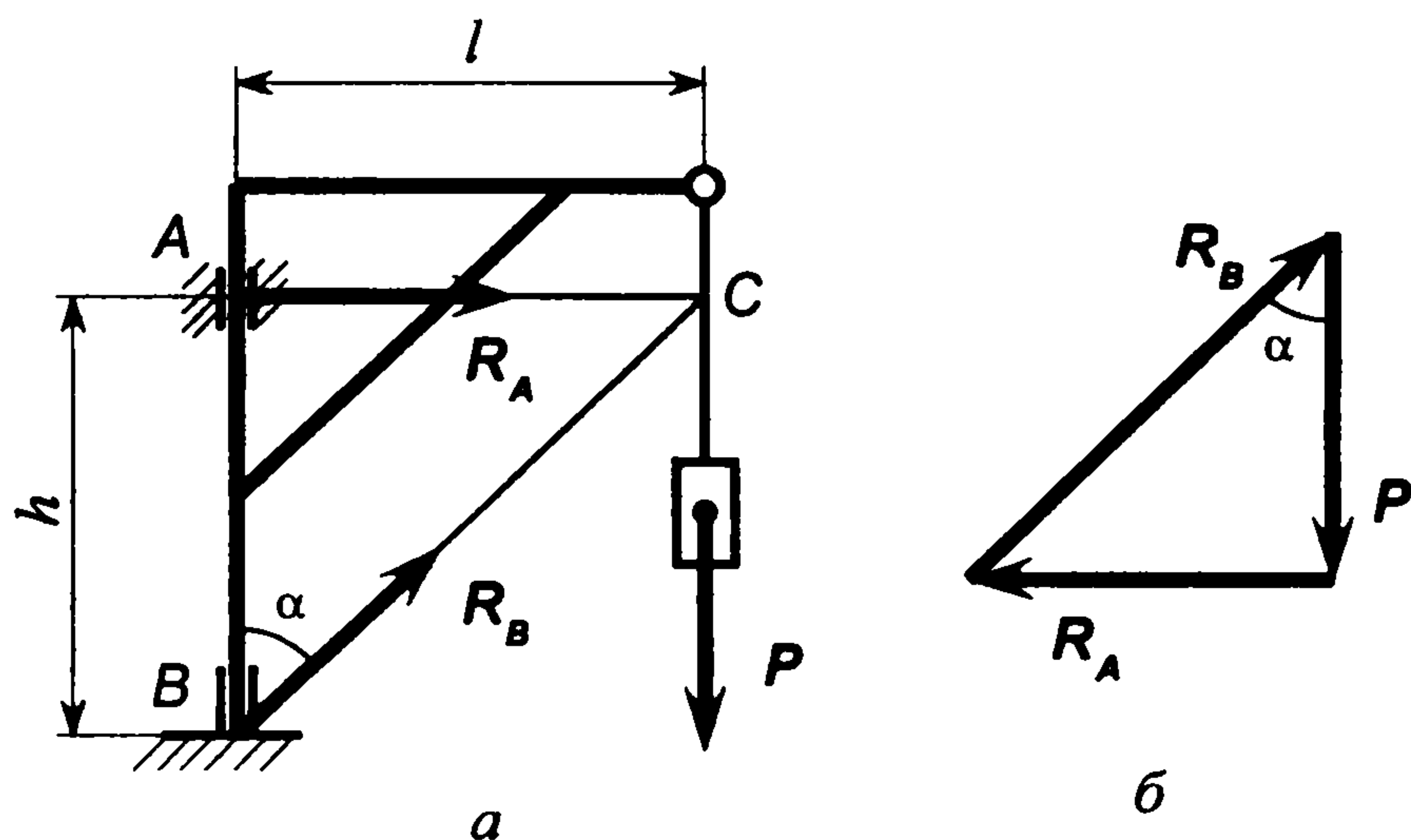


Рис. 1.26. До задачі 1.4

лінії дії сил P і R_A перетинаються в точці C , лінія дії реакції R_B також проходить через цю точку. Далі записуємо векторне рівняння рівноваги крана

$$P + R_A + R_B = 0.$$

Розв'язуючи це рівняння за допомогою побудови трикутника сил (рис. 1.26, б), одержуємо

$$R_A = P \operatorname{tg} \alpha = P \frac{l}{h}; \quad R_B = \frac{P}{\cos \alpha} = P \sqrt{1 + \frac{l^2}{h^2}}.$$

Порівнюючи позначення реакцій на рис. 1.26, а з векторами цих реакцій, зображеними на рис. 1.26, б, бачимо, що дійсний напрям реакції R_A є протилежним щодо напрямку, прийнятого на розрахунковій схемі, а дійсний напрям реакції R_B збігається з тим, що передбачався.

Задача 1.5. Балка, обперта в точці A на нерухому шарнірну опору і в точці B на рухому шарнірну опору, навантажена силою F (рис. 1.27, а). Відстані від осей шарнірів до точки прикладання навантаження становлять a і b відповідно. Площина, по якій може переміщуватися рухома шарнірна опора, нахилена до горизонталі під кутом α . Визначити реакції опор балки.

Розв'язання. Позначимо реакції опор балки. Реакцію R_B , що виникає в рухомій шарнірній опорі, направляємо перпендикулярно до площини можливого переміщення опори. Знаходимо точку C перетину ліній дії сил F і R_B . Скориставшись теоремою про три сили, визначаємо положення лінії дії реакції R_A нерухомої опори, позначаємо цю реакцію.

Записуємо векторне рівняння рівноваги балки:

$$F + R_A + R_B = 0,$$

для розв'язання якого будемо силі трикутник (рис. 1.27, б).

Для одержаного трикутника записуємо співвідношення

$$R_A \operatorname{tg} \beta - R_B \operatorname{tg} \alpha = 0;$$

$$R_A \cos \beta + R_B \cos \alpha = F,$$

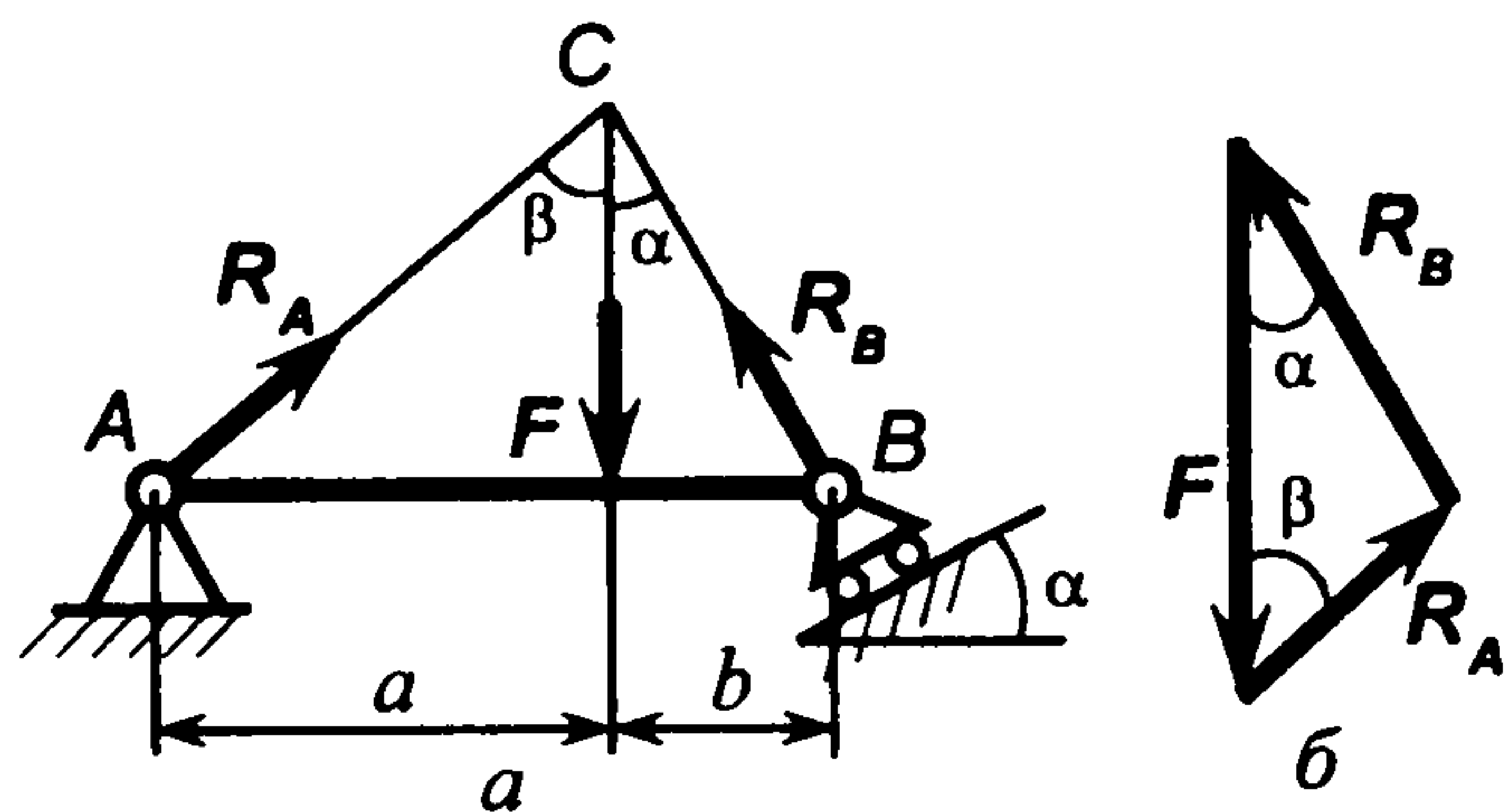


Рис. 1.27. До задачі 1.5

з яких визначаємо шукані реакції опор

$$R_A = F \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha \cos \beta + \operatorname{tg} \beta \cos \alpha};$$

$$R_B = F \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha \cos \beta + \operatorname{tg} \beta \cos \alpha}.$$

Невідомий кут β , що входить до формул для обчислення реакцій, знаходимо із рис. 1.27, a у вигляді

$$\beta = \arctg\left(\frac{a}{b} \operatorname{tg}\alpha\right).$$

Задача 1.6. Визначити реакції опор стержневої конструкції, зображеної на рис. 1.28, a , якщо $P=4$ кН; $G=5$ кН; $M=8$ кН·м; $q=2,5$ кН/м; $a=2$ м; $\alpha=45^\circ$.

Розв'язання. Відкинемо в'язі стержневої конструкції, до яких належать нерухома та рухома шарнірні опори, замінивши їхню дію реакціями в'язей (рис. 1.28, b). Реакція R_B рухомої шарнірної опори направлена вертикально, а положення лінії дії реакції R_A , що виникає в нерухомій шарнірній опорі, невідоме. Тому цю реакцію подаємо у вигляді двох складових X_A і Y_A . Дію нитки на стержневу конструкцію замінюємо силою натягу нитки, що дорівнює вазі вантажу G .

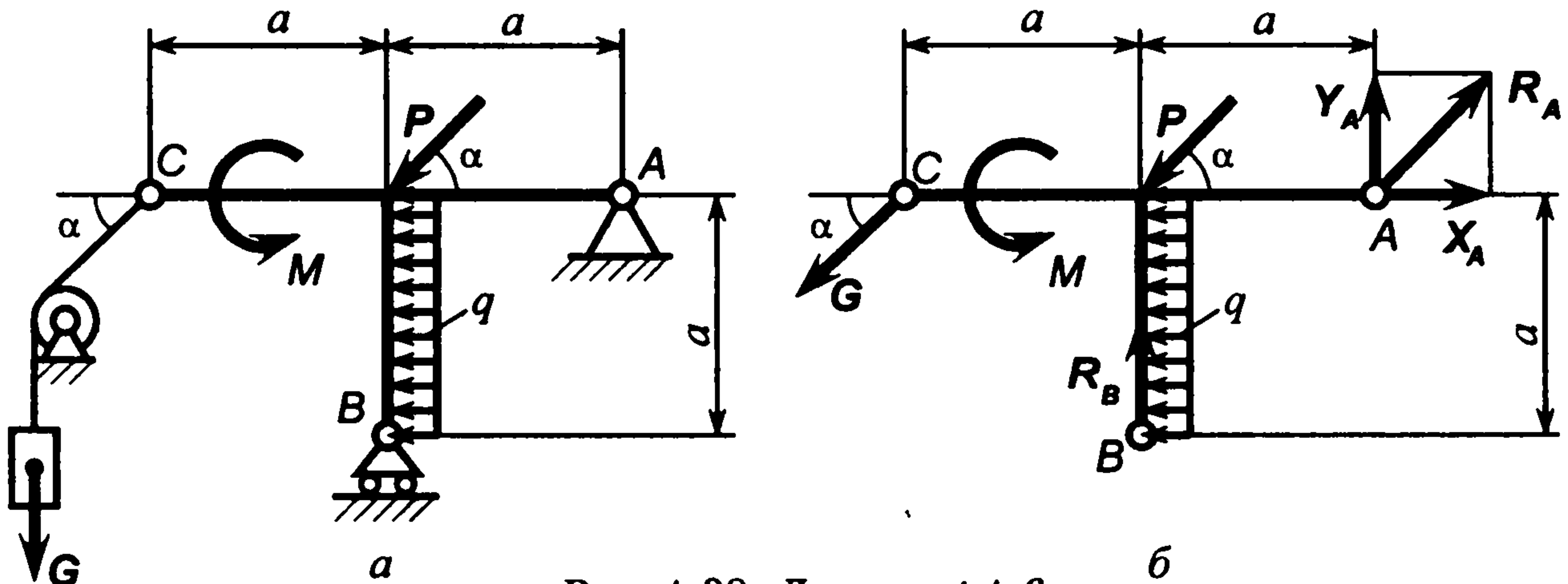


Рис. 1.28. До задачі 1.6

Для плоскої системи сил, що діє на стержневу конструкцію, складаємо три рівняння рівноваги у вибраній системі координат x і y

$$\sum F_{xi} = 0: X_A - P \cos \alpha - G \cos \alpha - qa = 0;$$

$$\sum F_{yi} = 0: Y_A + R_B - P \sin \alpha - G \sin \alpha = 0;$$

$$\sum M_{Ai} = 0: M + Pa \sin \alpha + G2a \sin \alpha - R_B a - \frac{qa^2}{2} = 0.$$

Із першого рівняння рівноваги визначаємо X_A :

$$X_A = P \cos \alpha + G \cos \alpha + qa = 4 \cos 45^\circ + 5 \cos 45^\circ + 2,5 \cdot 2 = 11,36 \text{ кН.}$$

З третього рівняння рівноваги одержуємо

$$R_B = \frac{M}{a} + P \sin \alpha + 2G \sin \alpha - \frac{qa}{2} = \frac{8}{2} + 4 \sin 45^\circ - 2 \cdot 5 \sin 45^\circ - \frac{2,5 \cdot 2}{2} = -2,74 \text{ кН.}$$

З другого рівняння рівноваги знаходимо

$$Y_A = P \sin \alpha + G \sin \alpha - R_B = 4 \sin 45^\circ + 5 \sin 45^\circ + 2,74 = 9,11 \text{ кН.}$$

Одержані значення X_A і Y_A додатні, отже дійсні напрями реакцій X_A і Y_A відповідають позначенням на рис. 1.28, b . Обчислене значення R_B від'ємне, дійсний напрям реакції R_B є протилежним щодо позначеного на згаданому рисунку. За складовими X_A і Y_A знаходимо реакцію опори A :

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{11,36^2 + 9,11^2} = 14,56 \text{ кН.}$$

Задача 1.7. Три невагомні стержні AD , BD і CD шарнірно з'єднані у точці D (рис. 1.29). Їхні інші кінці шарнірно прикріплені до вертикальної стіни таким чином, що кути α , β і γ становлять $\alpha=45^\circ$, $\beta=45^\circ$, $\gamma=60^\circ$. Визначити, з якими силами розтягуються чи стискаються стержні, якщо в точці D підвішено вантаж вагою Q .

Розв'язання. Вузол D перебуває у рівновазі під дією сили ваги вантажу Q і реакцій стержнів N_{AD} , N_{BD} , N_{CD} (рис. 1.29). Скориставшись системою декартових координат x , y , z ,

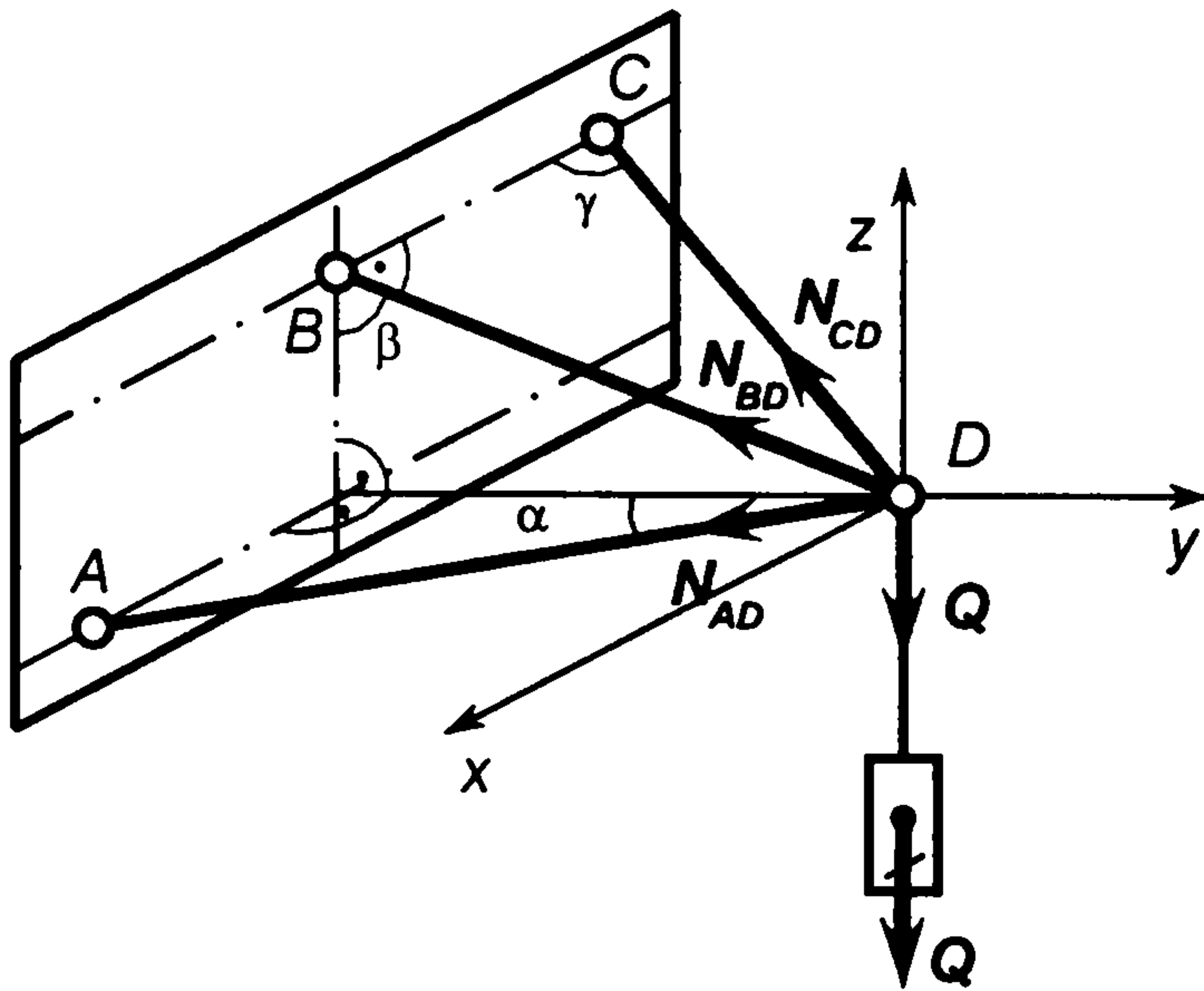


Рис. 1.29. До задачі 1.7

складемо три рівняння рівноваги просторової системи збіжних сил

$$\sum F_{xi} = 0 : N_{AD} \sin \alpha - N_{CD} \cos \gamma = 0 ;$$

$$\sum F_{yi} = 0 :$$

$$-N_{AD} \cos \alpha - N_{BD} \sin \beta - N_{CD} \sin \gamma \sin \beta = 0 ;$$

$$\sum F_{zi} = 0 : N_{BD} \cos \beta + N_{CD} \sin \gamma \cos \beta - Q = 0 .$$

Розв'язуючи одержану систему рівнянь, знаходимо

$$N_{AD} = -\frac{\operatorname{tg} \gamma}{\cos \alpha} Q = -\frac{\operatorname{tg} 45^\circ}{\cos 45^\circ} Q = -\sqrt{2} Q ;$$

$$N_{BD} = \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha \sin \beta \operatorname{tg} \gamma}{\cos \beta} Q =$$

$$\frac{1 + \operatorname{tg} 45^\circ \sin 45^\circ \operatorname{tg} 60^\circ}{\cos 45^\circ} Q = (\sqrt{2} + \sqrt{3}) Q ;$$

$$N_{CD} = -\frac{\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}{\cos \gamma} Q = -\frac{\operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg} 45^\circ}{\cos 60^\circ} Q = -2Q .$$

Як видно з одержаних результатів, стержень BD розтягнутий, а стержні AD і CD стиснуті.

ГЛАВА 2. ГЕОМЕТРИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ ПЕРЕРІЗІВ

2.1. Статичні моменти і центр ваги перерізів

Функціональна здатність окремих елементів машин та споруд залежить не тільки від навантаження і матеріалу цих елементів, але й від форми та розмірів їхніх поперечних перерізів. Основними геометричними характеристиками плоских перерізів є площа, центр ваги перерізу, статичні моменти і моменти інерції плоских перерізів. Тут розглянемо означення та методи визначення основних геометричних характеристик плоских перерізів.

Нехай поперечний переріз деякого елемента в системі координат xOy має форму, зображену на рис. 2.1. Виділимо із всієї площі A перерізу деяку елементарну площинку dA , яка має координати x і y .

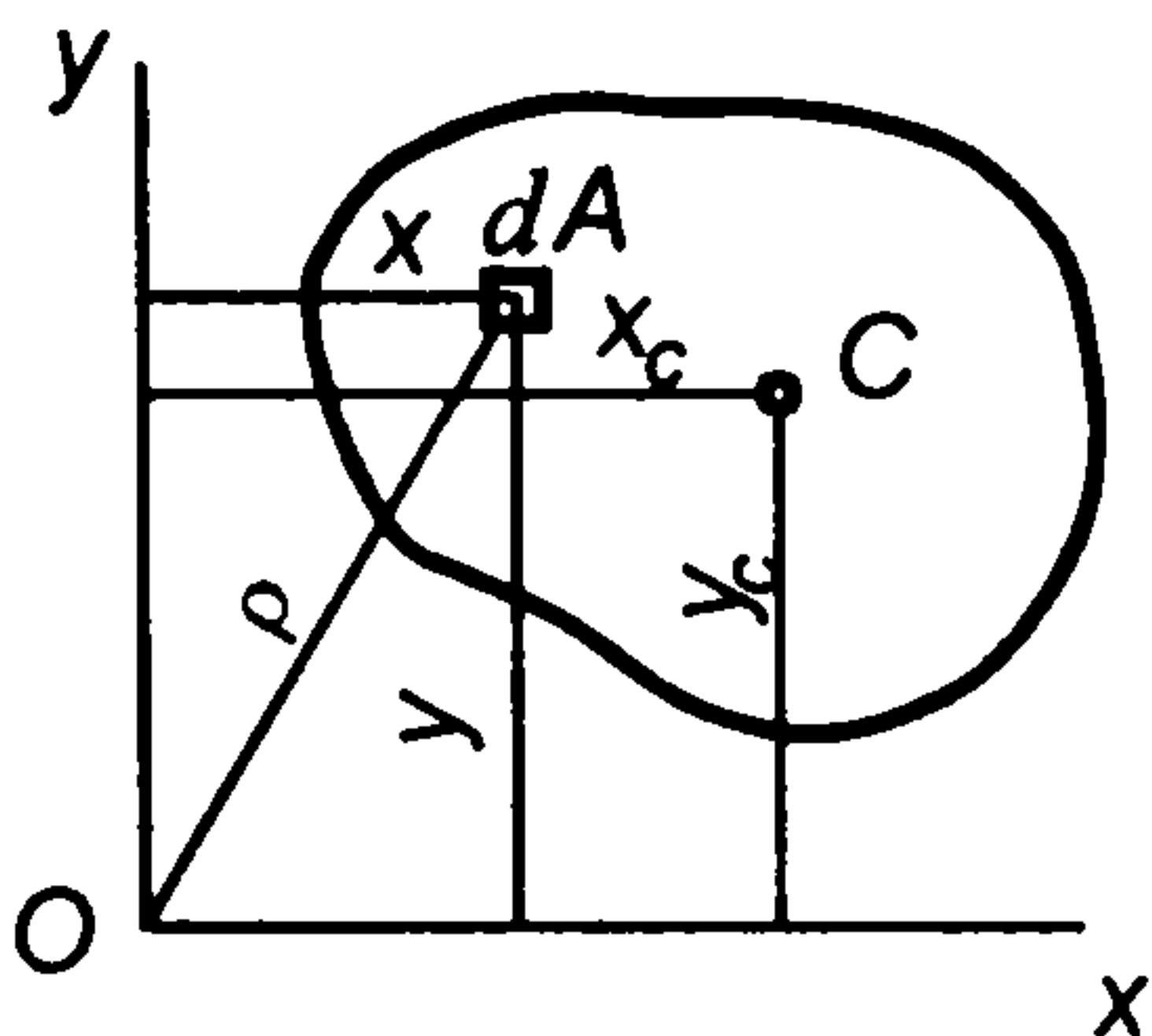


Рис. 2.1. До визначення геометричних характеристик перерізу

Статичним моментом перерізу відносно даної осі називають взяті по всій площі перерізу суму добутків площінок dA на їхні відстані до даної осі:

$$S_x = \int_A y dA ; \quad S_y = \int_A x dA . \quad (2.1)$$

Статичний момент перерізу може бути додатним, від'ємним або дорівнювати нулю. Розмірність статичного моменту – мм^3 або м^3 .

Якщо центр ваги перерізу C має координати x_c і y_c (див. рис. 2.1), то статичні моменти можна визначати за формулами:

$$S_x = Ay_c; \quad S_y = Ax_c. \quad (2.2)$$

Формули (2.2) дозволяють визначити координати центра ваги перерізу за умови, коли відомі статичні моменти S_x , S_y і площа A

$$x_c = \frac{S_y}{A}; \quad y_c = \frac{S_x}{A}. \quad (2.3)$$

Осі, що проходять через центр ваги перерізу, прийнято називати *центральною*. З виразів (2.3) випливає, що *статичний момент перерізу відносно центральної осі дорівнює нулеві*.

У багатьох випадках положення центра ваги перерізу можна визначити безпосередньо. Наприклад, якщо переріз має дві осі симетрії (рис. 2.2, а), то центр ваги лежить в точці їхнього перетину. У випадку, коли переріз має одну вісь симетрії (рис. 2.2, б), центр ваги розташований на цій осі, але для

встановлення його конкретного положення потрібно знайти ще одну координату.

Якщо переріз можна розділити на скінченне число n окремих фігур, площі яких A_i і координати центрів ваги x_{ci} та y_{ci} відомі, то застосовують формули:

$$A = \sum A_i; \quad S_x = \sum A_i y_{ci}; \\ S_y = \sum A_i x_{ci}. \quad (2.4)$$

Отримані таким чином значення A , S_x і S_y можна підставити у вирази (2.3) і визначити координати центра ваги перерізу.

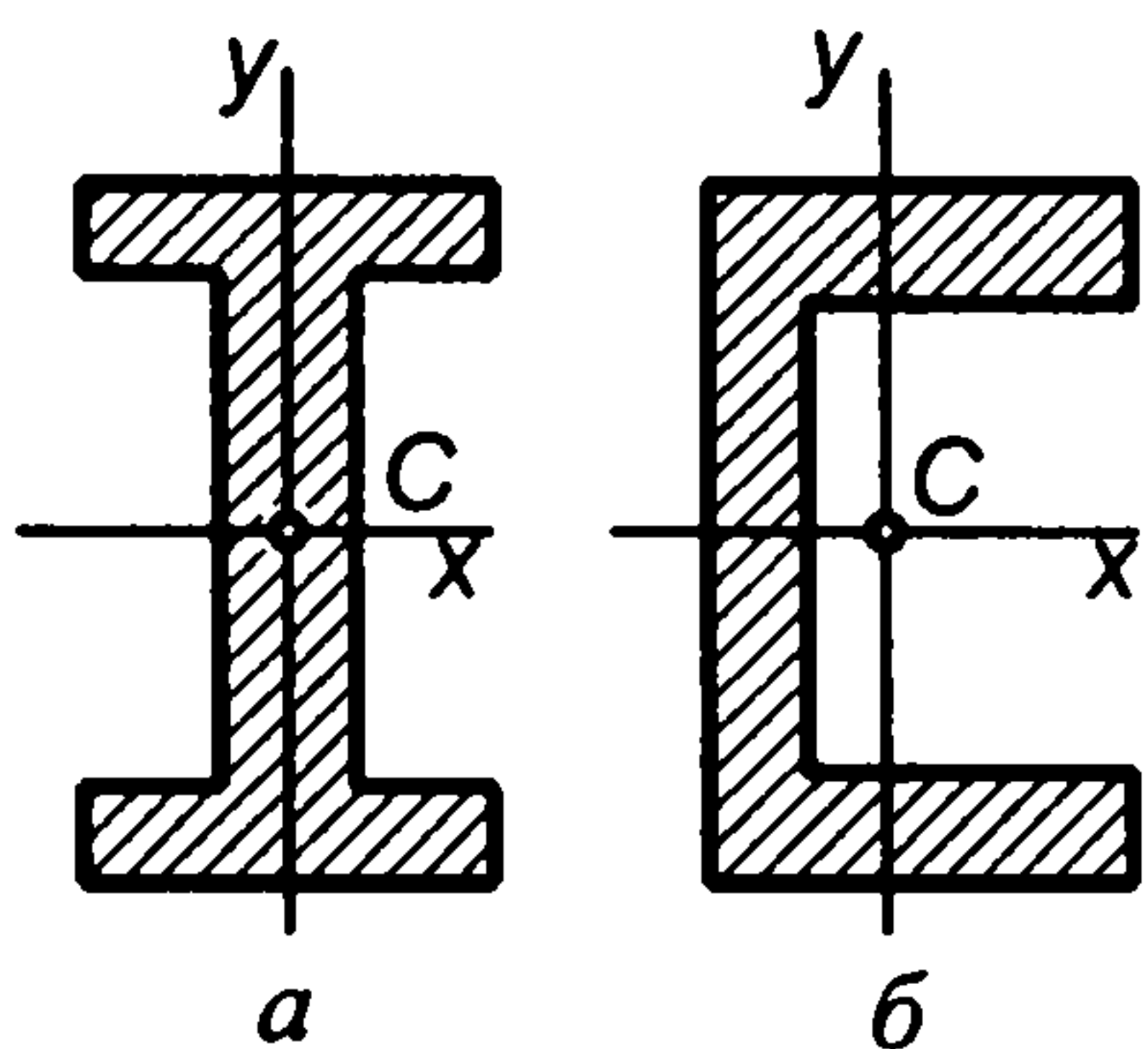


Рис. 2.2. Форми геометричних перерізів

2.2. Моменти інерції плоских перерізів і радіус інерції

Осьовим моментом інерції перерізу відносно даної осі називають взятую по всій площі перерізу суму добутків площінок dA на квадрати їх відстаней до цієї осі (див. рис. 2.1):

$$I_x = \int_A y^2 dA; \quad I_y = \int_A x^2 dA. \quad (2.5)$$

Полярним моментом інерції перерізу називають взятую по всій площі перерізу суму добутків площінок dA на квадрати їхніх відстаней до деякої точки O , яку прийнято називати полюсом (див. рис. 2.1):

$$I_p = \int_A \rho^2 dA. \quad (2.6)$$

Осьові і полярні моменти інерції перерізів завжди додатні. Розмірність осьових і полярного моментів інерції – мм^4 або м^4 .

За рис. 2.1 легко встановити зв'язок між полярним і осьовими моментами інерції перерізу. Оскільки $\rho^2 = x^2 + y^2$, то

$$I_p = \int_A (x^2 + y^2) dA = \int_A x^2 dA + \int_A y^2 dA = I_y + I_x. \quad (2.7)$$

Отже, сума осьових моментів інерції відносно двох взаємно перпендикулярних осей дорівнює полярному моменту інерції відносно точки перетину цих осей, тобто початку координат.

Відцентровим моментом інерції перерізу відносно осей координат називають взятую по всій площі перерізу суму добутків площинок dA на добуток їх відстаней до осей координат (див. рис. 2.1):

$$I_{xy} = \int_A xy dA. \quad (2.8)$$

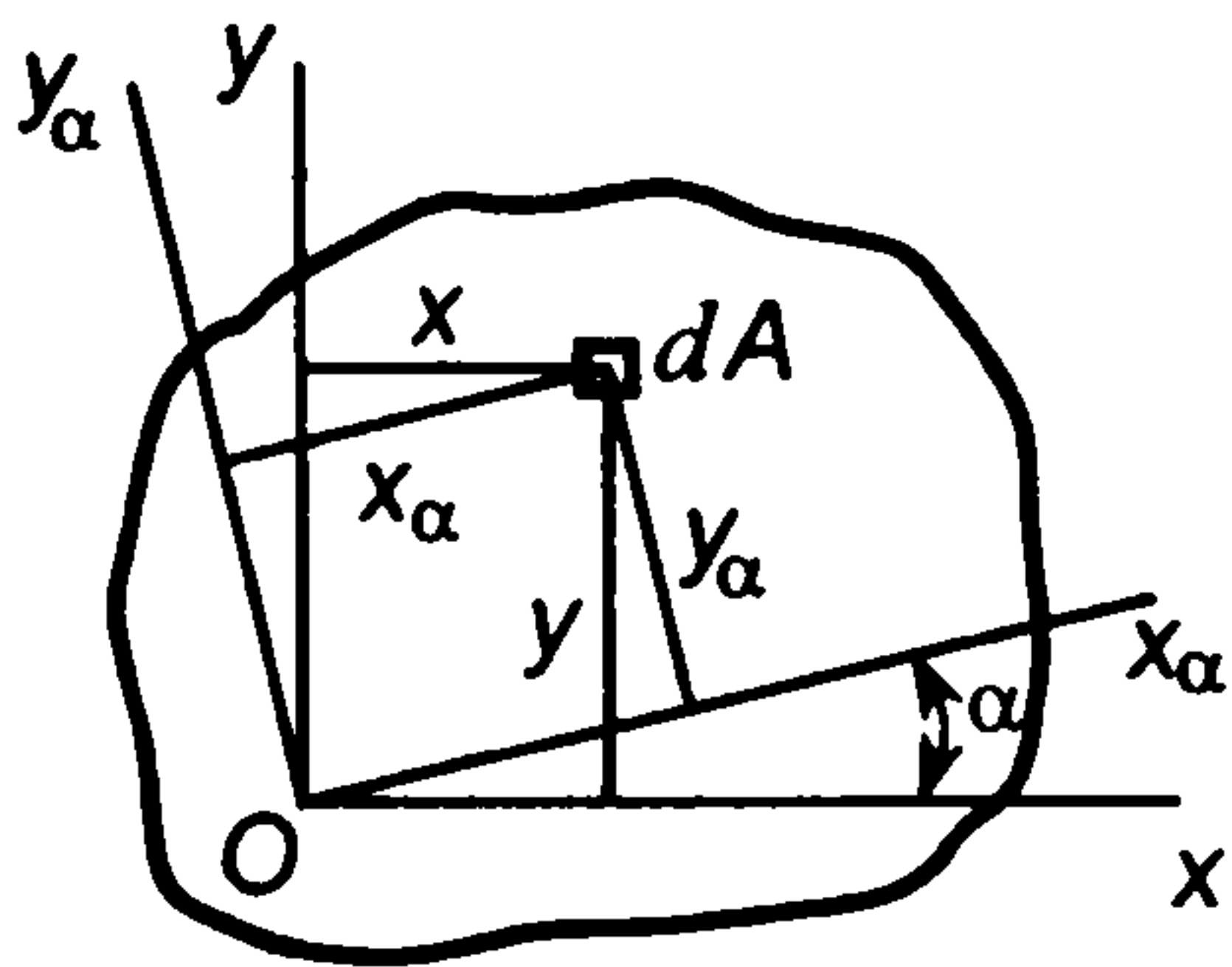
Відцентровий момент інерції може бути додатним, від'ємним або дорівнювати нулю. Якщо одна із осей є віссю симетрії перерізу, то відцентровий момент інерції завжди дорівнює нулеві.

Радіусом інерції перерізу відносно даної осі називають величину, яка дорівнює кореню квадратному із відношення осьового моменту інерції відносно цієї осі до площі перерізу:

$$i_x = \sqrt{I_x / A}; \quad i_y = \sqrt{I_y / A}. \quad (2.9)$$

Радіус інерції перерізу має розмірність мм або м.

2.3. Головні осі і головні моменти інерції



Допустимо, що відомі моменти інерції перерізу відносно деяких осей x і y (рис. 2.3). Треба визначити моменти інерції цього перерізу відносно осей x_α і y_α , повернутих до осей x і y на кут α .

Після повороту осей координати довільної елементарної площинки dA в нових осях можна виразити через координати попередньої системи осей так:

$$x_\alpha = x \cos \alpha + y \sin \alpha; \quad y_\alpha = y \cos \alpha - x \sin \alpha.$$

Застосувавши формули (2.5) і (2.8), запишемо:

$$\begin{aligned} I_{x\alpha} &= \int_A (y \cos \alpha - x \sin \alpha)^2 dA = \\ &= \cos^2 \alpha \int_A y^2 dA - 2 \sin \alpha \cos \alpha \int_A xy dA + \sin^2 \alpha \int_A x^2 dA = \\ &= I_x \cos^2 \alpha - 2I_{xy} \sin \alpha \cos \alpha + I_y \sin^2 \alpha; \end{aligned} \quad (a)$$

$$I_{y\alpha} = \int_A (x \cos \alpha + y \sin \alpha)^2 dA =$$

$$\begin{aligned}
 &= \cos^2 \alpha \int_A x^2 dA + 2 \sin \alpha \cos \alpha \int_A xy dA + \sin^2 \alpha \int_A y^2 dA = \\
 &= I_y \cos^2 \alpha + 2I_{xy} \sin \alpha \cos \alpha + I_x \sin^2 \alpha.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Склавши почленно вирази (а) і (б), отримаємо:

$$I_{x\alpha} + I_{y\alpha} = I_x + I_y. \tag{2.10}$$

Таким чином, зі зміною кута повороту α осей кожна із величин $I_{x\alpha}$ і $I_{y\alpha}$ змінюється, а їхня сума залишається незмінною. Отже, існує такий кут α , при якому один із моментів інерції досягає максимального значення, в той час як інший момент інерції набуває мінімальне значення.

Осі, відносно яких осьові моменти інерції досягають екстремальних значень, називають *головними осями*.

Моменти інерції відносно головних осей називають *головними моментами інерції*.

Очевидно, що через будь-яку точку в перерізі можна провести пару головних осей. Однак практичний інтерес становлять лише ті з них, які проходять через центр ваги перерізу. Ці осі прийнято називати *головними центральними осями*, а моменти інерції відносно таких осей – *головними центральними моментами інерції*.

Можна довести, що *відносно головних осей відцентровий момент інерції завжди дорівнює нулю*. Оскільки, як зауважено вище, відцентровий момент інерції перерізу відносно осей, одна з яких або обидві збігаються з осями симетрії, дорівнює нулю, то можна стверджувати, що *взаємно перпендикулярні осі, з яких одна або обидві збігаються з осями симетрії перерізу, завжди є головними центральними осями*.

На рис. 2.4 показані форми перерізів у вигляді круга, кругового кільця, квадрата, правильного шестикутника, які мають безмежну кількість головних центральних осей. Будь-які осі x_α і y_α є головними центральними осями інерції зображених перерізів.

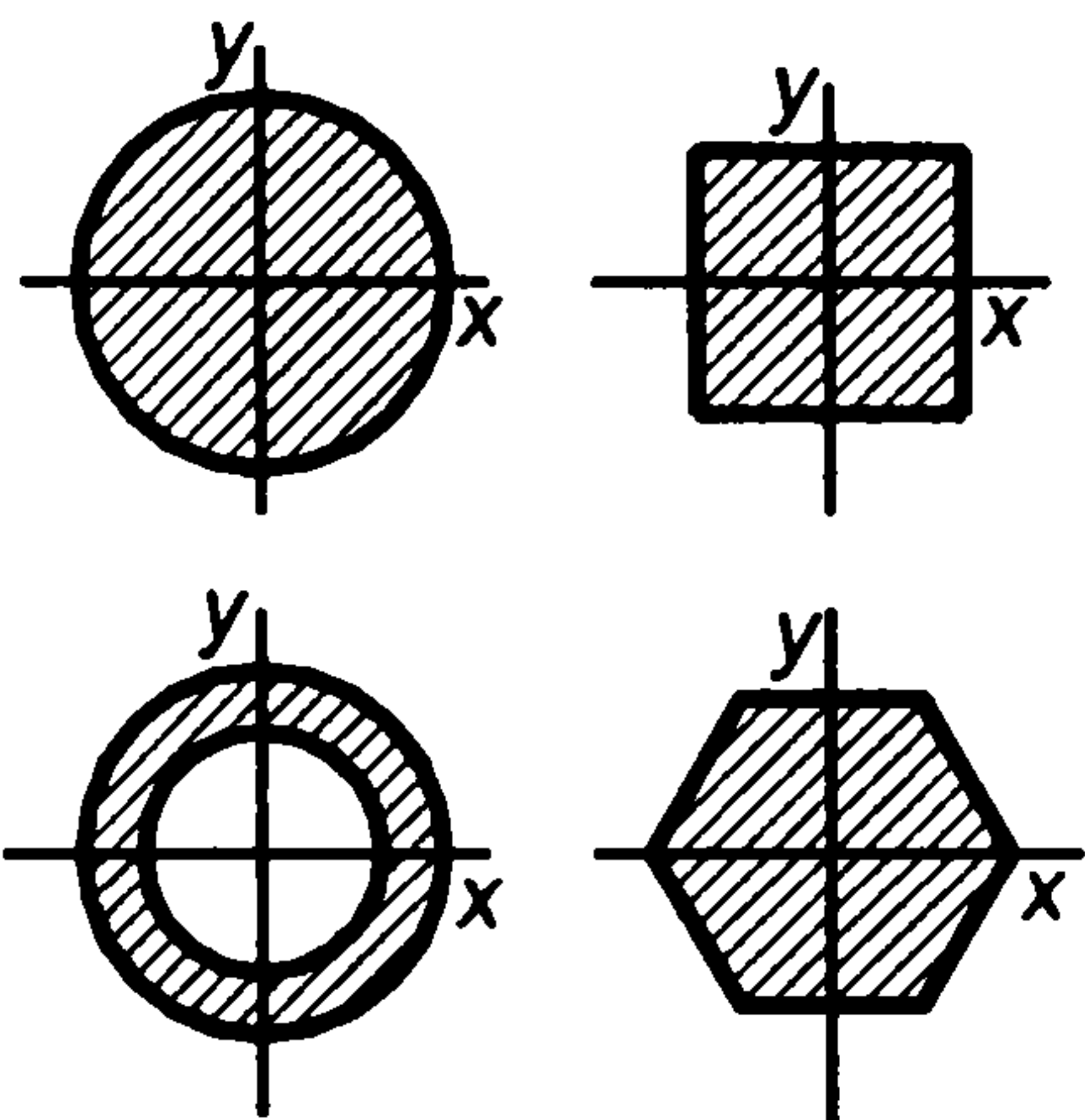


Рис. 2.4. Форми перерізів з двома осями симетрії

2.4. Моменти інерції простих і складних форм перерізів

Розглянемо спочатку деякі приклади визначення центральних моментів інерції перерізів простих форм (рис. 2.5).

Для прямокутника з розмірами b і h (рис. 2.5, а) момент інерції відносно центральної осі x , паралельної до сторони розміром b , можна визначити в такий спосіб. Виділимо з прямокутника на відстані y від осі x елемент, який має розміри b і dy та площу $dA = bdy$. Тоді за означенням

$$I_x = \int_A y^2 dA = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} y^2 b dy = b \frac{y^3}{3} \Big|_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} = \frac{bh^3}{12}. \quad (2.11)$$

Аналогічно момент інерції відносно осі y визначається за формулою

$$I_y = \frac{hb^3}{12}. \quad (2.12)$$

За подібним принципом визначаються моменти інерції і для інших перерізів простих форм. Для круга діаметром d (рис. 2.5, б) моменти інерції відносно центральних осей x і y визначаються за такою формулою

$$I_x = I_y = \frac{\pi d^4}{64}. \quad (2.13)$$

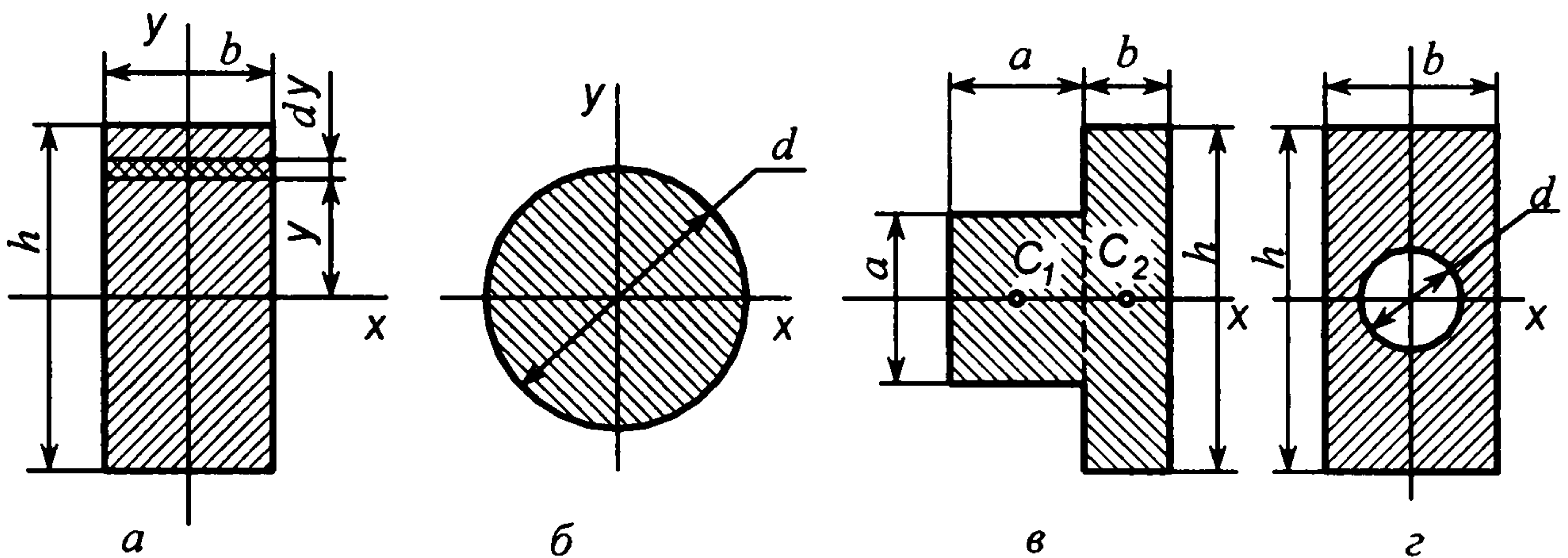


Рис. 2.5. До визначення моментів інерції перерізів простих форм

Якщо взяти до уваги формулу (2.7), то отримаємо вираз для визначення полярного моменту інерції круга діаметром d

$$I_p = I_x + I_y = \frac{\pi d^4}{32}. \quad (2.14)$$

На рис 2.5, в зображено форму перерізу, який можна розділити на два елементи: квадрат з розміром сторони a і прямокутник зі сторонами b і h . Якщо вісь x проходить через центри ваги C_1 і C_2 квадрата і прямокутника, то для зображеної на рис. 2.5, в форми перерізу момент інерції відносно осі x дорівнює сумі моментів інерції двох фігур

$$I_x = I_{x1} + I_{x2} = \frac{a^4}{12} + \frac{bh^3}{12}. \quad (2.15)$$

Якщо в перерізі є отвір (рис. 2.5, г), то його вважають частиною фігури з від'ємною площею. Тоді осьовий момент інерції, наприклад, відносно осі x , для двох складових фігур (прямокутника і круга)

$$I_x = I_{x1} - I_{x2} = \frac{bh^3}{12} - \frac{\pi d^4}{64}. \quad (2.16)$$

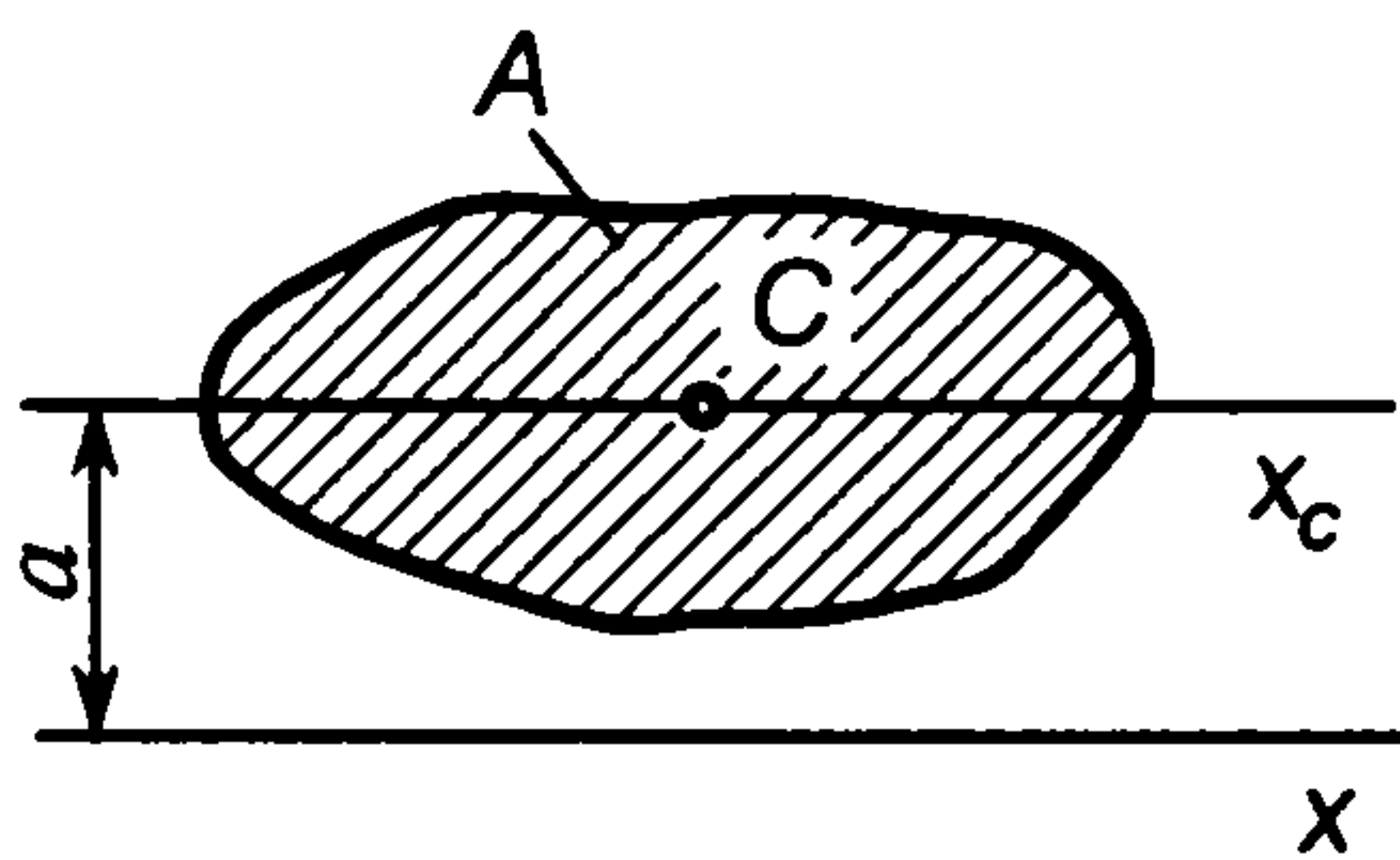


Рис. 2.6. До визначення моменту інерції відносно осі x , паралельної до осі x_c

На практиці зустрічаються випадки, коли потрібно визначити осьовий момент інерції перерізу відносно деякої осі x , яка є паралельною до центральної осі x_c цього перерізу (рис. 2.6). Тоді застосовують таку залежність

$$I_x = I_{x_c} + a^2 A, \quad (2.17)$$

де I_{x_c} – момент інерції перерізу відносно центральної осі x_c , a – відстань між осями x і x_c , A – площа перерізу.

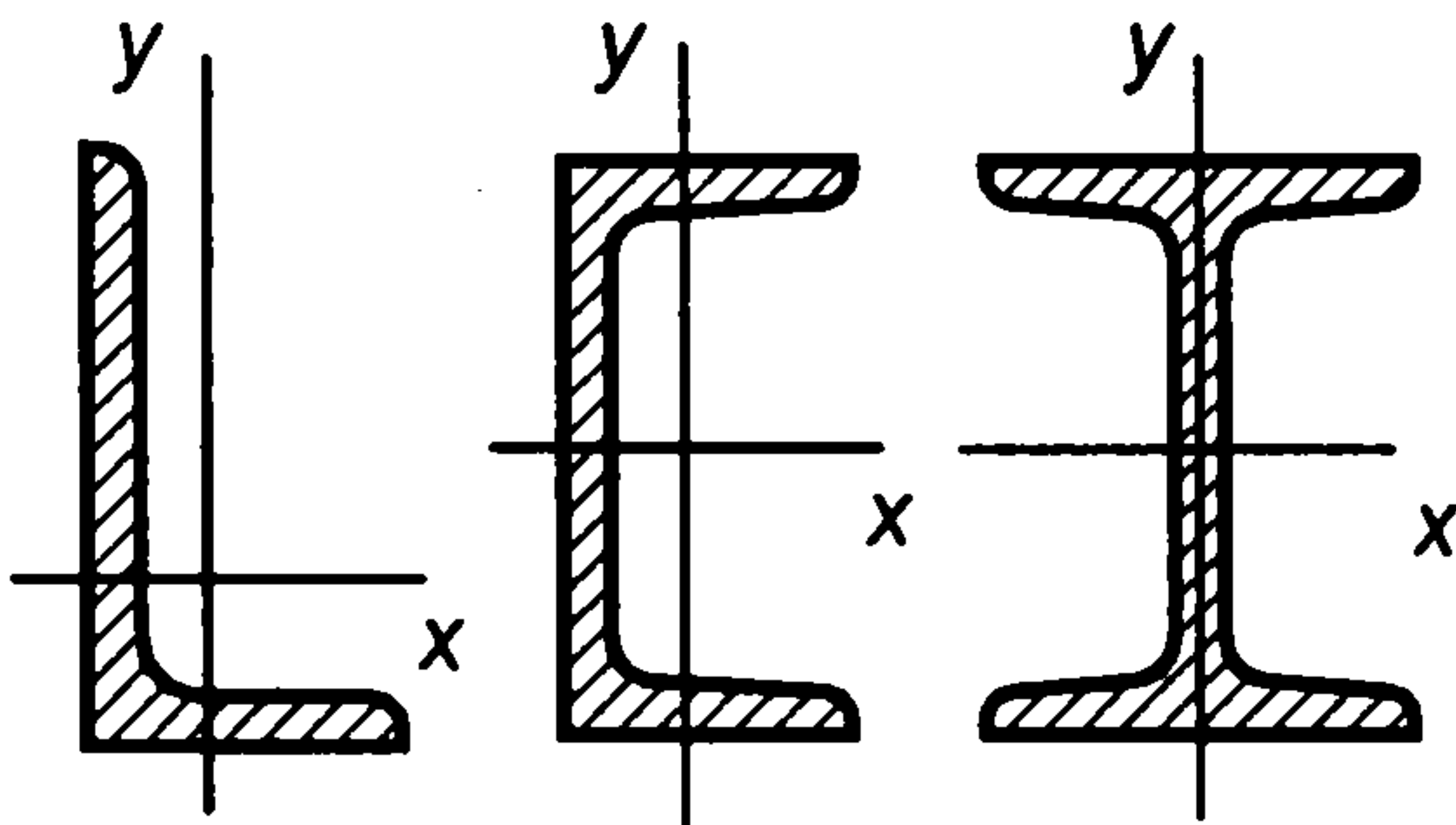


Рис. 2.7. Форми перерізів стандартизованих прокатних профілів

Наведені вище залежності використовуються для визначення моментів інерції перерізів складних форм за умови, якщо ці перерізи можна розділити на прості фігури у вигляді прямокутників чи кругів.

В техніці широко застосовують різні елементи, що виготовляються зі стандартних прокатних профілів у вигляді кутників, швелерів, двотаврів (рис. 2.7). Для таких форм перерізів геометричні характеристики (A , I_x , I_y , i_x , i_y та ін.) наводяться безпосередньо в таблицях стандартів таких профілів.

2.5. Приклади розрахунків

Задача 2.1. Визначити координати центра ваги перерізу, форма і розміри якого подані на рис. 2.8. Розміри подані в міліметрах.

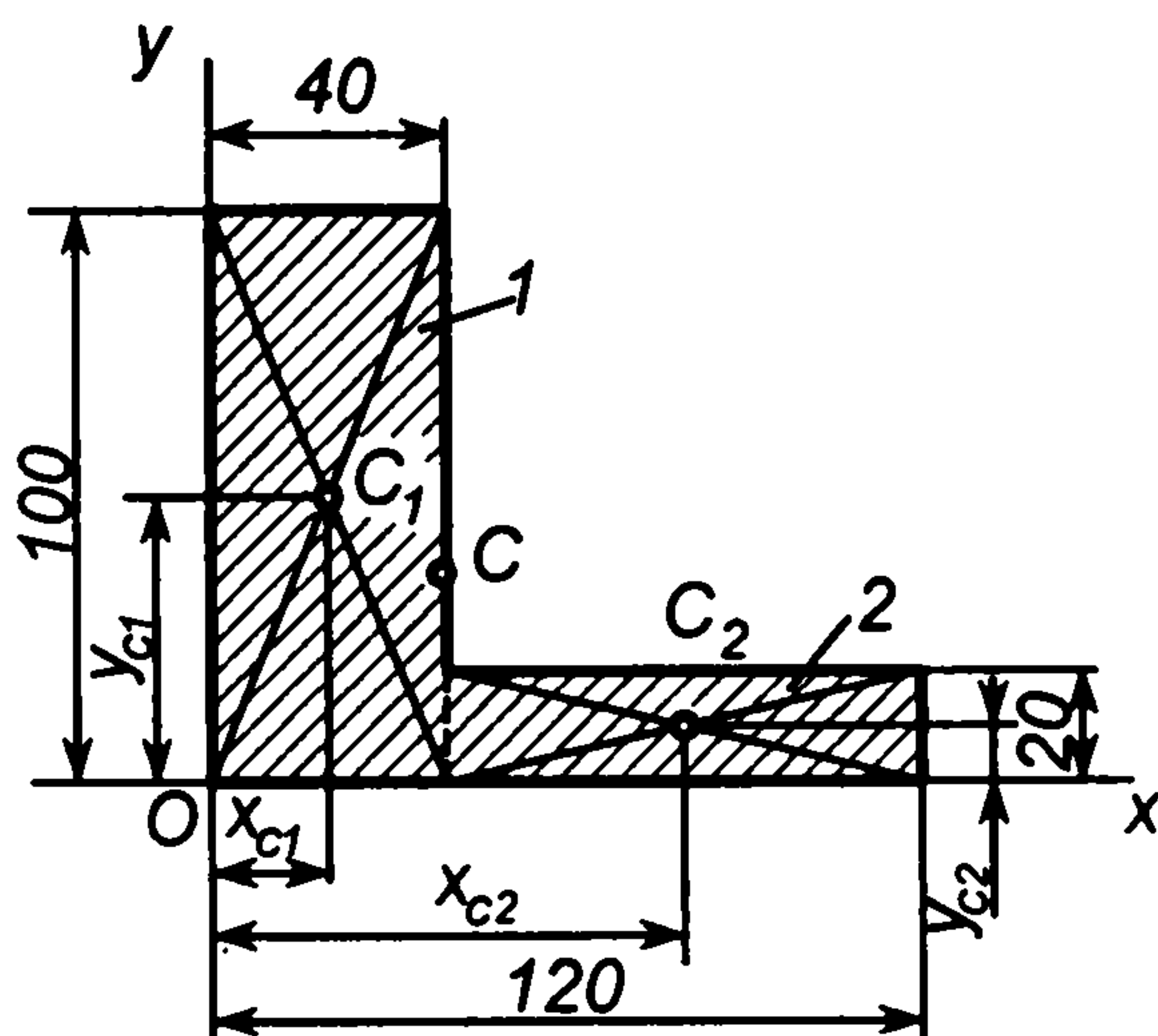


Рис. 2.8. До визначення координат центра ваги перерізу

Р о з в ' я з а н н я . Заданий переріз розбиваємо на два прямокутники 1 і 2, які мають центри ваги відповідно C_1 і C_2 в точках перетину їхніх діагоналей. Координати центрів ваги C_1 і C_2 у прийнятій системі координат xoy :

$$x_{c_1} = 40/2 = 20 \text{ мм}; \quad y_{c_1} = 100/2 = 50 \text{ мм};$$

$$x_{c_2} = (120-40)/2 + 40 = 80 \text{ мм}; \quad y_{c_2} = 20/2 = 10 \text{ мм}.$$

Площі прямокутників 1 і 2 та загальна площа перерізу:

$$A_1 = 100 \cdot 40 = 4 \cdot 10^3 \text{ мм}^2; \quad A_2 = (120-40) \cdot 20 = 1,6 \cdot 10^3 \text{ мм}^2;$$

$$A = A_1 + A_2 = 4 \cdot 10^3 + 1,6 \cdot 10^3 = 5,6 \cdot 10^3 \text{ мм}^2.$$

Статичні моменти перерізу відносно осей x і y за формулами (2.4):

$$S_x = A_1 y_{c_1} + A_2 y_{c_2} = 4 \cdot 10^3 \cdot 50 + 1,6 \cdot 10^3 \cdot 10 = 216 \cdot 10^3 \text{ мм}^3;$$

$$S_y = A_1 x_{c_1} + A_2 x_{c_2} = 4 \cdot 10^3 \cdot 20 + 1,6 \cdot 10^3 \cdot 80 = 208 \cdot 10^3 \text{ мм}^3.$$

Координати центра ваги перерізу за формулами (2.3):

$$x_c = S_y / A = 208 \cdot 10^3 / 5,6 \cdot 10^3 = 37,14 \text{ мм};$$

$$y_c = S_x / A = 216 \cdot 10^3 / 5,6 \cdot 10^3 = 38,57 \text{ мм}.$$

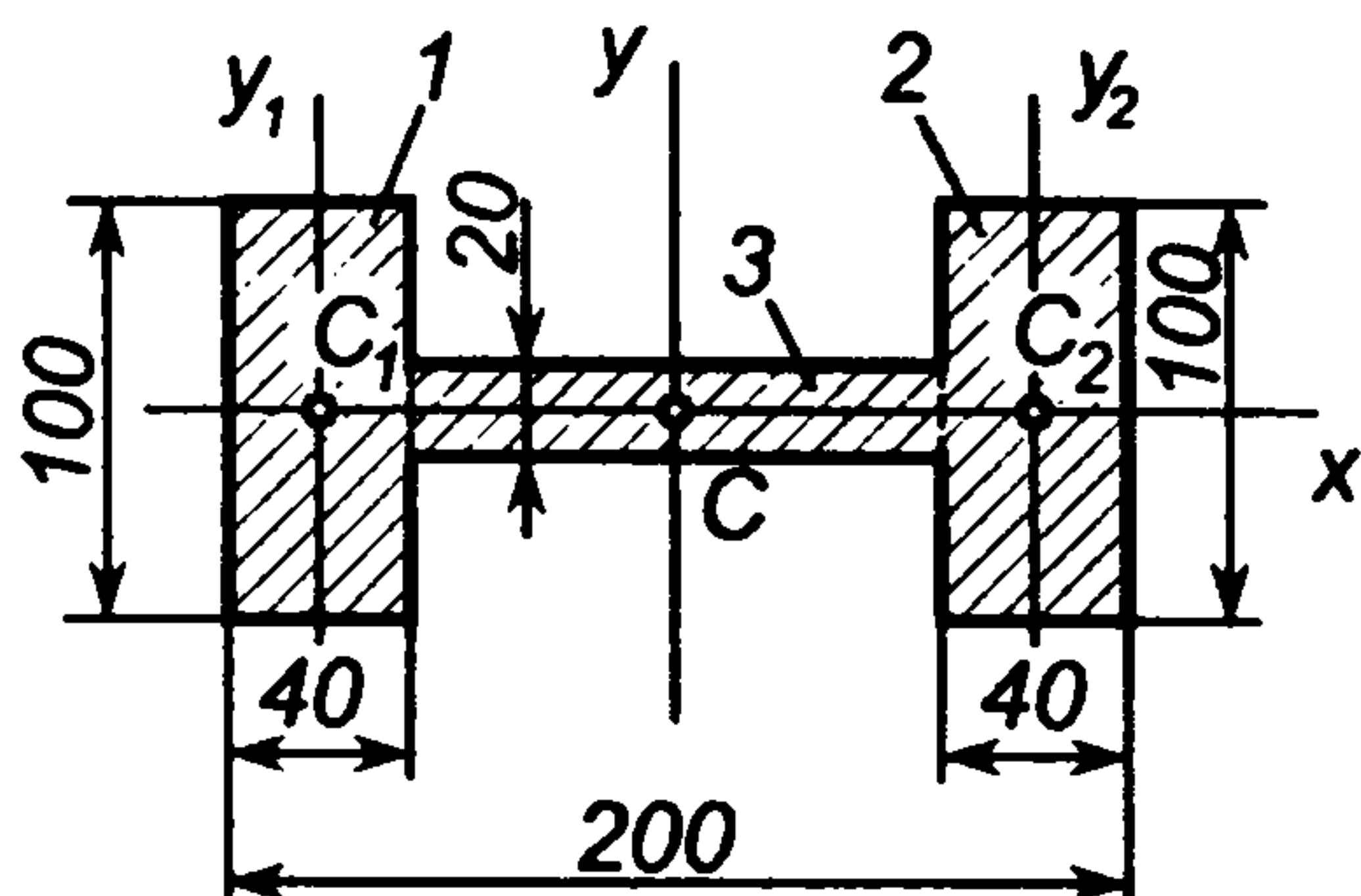


Рис. 2.9. До визначення головних центральних моментів інерції перерізу

Задача 2.2. Визначити головні центральні моменти інерції перерізу, форма і розміри якого показано на рис. 2.9. Розміри подані в міліметрах.

Розв'язання. Заданий переріз має дві осі симетрії, які і є головними центральними осями x і y перерізу. Точка C перетину осей x і y є центром ваги перерізу.

Для знаходження головних моментів інерції перерізу відносно осей x і y розіб'ємо переріз на три прямокутники 1, 2 і 3, які мають центри ваги в точках відповідно C_1 , C_2 і C .

Оскільки вісь x є центральною для прямокутників 1, 2 і 3 (C_1 , C_2 і C лежать на осі x), то головний момент інерції перерізу відносно осі x

$$I_x = I_{1x} + I_{2x} + I_{3x} = \frac{40 \cdot 100^3}{12} + \frac{40 \cdot 100^3}{12} + \frac{(200 - 40 \cdot 2) \cdot 20^3}{12} = 6,75 \cdot 10^6 \text{ мм}^4.$$

Моменти інерції прямокутників 1 і 2 відносно осі y згідно з (2.17):

$$I_{1y} = I_{2y} = I_{1y1} + A_1 (200/2 - 40/2)^2 = \frac{100 \cdot 40^3}{12} + 100 \cdot 40 \cdot 80^2 = 26,1 \cdot 10^6 \text{ мм}^4.$$

Момент інерції прямокутника 3 відносно осі y

$$I_{3y} = \frac{20(200 - 40 \cdot 2)^3}{12} = 2,88 \cdot 10^6 \text{ мм}^4.$$

Головний момент інерції всього перерізу відносно осі y

$$I_y = I_{1y} + I_{2y} + I_{3y} = 26,1 \cdot 10^6 + 26,1 \cdot 10^6 + 2,88 \cdot 10^6 = 55,08 \cdot 10^6 \text{ мм}^4.$$

Розрахунки показують, що для заданого перерізу I_y у 8 разів більший, ніж I_x .

ГЛАВА 3. ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ ПРО РОЗРАХУНКИ НА МІЦНІСТЬ ТА ЖОРСТКІСТЬ

3.1. Основні задачі розрахунків на міцність та жорсткість

Всі технічні об'єкти – машини, споруди, апарати – складаються з багатьох окремих елементів та деталей. У процесі експлуатації більшість елементів таких об'єктів зазнають дії відповідних зовнішніх сил чи навантажень. Ці елементи, залежно від розмірів і матеріалу, з якого вони виготовлені, певним чином деформуються, тобто змінюють свої початкові розміри і форму.

Для прикладу розглянемо найпростішу конструкцію – сталевий стержень для підвішування вантажу (рис. 3.1, а). Якщо на стержні підвісити вантаж G_1 , то він видовжиться (здеформується) на деяку величину Δ . Зі збільшенням вантажу G зростає і його видовження. Ці спостереження можна продовжити і на інших прикладах. Звичайна лінійка, що розташована на

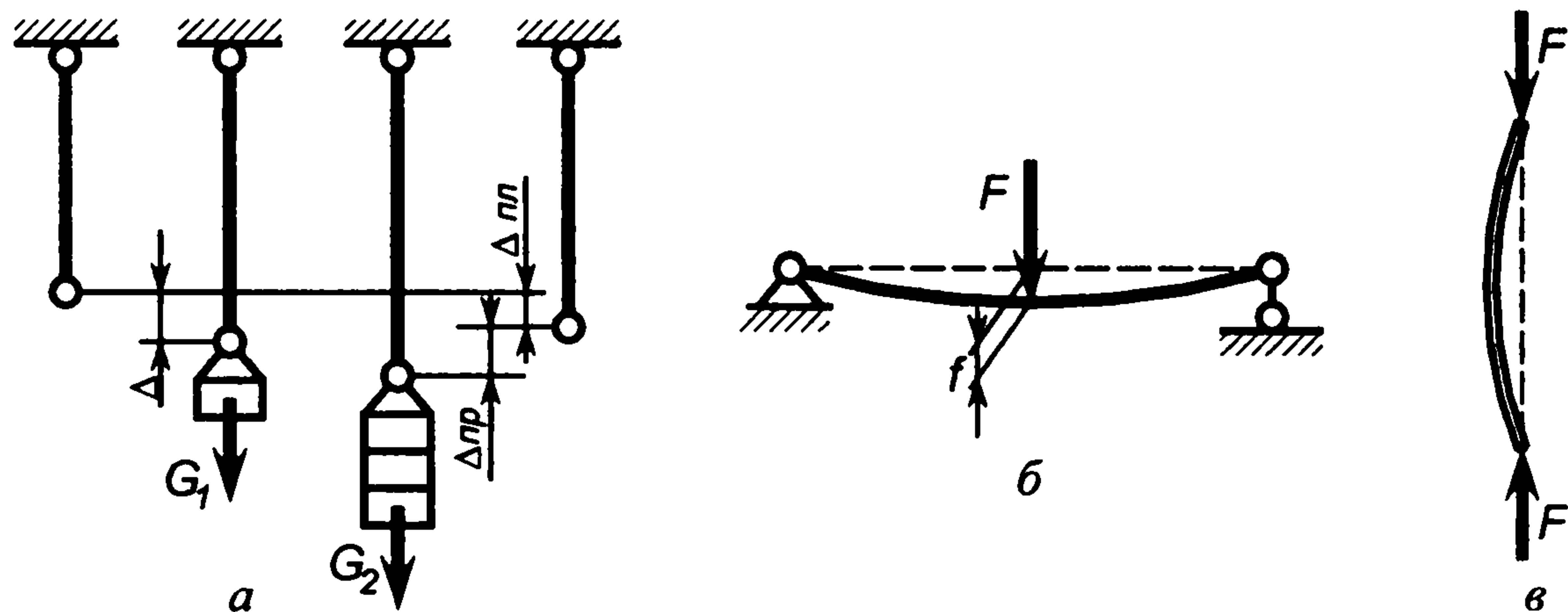


Рис. 3.1. Деформації деталей під дією прикладених сил

двох опорах і навантажена силою F (рис. 3.1, б), зазнає деформації f , тобто згинається. Таким чином, можна стверджувати: всяке реальне тіло під дією зовнішніх сил змінює свої форму і розміри, тобто деформується. Своєю чергою, в тілах виникають сили, які чинять опір їхньому деформуванню.

Тепер знову звернемося до рис. 3.1, а. Якщо вантаж G_1 порівняно невеликий, то після його зняття стержень повністю відновить свою початкову довжину. Таку поведінку стержня називають *абсолютно пружною*, і вона повинна бути властивістю для більшості елементів різних технічних об'єктів. Однак треба відмітити, що при зростанні вантажу вище певних значень G_2 (див. рис. 3.1, а), в стержні поряд з пружними будуть виникати деформації, які не зникають після розвантаження стержня. Їх прийнято називати *залишковими* або *пластичними*. На рис. 3.1, а позначено:

$\Delta_{пр}$ – пружна деформація, $\Delta_{пл}$ – пластична деформація. Зазначимо, що збільшення вантажу понад G_2 призведе до руйнування (розриву) стержня.

Виникнення в елементах технічних об'єктів залишкових деформацій, нарівні з руйнуванням, пов'язане зі зміною нормальної роботи об'єкта, що, переважно, є недопустимим. *Здатність об'єкта, а також його елементів сприймати задане навантаження, не руйнуючись і без появи залишкових деформацій, називають міцністю.*

Зміни розмірів і форми, які виникають в елементах різних об'єктів під дією сил, є неминучими. І якщо ці зміни невеликі з точки зору призначення конструктивних елементів, то їхнє виникнення не є недоліком, а є властивістю, без якої ніяка деталь не може сприймати навантаження.

Здатність об'єкта і його частин під дією заданих сил зберігати свої розміри і форму у встановлених межах називають жорсткістю. Питання про встановлення таких меж вирішується в кожному конкретному випадку окремо.

Розглянемо ще один приклад деформування деталей. Якщо стиснути довгу лінійку так, як показано на рис. 3.1, в, то вже при незначній силі F лінійка зігнеться в боковому напрямі, тобто втратить свою початкову форму. Після розвантаження лінійка повернеться до своєї попередньої форми.

Здатність об'єкта чи його складових частин зберігати під дією заданих сил початкову форму пружної рівноваги називається стійкістю. Переважно втрата стійкості супроводжується значними переміщеннями або руйнуванням об'єкта.

Таким чином, основними задачами розрахунків на міцність і жорсткість є забезпечення відповідних розмірів та призначення матеріалів для виготовлення елементів технічних об'єктів, які виключають можливість руйнування чи появу залишкових деформацій елементів під час навантаження в експлуатаційних умовах. При цьому треба намагатись отримати мінімальні розміри, оскільки їхнє збільшення приведе до нераціональних витрат матеріалу і підвищення вартості виготовлення об'єкта.

3.2. Конструктивні елементи технічних об'єктів

Різні елементи технічних об'єктів можуть мати довільну форму. Для їхніх розрахунків вдаються до певної ідеалізації, тобто спрощують форму цих елементів і не враховують другорядні фактори. Всю різноманітність форм реальних елементів розрахунку можна звести до стержня (бруса), оболонки або масиву.

Стержень, або *брус* (рис. 3.2, а, б) – це матеріальне тіло, в якого один із розмірів (довжина l) значно більший від двох інших (поперечних розмірів b , h чи d). Геометрично стержень може бути утворений шляхом переміщення плоскої фігури вздовж деякої лінії так, щоб центр ваги фігури знаходився на цій лінії, а її площина була б їй перпендикулярна. Плоска фігура, рухом якої утворюється стержень, є його *поперечним перерізом*, а лінія, вздовж якої рухається його центр ваги, – віссю стержня. Стержень може мати переріз постійний (рис. 3.2, а) або змінний (рис. 3.2, б) вздовж його осі. Залежно від форми осі стержень може бути прямим або кривим, плоским чи просторовим.

Оболонка (рис. 3.2, в) – це тіло, в якого один з розмірів (товщина δ) значно менший від двох інших розмірів (розмірів a і b) та радіуса кривини R . Геометричні форми оболонок бувають дуже різноманітні:

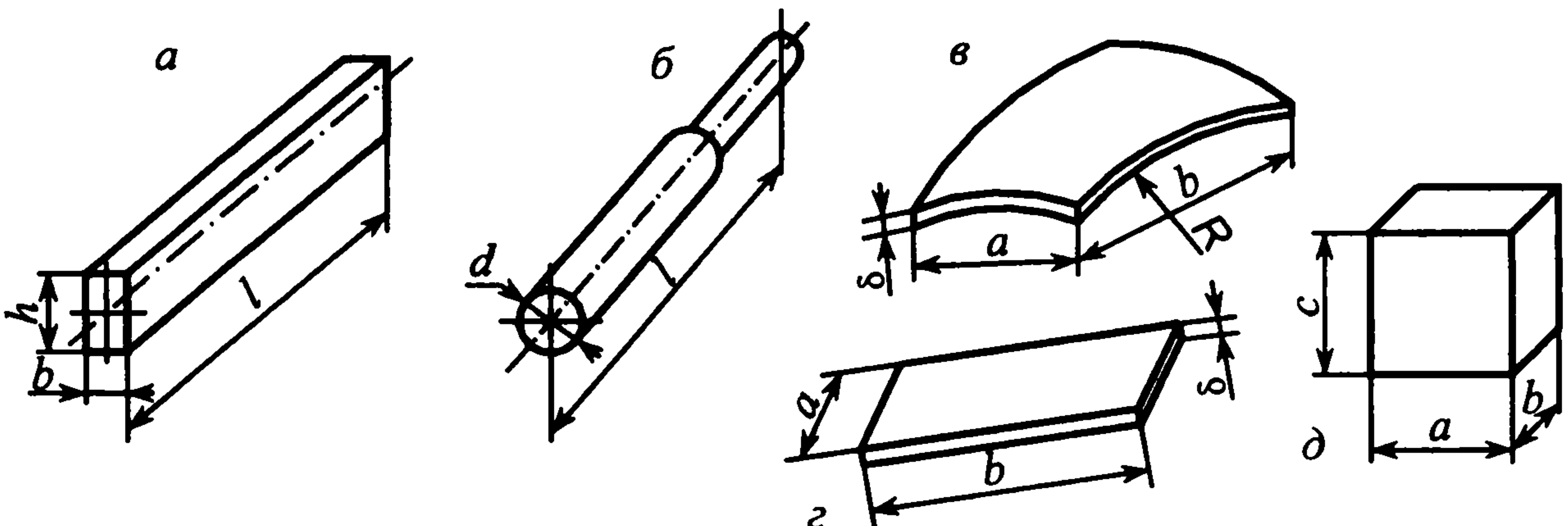


Рис. 3.2. Характерні найпростіші елементи для розрахунків

циліндричні, конічні, сферичні, гіперболоїдні та інші. Якщо поверхня оболонки є площиною (рис. 3.2, *г*), то такий об'єкт розрахунку називають *пластиною* або *плитою*.

Масив, або *масивне тіло* (рис. 3.2, *д*) – це матеріальне тіло, в якого всі три розміри a , b і c співрозмірні. До масивів відносять фундаменти споруд, станини верстатів, масивні опори мостів тощо.

Заміна реальних форм елементів технічних об'єктів на стержні, оболонки чи масиви дозволяє спростити розрахунки на міцність та жорсткість, але при цьому певною мірою втрачається точність розрахунків. Нижче розглядаються розрахунки деталей саме найпростіших форм.

3.3. Зовнішні сили та їхня класифікація

Переважно об'єкт розрахунку розглядають ізольовано від тих елементів, що з ним пов'язані. Дію ж останніх на нього замінюють силами, які прийнято називати зовнішніми. Систему зрівноважених зовнішніх сил – заданих і реакцій в'язей, прикладених до елемента розрахунку, називають *навантаженням*.

Зовнішні сили можуть бути об'ємними і поверхневими. До *об'ємних сил* відносяться сили ваги елемента розрахунку, сили інерції, що виникають під час прискореного його руху.

Поверхневі сили прикладені до ділянок поверхні деталі і харак-

теризують безпосередню контактну взаємодію деталі з іншими тілами. В свою чергу, поверхневі сили діляться на зосереджені, розподілені по лінії і розподілені по поверхні (рис. 3.3).

Зосереджена сила F (Н, кН) або *зосереджений момент пари сил* M (Н·м) – це зовнішні силові фактори, що прикладені до елемента розрахунку в ділянці дуже обмежених розмірів порівняно з розмірами самого елемента.

Розподілена по лінії сила q (Н/м, Н/мм) характеризується прикладанням вздовж лінії контакту деталей або вздовж осі стержня значної довжини.

Розподілена по поверхні сила або *сила тиску* p (Н/м²,

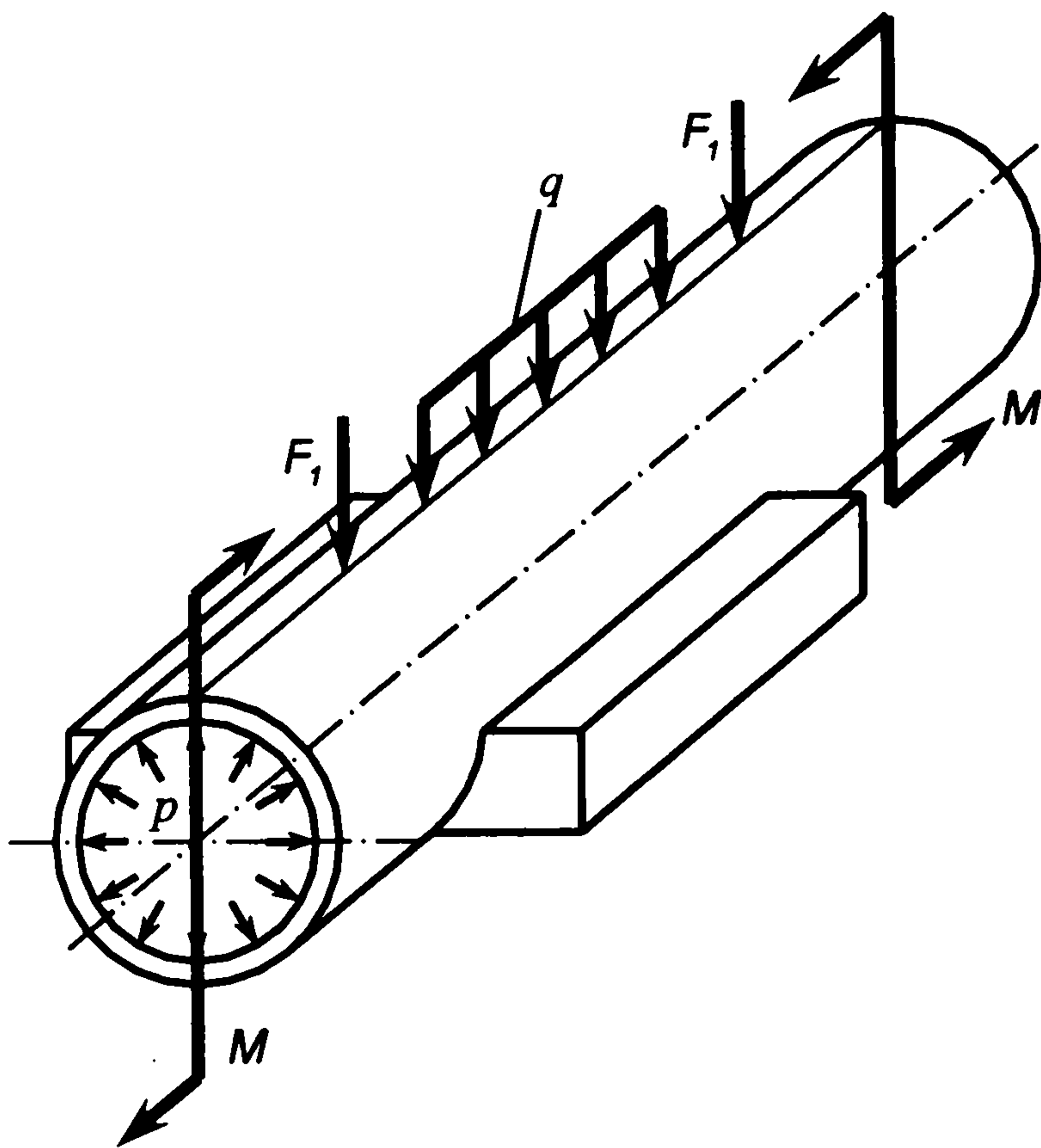


Рис. 3.3. Зображення зовнішніх сил, що діють на елемент технічного об'єкта

$\text{H}/\text{мм}^2$) діє на значній поверхні елемента розрахунку, наприклад, сила тиску в трубі (див. рис. 3.3) або сила реакції опори труби.

За характером дії прийнято розрізняти навантаження статичні і динамічні. Навантаження вважається *статичним*, якщо воно не змінюється у часі або змінюється настільки повільно, що ефектом виникнення прискорень можна нехтувати. *Динамічне* навантаження враховує ефект прискорення як самого тіла, так і тіла, що передає навантаження. Динамічні навантаження в свою чергу поділяють на ударні і повторно-змінні (циклічні) в часі.

Розглянуті вище способи прикладання сил до об'єкта розрахунку, а також характер дії сил мають істотне значення в розрахунках міцності та жорсткості елементів різного устаткування.

3.4. Основні гіпотези і принципи науки про опір матеріалів

У розрахунках різних елементів технічних об'єктів на міцність, жорсткість і стійкість застосовують певні гіпотези та принципи, які надають методу розрахунків певної універсальності. Ці гіпотези і принципи стосуються узагальнень щодо структури та властивостей матеріалу об'єктів розрахунку, характеру їхнього деформування тощо.

Основні гіпотези, що застосовуються в опорі матеріалів:

а) *Гіпотеза про суцільність матеріалу* припускає, що матеріал об'єкта розрахунку є суцільним без будь-яких пустот і залишається таким в процесі деформування.

б) *Гіпотеза про однорідність і ізотропність матеріалу* вважає, що матеріал має однакові фізико-механічні властивості у всіх точках і у кожній точці у всіх напрямках.

в) *Гіпотеза про ідеальну пружність*. Ця гіпотеза передбачає, що матеріал об'єкта розрахунку під дією навантажень деформується, а після розвантаження повністю відновлює свою початкову форму.

г) *Гіпотеза про лінійну залежність між деформацією та навантаженням (закон Гука)*. Згідно з цією гіпотезою прийнято вважати, що деформації елемента розрахунку прямо пропорційні діючим на нього навантаженням.

д) *Гіпотеза плоских перерізів* припускає, що плоскі і перпендикулярні до осі стержня перерізи до деформації залишаються такими ж і після деформації стержня.

Деякі принципи механіки деформування, на яких ґрунтуються розрахунки:

- *Принцип незалежності дії сил* (суперпозиції) полягає в тому, що деформації тіла, які спричинені діями кількох сил, дорівнюють сумі деформацій, спричинених кожною силою окремо. З цього принципу випливає, що результат деформування не залежить від послідовності прикладання навантаження.

- *Принцип Сен-Венана* стверджує, що на достатній відстані від місця дії локальних навантажень деформації об'єкта розрахунку не залежать від

способу прикладання цих навантажень (за умови збереження статичної еквівалентності навантажень).

3.5. Внутрішні зусилля та метод їх визначення. Види простих деформацій

Безпосередньою причиною деформування і руйнування елементів технічних об'єктів, що перебувають під дією зовнішніх сил, є внутрішні зусилля, що виникають у їхніх перерізах. *Внутрішні зусилля* – це сили, з якими взаємодіють частинки навантаженого тіла між собою. Для розрахунків на міцність, жорсткість та стійкість необхідно вміти визначати внутрішні зусилля в кожному перерізі елемента розрахунку.

Для визначення внутрішніх зусиль застосовують *метод перерізів*. Суть цього методу полягає в такому. Припустимо, що на тіло (рис. 3.4, а) діють зовнішні сили $F_1 \dots F_5$, причому тіло під дією цих сил знаходиться в рівновазі, тобто виконуються такі умови (див. п. 1.6):

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0; \quad \sum_{i=1}^n F_{iz} = 0; \quad (3.1)$$

$$\sum_{i=1}^n M_x(F_i) = 0; \quad \sum_{i=1}^n M_y(F_i) = 0; \quad \sum_{i=1}^n M_z(F_i) = 0.$$

Виберемо тепер будь-який переріз тіла, наприклад, здійснений площиною Π . Вказаним перерізом тіло ділиться на дві частини A і B , причому переріз буде мати дві сторони – ліву для частини A і праву для частини B . Далі відкинемо будь-яку частину тіла, наприклад B (рис. 3.4, б), а її дію на частину A замінимо певною системою внутрішніх зусиль у прийнятому перерізі. Цю систему внутрішніх зусиль можна звести до

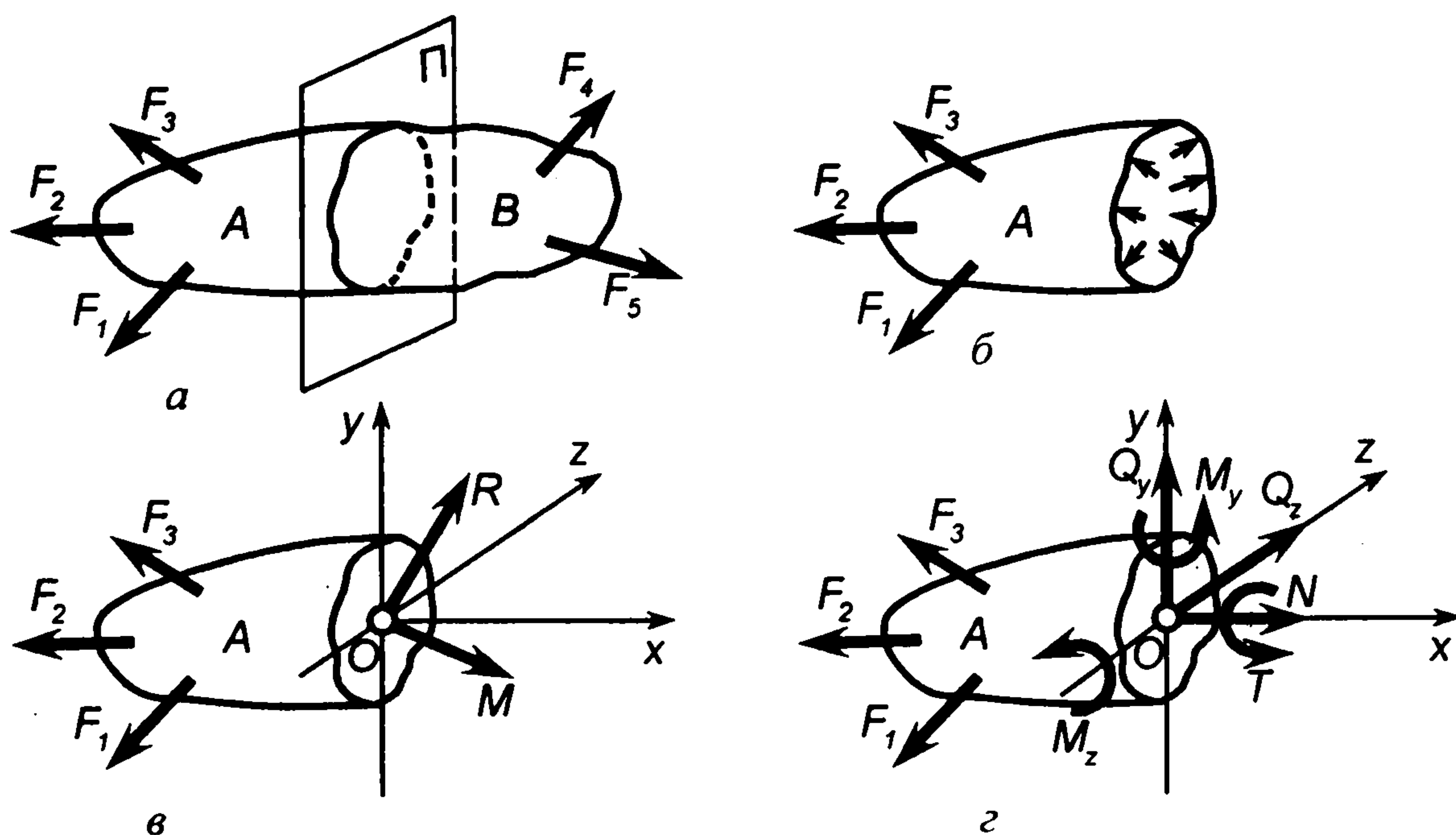


Рис. 3.4. До визначення внутрішніх зусиль у перерізі тіла

головного вектора R і головного моменту M , прикладених у центрі ваги O перерізу (рис. 3.4, в). Виберемо систему координат $OXYZ$, в якій вісь X перпендикулярна до площини перерізу, а осі OY і OZ лежать у площині перерізу. Спроектувавши головний вектор R і головний момент M на координатні осі, отримаємо шість внутрішніх силових факторів (рис. 3.4, г), а саме зусилля N , Q_y , Q_z і моменти T , M_y , M_z . Зусилля N перпендикулярне до площини перерізу і називається *поздовжнім* або *нормальним зусиллям*, а зусилля Q_y і Q_z лежать у площині перерізу і називаються *поперечними силами*. Момент T діє у площині перерізу і називається *крутним моментом*, моменти M_y і M_z діють у площинах, перпендикулярних до перерізу, і називаються *згинальними моментами*.

Визначити величини внутрішніх зусиль у розглянутому перерізі тіла можна за умовами рівноваги частини A тіла, причому додавання треба виконувати тільки для зовнішніх сил, що розташовані ліворуч від перерізу.

$$|N| = \sum_{i=1}^3 F_{ix}; \quad |Q_y| = \sum_{i=1}^3 F_{iy}; \quad |Q_z| = \sum_{i=1}^3 F_{iz}; \quad (3.2)$$

$$|T| = \sum_{i=1}^3 M_x(F_i); \quad |M_y| = \sum_{i=1}^3 M_y(F_i); \quad |M_z| = \sum_{i=1}^3 M_z(F_i).$$

Враховувавши, що дія частини A тіла на частину B рівна за величиною і протилежна за напрямом дії частини B на частину A , можна стверджувати, що внутрішні зусилля N , Q_y , Q_z , T , M_y і M_z , які діють на ліву і праву сторони перерізу, рівні і протилежні за напрямом. Таким чином, при визначенні внутрішніх зусиль в розглянутому перерізі немає значення, з

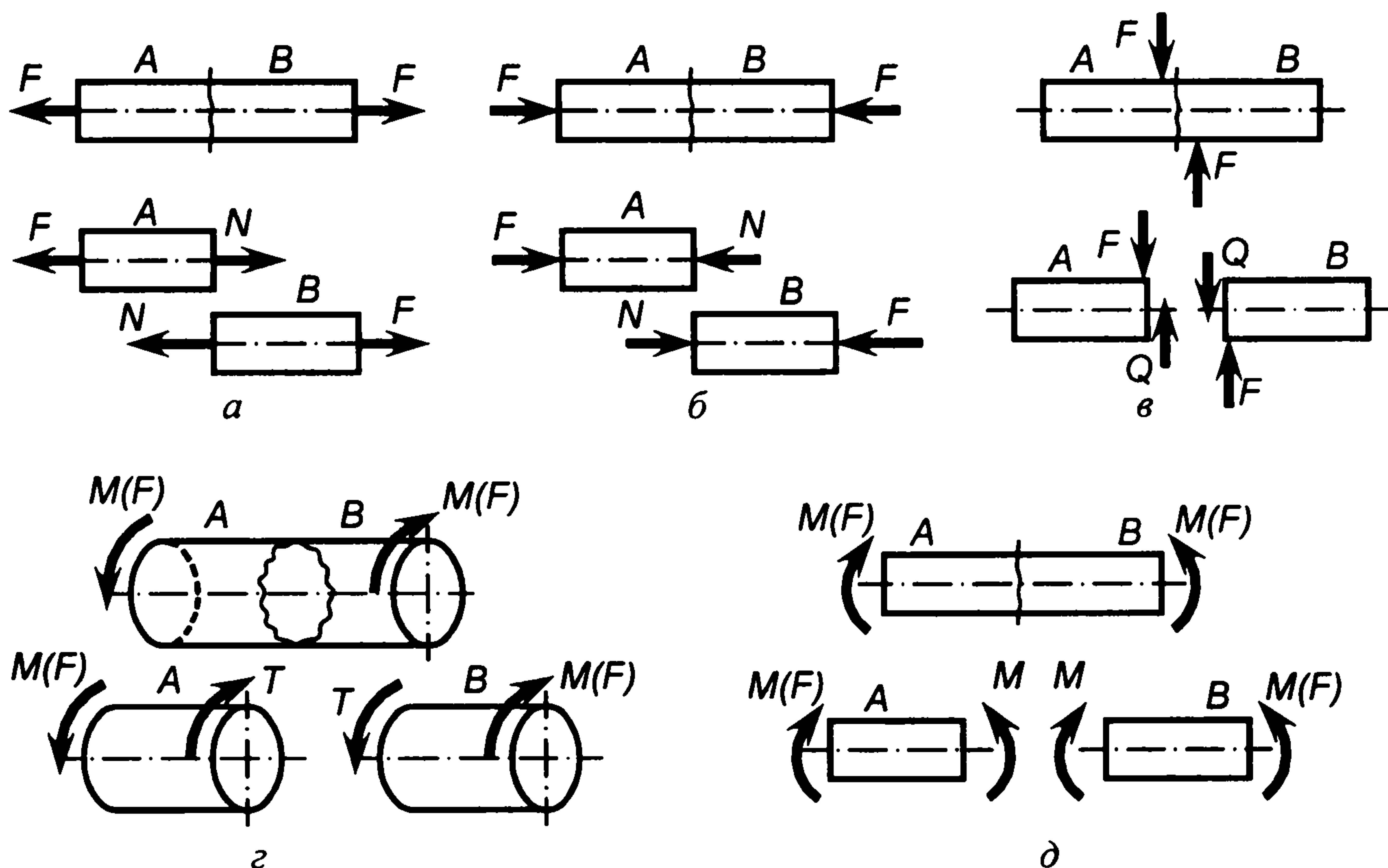


Рис. 3.5. Прості види деформації стержнів

з кожної сторони від перерізу виконувати додавання зовнішніх сил і їхніх моментів – ліворуч від перерізу чи праворуч.

Внутрішні зусилля в різних перерізах тіла неоднакові. Деформування того чи іншого елемента залежить від того, які зусилля на нього діють. Якщо в поперечному перерізі виникає лише один внутрішній силовий фактор, то такий випадок деформації називають простим видом деформації. До простих видів деформацій відносять: розтяг (стиск), зсув (зріз), кручення, чистий згин.

Розтяг (стиск) має місце тоді, коли на стержень діють зовнішні сили вздовж його осі. Тоді у його будь-яких поперечних перерізах виникає тільки поздовжнє зусилля N (рис. 3.5, а, б). Зсув (зріз) виникає в тих випадках, коли в поперечному перерізі діє поперечне зусилля Q (рис. 3.5, в). Під час кручення в будь-якому поперечному перерізі стержня виникає тільки крутний момент T (рис. 3.5, г). Чистий згин спостерігається, коли в поперечних перерізах стержня діє тільки поперечний момент M (рис. 3.5, д).

В тих випадках зовнішнього навантаження, коли в поперечному перерізі стержня одночасно діють декілька внутрішніх силових факторів, говорять про складний вид деформації стержня.

3.6. Поняття про напруження. Співвідношення між внутрішніми зусиллями і напруженнями

У кожному перерізі, навантаженому зовнішніми силами тіла, виникають внутрішні зусилля, які в різних перерізах неоднакові, а в розглядуваному перерізі розподіляються нерівномірно. Для того, щоб оцінити величину внутрішнього зусилля в конкретній точці M перерізу (рис. 3.6, а), виділимо навколо цієї точки елементарну площинку dA . Внаслідок малозни dA будемо вважати, що внутрішні зусилля на ній розподіляються рівномірно. Тоді внутрішні зусилля на площинці dA можна представити тільки головним вектором $d\bar{R}$, оскільки їх головний момент $M = 0$ через те, що тут внутрішні зусилля прийняті рівними за величиною і напрямом. Головний вектор $d\bar{R}$ може бути представленим його проекціями

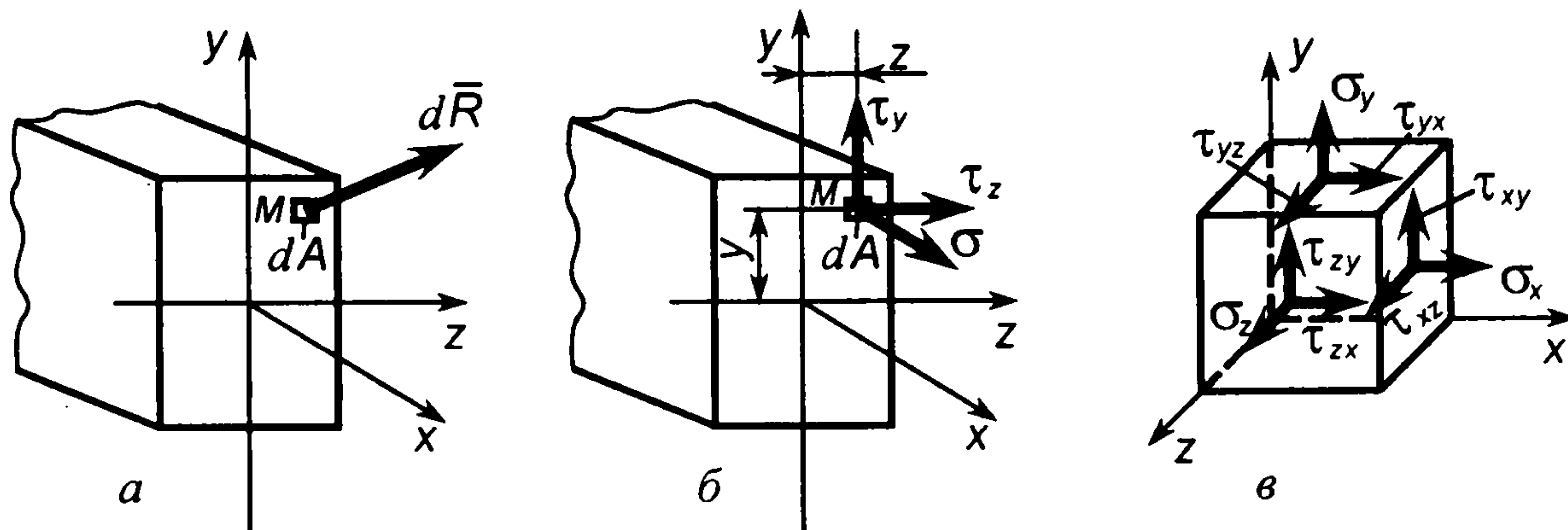


Рис. 3.6. До визначення напруження в точці тіла

на координатні осі X , Y і Z – відповідно dN , dQ_y і dQ_z , які будуть величинами поздовжнього (нормального) і поперечних внутрішніх зусиль на площині dA . Оскільки зусилля на безмежно малій площині вважаються розподіленими рівномірно, то поділивши їх на dA , знайдемо інтенсивність внутрішніх зусиль. Внутрішні зусилля, що припадають на одиницю площі, називають *напруженнями в точці* і відповідно позначають (рис. 3.6, б):

$$\sigma = \frac{dN}{dA}; \quad \tau_y = \frac{dQ_y}{dA}; \quad \tau_z = \frac{dQ_z}{dA}. \quad (3.3)$$

Напруженням в даній точці є вектор, напрям якого збігається з напрямом внутрішнього зусилля. Розрізняють напруження *нормальні* σ (перпендикулярні до площини перерізу) і *дотичні* τ_y і τ_z (діють у площині перерізу). Розмірність напружень Н/мм^2 , або мегапаскаль МПа ($1\text{Н/мм}^2=1\text{МПа} = 10^6\text{Па} = 10^6\text{Н/м}^2$).

Через вибрану точку можна провести безмежну кількість перерізів, які довільно орієнтовані у просторі. Напруження, що виникають на відповідних площинах цих перерізів, неоднакові. Тому не можна говорити про напруження в даній точці тіла, не вказавши розташування перерізу, який проходить через цю точку.

Сукупність нормальних і дотичних напружень, що виникають на всій множині площинок, які можна провести через вибрану точку тіла, характеризує напружений стан в цій точці. *Напружений стан* в точці вважається відомим, якщо відомі напруження на будь-яких трьох взаємно ортогональних площинках, проведених через цю точку (рис. 3.6, в). Тут компоненти напружень позначаються індексами, де перший індекс вказує, до якої осі перпендикулярна площинка, а другий індекс - до якої осі паралельне напруження. В позначеннях нормальних напружень записують тільки один індекс, наприклад, замість σ_{xx} записують σ_x . Сукупність напружень, показаних на рис. 3.6, в, визначає напружений стан в точці тіла, навколо якої виділено зображений безмежно малий кубик.

Інколи, крім нормальних σ і дотичних τ_y і τ_z напружень, розглядають також і повне напруження p , яке діє на вибраній площині. Його величина (див. рис. 3.6, б) визначається за формулою

$$p = \sqrt{\sigma^2 + \tau_y^2 + \tau_z^2}. \quad (3.4)$$

Тепер розглянемо співвідношення між внутрішніми зусиллями у заданому перерізі навантаженого тіла і напруженнями. На підставі виразів (3.3) можна записати для нормального N і поперечних зусиль Q_y і Q_z такі формули:

$$N = \int_A \sigma dA; \quad Q_y = \int_A \tau_y dA; \quad Q_z = \int_A \tau_z dA. \quad (3.5)$$

Для згинальних моментів M_y і M_z , а також крутного моменту T за рис. 3.6, б співвідношення будуть такими:

$$M_y = \int_A z\sigma dA; \quad M_z = \int_A y\sigma dA; \quad T = M_x = \int_A (\tau_y z - \tau_z y) dA. \quad (3.6)$$

3.7. Пружні деформації та їх зв'язок з напруженнями

Поняття "деформація" має подвійний зміст. В широкому розумінні деформація – всяка зміна форми тіла без її кількісної оцінки. В опорі матеріалів деформація є кількісною мірою зміни розмірів і форми тіла, що знаходиться під дією зовнішніх навантажень. Причиною деформування тіл є внутрішні зусилля і викликані ними напруження. Нижче розглядаються тільки *пружні деформації тіл*, тобто такі, які появляються при навантаженні і повністю зникають після розвантаження тіла. Якщо після розвантаження тіла деформація не зникає повністю (має місце залишкова або пластична деформація), то це є ознакою руйнування тіла.

Зауважимо, що деформація залежить від двох факторів – від розмірів і геометричної форми тіла і від матеріалу, з якого воно виготовлене. Дійсно, якщо взяти два сталеві дроти однакової довжини, але різних діаметрів і навантажити їх деякою певною розтягувальною силою, то дріт меншого діаметра дістане більше видовження. Водночас, коли матимемо два стержні однакового діаметра і довжини, але з різних матеріалів, наприклад, зі сталі і гуми, то різниця у їхньому видовженні буде дуже великою.

Розрізняють деформації лінійні і кутові.

Лінійна деформація. Причиною виникнення лінійних деформацій є нормальні напруження σ , які діють в окремих точках навантаженого тіла. Виділимо із тіла елементарний об'єм у вигляді паралелепіпеда (рис. 3.7, а), на гранях якого діють нормальні напруження σ . До навантаження ($\sigma = 0$) паралелепіпед мав розміри l і a , а після навантаження його розміри змінились і стали $l + \Delta l$ і $a - \Delta a$. Тут Δl – абсолютний приріст розміру l в напрямі дії σ , а Δa – абсолютне зменшення розміру a в поперечному напрямі. Відношення

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (3.7)$$

називають *поздовжньою відносною деформацією*, а відношення

$$\epsilon' = -\frac{\Delta a}{a} \quad (3.8)$$

називають *поперечною відносною деформацією*.

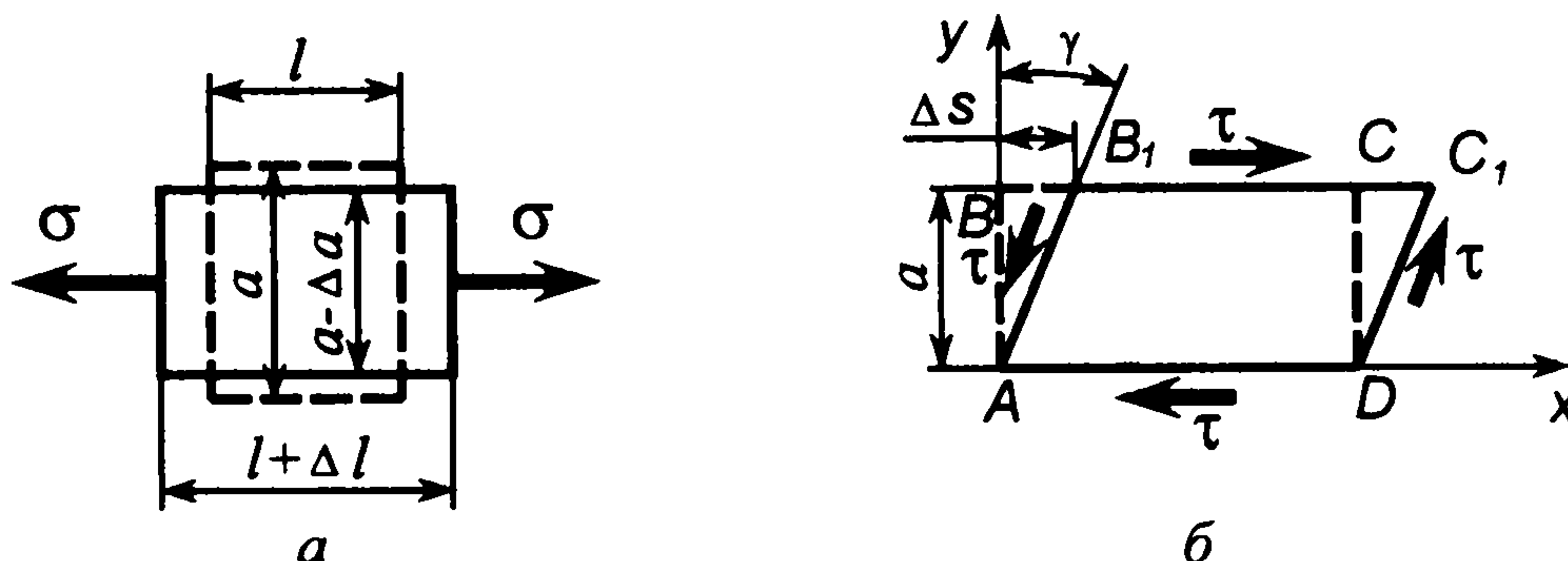


Рис. 3.7. Лінійна і кутова деформації

Зауважимо, що і поздовжня, і поперечна деформації - *лінійні деформації* (спільна назва). Експериментально встановлено, що в межах пружних деформацій відношення ε' до ε є постійною величиною, яка називається *коефіцієнтом Пуассона*. Цей коефіцієнт прийнято позначати грецькою буквою ν , тобто

$$\nu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|. \quad (3.9)$$

Оцінку впливу матеріалу тіла на його деформацію зробив англійський вчений Роберт Гук (1635-1703). За *законом Гука* нормальні напруження прямо пропорційні лінійним деформаціям, тобто

$$\sigma = \varepsilon E. \quad (3.10)$$

Коефіцієнт пропорційності E називається *модулем пружності матеріалу*. Він визначається експериментально і характеризує здатність матеріалу чинити опір деформуванню. Розмірність E така ж, як і для напруження (Н/мм² чи МПа).

Модуль пружності E і коефіцієнт Пуассона ν є важливими константами, які характеризують пружні властивості матеріалу. Для всіх ізотропних матеріалів коефіцієнт Пуассона лежить в межах від 0 до 0,5. Наприклад, для корка ν близький до нуля, для каучука – до 0,5, а для сталей $\nu = 0,3$. Модулі пружності мають такі значення: для сталі $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, для чавуна $E = 1,2 \cdot 10^5$ МПа, для алюмінієвих сплавів $E = 70 \cdot 10^3$ МПа, для гуми $E = 7$ МПа.

Кутова деформація. Виникнення кутової деформації пов'язане з дією дотичних напружень τ . Якщо на гранях безмежно малого паралелепіпеда (рис. 3.7, б) нормальні напруження дорівнюють нулеві, а дотичні $\tau \neq 0$, то такий елемент буде спотворювати свою форму. В цьому випадку прямокутник $ABCD$ перетвориться в паралелограм AB_1C_1D . Кут γ називають відносним зсувом:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\Delta s}{a} \approx \gamma, \quad (3.11)$$

де Δs – абсолютний зсув.

Як для розтягу, так і для зсуву більшість матеріалів при незначних напруженнях зберігають пряму пропорційну залежність між напруженнями та деформаціями, тобто зберігається закон Гука. Для кутової деформації закон Гука записують так:

$$\tau = \gamma G, \quad (3.12)$$

де G – модуль пружності при зсуві, який аналогічний за змістом модулю пружності при розтягу E і має таку ж розмірність. Між G і E та коефіцієнтом Пуассона ν існує залежність

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}. \quad (3.13)$$

3.8. Основи теорії напружень

Вище було зазначено (див. п. 3.6), що напружений стан в деякій точці навантаженого тіла вважається відомим, якщо відомі компоненти напружень

на будь-яких трьох взаємно перпендикулярних площинках, проведених через цю точку. Допустимо, що навколо досліджуваної точки виділено безмежно малий елемент, який має форму куба (рис. 3.8, а), і напруження на його гранях відомі. Напружений стан характеризується у загальному випадку дев'ятьма компонентами напружень: σ_x , σ_y , σ_z , τ_{xy} , τ_{yx} , τ_{xz} , τ_{zx} , τ_{yz} , τ_{zy} . Ці компоненти існують як на видимих гранях кубика, так і на невидимих (на рис. 3.8, а зображені штриховими лініями). Під дією всіх зображених компонент напружень кубик повинен знаходитись в рівновазі. Остання умова вимагає, щоб нормальні напруження на паралельних гранях кубика були рівними за модулем і протилежно направлені. Умова рівноваги кубика також вимагає, щоб компоненти дотичних напружень на двох довільних взаємно перпендикулярних гранях були перпендикулярними до спільного ребра цих граней, були рівними між собою за модулем і направлені або до спільного ребра, або від ребра, тобто $\tau_{xy} = \tau_{yx}$; $\tau_{yz} = \tau_{zy}$; $\tau_{zx} = \tau_{xz}$. Останній висновок відомий під назвою *закону парності дотичних напружень*.

Таким чином, напружений стан в точці визначається шістьма незалежними компонентами напружень σ_x , σ_y , σ_z , $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$, $\tau_{zx} = \tau_{xz}$, які виникають на трьох взаємно перпендикулярних площинках, що проходять через цю точку. За допомогою цих шести компонент можна визначити напруження на будь-якій іншій площині і дослідити питання про екстремальність напружень.

Тут зауважимо, що нормальні напруження σ вважаються додатними, якщо вони діють від грані кубика і від'ємними – якщо до грані кубика. Що стосується знака дотичних напружень, то обумовлювати його не будемо, оскільки в межах розглянутих нижче задач знак τ не відіграє ніякої ролі.

Показані на рис. 3.8, а компоненти напружень мають місце на будь-яких трьох взаємно перпендикулярних площинках, проведених через задану точку тіла. Відповідним чином доведено, що через цю точку можна також провести три інші взаємно перпендикулярні площинки, певним способом орієнтовані відносно попередніх (рис. 3.8, б), нормальні напруження на

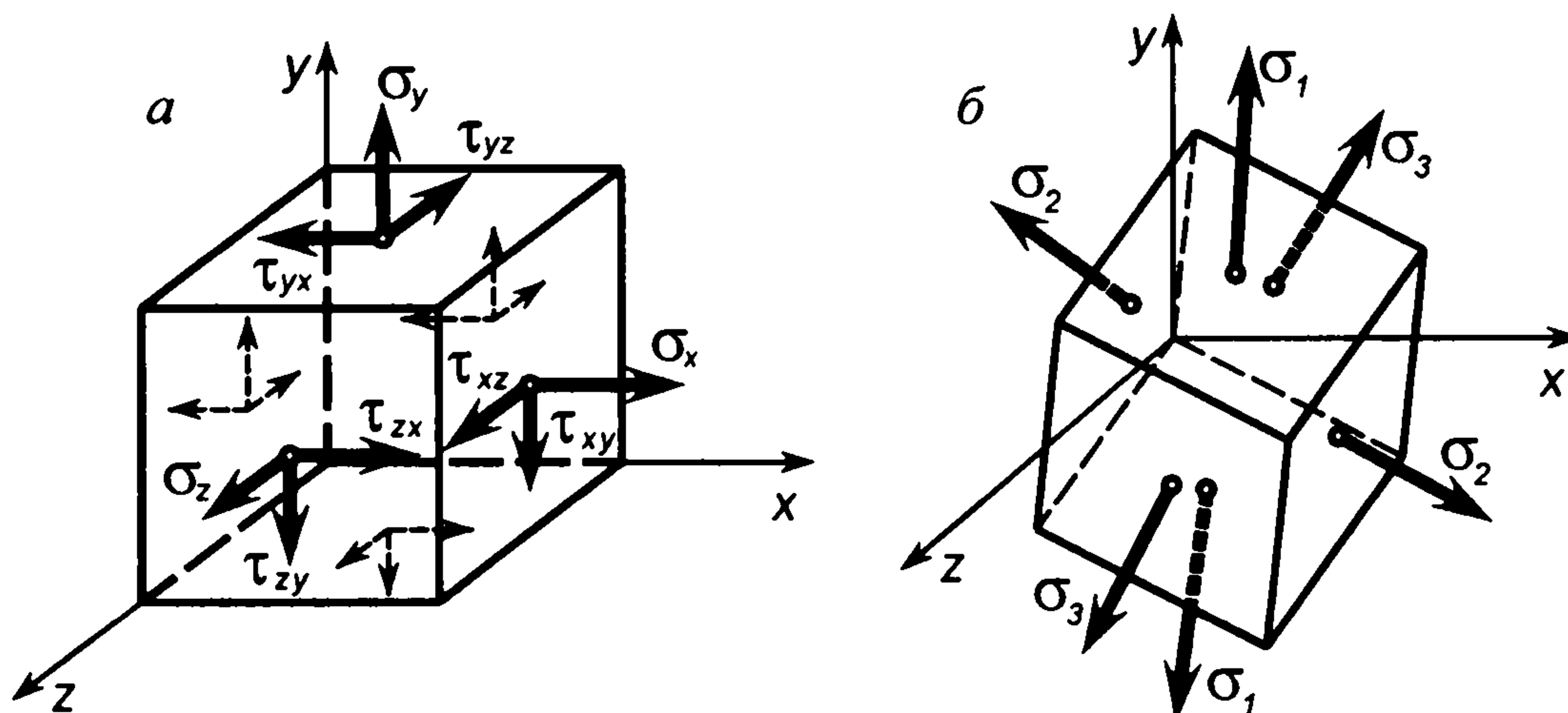


Рис. 3.8. Компоненти напружень і головні напруження

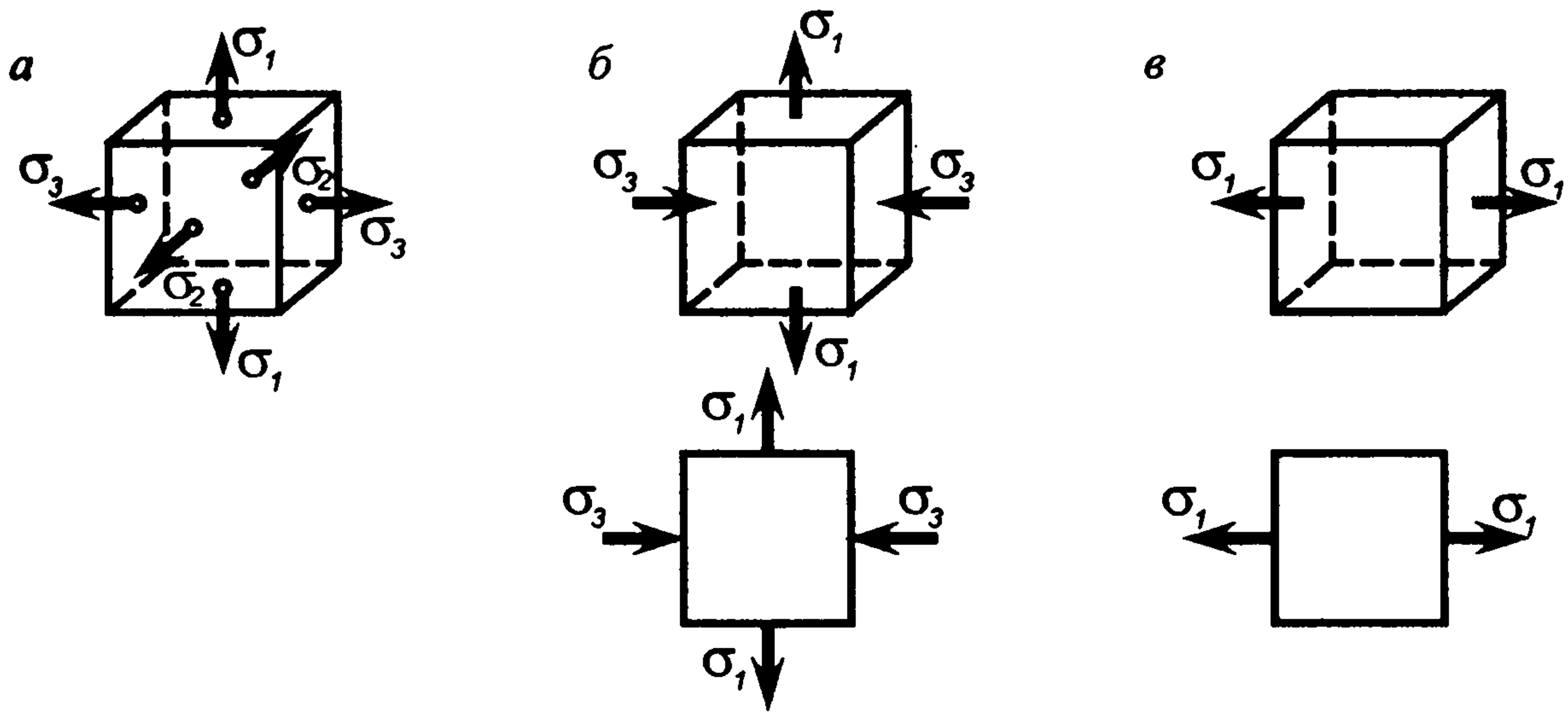


Рис. 3.9. Об'ємний, плоский і лінійний напружені стани

яких набувають екстремальні значення, а дотичні напруження відсутні. Ці площинки прийнято називати *головними площинками*, а нормальні напруження на них – *головними напруженнями*.

Головні напруження позначають σ_1 , σ_2 і σ_3 , при цьому треба зберігати таку послідовність: $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$. Наприклад, якщо одне з головних напружень становить 30 МПа, друге дорівнює нулю, а третє відповідає значенню -40 МПа, то їх треба позначати: $\sigma_1 = 30$ МПа, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = -40$ МПа.

Залежно від наявності відмінних від нуля головних напружень розрізняють такі види напруженого стану (рис. 3.9): *об'ємний (тривісний) напружений стан*, коли всі три головні напруження відмінні від нуля (рис. 3.9, а); *плоский (двовісний) напружений стан*, якщо два головні напруження не дорівнюють нулю (рис. 3.9, б); *лінійний (одновісний) напружений стан*, коли не дорівнює нулеві тільки одне головне напруження (рис. 3.9, в).

Аналіз напруженого стану в точках навантаженого тіла дозволяє зробити деякі важливі висновки, які подамо тут без доведення.

Головні площинки, які проведені через будь-яку точку тіла, є взаємно перпендикулярні.

На головних площинках дотичні напруження дорівнюють нулю.

Дотичні напруження досягають максимальних значень на площинках, повернутих відносно головних на кут 45° .

У випадку плоского напруженого стану, за умови $\sigma_1 = -\sigma_3$ (рис. 3.10) виникає деформація чистого зсуву, коли на площинках, повернутих відносно головних на кут 45° , виникає максимальне дотичне напруження $\tau_{\max} = \sigma_1 = -\sigma_3$, а нормальні напруження відсутні.

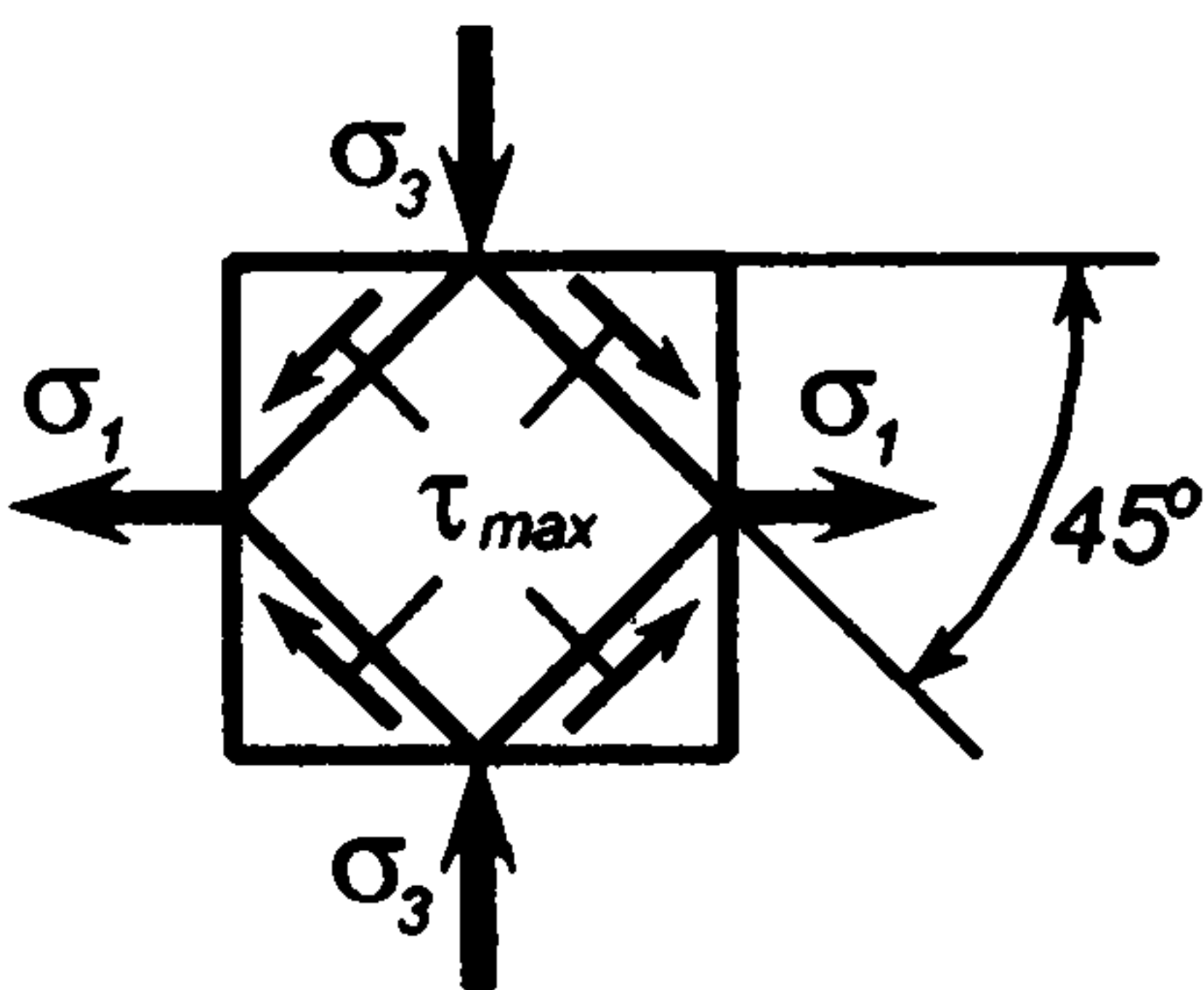


Рис. 3.10. До пояснення деформації чистого зсуву

3.9. Загальні принципи розрахунків на міцність

Розрахунок на міцність є однією з найголовніших задач забезпечення функціональної здатності елементів машин та споруд в умовах експлуатації. Втратою міцності, як вже зазначалось вище, прийнято вважати виникнення хоча би в одній точці залишкових деформацій або ознак руйнування.

Напруження, при яких виникають залишкові деформації чи ознаки руйнування, прийнято називати *граничними* і позначати σ_{lim} . Ці напруження для різних матеріалів можна визначити тільки експериментально.

З іншого боку, відповідними розрахунками в навантаженому тілі можна виявити небезпечні точки, де виникають найбільші напруження σ_{max} , які вважають *розрахунковими напруженнями*. Тоді оцінку міцності можна здійснити порівнянням розрахункового і граничного напружень. Міцність буде забезпечена, якщо $\sigma_{max} < \sigma_{lim}$.

Число, яке показує, у скільки разів розрахункове напруження менше від граничного, називається *коефіцієнтом запасу міцності*, який позначають s .

Якщо йти таким шляхом, то для кожного можливого напруженого стану і для різних матеріалів треба мати граничні напруження, які отримують експериментально. Зрозуміло, що широка різноманітність можливих напружених станів, велика номенклатура застосовуваних в техніці матеріалів, відсутність або надмірна складність випробовувальної техніки для створення будь-якого виду напруженого стану, роблять такий підхід до розв'язання задачі неприйнятним. Тому потрібно знайти такий спосіб оцінки міцності, який би дозволив за експериментальними даними, отриманими в умовах простого одновісного розтягу чи стиску, проводити оцінку міцності деталей, що працюють в умовах будь-якого напруженого стану.

Нині прийнято таку схему оцінки міцності деталей. Довільний напружений стан в точці, який характеризується головними напруженнями σ_1 , σ_2 і σ_3 (рис. 3.11), заміняють рівнонебезпечним одновісним напруженим станом з еквівалентним розрахунковим напруженням σ_E , яке порівнюють з граничним напруженням σ_{lim} , отриманим в умовах достатньо вивченого експериментально одновісного розтягу (див. гл. 4).

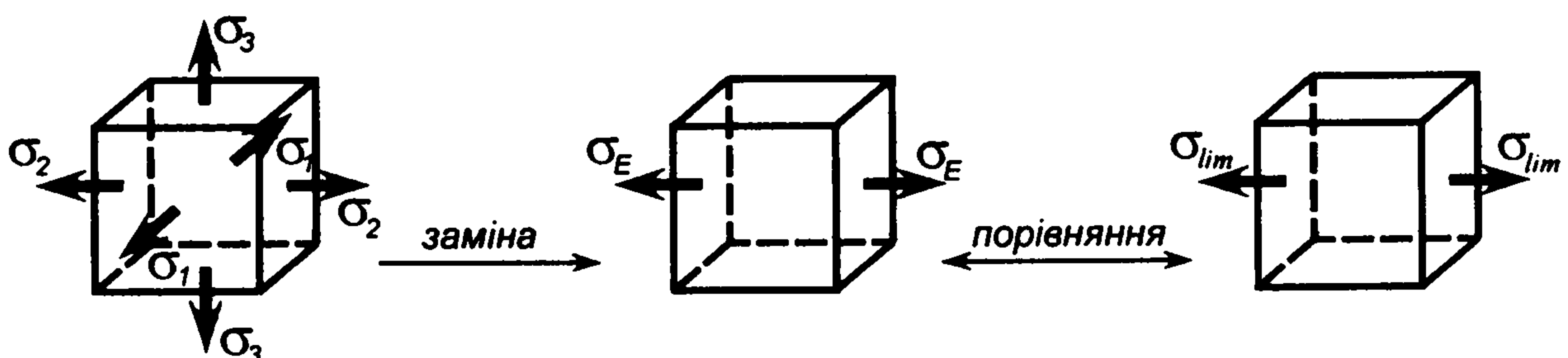


Рис. 3.11. Підхід до розрахунку на міцність

В такому підході до розрахунку на міцність коефіцієнт запасу міцності визначають за виразом

$$s = \frac{\sigma_{\text{lim}}}{\sigma_E}. \quad (3.14)$$

Щоб реалізувати подану схему розрахунку на міцність, необхідно пов'язати напруження двох рівнонебезпечних станів певною залежністю, тобто виразити σ_E через головні напруження σ_1 , σ_2 і σ_3 . Для встановлення такої залежності висунуто ряд гіпотез і запропоновано кілька *теорій міцності*.

Теорія найбільших нормальних напружень сформульована Галілеєм у XVII ст. За цією теорією основним фактором, що викликає небезпечний стан матеріалу в точці при об'ємному напруженому стані, є найбільше нормальне напруження. Тут еквівалентне напруження рекомендується приймати:

$$\sigma_E = \sigma_1 \quad \text{або} \quad \sigma_E = |\sigma_3|. \quad (3.15)$$

Недоліком теорії є те, що при об'ємному напруженому стані вона враховує лише найбільші напруження і нехтує іншими напруженнями. Вона дає задовільні результати лише у разі перевірки міцності елементів, виготовлених з дуже крихких матеріалів (типу камінь, цегла та ін.).

Теорія найбільших лінійних деформацій. Ця теорія розроблена Маріоттом у 1682 р. Згідно з цією теорією вважається, що міцність матеріалу при об'ємному напруженому стані буде порушена тоді, коли найбільше відносне видовження досягне небезпечної величини. За теорією найбільших лінійних деформацій еквівалентне напруження прийнято визначати за формулою

$$\sigma_E = \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3). \quad (3.16)$$

З формули (3.16) видно, що теорія міцності враховує всі три головні напруження. Однак експериментальна перевірка теорії показала, що вона підтверджується лише для крихких матеріалів типу легованого чавуну, високоміцних сталей.

Теорія найбільших дотичних напружень запропонована Кулоном в 1773 р. За цією теорією небезпечний стан матеріалу в точці настає тоді, коли найбільші дотичні напруження досягають граничного значення τ_{lim} . За еквівалентне напруження в теорії найбільших дотичних напружень приймають

$$\sigma_E = \sigma_1 - \sigma_3. \quad (3.17)$$

Ця теорія міцності підтверджується експериментами, особливо для деталей, виготовлених з пластичних матеріалів.

Енергетична теорія міцності. В 1904 р. М. Губер проаналізував недоліки попередніх теорій і запропонував теорію, згідно з якою небезпечний стан матеріалу при об'ємному напруженому стані настає тоді, коли питома потенціальна енергія формозміни досягає граничного значення. За цією теорією еквівалентне напруження при об'ємному напруженому стані визначають так

$$\sigma_E = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}. \quad (3.18)$$

Розрахунки за цією теорією підтверджуються експериментально тільки для деталей, що виготовлені з пластичних матеріалів.

Теорія міцності Мора. Ця теорія, яка сформульована Мором в 1900 р., побудована на припущенні, що з трьох головних напружень об'ємного напруженого стану на міцність впливають тільки найбільше σ_1 та найменше σ_3 головні напруження. Відповідно до теорії Мора еквівалентне напруження визначається за формулою

$$\sigma_E = \sigma_1 - k\sigma_3. \quad (3.19)$$

Тут $k = \sigma_{plim} / \sigma_{clim}$ – коефіцієнт, що встановлює співвідношення між граничним напруженням при розтягу σ_{plim} і граничним напруженням при стиску σ_{clim} матеріалу деталі.

Теорія міцності Мора найбільш універсальна. Її можна застосовувати як для крихких, так і для пластичних матеріалів. Найкращі результати ця теорія дає для випадку, коли $\sigma_1 > 0$ і $\sigma_3 < 0$. Ця обставина істотна, оскільки при розв'язуванні практичних задач напружений стан такого виду зустрічається досить часто.

Розглянемо тепер, для прикладу, спрощений плоский напружений стан (рис. 3.12). Так прийнято умовно називати частковий випадок напруженого стану, коли лише на одній грані кубика виникає нормальне напруження σ , а на інших гранях мають місце дотичні напруження τ (рис. 3.12, а).

Для такого напруженого стану головні напруження (рис. 3.12, б) визначають за формулами:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}; \\ \sigma_2 &= 0; \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}.$$

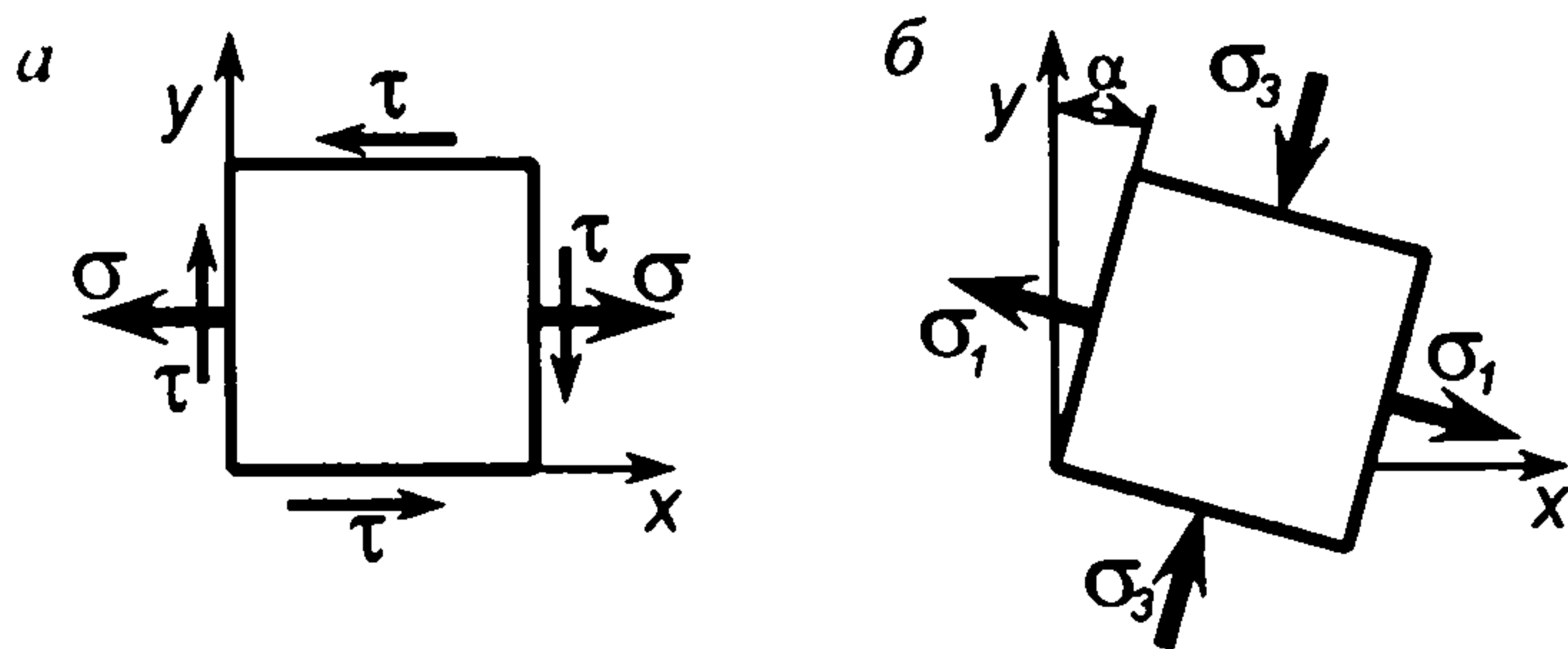


Рис. 3.12. Спрощений плоский непружний стан

Якщо застосовувати теорію міцності Мора для такого напруженого стану, то отримуємо такий вираз для визначення еквівалентного напруження

$$\sigma_E = \frac{1-k}{2} \sigma + \frac{1+k}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}. \quad (3.21)$$

У формулу (3.21) напруження σ треба підставляти зі своїм знаком. У випадку, коли матеріал деталі має при розтягу і стиску однакові характеристики, тобто $\sigma_{plim} = \sigma_{clim}$, то формула (3.21) набуває вигляду

$$\sigma_E = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}. \quad (3.22)$$

Для такого ж матеріалу при чистому зсуві (див. рис. 3.10), коли $\sigma_1 = -\sigma_3 = \tau_{\max}$, теорія міцності Мора (формула (3.19) при $k=1$) дає такий результат:

$$\sigma_E = 2\tau_{\max}. \quad (3.23)$$

У випадку одновісного розтягу (рис. 3.9, в) $\sigma_1 = \sigma_p$, $\sigma_3 = 0$ чи одновісного стиску $\sigma_1 = 0$, $\sigma_3 = -\sigma_c$ за теорією міцності Мора маємо:

$$\sigma_E = \sigma_p \text{ або } \sigma_E = \sigma_c. \quad (3.24)$$

У розрахунках на міцність коефіцієнт запасу міцності s за формулою (3.14) завжди повинен бути більшим від одиниці. Мінімально допустимі значення коефіцієнтів запасу міцності встановлюють на основі досвіду проектування і експлуатації різних технічних об'єктів; ці значення прийнято називати *допустимими* (або нормативними) і позначати $[s]$. Міцність елемента розрахунку вважається забезпеченою, якщо його розрахунковий коефіцієнт запасу не менший, ніж допустимий, тобто

$$s \geq [s]. \quad (3.25)$$

Допустимі коефіцієнти запасу міцності можуть прийматись в широких межах: від 1,3 до 5 і більше. Все залежить від точності визначення розрахункових напружень, достовірності інформації про граничні напруження, ступеня відповідальності об'єкта розрахунку і т.д. Детальніші відомості про вибір допустимих коефіцієнтів запасу міцності подано в розділах, де розглядаються розрахунки конкретних елементів різних технічних об'єктів.

Часто розрахунки на міцність зручно вести за *допустимим напруженням*, яке визначають за виразом

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\lim}}{[s]}. \quad (3.26)$$

В цьому випадку умову міцності записують так:

$$\sigma_E \leq [\sigma].$$

Докладнішу інформацію про визначення допустимих напружень для різних матеріалів подано в главі 4.

ГЛАВА 4. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ВИПРОБУВАННЯ КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ СТАТИЧНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ

4.1 Випробовування матеріалів на розтяг

У п. 3.9 зазначено, що під час розрахунків на міцність елементів технічних об'єктів треба знати властивості матеріалів, з яких ці елементи

будуть виготовлені. Величини, які характеризують кількісний аспект механічних властивостей, називають *механічними властивостями матеріалу*. Для отримання їхніх числових значень здійснюють різні випробування матеріалів.

Найбільше розповсюдження мають випробування на розтяг, оскільки вони найпростіші у виконанні і дозволяють достатньо точно оцінити поведінку матеріалу в інших умовах навантаження. Випробування на розтяг здійснюють на спеціально виготовлених дослідних зразках матеріалу, розміри яких повинні мати певні співвідношення для забезпечення отримання порівняльних результатів. Переважно зразки матеріалів виготовляють циліндричними (рис. 4.1, а), а у випадку випробування листових матеріалів – плоскими (рис. 4.1, б). На рисунку l_0 – розрахункова довжина зразка, A_0 – площа його поперечного перерізу.

Розтяг зразків здійснюється на спеціальних випробувальних машинах, які мають відповідні пристрої для неперервної реєстрації сили, що розтягує зразок, і відповідного цій силі видовження зразка. В процесі випробування отримують діаграму залежності видовження Δl від розтягувальної сили F , яка називається *діаграмою розтягу матеріалу*.

На рис. 4.1, в зображена типова діаграма розтягу зразка з низькоуглецевої м'якої сталі. Умовно діаграму розтягу можна поділити на чотири ділянки. Від початку навантаження до певного значення сили F діаграма має форму прямої OA , тобто між силою та видовженням зберігається пряма пропорційність. На цій стадії розтягу справедливий закон Гука. Якщо на цій ділянці з будь-яким значенням сили F повністю розвантажити зразок, то процес розвантаження відбудеться по цій же прямій і зразок повністю відновить свої розміри. Деформація на ділянці OA є пружною, тому її прийнято називати *ділянкою пружності*.

Після точки A процес розтягу зразка на діаграмі зображається кривою лінією, яка плавно переходить в горизонтальну ділянку. На цій стадії

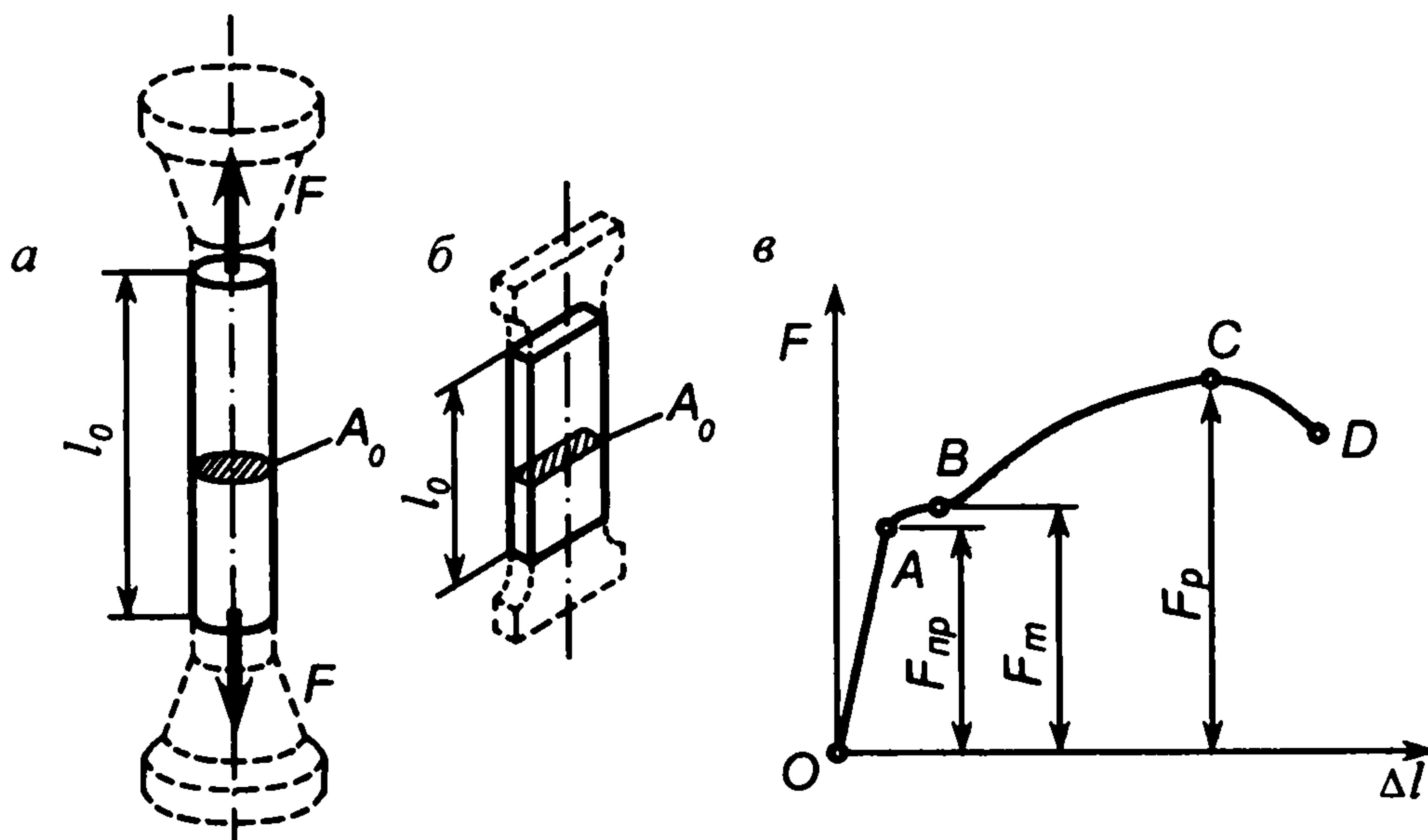


Рис. 4.1. Форми дослідних зразків і діаграма розтягу для сталі

розтягу видовження зразка росте при практично постійній розтягувальній силі і супроводжується залишковим видовженням, яке не зникає після розвантаження. Ділянку AB прийнято називати *ділянкою текучості матеріалу*.

Після стадії текучості матеріал знову набуває здатності чинити опір деформуванню, але залежність між розтягувальною силою і деформацією зразка перестає бути лінійною. Цьому процесу відповідає ділянка BC діаграми, яку називають *ділянкою зміцнення*. Точка C відповідає граничній силі, яку може витримати зразок при розтягу.

Подальша зміна довжини зразка здійснюється головним чином на незначній його довжині. Тут відбувається місцеве і значне його звуження і утворення так званої шийки, що є результатом зменшення розтягувальної сили. Тому ділянку кривої CD (див. рис. 4.1, *в*) називають *ділянкою місцевої текучості*. Точка D відповідає повному розриву зразка.

Як зазначено вище, форма діаграми розтягу на рис. 4.1, *в* властива для низьковуглецевих сталей. Однак для інших металів наявність ділянки текучості не завжди є характерною. Здебільшого діаграма розтягу зразка

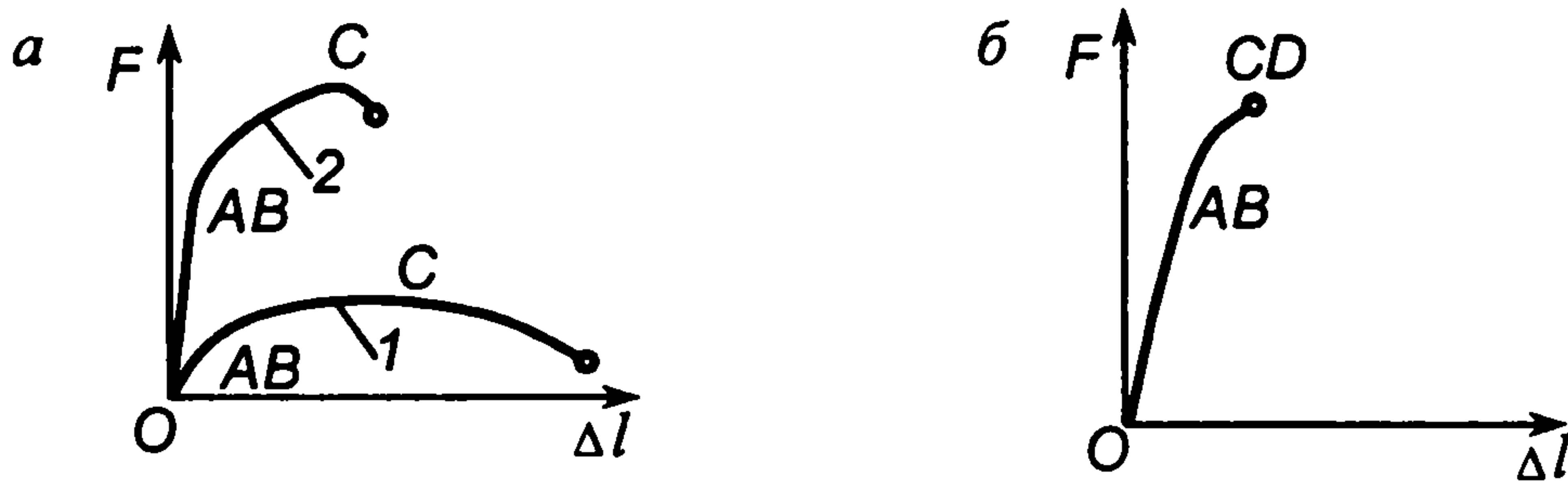


Рис. 4.2. Форми діаграм розтягу різних матеріалів

має вигляд кривих (рис. 4.2, *а*). Тут крива 1 є характерною для алюмінію, а крива 2 – для високоякісних легованих сталей. Для крихких матеріалів (чавуну, загартованих вуглецевих і легованих сталей та ін.) діаграма

розтягу має форму, зображену на рис. 4.2, *б*.

Діаграма розтягу в координатах $F - \Delta l$ залежить не тільки від властивостей матеріалу, але і від розмірів зразка. Щоб отримати діаграму, яка характеризує тільки механічні властивості матеріалу, початкову діаграму розтягу перебудовують в координатах $\sigma - \epsilon$ (рис. 4.3), яку також прийнято називати діаграмою розтягу матеріалу. Ординати цієї діаграми одержують діленням сили F на початкову площу A_0 поперечного перерізу зразка, що відповідає напруженню розтягу $\sigma = F/A_0$. Це виправдано тим, що, як показують досліди, при розтягу зразка майже до точки C розміри його поперечного перерізу по всій довжині практично не змінюються і у всіх його точках має місце однорідний напружений стан. Абсциси діаграми (також до точки C) приймають такими, що дорівнюють відношенню видовження зразка до його початкової довжини, тобто $\epsilon = \Delta l / l_0$.

Оскільки A_0 і l_0 постійні, то діаграма $\sigma - \epsilon$ (див. рис. 4.3, *а*) має такий же вигляд, як і діаграма $F - \Delta l$. Точки O, A, B, C, D на діаграмі $F - \Delta l$ відповідають точкам $0, a, b, c, d$ на діаграмі $\sigma - \epsilon$. Тут спадна ділянка cd діаграми має умовний характер, тому що утворення шийки на зразку має локальне розташування і супроводжується істотним зменшенням площі

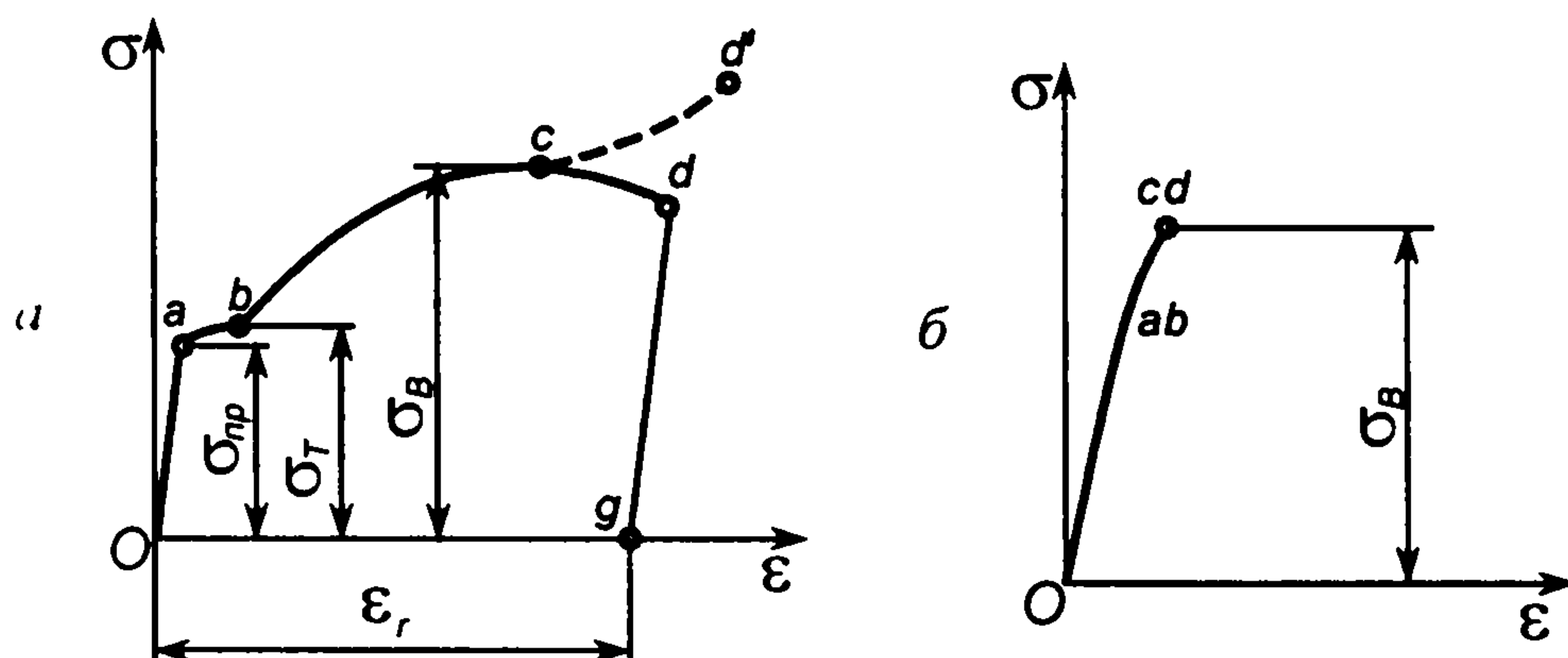


Рис. 4.3. Основні механічні характеристики матеріалів лінією.

Відповідно до діаграми розтягу прийняті такі основні механічні характеристики матеріалу.

Границя пропорційності $\sigma_{\text{пр}} = F_{\text{пр}} / A_0$ – найбільше напруження, до якого справедливий закон Гука.

Границя текучості $\sigma_{\text{т}} = F_{\text{т}} / A_0$ – напруження, при якому відбувається ріст залишкових деформацій зразка без практичної зміни розтягувальної сили. Для деяких матеріалів, що не мають на діаграмі чітко вираженої ділянки текучості, введено поняття *умовної границі текучості* $\sigma_{0,2}$, під яким розуміють напруження, що викликає залишкову деформацію зразка 0,002 або 0,2%.

Границя міцності $\sigma_{\text{в}} = F_{\text{гр}} / A_0$ – умовне напруження, що відповідає граничній силі, яку може витримати зразок до його руйнування.

Діаграма розтягу матеріалу дозволяє встановити також модуль пружності E . Його можна отримати з ділянки Oa діаграми зі співвідношення $E = \sigma / \epsilon$.

У практичних розрахунках використовують ще одну характеристику матеріалу - *відносну деформацію при розриві зразка*, яка визначається (у відсотках) за виразом:

$$\epsilon_r = \frac{l - l_0}{l_0} \cdot 100\%. \quad (4.1)$$

Тут l і l_0 – довжина розрахункової частини зразка відповідно в момент розриву і початкова довжина (див. рис. 4.3, а).

Здатність матеріалу зазнавати великих залишкових деформацій, не руйнуючись, має назву *пластичності*. Чим більша ϵ_r , тим пластичнішим є матеріал. Протилежною до властивості пластичності є *крихкість*, тобто здатність матеріалу руйнуватись без набуття залишкових деформацій. Поділ матеріалів на пластичні і крихкі є умовним, оскільки не існує різкого переходу в параметрі ϵ_r . Звичайно вважають матеріал пластичним, якщо $\epsilon_r > 5\%$, і крихким, якщо $\epsilon_r < 5\%$. До пластичних матеріалів відносять маловуглецеві сталі, мідь, алюміній,

латунь, свинець, до крихких – чавун, високовуглецеві сталі, скло, цеглу, бетон.

На рис. 4.3, б показано діаграму розтягу крихкого матеріалу. На ній відсутня ділянка текучості, руйнування зразка відбувається практично без залишкових деформацій, шийка на зразку не утворюється. Тому основною механічною характеристикою крихкого матеріалу є границя міцності σ_b .

4.2 Випробовування матеріалів на стиск

Досягнення однорідного одновісного напруженого стану при стиску є складнішою задачею, ніж створення умов для одновісного розтягу. На результати випробувань насамперед впливає співвідношення розмірів висоти і перерізу зразка. Якщо висота велика і порівняльно малі розміри перерізу, то може відбутись прогин зразка, як це зображено на рис. 3.1, в. Застосування ж дуже коротких зразків також неприйнятне, оскільки сили тертя на торцях зразка не допускають його розширення і він набуває бочкоподібної форми. Це звичайно є причиною виникнення неоднорідного напруженого стану. Щоб послабити вплив сил тертя, застосовують різні мастила, але при цьому важко досягти стабільності результатів випробувань. Незважаючи на зазначені труднощі, випробовування матеріалів на стиск широко проводяться, оскільки знання механічних характеристик матеріалу при стиску необхідне для розв'язування багатьох практичних задач.

Випробовування матеріалів на одновісний стиск проводять на спеціальних пресах або універсальних випробувальних машинах. При цьому використовують зразки матеріалів у вигляді циліндрів малої висоти (близько трьох діаметрів) або у вигляді кубиків.

Під час стискання зразка з крихкого матеріалу його руйнування відбувається через утворення тріщин, направлених приблизно під кутом 45° до напрямку осі стискання (рис. 4.4, а, б), тобто по площинах, в яких виникають найбільші дотичні напруження. Як для чавуну (рис. 4.4, а), так і, наприклад, для цегли чи каменю (рис. 4.4, б) процес руйнування при стиску відбувається миттєво з утворенням відламків довільної форми. Діаграма стиску крихкого матеріалу (рис. 4.4, в) подібна до діаграми розтягу,

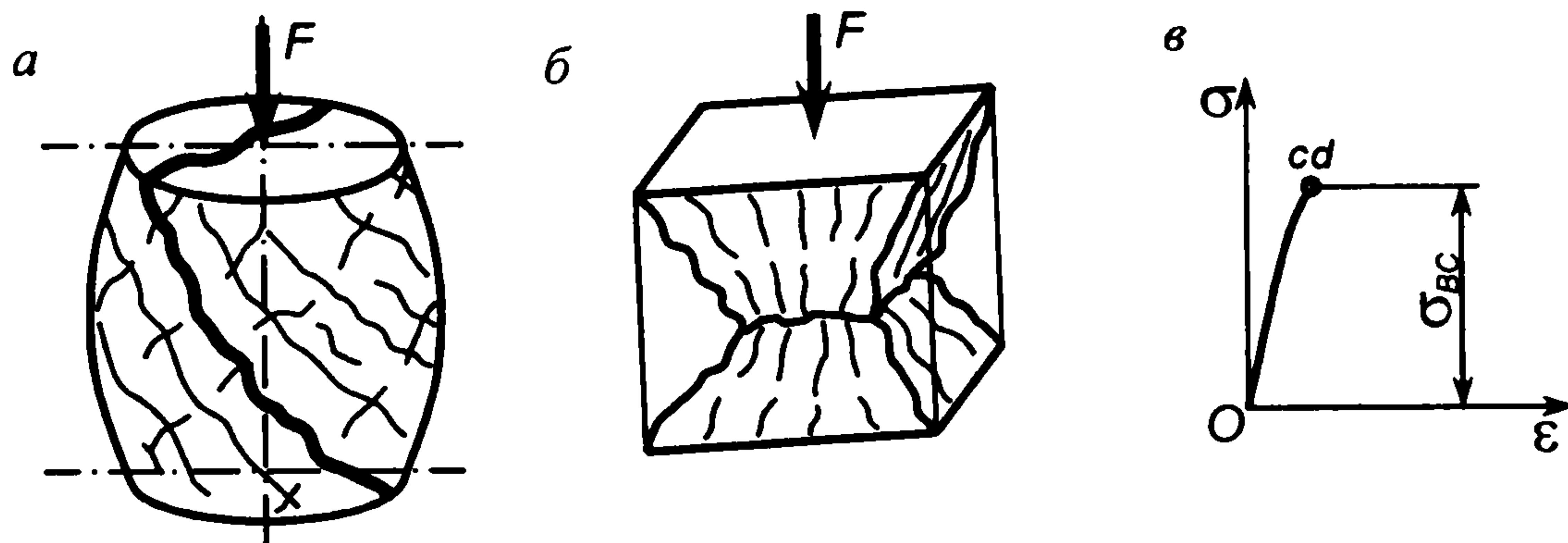


Рис. 4.4. Форми зразків матеріалів і їхнє руйнування при випробовуванні на стиск

однак границя міцності при стиску σ_{bc} є значно вищою, ніж при розтягу, тобто крихкі матеріали чинять опір стисканню значно краще, ніж розтягу. Наприклад, для чавуну границя міцності при стиску σ_{bc} є більшою від границі міцності при розтягу σ_b у 2...4 рази.

Пластичний матеріал при стисканні має іншу поведінку. Спочатку діаграма стиску збігається з його діаграмою розтягу, але після точки С стискальна сила не зменшується, як при розтягу, а різко зростає (рис. 4.5, а). Це відбувається через те, що площа поперечного перерізу стиснутого зразка збільшується, зразок набуває бочкоподібної форми (рис. 4.5, б). Довести до руйнування стиском зразок з пластичного матеріалу неможливо. Тому *границю міцності при стиску для пластичних матеріалів не визначають. Значення модулів пружності, границі пропорційності і текучості для більшості пластичних матеріалів можна вважати однаковими при розтягу і стиску.*

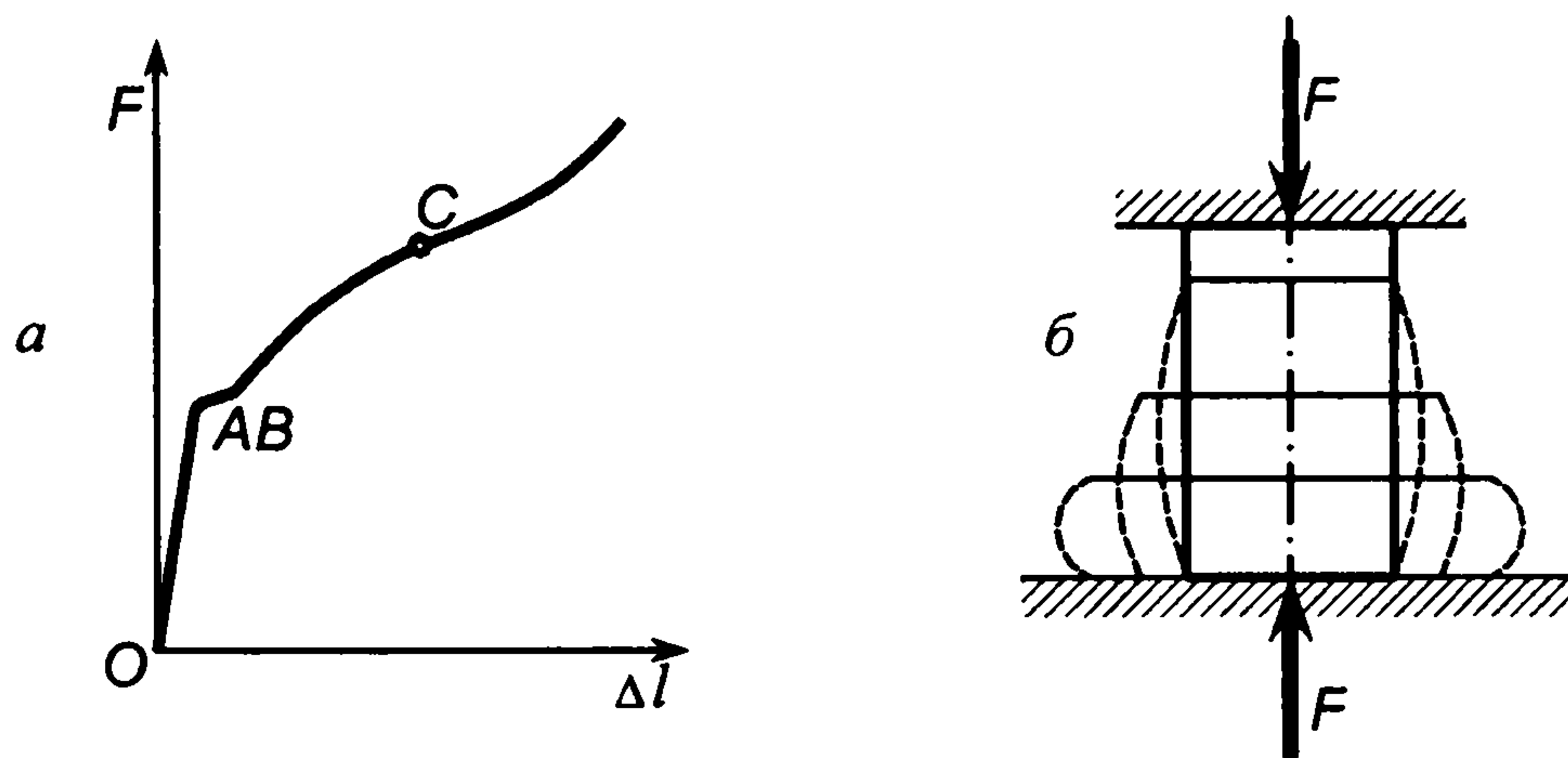


Рис. 4.5. Діаграма стиску і характер деформування пластичного матеріалу

У тих випадках, коли границі текучості при розтягу і стиску різні, їх позначають відповідно σ_T і σ_{TC} . Прикладами матеріалів, для яких $\sigma_T \neq \sigma_{TC}$, можуть бути деякі загартовані леговані сталі. Такі матеріали інколи називають крихкопластичними.

У табл. 4.1 наведені основні механічні характеристики деяких конструкційних матеріалів.

Таблиця 4.1. Механічні характеристики деяких конструкційних матеріалів

Матеріал	σ_b , МПа	σ_{bc} , МПа	σ_T , МПа	ϵ_r , %
Сталь 20 (Ст 3)	420	-	250	25
Сталь 45 (Ст 6)	610	-	360	16
Сталь 40Х	1000	-	800	10
Чавун СЧ12	120	500	-	-
Чавун СЧ18	180	700	-	-
Дуралюмін Д16	440	-	340	10
Текстоліт ПТК	100	155	-	-

4.3 Допустимі напруження в розрахунках на міцність

За виразом (3.27) умова міцності вимагає визначити допустиме напруження $[\sigma]$ для різних матеріалів. Допустиме напруження залежить від граничного напруження σ_{lim} для конкретного матеріалу і допустимого коефіцієнта запасу міцності $[s]$. Тепер, після вивчення основних механічних характеристик конструкційних матеріалів, отриманих в результаті механічних випробувань, встановлено, що потрібно прийняти за граничне чи небезпечне напруження.

Для статично навантажених елементів механічних об'єктів, виготовлених з пластичних матеріалів, за граничне напруження треба приймати границю текучості σ_{τ} матеріалу, тобто $\sigma_{\text{lim}} = \sigma_{\tau}$. Тоді допустиме напруження

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\tau}}{[s]}. \quad (4.2)$$

Тут коефіцієнт запасу міцності відносно границі текучості можна приймати $[s]=1,5, \dots, 2$. Малі значення коефіцієнта запасу міцності в даному випадку пояснюються тим, що виникнення можливого явища текучості в матеріалі деталі не спричинить раптового і повного її руйнування.

Для статично навантажених елементів технічних об'єктів, виготовлених з крихких матеріалів, за граничне напруження приймають границю міцності матеріалу $\sigma_{\text{в}}$, тобто $\sigma_{\text{lim}} = \sigma_{\text{в}}$. В даному випадку допустиме напруження

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{в}}}{[s]}. \quad (4.3)$$

У розрахунках деталей з крихких матеріалів коефіцієнти запасу міцності призначають в межах $[s]=2,5 \dots 3$. Тут підвищені коефіцієнти запасу міцності обґрунтовуються тим, що крихкі матеріали руйнуються раптово.

У випадку деформації чистого зсуву, наприклад, при крученні стержнів, розрахунки на міцність здійснюють за дотичними напруженнями, де повинна виконуватись умова

$$\tau_{\text{max}} \leq [\tau]. \quad (4.4)$$

Якщо взяти до уваги вирази (3.23) і (3,27), то можна записати, що $2\tau_{\text{max}} \leq [\sigma]$. Звідси маємо $\tau_{\text{max}} \leq 0,5[\sigma]$, тобто

$$[\tau] = 0,5[\sigma]. \quad (4.5)$$

Записані вирази для допустимих напружень в розрахунках на міцність гарантують роботу навантажених елементів технічних об'єктів в межах пружних деформацій за умови достатньої точності визначення розрахункових чи дійсних напружень.

ГЛАВА 5. ПОБУДОВА ЕПЮР ВНУТРІШНІХ ЗУСИЛЬ

5.1 Загальні зауваження до побудови епюр

Як показано в третій главі, внаслідок дії зовнішніх навантажень у поперечних перерізах стержня можуть виникати такі внутрішні зусилля (внутрішні силові фактори): поздовжнє зусилля N , поперечні зусилля Q , крутний момент T , згинальні моменти M . Внутрішні зусилля можуть бути визначені за відомими зовнішніми силами методом перерізів. Значення зусиль і моментів у різних поперечних перерізах одного і того ж стержня є різними. Графіки зміни внутрішніх зусиль залежно від координат перерізу стержня називають *епюрами*.

Згідно з методом перерізів внутрішні зусилля у деякому перерізі стержня визначаються з умов рівноваги однієї з частин стержня, відокремленої від іншої частини даним перерізом. Розглядувана частина стержня знаходиться в рівновазі під дією зовнішніх сил і внутрішніх зусиль. У випадку, коли серед зовнішніх сил є реакції в'язей, то ці реакції повинні бути визначені до побудови епюр.

Для того, щоб побудувати епюру внутрішнього силового фактора, необхідно визначити його як функцію координати перерізу, котра відраховується вздовж осі стержня. Переважно за допомогою елементарних функцій не можна одержати єдиного аналітичного виразу внутрішнього зусилля для усього стержня. Такі вирази можна записати лише для окремих ділянок стержня, тобто для певних інтервалів зміни координати перерізу. Стержень необхідно так розділити на ділянки, щоб їхніми межами були початок і кінець стержня, перерізи прикладання зовнішніх зосереджених сил і моментів, а також початки і кінці відрізків, на яких діє розподілене навантаження. На межах ділянок відповідні функції внутрішніх зусиль мають скачки або змінюють свій характер.

Під час побудови епюр внутрішніх зусиль користуються такими правилами. Епюру будують на нульовій лінії, яка є паралельною до осі стержня. Значення внутрішнього силового фактора відкладають від нульової лінії, у відповідному масштабі, у напрямі, перпендикулярному до нульової лінії (з урахуванням знака силового фактора). У тому ж напрямі штрихують епюру. На графіковій значками $+$ і $-$ відмічають напрями додатних і від'ємних значень силового фактора, надписують характерні його значення. Крім цього, біля епюри наводять позначення силового фактора, для якого побудована дана епюра.

Епюри внутрішніх зусиль будують у такій послідовності: 1) за допомогою рівнянь рівноваги стержня (якщо він має опори) визначають реакції в'язей або перевіряють рівновагу стержня, якщо відомі всі зовнішні сили, що діють на нього; 2) розбивають стержень на ділянки, в межах яких внутрішні зусилля можна визначити за елементарними функціями координати поперечного перерізу; 3) для кожної з ділянок записують аналітичні вирази внутрішніх силових факторів; 4) за одержаними виразами

визначають внутрішні зусилля для характерних точок епюри; 5) виконують побудову епюри внутрішнього силового фактора.

Епюри внутрішніх зусиль будують передусім для того, щоб використати їх у розрахунках стержня на міцність. Епюри дають можливість знайти найбільше значення внутрішніх силових факторів і розташування перерізів, в яких вони виникають. Ці перерізи для стержнів сталого поперечного перерізу вважають небезпечними.

5.2. Епюри поздовжніх зусиль у стержнях

Поздовжні (нормальні) зусилля в поперечних перерізах стержня виникають в тих випадках, коли стержень навантажений зовнішніми силами, які діють вздовж його осі. Тоді у будь-якому поперечному перерізі всі внутрішні силові фактори дорівнюють нулеві, крім поздовжнього зусилля ($N \neq 0$). Поздовжнє зусилля за абсолютною величиною у довільному перерізі визначається за формулою (див. п. 3.5)

$$|N| = \sum_{i=1}^n F_{ix}|_{\text{лів.}} = \sum_{i=1}^k F_{ix}|_{\text{прав.}}, \quad (5.1)$$

де F_{ix} – проекції зовнішніх сил на вісь стержня, а n і k – число зовнішніх сил, які діють відповідно ліворуч і праворуч від розглядуваного перерізу стержня.

Поздовжнє зусилля N прийнято вважати додатним, якщо воно діє від перерізу, і від'ємним – якщо до перерізу. Під час розв'язування задач знак N зручно встановлювати залежно від напрямку зовнішніх сил: якщо зовнішня сила направлена від розглядуваного перерізу, то вона викликає у цьому перерізі додатне поздовжнє зусилля, а якщо до перерізу, – то від'ємне.

Для прикладу побудови епюри поздовжніх зусиль розглянемо закріплений одним кінцем стержень (рис. 5.1), який навантажений в перерізах A, B, C зосередженими силами $F_1 = 3F, F_2 = 5F, F_3 = 4F$, направленими вздовж осі стержня.

Відкинувши опору стержня і замінивши її дію реакцією R , за умовою рівноваги дістаємо:

$$\sum F_{ix} = 0; \quad F_1 - F_2 + F_3 - R = 0;$$

$$R = F_1 - F_2 + F_3 = 3F - 5F + 4F = 2F.$$

Для побудови епюри поздовжніх зусиль розбиваємо стержень на три ділянки: ділянку I (DC), ділянку II (CB) і ділянку III (BA).

Поздовжні зусилля за виразом (5.1) в довільних перерізах на кожній ділянці (з урахуванням правила знаків):

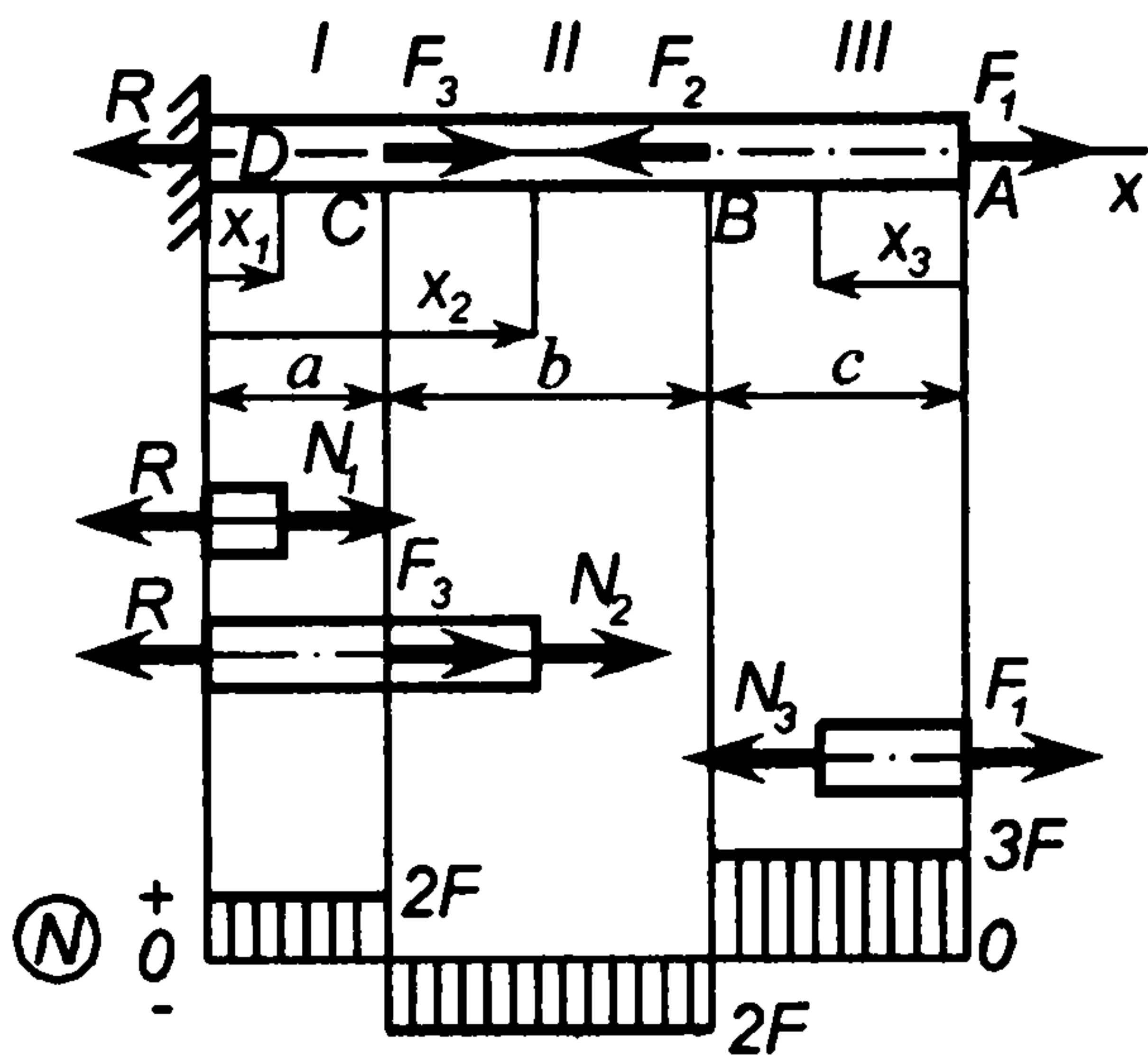


Рис. 5.1. До побудови епюри поздовжніх зусиль

в перерізі на ділянці I ($0 \leq x_1 \leq a$):

$$N_1 = \sum F_{ix|лів.} = R = 2F;$$

в перерізі на ділянці II ($a \leq x_2 \leq a+b$):

$$N_2 = \sum F_{ix|лів.} = R - F_3 = 2F - 4F = -2F;$$

в перерізі на ділянці III ($0 \leq x_3 \leq c$):

$$N_3 = \sum F_{ix|прав.} = F_1 = 3F.$$

Для перерізу з координатою x_3 на III ділянці доцільно додавання виконувати праворуч від цього перерізу, оскільки праворуч діє тільки одна сила F_1 і спрощується підрахунок поздовжнього зусилля N_3 . Такий же результат для N_3 можна отримати, просумувавши F_{ix} для зовнішніх сил, розташованих ліворуч від довільного перерізу на ділянці III.

Розрахунок поздовжніх зусиль N_1, N_2, N_3 у цій задачі показує, що ці зусилля не залежать від координат x_1, x_2, x_3 перерізів, тобто на кожній ділянці стержня поздовжні зусилля мають сталу величину, але можуть мати різні знаки. Епюра поздовжніх зусиль для заданої схеми навантаження стержня зображена на рис. 5.1.

5.3. Епюри крутних моментів

Якщо до прямого стержня у площинах, перпендикулярних до його осі, прикладені зовнішні моменти пар сил, то у його поперечних перерізах всі внутрішні силові фактори дорівнюють нулю, крім крутного моменту ($T \neq 0$). Крутний момент за абсолютним значенням у поперечному перерізі визначається за виразом (див. п. 3.5)

$$|T| = \sum_{i=1}^n M_x(F_i)_{лів.} = \sum_{i=1}^k M_x(F_i)_{прав.} \quad (5.2)$$

Тут $M_x(F_i)$ – моменти зовнішніх сил, прикладених до стержня, взятих відносно його осі x , а n і k – число зовнішніх моментів сил, що діють відповідно ліворуч і праворуч від перерізу, в якому визначають крутний момент.

Крутний момент вважають додатним, якщо він направлений за рухом годинникової стрілки за умови, коли дивитись на розглядуваний переріз, і від'ємним – якщо він направлений проти руху годинникової стрілки. Додатні крутні моменти викликають зовнішні моменти сил, які направлені проти руху годинникової стрілки, якщо дивитись на розглядувану частину стержня вздовж осі з боку перерізу.

Побудову епюри крутних моментів розглянемо на прикладі стержня (рис. 5.2), навантаженого у площинах, перпендикулярних до його осі x , зовнішніми моментами сил $M_1 = 3M$, $M_2 = 5M$ і $M_3 = 2M$.

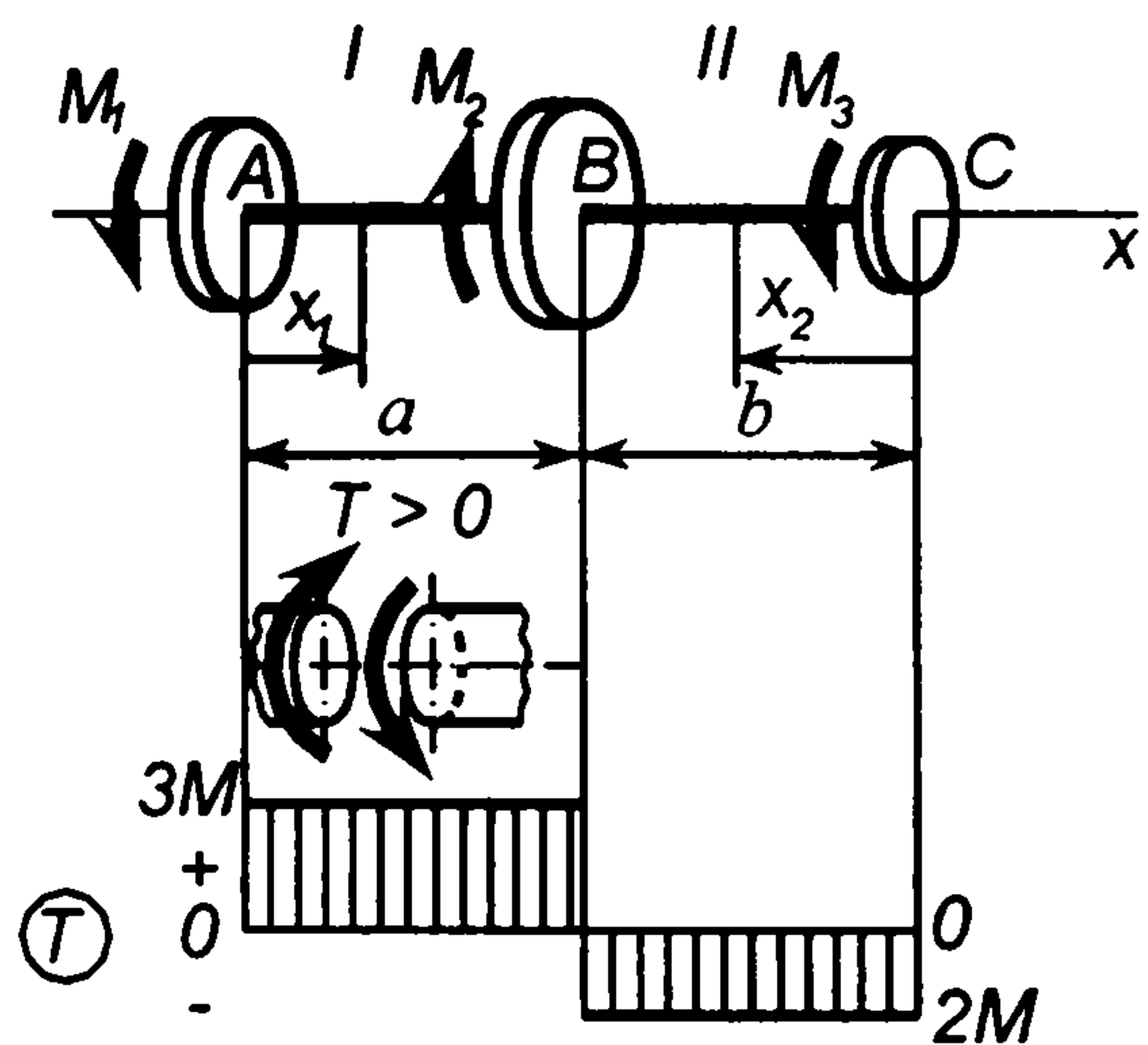


Рис. 5.2. До побудови епюри крутних моментів

Кутні моменти T_1 і T_2 в заданій схемі навантаження стержня не залежать від координат x_1 і x_2 перерізів, а їхня епюра зображена на рис. 5.2.

Стержень під дією заданих зовнішніх моментів сил повинен знаходитись в рівновазі, тобто

$$\sum M_x(F_i) = 0;$$

$$M_1 - M_2 + M_3 = 3M - 5M + 2M = 0.$$

В довільних перерізах на двох ділянках (I – довжиною a і II – довжиною b) стержня визначимо з урахуванням правила знаків крутні моменти (див. рис. 5.2).

В перерізі на ділянці I ($0 \leq x_1 \leq a$):

$$T_1 = \sum M_x(F_i)_{\text{лів.}} = M_1 = 3M.$$

В перерізі на ділянці II ($0 \leq x_2 \leq b$):

$$T_2 = \sum M_x(F_i)_{\text{прав.}} = -M_3 = -2M.$$

5.4. Епюри поперечних зусиль і згинальних моментів

Поперечні зусилля і згинальні моменти виникають у поперечних перерізах стержнів типу балок. Балками називають стержні, що знаходяться в стані плоского поперечного згину. Плоский згин можливий за умови, що все зовнішнє навантаження, яке діє на балку, розташоване в одній площині і вісь балки деформується в цій же площині. При плоскому поперечному згині у будь-якому перерізі балки всі внутрішні силові фактори дорівнюють

нулю, крім згинального моменту ($M \neq 0$) і поперечної сили ($Q \neq 0$).

Схема навантаження балки, що знаходиться у стані плоского поперечного згину, показана на рис. 5.3, а. Розрахункова схема балки зображається спрощено, причому поздовжню вісь балки позначають x , а осі поперечного перерізу – y і z так, як показано на рис. 5.3, б.

Поперечне зусилля в будь-якому поперечному перерізі балки числово дорівнює алгебричній сумі проєкцій на вісь y всіх зовнішніх сил, розташованих по один бік від перерізу (ліворуч або праворуч від розглядуваного перерізу).

$$|Q| = \sum_{i=1}^n F_{iy}|_{\text{лів.}} = \sum_{i=1}^k F_{iy}|_{\text{прав.}} \quad (5.3)$$

Рис. 5.3. Поперечне зусилля і згинальний момент при плоскому згині балки

Поперечне зусилля Q в перерізі балки вважають додатним, якщо воно обертає розглядувану частину балки за ходом годинникової стрілки (рис. 5.3, а), і від'ємним, – якщо проти ходу годинникової стрілки (рис. 5.3, з). Додатне поперечне зусилля викликають зовнішні сили, що намагаються повернути розглядувану частину балки навколо осі z перерізу за ходом годинникової стрілки, і від'ємне, якщо навпаки.

Загальний момент M у будь-якому поперечному перерізі балки чисельно рівний алгебричній сумі моментів відносно осі z перерізу всіх зовнішніх сил, розташованих по один бік від перерізу (ліворуч чи праворуч).

$$|M| = \sum_{i=1}^n M_z(F_i)|_{\text{лів.}} = \sum_{i=1}^k M_z(F_i)|_{\text{прав.}} \quad (5.4)$$

Згинальний момент приймають додатним, якщо він вигинає розглядувану частину балки опуклістю вниз (рис. 5.3, в), і від'ємним, – якщо опуклістю вгору (рис. 5.3, з).

Для прикладу розглянемо побудову епюр поперечних зусиль і згинальних моментів для деяких найпростіших схем навантаження балок.

1. Балка оперта кінцями на шарнірні опори і навантажена зосередженою силою (рис. 5.4).

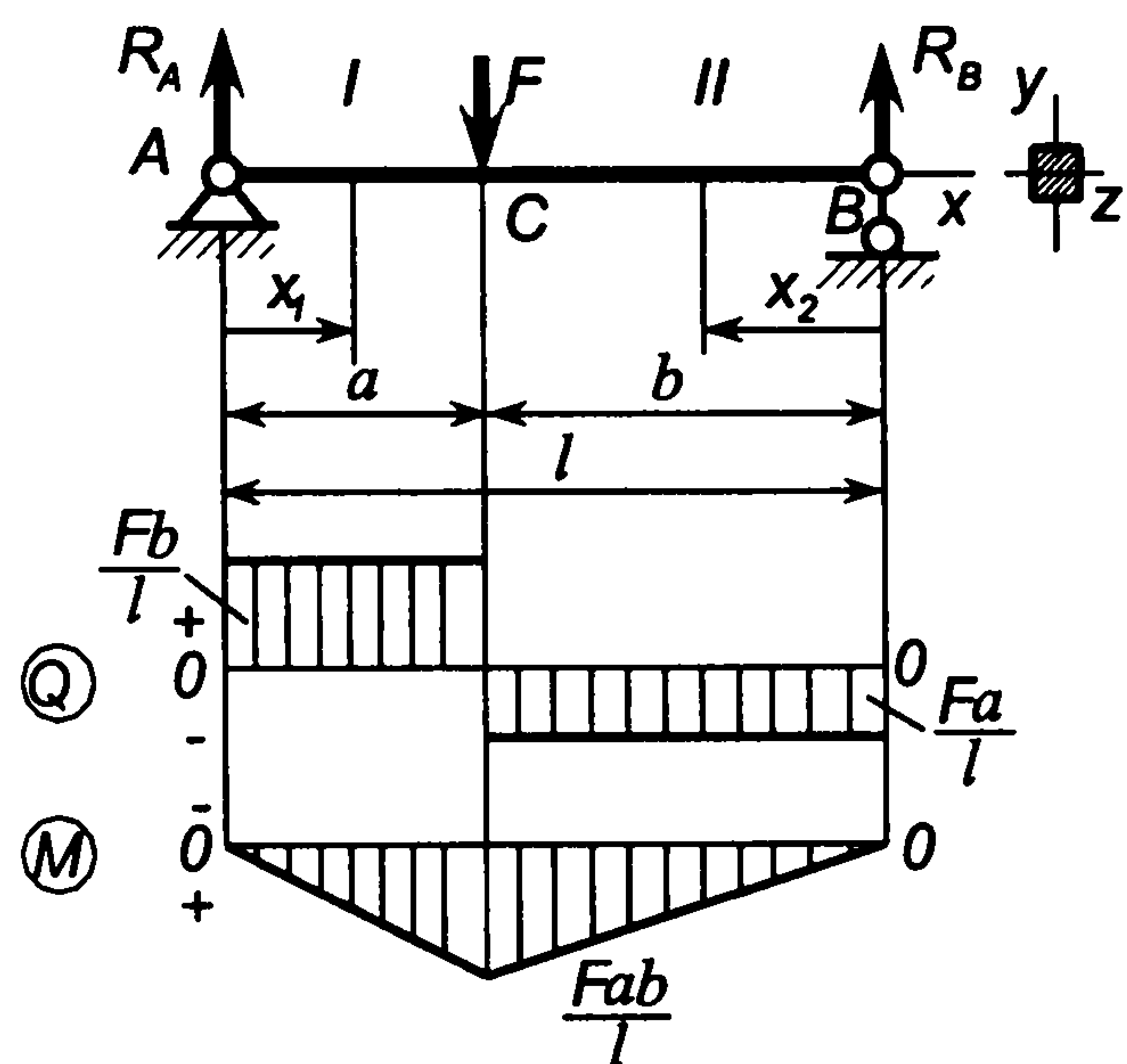


Рис. 5.4. До побудови епюр Q і M

Реакції опор балки знаходимо за умовами її рівноваги:

$$\sum M_A(F_i) = 0: \quad -Fa + R_B l = 0, \quad R_B = \frac{Fa}{l};$$

$$\sum M_B(F_i) = 0: \quad Fb - R_A l = 0, \quad R_A = \frac{Fb}{l}.$$

Балка має дві ділянки: ділянку I (AC) і ділянку II (CB).

Для довільного перерізу ($0 \leq x_1 \leq a$) на ділянці I отримаємо:

$$Q_1(x_1) = \sum F_{iy}|_{\text{лів.}} = R_A = \frac{Fb}{l};$$

$$M_1(x_1) = \sum M_z(F_i)|_{\text{лів.}} = R_A x_1 = \frac{Fb}{l} \cdot x_1;$$

$$M_1(0) = 0; \quad M_1(a) = \frac{Fab}{l}.$$

Для довільного перерізу ($0 \leq x_2 \leq b$) на ділянці II отримаємо:

$$Q_2(x_2) = \sum F_{iy}|_{\text{прав.}} = -R_B = -\frac{Fa}{l};$$

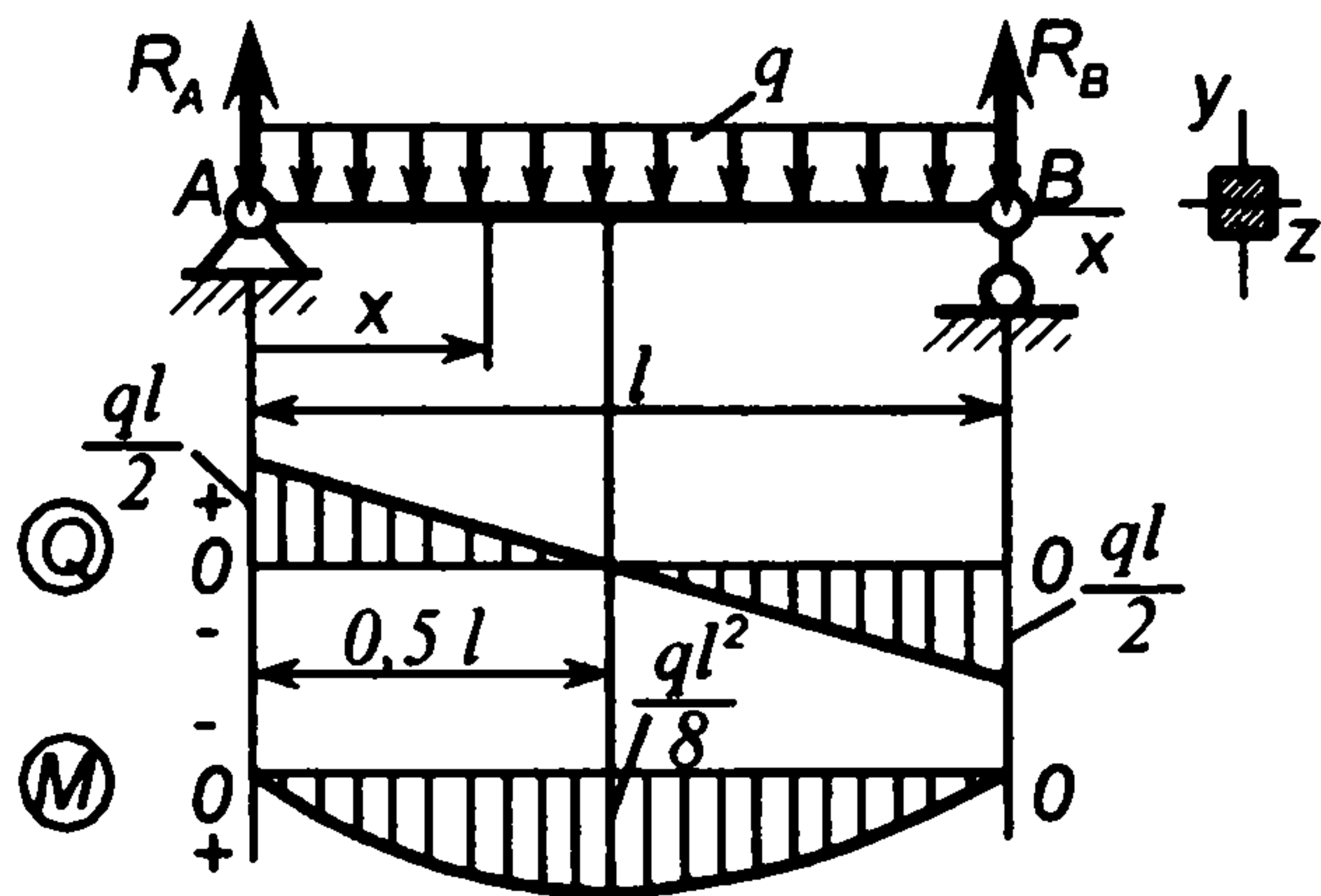
$$M_2(x_2) = \sum M_z(F_i)|_{\text{прав.}} = R_B x_2 = \frac{Fa}{l} \cdot x_2;$$

$$M_2(0) = 0; \quad M_2(b) = \frac{Fab}{l}.$$

На обох ділянках поперечне зусилля Q є сталою величиною, а згинальний момент M виражається лінійною функцією координати x_1 або x_2 поперечного перерізу балки.

За одержаними значеннями поперечних зусиль і згинальних моментів в характерних перерізах побудовані епюри Q і M мають вигляд, зображений на рис. 5.4. Тут додатні згинальні моменти прийнято відкладати вниз від нульової лінії, а від'ємні – вгору. Це пов'язано з тим, що епюра буде побудована на опуклому боці зігнутої осі балки і наближено відтворювати цю вісь.

2. Балка оперта кінцями на шарнірні опори і навантажена рівномірно розподіленою по довжині силою q (рис. 5.5).



Реакції опор балки за умовами її рівноваги:

$$\sum M_A(F_i) = 0: \quad -\frac{ql^2}{2} + R_B l = 0; \quad R_B = \frac{ql}{2};$$

$$\sum M_B(F_i) = 0: \quad \frac{ql^2}{2} - R_A l = 0; \quad R_A = \frac{ql}{2}.$$

Балка із заданою схемою навантаження має одну ділянку, оскільки для всього діапазону зміни координати поперечного перерізу $0 \leq x \leq l$ можна записати аналітичні вирази для поперечного зусилля і згинального моменту:

Рис. 5.5. До побудови епюр Q і M

$$Q(x) = \sum F_{iy}|_{\text{лів.}} = R_A - qx = q(0,5l - x);$$

$$Q(0) = \frac{ql}{2}; \quad Q(l) = -\frac{ql}{2};$$

$$M(x) = \sum M_z(F_i)|_{\text{лів.}} = R_A x - \frac{qx^2}{2} = 0,5q(lx - x^2),$$

$$M(0) = 0; \quad M(l) = 0.$$

Поперечне зусилля Q є лінійною функцією координати x перерізу балки, а згинальний момент M – параболічною функцією. Для визначення максимуму згинального моменту знайдемо похідну

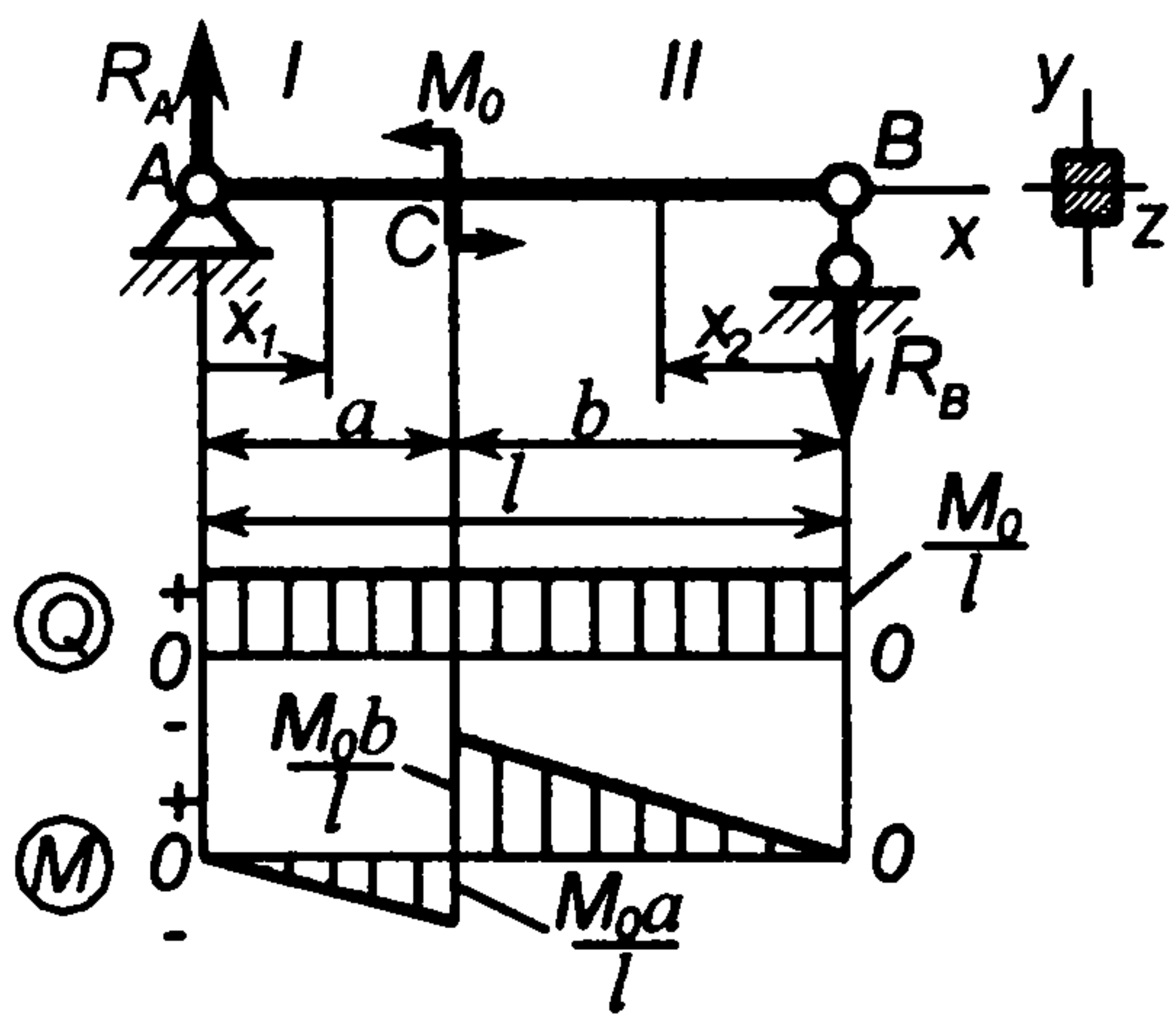
$$\frac{dM(x)}{dx} = 0,5q(l - 2x),$$

яка в точці екстремуму функції повинна дорівнювати нулю:

$$0,5q(l - 2x_m) = 0.$$

Тут x_m – координата поперечного перерізу балки, згинальний момент у якому набуває екстремального значення. Із записаного рівняння отримуємо $x_m = 0,5l$. Екстремальне значення згинального моменту

$$M(x_m) = M(0,5l) = 0,5q(0,5l^2 - 0,25l^2) = \frac{ql^2}{8}.$$

Рис. 5.6. До побудови епюр Q і M

Побудовані за одержаними значеннями Q і M епюри поперечних зусиль і згинальних моментів зображені на рис. 5.5.

3. Двоопорна балка навантажена зосередженою парою сил моментом M_0 (рис. 5.6).

Умови рівноваги балки і реакції її опор:

$$\sum M_A(F_i) = 0: \quad -R_B l + M_0 = 0, \quad R_B = \frac{M_0}{l};$$

$$\sum M_B(F_i) = 0: \quad -R_A l + M_0 = 0, \quad R_A = \frac{M_0}{l}.$$

Для двох ділянок балки I (AC) і II (CB) визначимо поперечні зусилля згинальні моменти.

Для довільного перерізу ($0 \leq x_1 \leq a$) на ділянці I:

$$Q_1(x_1) = \sum F_{iy}|_{\text{лів.}} = R_A = \frac{M_0}{l};$$

$$M_1(x_1) = \sum M_z(F_i)|_{\text{лів.}} = R_A x_1 = \frac{M_0}{l} \cdot x_1;$$

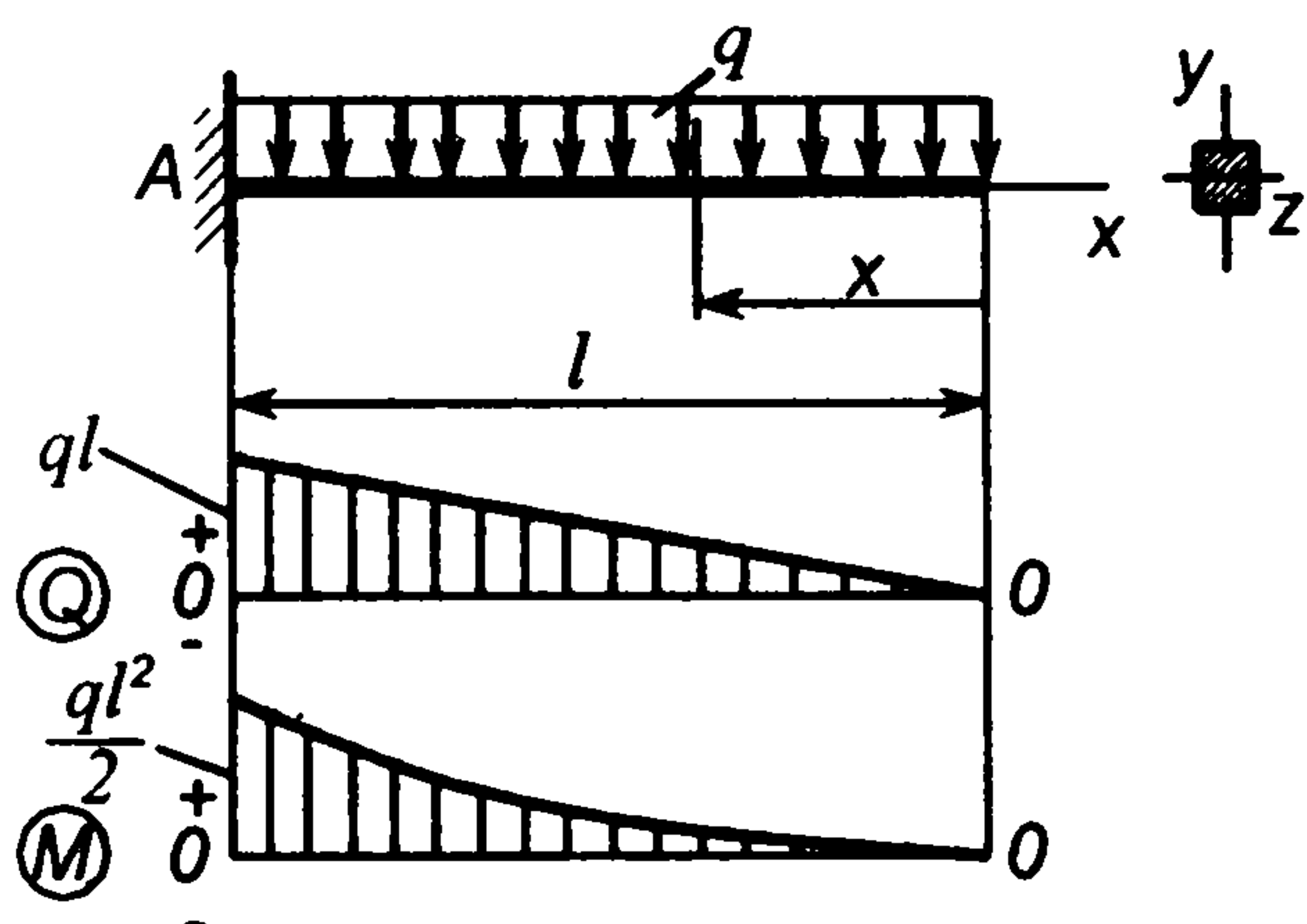
$$M_1(0) = 0; \quad M_1(a) = \frac{M_0 a}{l}.$$

У довільному перерізі ($0 \leq x_2 \leq b$) на ділянці II:

$$Q_2(x_2) = \sum F_{iy}|_{\text{прав.}} = R_B = \frac{M_0}{l};$$

$$M_2(x_2) = \sum M_z(F_i)|_{\text{прав.}} = -R_B x_2 = -\frac{M_0}{l} \cdot x_2;$$

$$M_2(0) = 0; \quad M_2(b) = -\frac{M_0 b}{l}.$$

Рис. 5.7. До побудови епюр Q і M

Епюри поперечних зусиль і згинальних моментів для розглянутої схеми навантаження балки зображені на рис. 5.6.

4. Консоль з рівномірно розподіленим навантаженням q (рис. 5.7). У даному випадку для побудови епюр Q і M немає потреби у визначенні реакцій опори А (защемлення). Це пов'язано з тим, що для довільного перерізу балки можна записати вирази для поперечного зусилля і згинального моменту через зовнішнє навантаження праворуч від перерізу, де відсутні сили реакцій опори.

Для поперечного перерізу, положення якого визначається координатою x ($0 \leq x \leq l$), поперечне зусилля і згинальний момент знаходять у вигляді

$$Q(x) = \sum F_{iy}|_{\text{прав.}} = qx; \quad M(x) = \sum M_z(F_i)|_{\text{прав.}} = -\frac{qx^2}{2}.$$

Поперечне зусилля виражається лінійною функцією координати x перерізу, а згинальний момент – параболічною функцією, що має вершину на правому кінці консолі.

Характерні значення поперечного зусилля і згинального моменту:

$$Q(0) = 0; \quad Q(l) = ql;$$

$$M(0) = 0; \quad M(l) = -\frac{ql^2}{2}.$$

Побудовані епюри Q і M , за отриманими результатами, мають вигляд, показаний на рис. 5.7.

5. Консоль навантажена на вільному кінці парою сил моментом M_0 (рис. 5.8). Як і у попередньому випадку, тут можна обійтись без визначення опорних реакцій. Для довільного поперечного перерізу з координатою $0 \leq x \leq l$ маємо $Q(x) = 0$ і $M(x) = -M_0$, тобто поперечне зусилля у всіх перерізах дорівнює нулеві, а згинальний момент сталий і дорівнює M_0 (див. рис. 5.8).

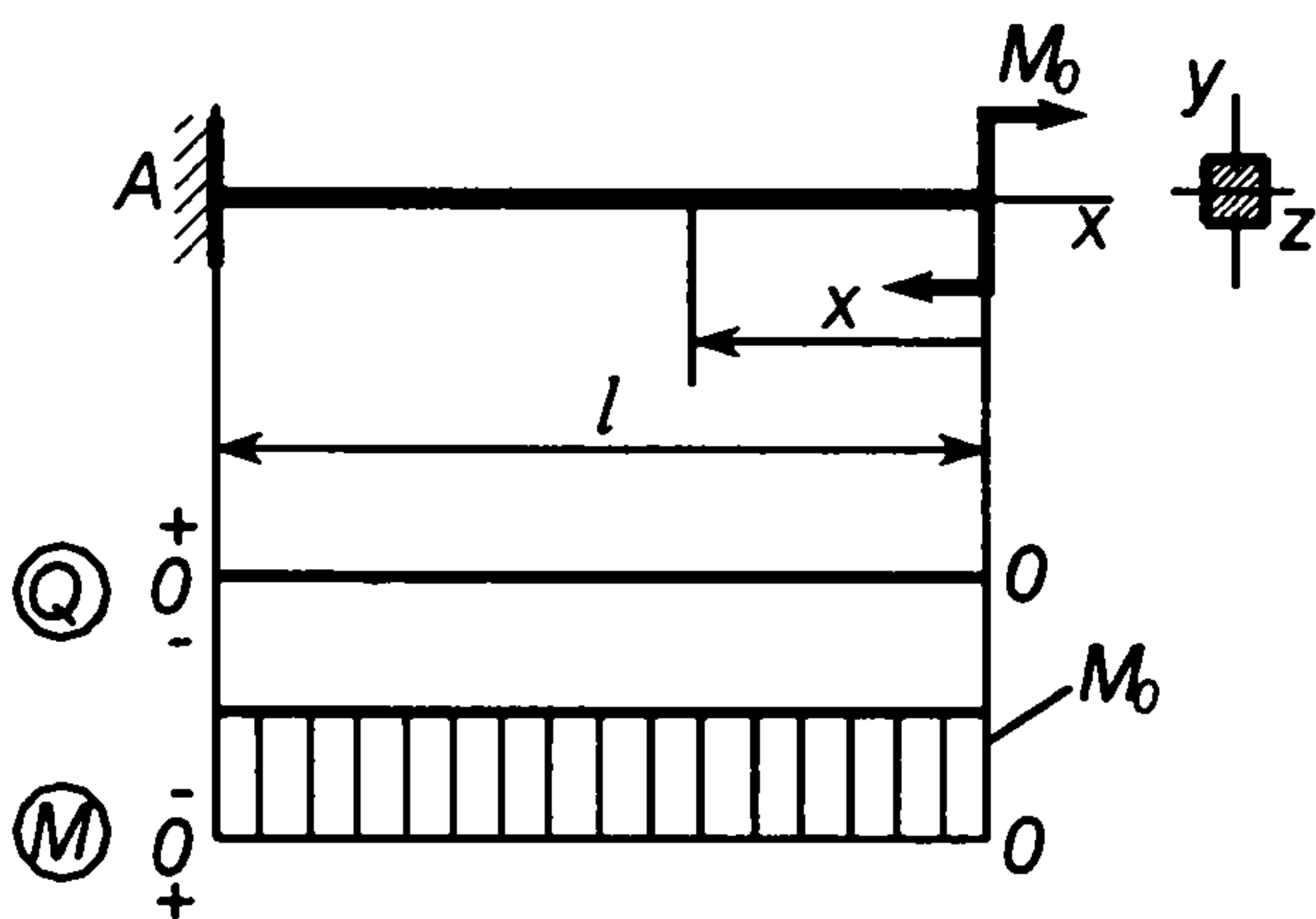


Рис. 5.8. До побудови епюр Q і M

5.5. Характерні особливості побудови епюр поперечних зусиль і згинальних моментів

На підставі прикладів, розглянутих у попередньому параграфі, можна зробити деякі висновки про взаємозв'язок між зовнішніми навантаженнями балок і формою контуру епюр поперечних зусиль і згинальних моментів. Ці висновки формулюються так:

а) На ділянках балки, де згинальний момент сталий (чистий згин), поперечне зусилля дорівнює нулеві (рис. 5.8).

б) На ділянках, вільних від рівномірно розподіленого навантаження q , поперечне зусилля стає, а згинальний момент змінюється за лінійним законом, тобто по прямій лінії (рис. 5.4 і 5.6).

в) На ділянках, завантажених рівномірно розподіленою силою q , поперечне зусилля змінюється за лінійним законом, а згинальний момент – за параболічним, опуклість параболи направлена за напрямком дії q (рис. 5.5 і 5.7).

г) У перерізах балки, де прикладені зосереджені сили, на епюрі поперечних зусиль є стрибки, що дорівнюють за величиною зосередженим

силам, а на епюрі згинальних моментів – переломи, які направлені за напрямком зосереджених сил (рис. 5.4).

д) У перерізах прикладання зосереджених моментів пар сил на епюрі згинальних моментів існують скачки, які дорівнюють моментам пар сил (рис. 5.6).

е) У перерізах, де поперечне зусилля дорівнює нулю ($Q = 0$), значення згинального моменту набуває екстремуму – максимуму чи мінімуму (рис. 5.5 і 5.7).

Вказані закономірності дають змогу проконтролювати достовірність побудови епюр Q і M в складних схемах навантаження балок або, в деяких випадках, спростити побудову епюр, обмежившись підрахунками ординат епюр в характерних перерізах балок.

5.6. Приклади побудови епюр внутрішніх зусиль

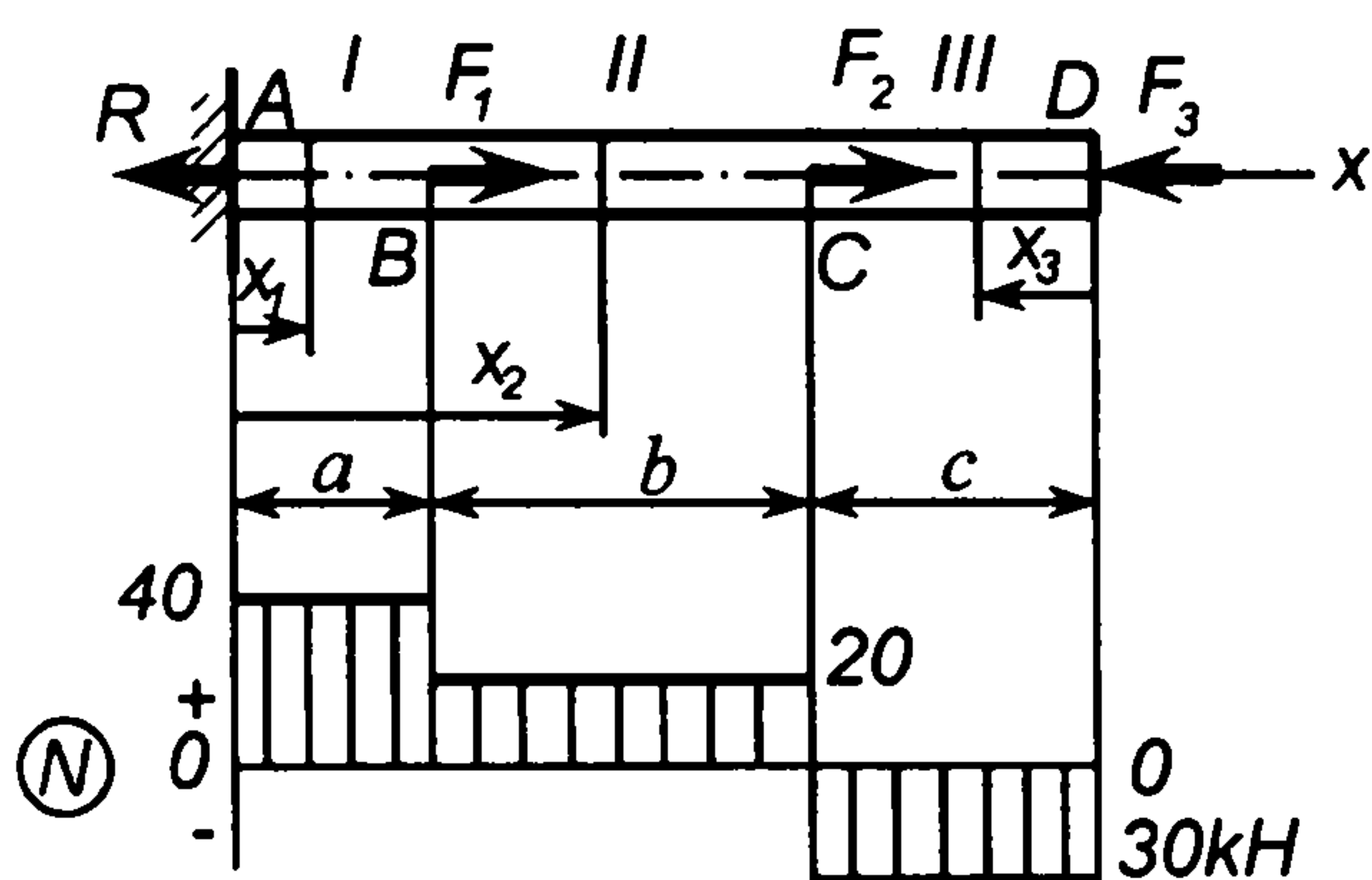


Рис. 5.9. Побудова епюрі поздовжнього зусилля N

$$\text{ділянка I } (0 \leq x_1 \leq a): N_1 = \sum F_{ix|лів.} = R = 40 \text{ кН};$$

$$\text{ділянка II } (a \leq x_2 \leq a+b): N_2 = \sum F_{ix|лів.} = R - F_1 = 40 - 20 = 20 \text{ кН};$$

$$\text{ділянка III } (0 \leq x_3 \leq c): N_3 = \sum F_{ix|прав.} = -F_3 = -30 \text{ кН}.$$

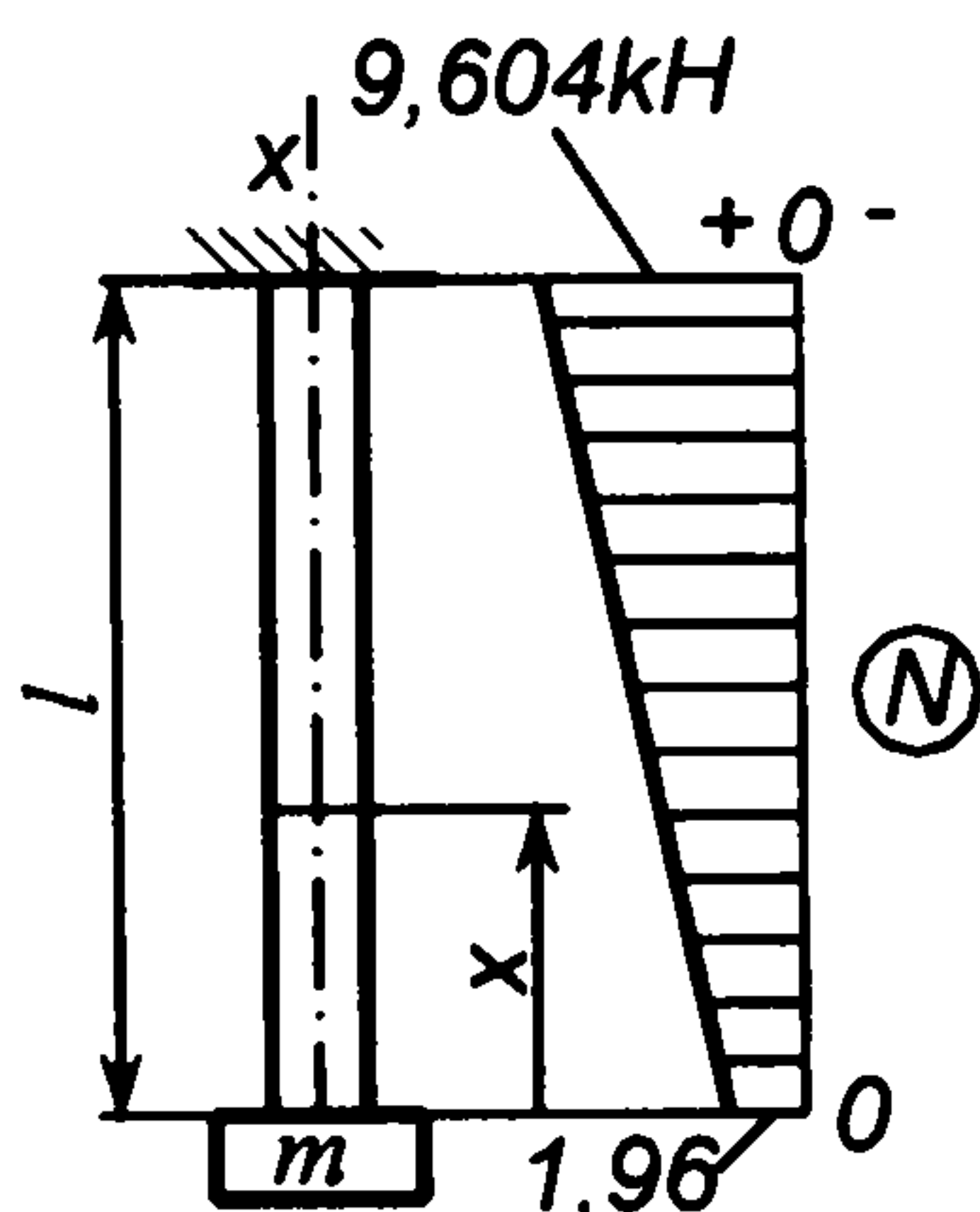


Рис. 5.10. Побудова епюрі N з урахуванням власної ваги стержня

Задача 5.1. Побудувати епюру поздовжніх зусиль, що виникають у поперечних перерізах стержня, зображеного на рис. 5.9, якщо $F_1 = 20$ кН, $F_2 = 50$ кН, $F_3 = 30$ кН.

Розв'язання. Звільнивши стержень від в'язі і замінивши її дію реакцією R , запишемо умову рівноваги стержня

$$\sum F_{ix} = 0: -R + F_1 + F_2 - F_3 = 0,$$

$$\text{звідки } R = F_1 + F_2 - F_3 = 20 + 50 - 30 = 40 \text{ кН}.$$

Для побудови епюрі поздовжніх зусиль розділимо стержень на три ділянки: ділянку I (AB), ділянку II (BC) і ділянку III (CD).

Поздовжні зусилля на кожній з ділянок знайдемо за виразом (5.1):

В межах кожної з ділянок поздовжнє зусилля є сталою величиною (не залежить від координати x перерізу). Епюра поздовжніх зусиль для заданої схеми навантаження стержня зображена на рис. 5.9.

Задача 5.2. Сталевий стержень з прикріпленим до його нижнього кінця вантажем підвішений вертикально, як показано на рис. 5.10. Побудувати епюру поздовжніх зусиль для стержня, якщо його довжина $l = 100$ м, площа поперечного перерізу $A = 10^{-3}$ м², густина сталі $\rho = 7800$ кг/м³, маса вантажу $m = 200$ кг, прискорення земного тяжіння $g = 9,8$ м/с².

Розв'язання. Позначивши координату довільного перерізу стержня x , за умовою рівноваги нижньої частини стержня знаходимо:

$$N(x) = (m + \rho Ax)g.$$

Записана залежність показує, що поздовжнє зусилля N є лінійною функцією координати x перерізу ($0 \leq x \leq l$). Значення N в характерних перерізах стержня:

$$N(0) = mg = 200 \cdot 9,8 = 1960 \text{ Н} = 1,96 \text{ кН};$$

$$N(l) = (m + \rho Al)g = (200 + 7800 \cdot 10^3 \cdot 100) \cdot 9,8 = 9604 \text{ Н} = 9,604 \text{ кН}.$$

Відповідно до підрахованих значень N еюра поздовжніх зусиль має вигляд, зображений на рис. 5.10.

Задача 5.3. Побудувати епюру крутних моментів, що виникають у поперечних перерізах стержня із жорстко закріпленими на ньому дисками (рис. 5.11), якщо до дисків прикладені моменти сил $M_0 = 100 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $M_1 = 20 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $M_2 = 30 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $M_3 = 50 \text{ Н} \cdot \text{м}$, котрі діють у площинах, перпендикулярних до осі стержня.

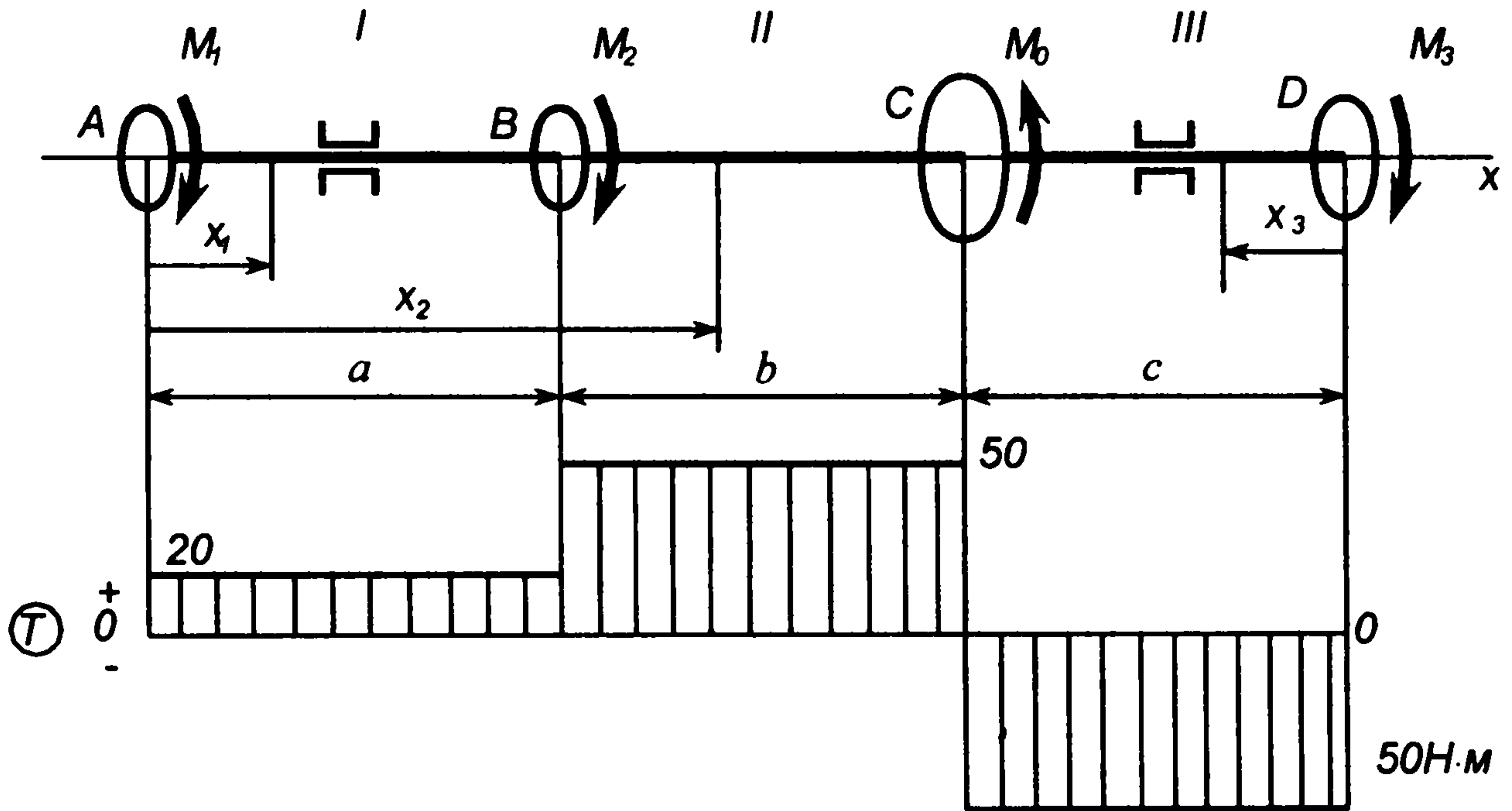


Рис. 5.11. Побудова епюри крутного моменту T

Р о з в ' я з а н н я . Перевірка рівноваги стержня:

$$\sum M_x(F_i) = 0: \quad M_1 + M_2 - M_0 + M_3 = 20 + 30 - 100 + 50 = 0.$$

Умова рівноваги стержня виконується.

Стержень поділимо на три ділянки: ділянку I (AB), ділянку II (BC) і ділянку III (CD). Для довільних перерізів на кожній ділянці визначимо крутні моменти за виразом (5.2).

Ділянка I ($0 \leq x_1 \leq a$):

$$T_1 = \sum M_x(F_i)_{\text{лів}} = M_1 = 20 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Ділянка II ($a \leq x_2 \leq a+b$):

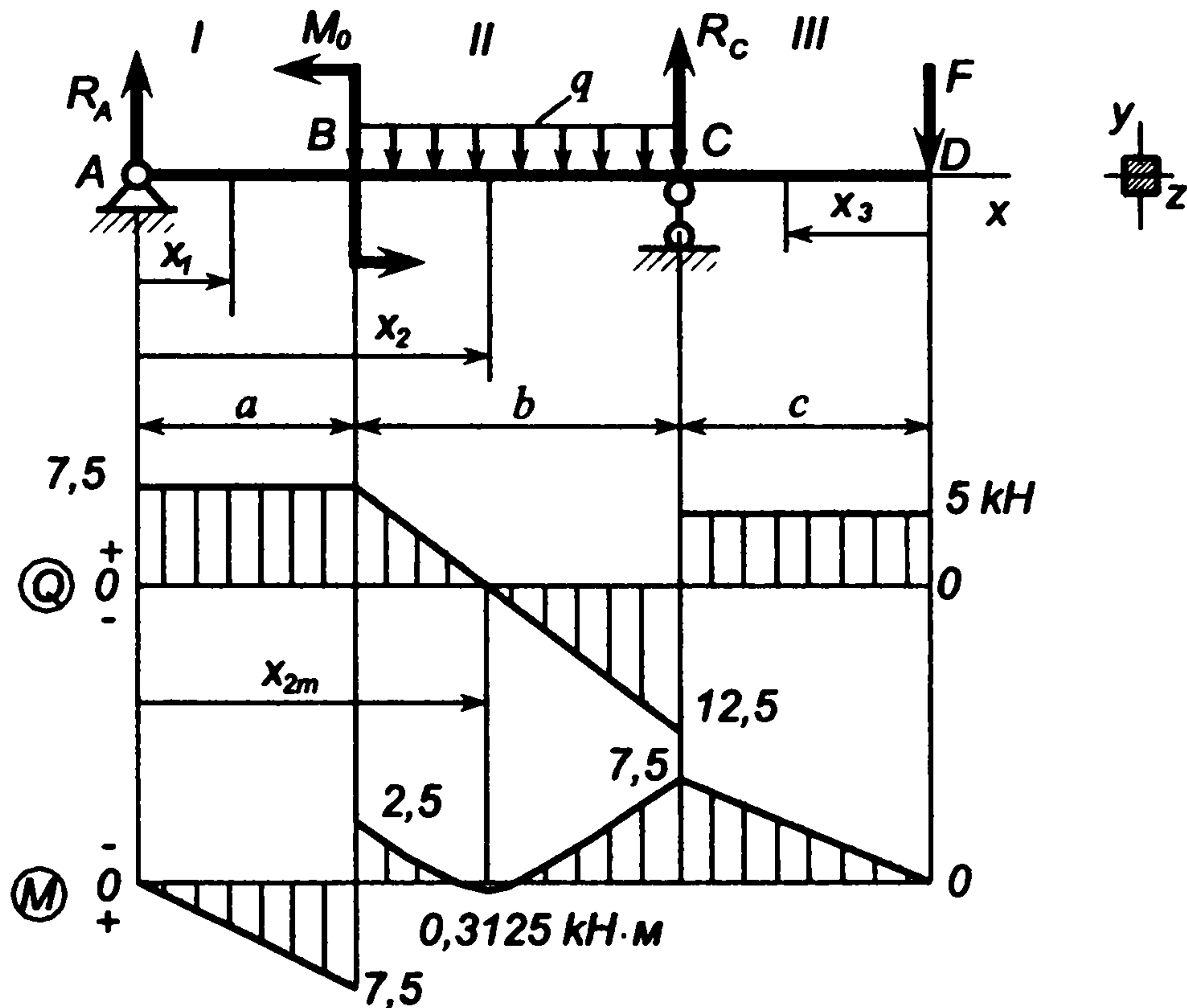
$$T_2 = \sum M_x(F_i)_{\text{лів}} = M_1 + M_2 = 20 + 30 = 50 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Ділянка III ($0 \leq x_3 \leq c$):

$$T_3 = \sum M_x(F_i)_{\text{прав}} = -M_3 = -50 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

В межах кожної ділянки крутний момент є сталим. Епюра крутних моментів зображена на рис. 5.11.

Задача 5.4. Побудувати епюри поперечних зусиль і згинальних моментів, що виникають у поперечних перерізах балки, зображеної на рис. 5.12. Балка має шарнірні опори A і C і навантажена в площині рисунка розподіленою силою інтенсивності $q = 10 \text{ кН/м}$, зосередженою силою $F = 5 \text{ кН}$ і парою сил, момент якої $M_0 = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}$. Довжини ділянок балки становлять $a = 1 \text{ м}$; $b = 2 \text{ м}$; $c = 1,5 \text{ м}$.

Рис. 5.12. Побудова епюр Q і M

Розв'язання. Звільнивши балку від опор і замінивши їхню дію реакціями R_A і R_C , за умовами рівноваги балки визначимо невідомі реакції.

$$\sum M_A(F_i) = 0: \quad M_0 - qb(a + 0,5b) + R_C(a + b) - F(a + b + c) = 0;$$

$$R_C = \frac{1}{a + b} [F(a + b + c) + qb(a + 0,5b) - M_0] = \frac{1}{1 + 2} [5(1 + 2 + 1,5) + 10 \cdot 2(1 + 0,5 \cdot 2) - 10] = 17,5 \text{ кН};$$

$$\sum M_C(F_i) = 0: \quad -R_A(a + b) + M_0 + 0,5qb^2 - Fc = 0;$$

$$R_A = \frac{1}{a + b} [M_0 + 0,5qb^2 - Fc] = \frac{1}{1 + 2} [10 + 0,5 \cdot 10 \cdot 2^2 - 5 \cdot 1,5] = 7,5 \text{ кН}.$$

Балку розбиваємо на три ділянки: ділянку I (AB), ділянку II (BC) і ділянку III (CD). Поперечні зусилля і згинальні моменти в поперечних перерізах на кожній з ділянок визначимо відповідно за виразами (5.3) і (5.4).

Ділянка I ($0 \leq x_1 \leq a$):

$$Q_1(x_1) = \sum F_{iy}|_{\text{лів.}} = R_A = 7,5 \text{ кН};$$

$$M_1(x_1) = \sum M_z(F_i)|_{\text{лів.}} = R_A x_1;$$

$$M_1(0) = 0; \quad M_1(a) = R_A a = 7,5 \cdot 1 = 7,5 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Ділянка II ($a \leq x_2 \leq a + b$):

$$Q_2(x_2) = \sum F_{iy}|_{\text{лів.}} = R_A - q(x_2 - a);$$

$$Q_2(a) = R_A = 7,5 \text{ кН}; \quad Q_2(a + b) = R_A - qb = 7,5 - 10 \cdot 2 = -12,5 \text{ кН};$$

$$M_2(x_2) = \sum M_z(F_i)|_{\text{лів.}} = R_A x_2 - M_0 - \frac{1}{2} q(x_2 - a)^2;$$

$$M_2(a) = R_A a - M_0 = 7,5 \cdot 1 - 10 = -2,5 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_2(a+b) = R_A(a+b) - M_0 - \frac{1}{2} q b^2 = 7,5(1+2) - 10 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2^2 = -7,5 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

На ділянці II поперечне зусилля є лінійною функцією, а згинальний момент – параболічною функцією координати x_2 . Знайдемо значення цієї координати x_{2m} , що відповідає екстремумові згинального моменту. Для цього прирівняємо поперечне зусилля $Q_2(x_2)$ до нуля

$$Q_2(x_2) = R_A - q(x_{2m} - a) = 0,$$

звідки $x_{2m} = \frac{R_A}{q} + a = \frac{7,5}{10} + 1 = 1,75 \text{ м}.$

Екстремальне значення згинального моменту

$$M_2(x_{2m}) = R_A x_{2m} - M_0 - \frac{1}{2} q (x_{2m} - a)^2 = 7,5 \cdot 1,75 - 10 - \frac{1}{2} \cdot 10 (1,75 - 1)^2 = 0,3125 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Ділянка III ($0 \leq x_3 \leq c$):

$$Q_3(x_3) = \sum F_{iy|права} = F = 5 \text{ кН};$$

$$M_3(x_3) = \sum M_z(F_i)_{права} = -F x_3;$$

$$M_3(0) = 0; \quad M_3(c) = -F c = -5 \cdot 1,5 = 7,5 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Побудовані епюри Q і M , відповідно до отриманих характерних значень поперечних зусиль і згинальних моментів, мають форму, показану на рис. 5.12.

ГЛАВА 6. ЦЕНТРАЛЬНИЙ РОЗТЯГ (СТИСК) ПРЯМОГО СТЕРЖНЯ

6.1. Напруження в поперечних перерізах стержня при розтягу (стиску). Умови міцності

Розтягом (стиском) називають такий вид деформування стержня, коли зовнішні сили діють уздовж його осі, а в поперечних перерізах стержня виникають тільки поздовжні зусилля N (див. п. 3.5). На рис. 6.1, а показана деформація розтягу стержня (поздовжні зусилля N діють у довільному перерізі від площини перерізу), а на рис. 6.1, б – деформація стиску (поздовжні зусилля N у довільному поперечному перерізі діють до площини перерізу).

З умов рівноваги розділених частин 1 і 2 стержня випливає, що внутрішнє зусилля N дорівнює зовнішній силі F , тобто $N=F$. Для знаходження напружень в поперечному перерізі стержня використаємо вираз (3.5), за яким

$$N = \int_A \sigma dA. \quad (6.1)$$

З цього виразу визначити напруження σ можна лише тоді, коли відома закономірність його розподілу у всіх точках перерізу. Така закономірність може бути встановлена за гіпотезою плоских перерізів (див. п.3.4), згідно з якою плоскі і перпендикулярні до осі стержня перерізи до

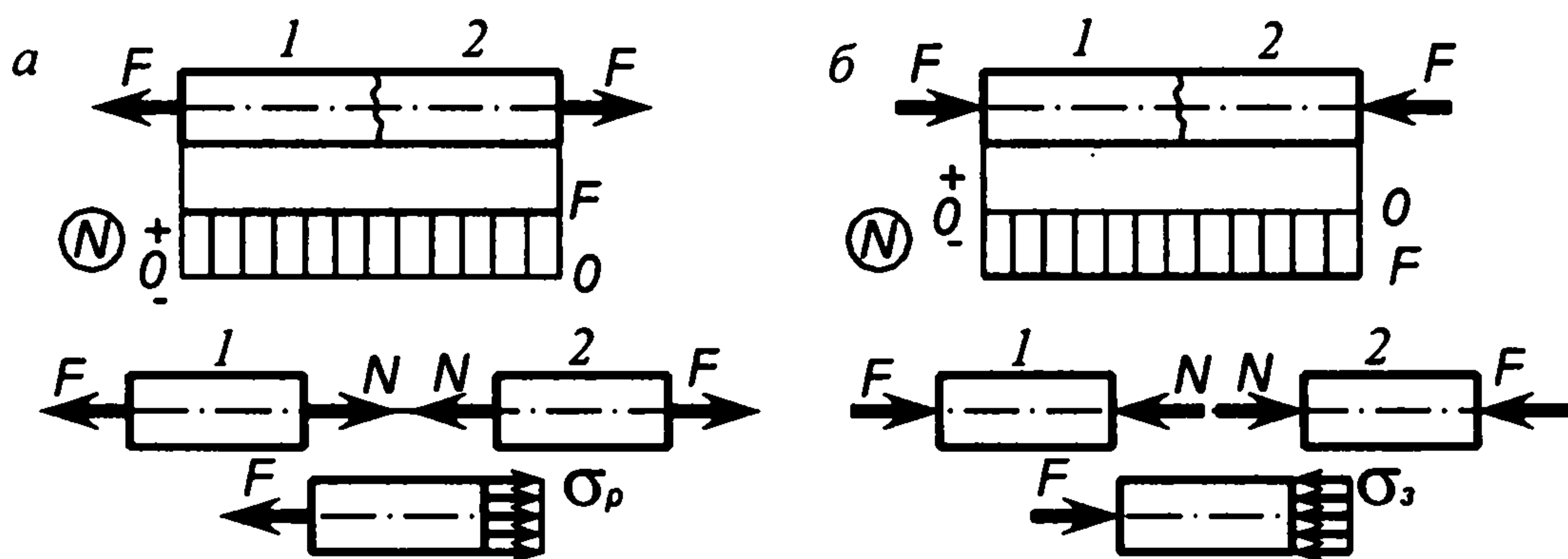


Рис. 6.1. Деформації і напруження при розтягу і стиску

деформування залишаються такими ж і після деформації стержня. На підставі цієї гіпотези для деформації розтягу (стиску) можна зробити висновок, що під час деформування поперечні перерізи стержня, переміщаючись в осьовому напрямі, залишаються паралельними, тобто напруження у всіх точках перерізів є розподілені рівномірно і є однаковими (див. рис. 6.1). Тоді з виразу (6.1) маємо

$$N = \sigma \int_A dA = \sigma A,$$

звідки отримуємо формулу для визначення напружень розтягу або стиску стержня

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad \text{або} \quad \sigma = \frac{F}{A}. \quad (6.2)$$

Умови міцності розтягнутого і стиснутого стержня записують відповідно так:

$$\sigma_p = \frac{F}{A} \leq [\sigma]_p; \quad (6.3)$$

$$\sigma_c = \frac{F}{A} \leq [\sigma]_c. \quad (6.4)$$

Допустимі напруження для матеріалу стержня $[\sigma]_p$ і $[\sigma]_c$ призначаються відповідно до рекомендацій, наведених в п. 4.3.

Умови міцності (6.3) і (6.4) дозволяють розв'язувати такі задачі.

а) Виконувати перевірку міцності (перевірний розрахунок) за умовою

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma],$$

якщо відомі зусилля N , розміри перерізу стержня (площа A) і матеріал стержня (допустиме значення $[\sigma]$).

б) Визначати розміри і площу поперечного перерізу A (проектний розрахунок) за виразом

$$A \geq \frac{N}{[\sigma]},$$

коли є відомі зусилля N і матеріал стержня (допустиме напруження $[\sigma]$).

в) Встановлювати допустиме навантаження за виразом

$$N \leq A[\sigma],$$

якщо відома площа поперечного перерізу стержня і його матеріал.

г) Підбирати потрібний матеріал стержня (допустиме напруження $[\sigma]$) за умовою

$$[\sigma] \geq \frac{N}{A},$$

якщо відоме зусилля N і площа поперечного перерізу A стержня.

6.2. Деформації стержня при розтягу і стиску. Закон Гука

При розтягу (стиску) стержня виникають нормальні напруження, які є причиною лінійної деформації (див. п. 3.7). Для схеми навантаження за рис. 6.2 стержень з початковою довжиною l отримує абсолютне видовження Δl від дії поздовжнього зусилля N чи нормального напруження розтягу σ_p . В межах пружних деформацій згідно з (3.10)

$$\sigma_p = \varepsilon E. \quad (6.5)$$

Оскільки відносна деформація $\varepsilon = \Delta l / l$, а напруження розтягу $\sigma_p = N / A$, то з виразу (6.5) матимемо

$$\frac{N}{A} = \frac{\Delta l}{l} E \quad \text{або} \quad \Delta l = \frac{Nl}{EA}. \quad (6.6)$$

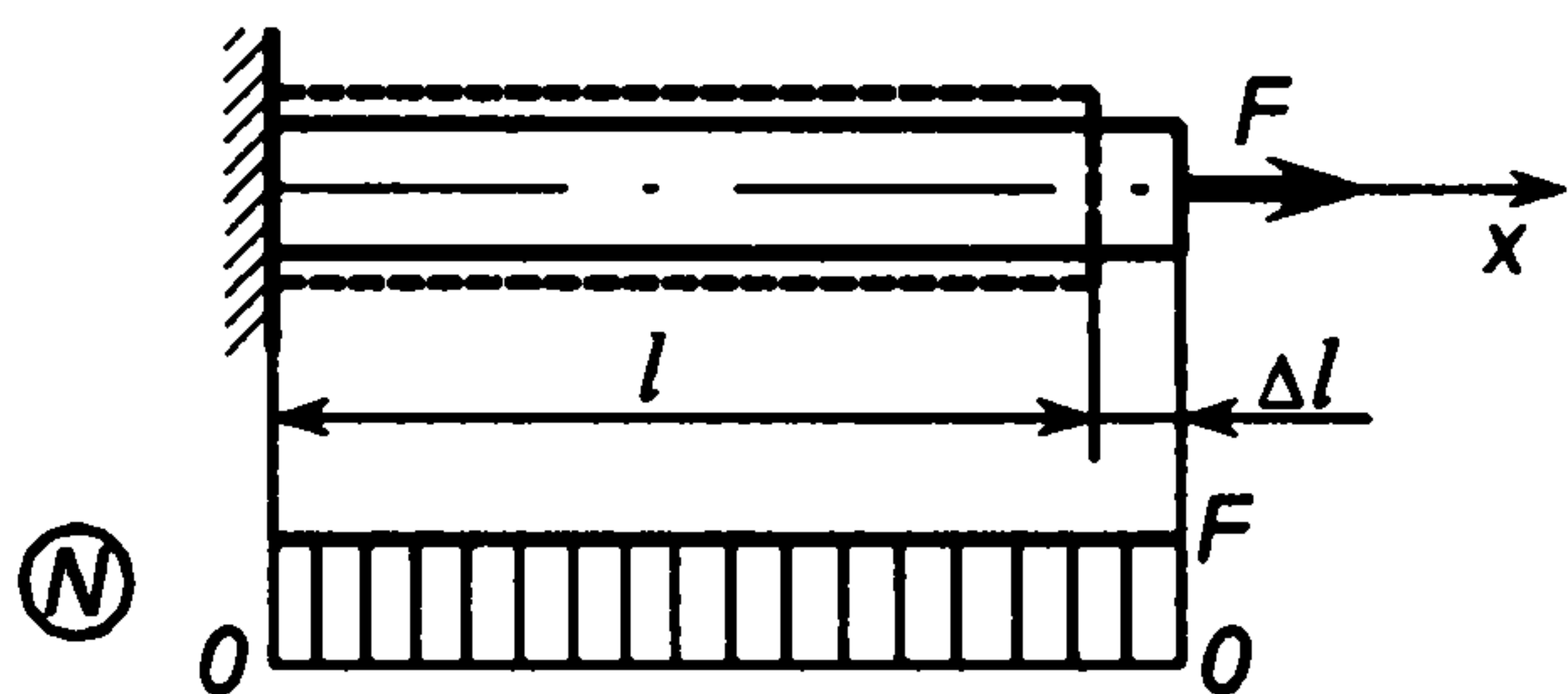


Рис. 6.2. Деформування стержня при розтягу

якщо поздовжнє зусилля N змінюється по довжині стержня (залежить від координати x на рис. 6.2), то його абсолютне видовження (скорочення) визначають за формулою

$$\Delta l = \int_0^l \frac{N(x) dx}{EA}. \quad (6.7)$$

У випадку, коли стержень має n ділянок, в межах яких N_i , A_i мають постійне значення, то його повне абсолютне видовження (скорочення) знаходять за виразом

$$\Delta l = \frac{1}{E} \sum_{i=1}^n \frac{N_i l_i}{A_i}, \quad (6.8)$$

де i – номер ділянки завдовжки l_i .

Для того, щоб технічний об'єкт під час експлуатації працював нормально, деформації його елементів не повинні перевищувати допустимої (нормативної) величини. При розтягу (стиску) стержня ця вимога задовольняється, якщо виконується умова жорсткості:

$$\Delta l \leq [\Delta l]. \quad (6.9)$$

Тут $[\Delta l]$ – допустиме видовження (скорочення) стержня, яке встановлюють за відповідними нормативами.

6.3. Статично невизначені задачі для розтягу (стиску) та методи їхнього розв'язування

У розрахунках на міцність і жорсткість різних елементів технічних об'єктів треба визначати внутрішні зусилля, які залежать від зовнішніх навантажень, в тому числі і від опорних реакцій. Якщо конструкція об'єкта така, що для визначення опорних реакцій його елементів достатньо рівнянь статички, то її називають статично визначеною. Дотепер розглядалися статично визначені конструкції об'єктів. На практиці, крім статично визначених, є конструкції статично невизначені, де опорні реакції для окремих елементів неможливо визначити за допомогою рівнянь статички, оскільки число невідомих сил більше ніж число рівнянь статички. Задачі, в яких число невідомих опорних реакцій окремих елементів більше ніж можливе число рівнянь рівноваги, називають статично невизначеними. Приклади статично невизначених систем показані на рис. 6.3. Для стержня (рис. 6.3, а), закріпленого на двох кінцях і навантаженого силою F , невідомих реакцій опор є дві (R_1 і R_2), а рівнянь статички для їх визначення є одне ($\sum F_{ix} = 0$). Така система називається один раз статично невизначеною (одна зайва реакція, тобто одна зайва в'язь). Система, яка зображена на рис. 6.3, б, також є один раз статично невизначеною, оскільки для балки AB невідомими є три реакції (R_A опори A та R_1 і R_2 стержнів 1 і 2), а рівнянь рівноваги всього два (для плоскої системи паралельних сил). Якщо би балка AB була закріплена за допомогою трьох паралельних стержнів, то ми мали б систему два рази статично невизначену. Статична невизначеність системи зумовлена числом зайвих в'язей.

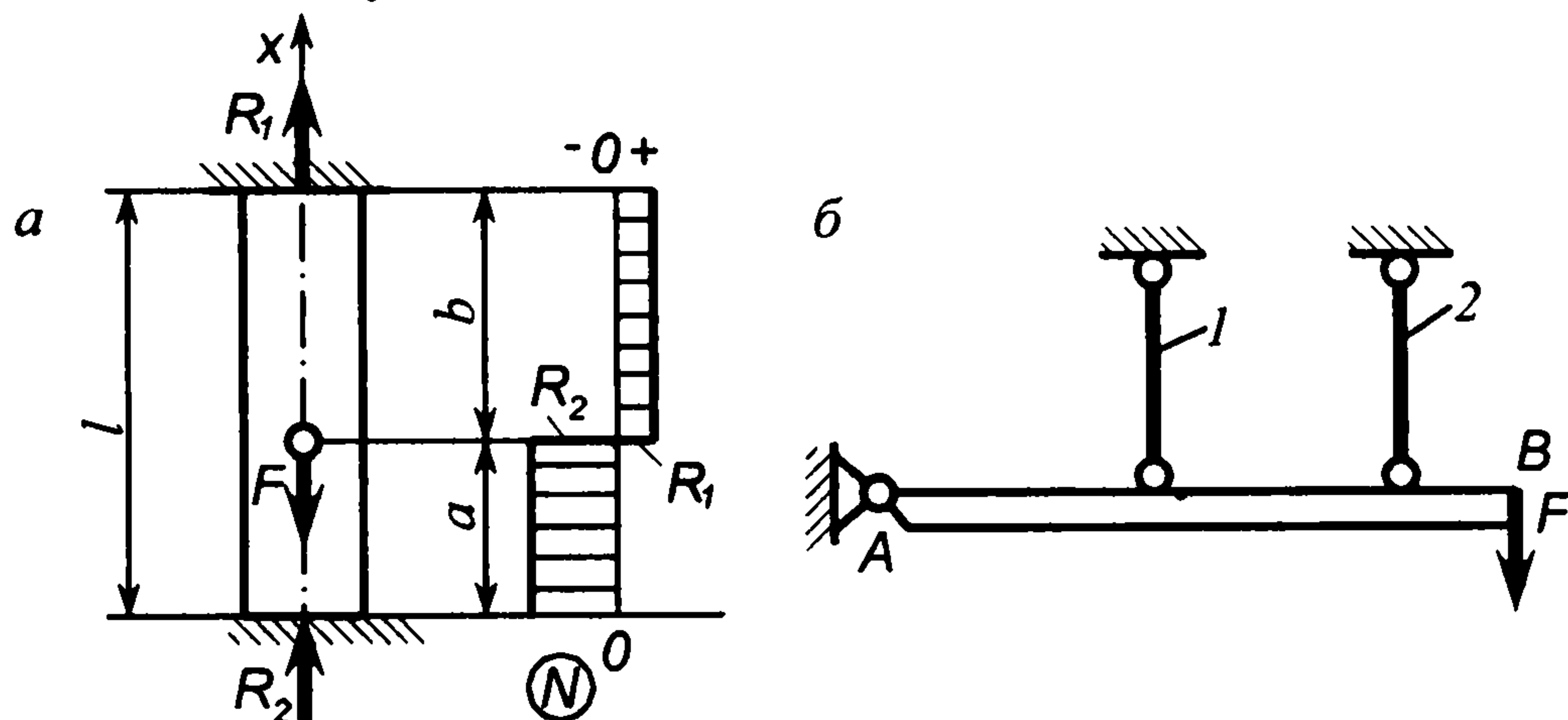


Рис. 6.3. Приклади статично невизначених систем

Загальний метод розв'язування статично невизначених задач при розтягу (стиску) полягає в тому, що необхідно скласти додатково рівняння за умовами сумісності деформацій. Розв'язуючи разом рівняння статички і додатково складені рівняння, можна визначити необхідні реакції, які дозволяють знайти і внутрішні зусилля.

Для прикладу покажемо, як можна знайти опорні реакції R_1 і R_2 для навантаженого силою F стержня площею перерізу A , зображеного на рис. 6.3, а.

Умова рівноваги стержня під дією зовнішніх сил ($\sum F_{ix} = 0$):

$$R_1 - F + R_2 = 0.$$

Умова сумісності деформацій стержня полягає в тому, що його загальна довжина l не змінюється ($\Delta l = 0$), тобто сума видовжень (скорочень) ділянок завдовжки a і b повинна дорівнювати нулеві, оскільки кінці стержня жорстко закріплені:

$$\Delta l_a + \Delta l_b = 0.$$

Таким чином, скорочення нижньої частини стержня завдовжки a від дії сили R_2 дорівнює видовженню верхньої частини стержня завдовжки b від дії сили R_1 :

$$\frac{R_2 a}{EA} = \frac{R_1 b}{EA}.$$

Звідси отримуємо співвідношення $R_2 a = R_1 b$, яке разом із записаною вище умовою рівноваги дає змогу визначити опорні реакції:

$$R_1 = F \frac{a}{a+b}; \quad R_2 = F \frac{b}{a+b}.$$

Тепер можна побудувати епюру поздовжніх зусиль N для стержня (див. рис. 6.3, а), за якою встановлюють N_{\max} для виконання розрахунку на міцність.

6.4. Приклади розрахунків

Задача 6.1. Кронштейн ABC (рис. 6.4), який складається зі сталевих стержнів AB і AC , навантажений силою $F = 4 \cdot 10^4$ Н. Поперечний переріз стержня AB круглий діаметром d , стержня AC – квадратний зі стороною a , кут між стержнями $\alpha = 30^\circ$. Треба визначити за умовою міцності діаметр d і розмір a стержнів, якщо для них допустиме напруження $[\sigma] = 120$ Н/мм².

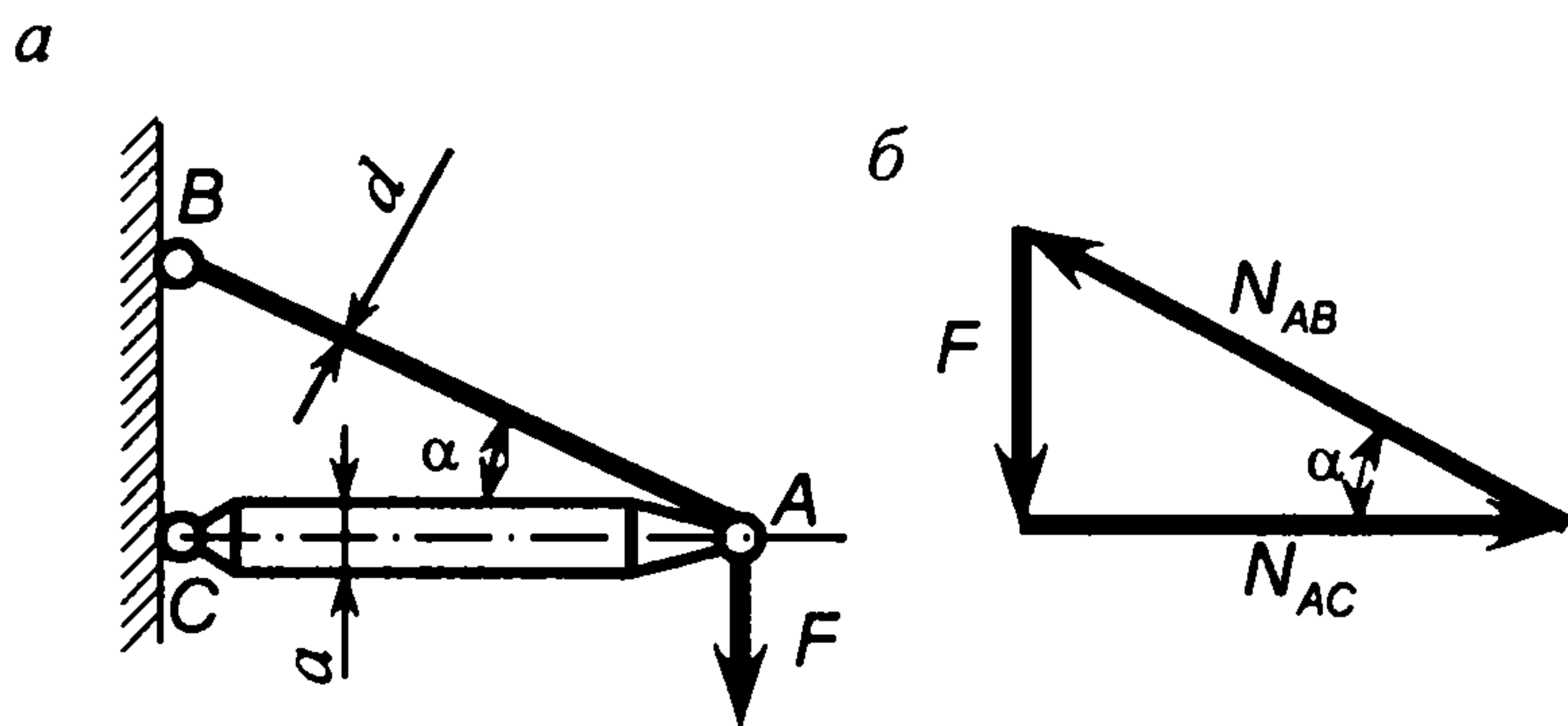


Рис. 6.4. Форма кронштейна і його навантаження

Розв'язання. 1. *Визначення сил, що діють на стержні.*

Для визначення сил, що діють на стержні, розглянемо в рівновазі шарнір А. На шарнір діють сила F , сила N_{AB} з боку

стержня AB і сила N_{AC} з боку стержня AC . Невідомі сили можна визначити із силового трикутника, який зображений на рис. 6.4, б.

$$N_{AB} = \frac{F}{\sin \alpha} = \frac{4 \cdot 10^4}{\sin 30^\circ} = 8 \cdot 10^4 \text{ Н};$$

$$N_{AC} = \frac{F}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{4 \cdot 10^4}{\operatorname{tg} 30^\circ} = 6,93 \cdot 10^4 \text{ Н}.$$

З боку шарніра A на стержні діють сили, які мають напрями протилежні тим, які показані на силовому трикутнику, тобто стержень AB розтягується, а стержень AC стискається.

2. *Визначення розмірів поперечних перерізів стержнів.*

Для стержня AB умова міцності на розтяг

$$\sigma_p = \frac{4N_{AB}}{\pi d^2} \leq [\sigma],$$

відки отримуємо його діаметр

$$d \geq \sqrt{\frac{4N_{AB}}{\pi[\sigma]}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 8 \cdot 10^4}{3,14 \cdot 120}} = 29,1 \text{ мм}.$$

Діаметр стержня AB можна прийняти $d = 30$ мм.

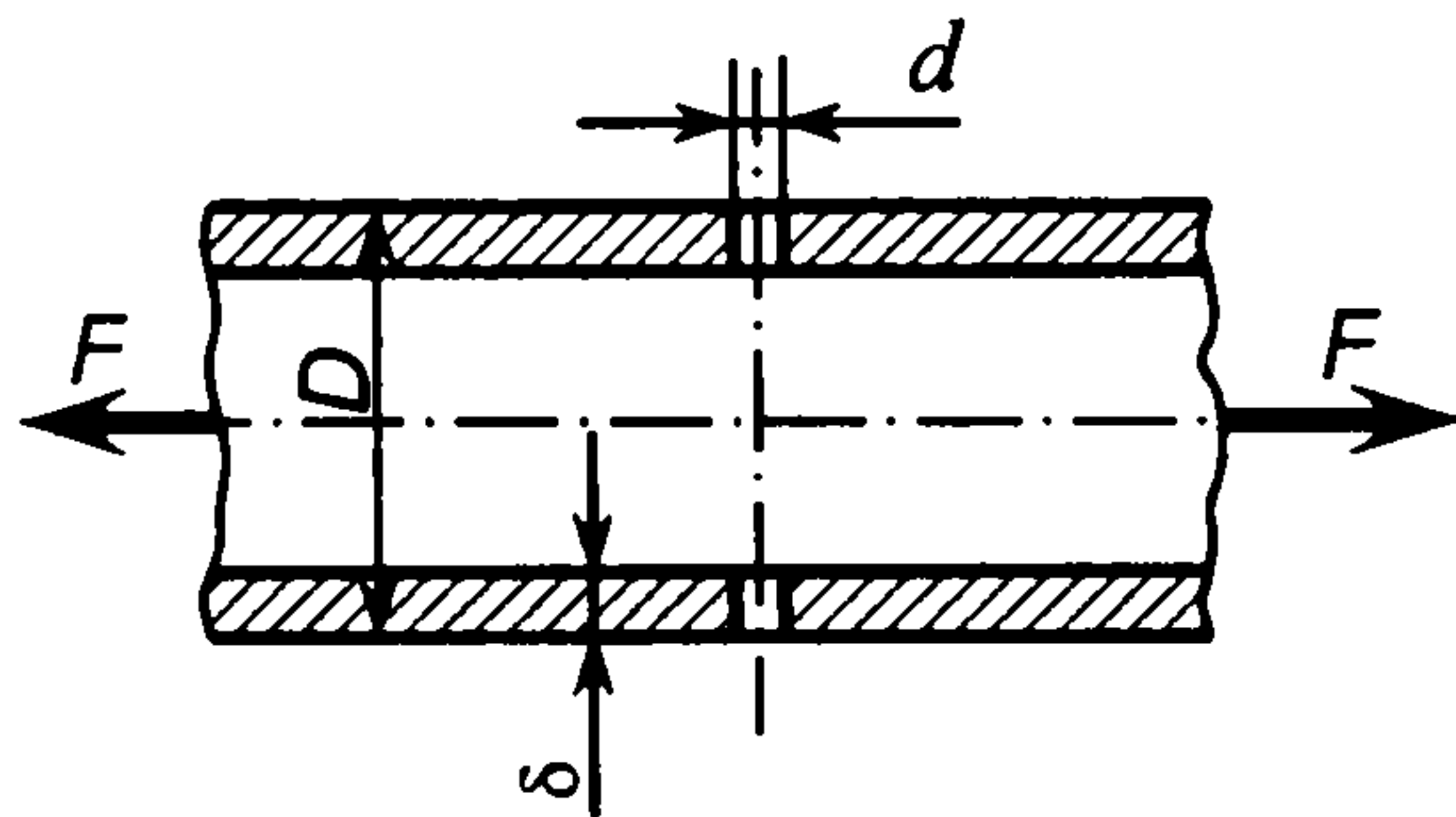
Для стержня AC умова міцності на стиск

$$\sigma_c = \frac{N_{AC}}{a^2} \leq [\sigma].$$

З цієї умови маємо

$$a \geq \sqrt{\frac{N_{AC}}{[\sigma]}} = \sqrt{\frac{6,93 \cdot 10^4}{120}} = 24 \text{ мм}.$$

Задача 6.2. Трубчаста тяга (рис. 6.5), яка має зовнішній діаметр $D = 40$ мм, товщину стінки $\delta = 2$ мм і поперечний отвір діаметром $d = 3$ мм, навантажується поздовжньою осьювою силою F . Треба визначити допустиму за умовою міцності силу F , якщо тяга виготовлена зі сталі Ст 3, а коефіцієнт запасу міцності $[s] = 2$.



Розв'язання. Для сталі Ст 3 за табл. 4.1 маємо границю текучості $\sigma_T = 250$ МПа. Тоді допустиме напруження на розтяг

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{[s]} = \frac{250}{2} = 125 \text{ МПа}.$$

Небезпечним поперечним перерізом для тяги є переріз, де розташований отвір діаметром d . Площа цього перерізу

$$A = \frac{\pi}{4} (D^2 - (D - 2\delta)^2) - 2d\delta = \frac{3,14}{4} (40^2 - (40 - 2 \cdot 2)^2) - 2 \cdot 3 \cdot 2 = 226,8 \text{ мм}^2.$$

За умовою міцності на розтяг

$$\sigma_p = \frac{F}{A} \leq [\sigma]$$

отримуємо

$$F \leq A[\sigma] = 226,8 \cdot 125 = 28350 \text{ Н} = 28,35 \text{ кН}.$$

Задача 6.3. Встановити закономірність зміни напружень за довжиною ступінчастого сталевго стержня, навантаженого, як показано на рис. 6.6, a , і визначити зміну його довжини.

Прийняти $F = 6 \cdot 10^3$ Н, $A = 120$ мм², $l = 200$ мм, $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа.

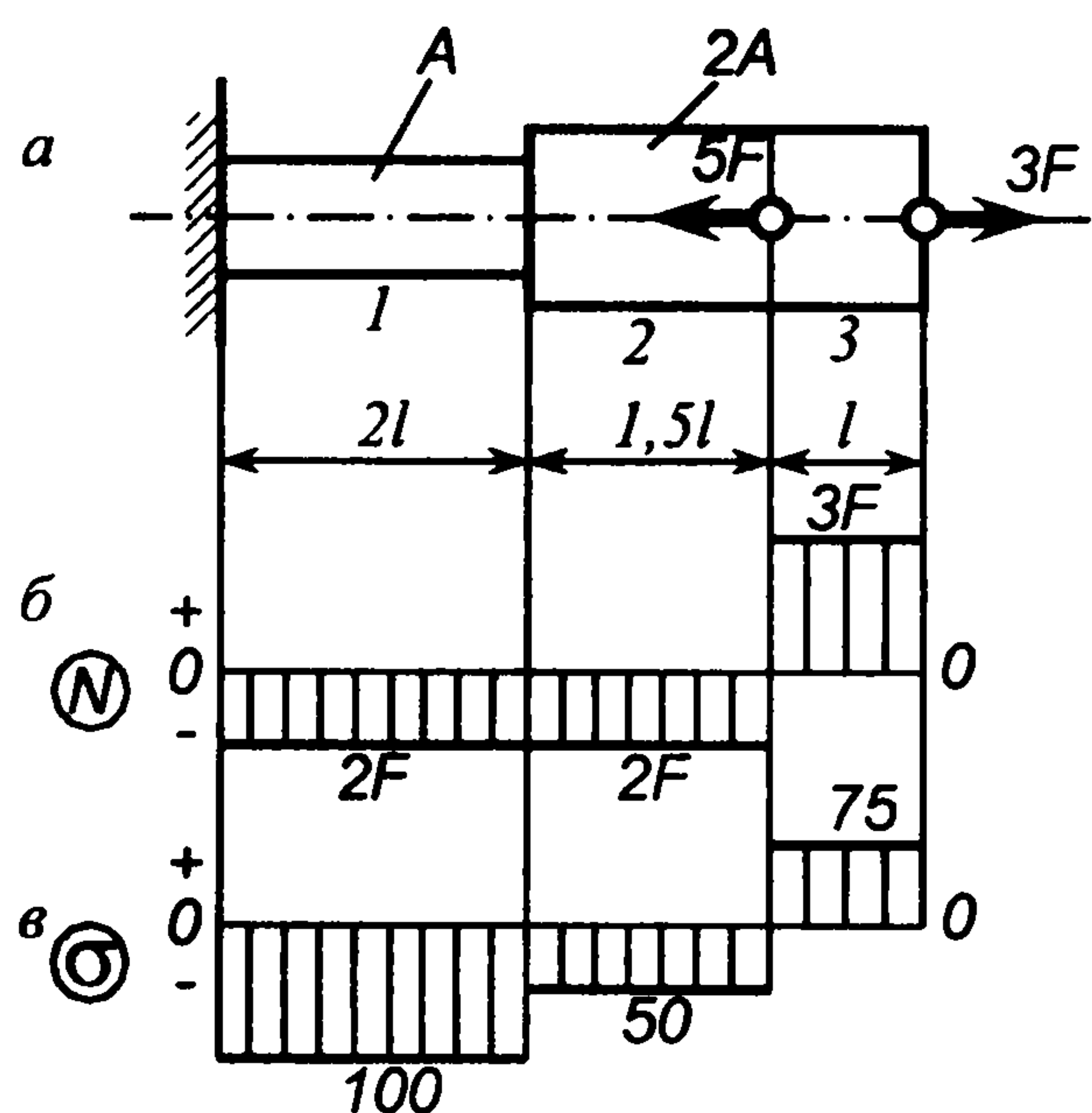


Рис. 6.6. Зміна напружень за довжиною стержня

Розв'язання. Застосувавши метод перерізів (див. п. 5.1) будемо епюру поздовжних зусиль N (рис. 6.6, б) на ділянках 1, 2 і 3.

Нормальні напруження в поперечних перерізах кожної з ділянок стержня з урахуванням знака поздовжнього зусилля (знак "плюс" – розтяг, знак "мінус" – стиск):

$$\sigma_1 = -\frac{2F}{A} = -\frac{2 \cdot 6 \cdot 10^3}{120} = -100 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = -\frac{2F}{2A} = -\frac{2 \cdot 6 \cdot 10^3}{2 \cdot 120} = -50 \text{ МПа};$$

$$\sigma_3 = \frac{3F}{2A} = \frac{3 \cdot 6 \cdot 10^3}{2 \cdot 120} = 75 \text{ МПа}.$$

Епюра нормальних напружень в перерізах стержня показана на рис. 6.6, в.

Зміну довжини стержня визначаємо як алгебричну суму змін довжин його окремих ділянок:

$$\begin{aligned} \Delta l &= -\frac{2F \cdot 2l}{EA} - \frac{2F \cdot 1,5l}{E \cdot 2A} + \frac{3F \cdot l}{E \cdot 2A} = \\ &= -\frac{2 \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 200}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 120} - \frac{2 \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 1,5 \cdot 200}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 120} + \frac{3 \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 200}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 120} = -0,19 \text{ мм}. \end{aligned}$$

Стержень вказаних розмірів зменшить свою довжину на 0,19 мм.

ГЛАВА 7. ДЕФОРМАЦІЇ ЗСУВУ І КРУЧЕННЯ СТЕРЖНІВ

7.1. Напруження і деформації при зсуві. Умова міцності

Деформація зсуву виникає тоді, коли на стержень діють дві рівні сили, перпендикулярні до його осі і направлені в протилежні боки (рис. 7.1, а). Тоді відбувається відносний зсув окремих сусідніх перерізів в напрямі, перпендикулярному осі стержня (рис. 7.1, б). При цьому виникає кутова деформація (див. п. 3.7), яка оцінюється відносним зсувом

$$\gamma \approx \text{tg } \gamma = \frac{\Delta s}{h}. \quad (7.1)$$

Частковий випадок зсуву, коли відстань h прямує до нуля, називається *зрізом* (рис. 7.1, в). Іншими словами, зріз – це зсув, що відбувається в одній площині перерізу стержня.

Наслідком дії зовнішньої сили F на стержень є поява в перерізах, де відбувається зсув, внутрішнього поперечного зусилля Q (рис. 7.1, г), яке за умовою рівноваги дорівнює силі F . Зусилля Q в інтегральній формі, згідно з (3.5), через дотичні напруження τ_z (рис. 7.1, д) записується так

$$Q = \int_A \tau_z dA, \quad (7.2)$$

де A – площа перерізу стержня.

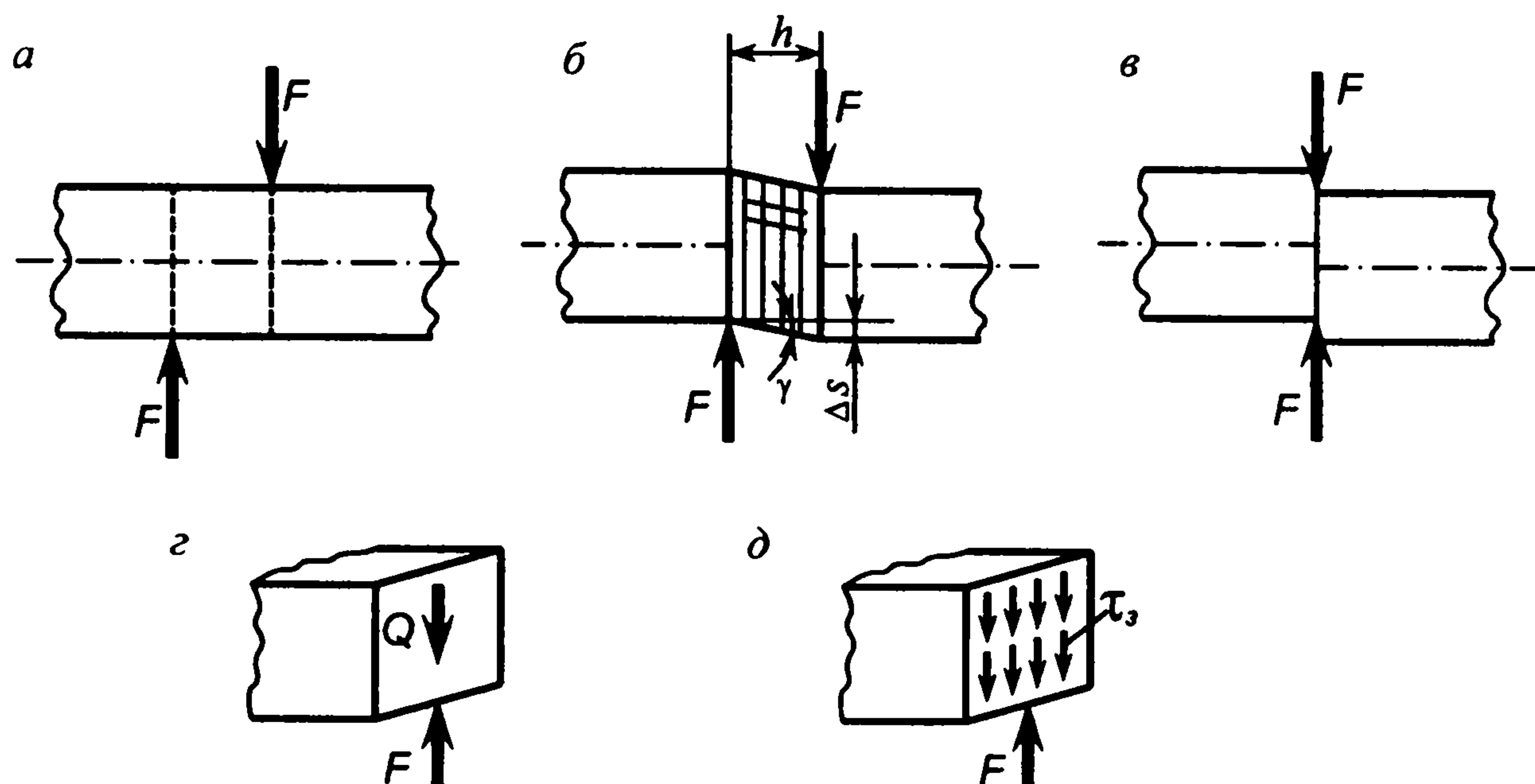


Рис. 7.1. Виникнення деформації зсуву і дія напружень зсуву

Дотичні напруження зсуву (зрізу) τ_3 прийнято вважати рівномрно розподіленими у перерізі. Тоді на підставі виразу (7.2) отримуємо формулу для визначення дотичних напружень при зсуві (зрізі):

$$\tau_3 A = Q = F, \text{ або } \tau_3 = \frac{F}{A}. \quad (7.3)$$

Міцність елементів технічних об'єктів, в яких виникає деформація зсуву (зрізу), вважається забезпеченою, якщо τ_3 не перевищує допустимої величини $[\tau]_3$, тобто умова міцності записується так:

$$\tau_3 = \frac{F}{A} \leq [\tau]_3. \quad (7.4)$$

Згідно з рекомендаціями, викладеними в п.4.3, допустиме напруження зрізу для різних матеріалів можна приймати $[\tau]_3 = 0,5[\sigma]$.

7.2. Напруження кручення у поперечних перерізах круглого стержня. Умова міцності при крученні

Деформація кручення відбувається тоді, коли у поперечних перерізах круглого стержня діє тільки крутний момент T . Досліди показують, що під час кручення всі твірні циліндричного стержня повертаються на один і той же кут γ (рис. 7.2, а). Довільні поперечні перерізи 1 і 2 повертаються один відносно одного навколо осі стержня на деякий кут, який називають кутом закручування. Таким чином, стержень круглого поперечного перерізу, що знаходиться в стані скручування, можна уявити як систему жорстких кружків безмежно малої товщини, насаджених центрами на спільну вісь, які не змінюють ні розмірів, ні форми, ні взаємних відстаней, а тільки повертаються один відносно одного. Це дозволяє керуватись надалі такими

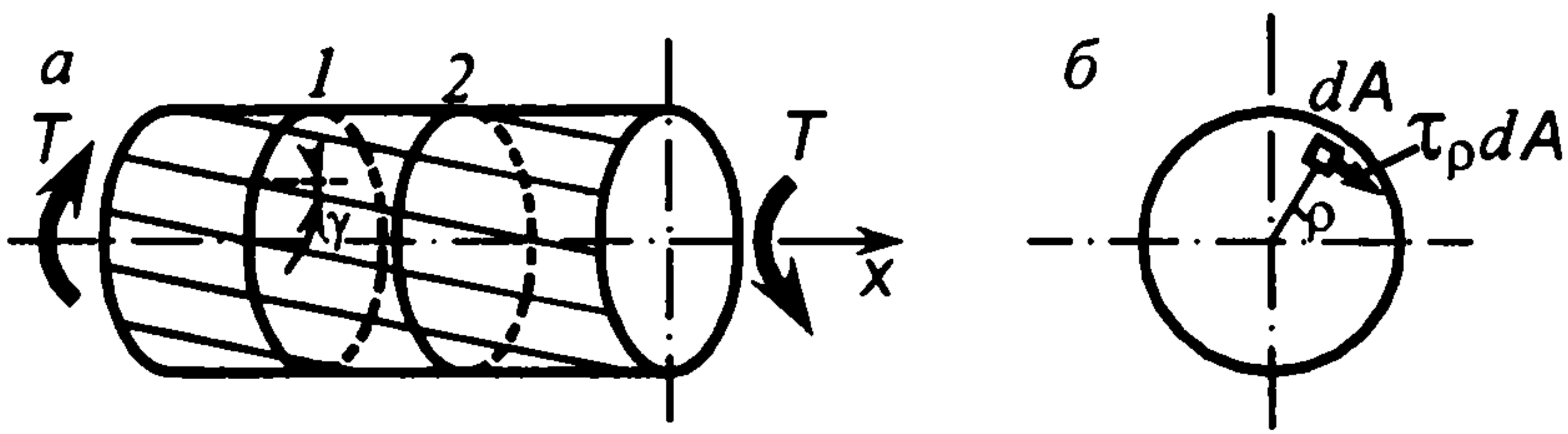


Рис. 7.2. Деформація кручення круглого стержня

гіпотезами: всі поперечні перерізи під час деформування залишаються плоскими; радіуси, проведені в даних перерізах, залишаються прямими; відстані між перерізами залишаються незмінними. За таких умов під час кручення мають місце деформації чистого зсуву.

Для визначення напружень при крученні виберемо довільний переріз стержня (рис. 7.2, б). Крутний момент T в цьому перерізі являє собою сумарний момент сил $\tau_\rho dA$ у площині перерізу, що діють у точках на відстані ρ від осі стержня

$$T = \int_A \rho \tau_\rho dA. \quad (7.5)$$

Тут τ_ρ – дотичне напруження, що виникає на площинці dA .

З виразу (7.5) визначити дотичні напруження неможливо, оскільки невідомий закон їх розподілу в даному перерізі. Для розв'язання цієї задачі необхідно встановити залежності переміщень при крученні.

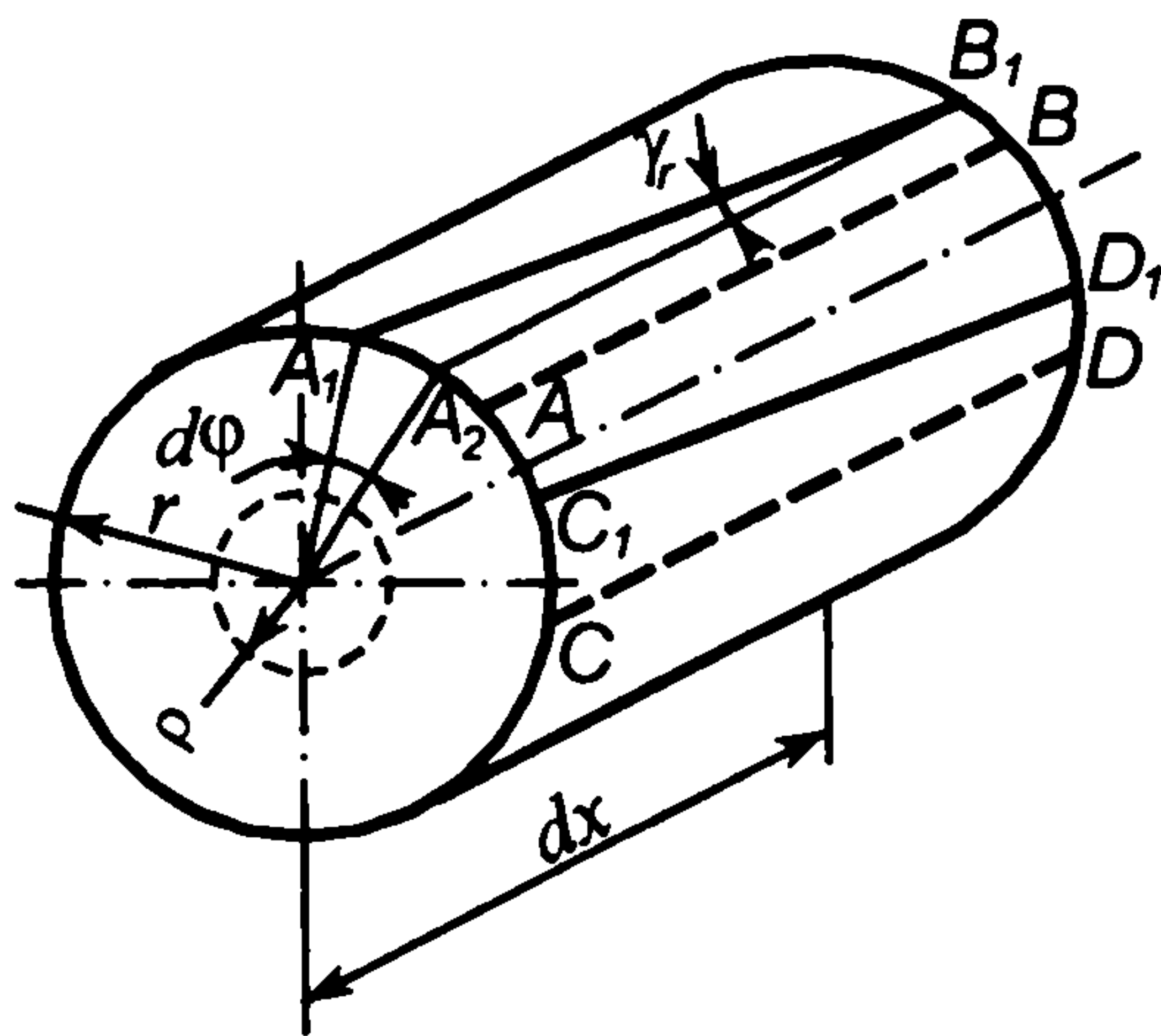


Рис. 7.3. До визначення переміщень при крученні

Виділимо із стержня циліндричний елемент завдовжки dx (рис. 7.3). При крученні будь-які дві твірні AB і CD , проведені на поверхні цього елемента, перейдуть в положення A_1B_1 і C_1D_1 , а сам елемент зазнає кутової деформації чистого зсуву.

Проведемо твірну B_1A_2 , яка паралельна лінії AB . Тоді кут γ_r буде кутом зсуву на поверхні розглядуваного елемента, а кут $d\phi$ – кутом його закручування. Довжину дуги A_1A_2 можна записати як $r d\phi$, а з іншого боку – як $\gamma_r dx$. Звідси маємо кут зсуву розглянутого елемента на його поверхні радіусом r

$$\gamma_r = r \frac{d\phi}{dx}. \quad (7.6)$$

Аналогічно визначаємо кут зсуву і на довільних циліндричних поверхнях, що мають радіус ρ (див. рис. 7.3)

$$\gamma_\rho = \rho \frac{d\phi}{dx}. \quad (7.7)$$

Тепер, застосовуючи закон Гука при зсуві (3.12), можемо записати вираз для дотичних напружень

$$\tau_\rho = \gamma_\rho G = G\rho \frac{d\phi}{dx}. \quad (7.8)$$

Після підставлення отриманого виразу у формулу (7.5) матимемо

$$T = G \frac{d\varphi}{dx} \int_A \rho^2 dA = GI_p \frac{d\varphi}{dx}. \quad (7.9)$$

Тут $I_p = \int_A \rho^2 dA$ – полярний момент інерції поперечного перерізу стержня (див. п. 2.2).

Якщо з виразу (7.9) визначити $\frac{d\varphi}{dx}$ і підставити в (7.8), то одержимо формулу для визначення дотичних напружень τ_ρ , що діють у точках перерізу стержня, розташованих на відстані ρ від його центра ваги

$$\tau_\rho = \frac{T}{I_p} \rho. \quad (7.10)$$

Із цієї формули видно, що дотичні напруження при крученні розподіляються в перерізі нерівномірно. В центрі ваги перерізу вони дорівнюють нулю, а в точках, розташованих близько поверхні стержня ($\rho = r$) напруження максимальні. Еюра розподілу напружень кручення в поперечному перерізі показана на рис. 7.4.

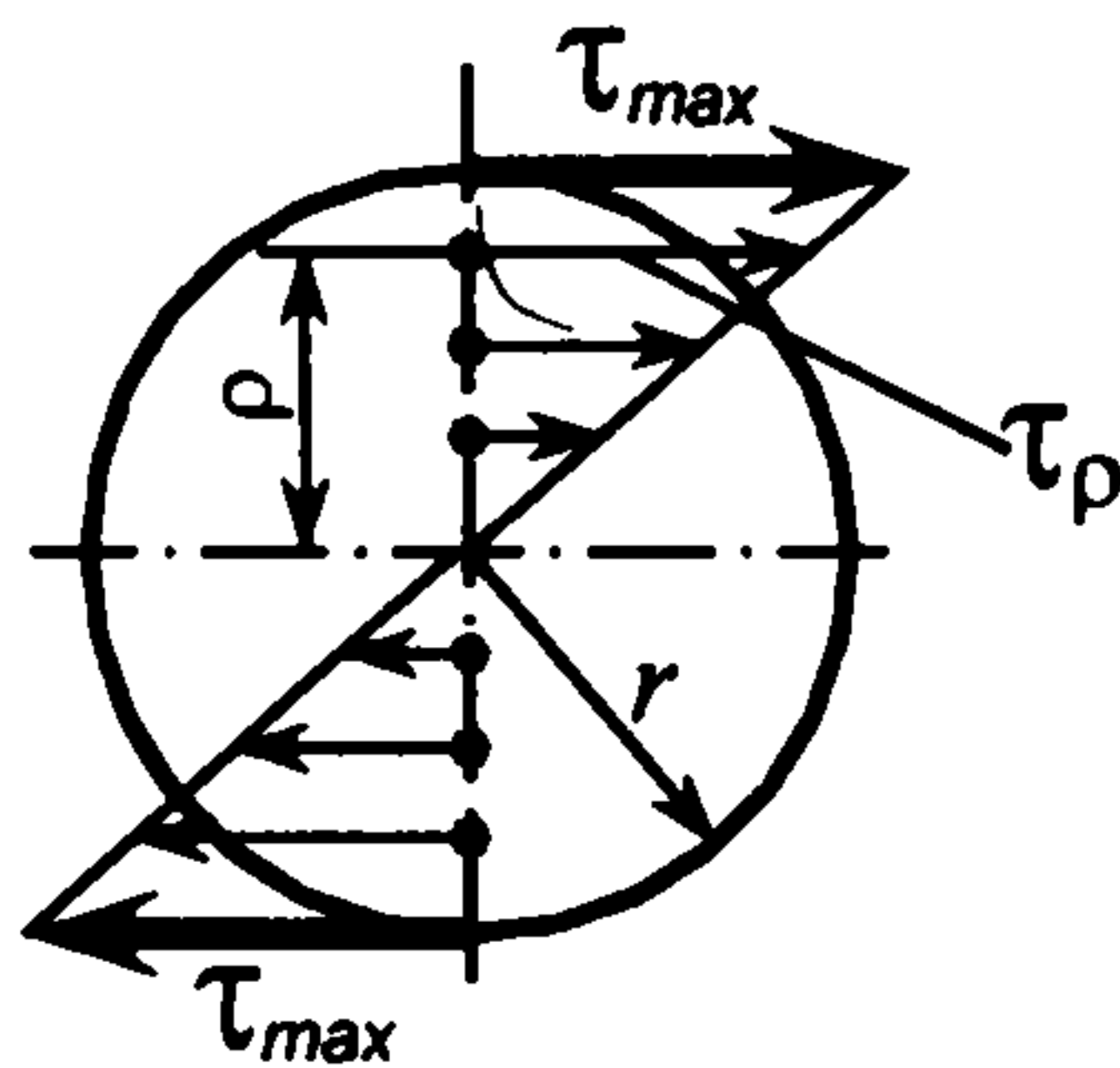


Рис. 7.4. Розподіл напружень кручення в поперечному перерізі стержня

Максимальне дотичне напруження при крученні

$$\tau_{\max} = \frac{T}{I_p} r. \quad (7.11)$$

Величину $I_p / r = W_p$ прийнято називати *полярним моментом опору* поперечного перерізу стержня. Для круглого поперечного перерізу відповідно до (2.14) маємо

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16}. \quad (7.12)$$

Тепер, нарешті, можна записати умову міцності стержня при крученні

$$\tau = \frac{T}{W_p} \leq [\tau]. \quad (7.13)$$

Допустиме напруження для матеріалів стержнів, що руйнуються пластично, приймають $[\tau] = 0,5[\sigma]$ (див. п. 4.3).

7.3. Закон Гука при крученні і умова жорсткості

При крученні деформацію стержня оцінюють його кутом φ закручування за рахунок поворотів перерізів (див. рис. 7.3). З виразу (7.9) можна записати

$$d\varphi = \frac{T}{GI_p} dx. \quad (7.14)$$

Якщо стержень закріплений одним кінцем, має довжину l і постійний поперечний переріз, то кут закручування цього стержня (поворот навколо осі стержня перерізу на вільному кінці)

$$\varphi = \frac{Tl}{GI_p}. \quad (7.15)$$

Записаний вираз називають законом Гука при крученні.

У випадку, коли стержень одного діаметра має n ділянок, кожна з яких має довжину l_i , а в межах кожної ділянки діє крутний момент T_i , то сумарний кут закручування визначається виразом

$$\varphi = \frac{1}{GI_p} \sum_{i=1}^n T_i l_i. \quad (7.16)$$

Тут i – номер ділянки з постійним крутним моментом T_i .

У розрахунках на жорсткість часто використовують таку величину, як відносний кут закручування, або кут закручування одиниці довжини стержня

$$\Theta = \frac{\varphi}{l} = \frac{T}{GI_p}. \quad (7.17)$$

Умова жорсткості стержня при крученні в даному випадку має вигляд

$$\Theta \leq [\Theta]. \quad (7.18)$$

Допустимі відносні кути закручування $[\Theta]$ встановлюють залежно від конкретних умов роботи розраховуваних елементів.

7.4. Приклади розрахунків на зріз і кручення

Задача 7.1. Визначити діаметр d сталевого штифта 1 (рис. 7.5), який з'єднує тягу 2 з вилкою 3. Відомо, що з'єднання навантажене силою $F = 8 \cdot 10^3$ Н, а допустиме напруження для матеріалу штифта $[\sigma] = 140$ МПа.

Розв'язання. В заданому з'єднанні у штифті виникає деформація зрізу. Умова міцності на зріз

$$\tau_s = \frac{F}{A_s} \leq [\tau]_s.$$

Тут зріз штифта відбувається в двох його поперечних перерізах, площа яких

$$A_s = 2 \cdot \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi d^2}{2}.$$

Підставивши A_s в умову міцності, отримаємо

$$\tau_s = \frac{2F}{\pi d^2} \leq [\tau]_s, \text{ або } d \geq \sqrt{\frac{2F}{\pi[\tau]_s}}.$$

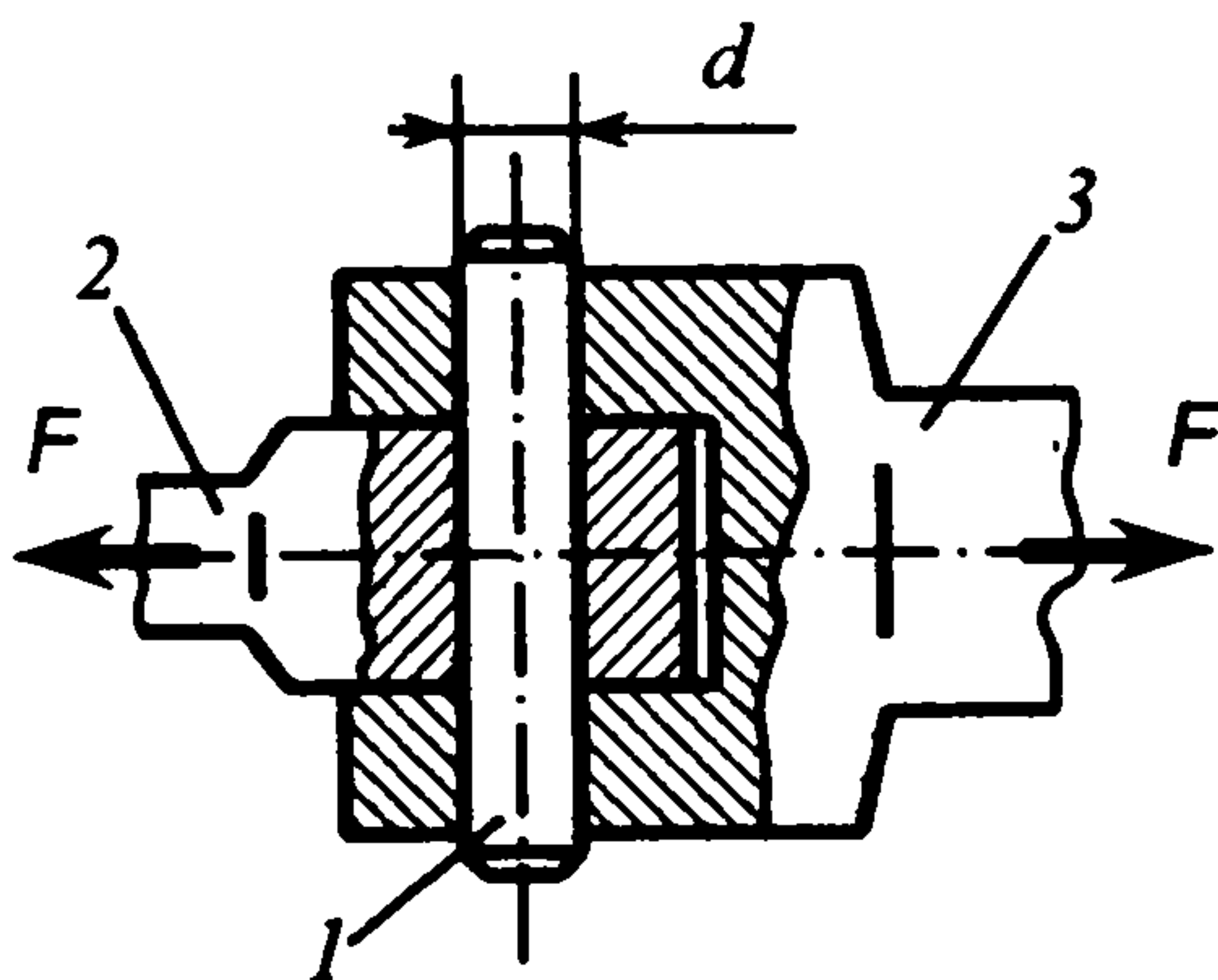
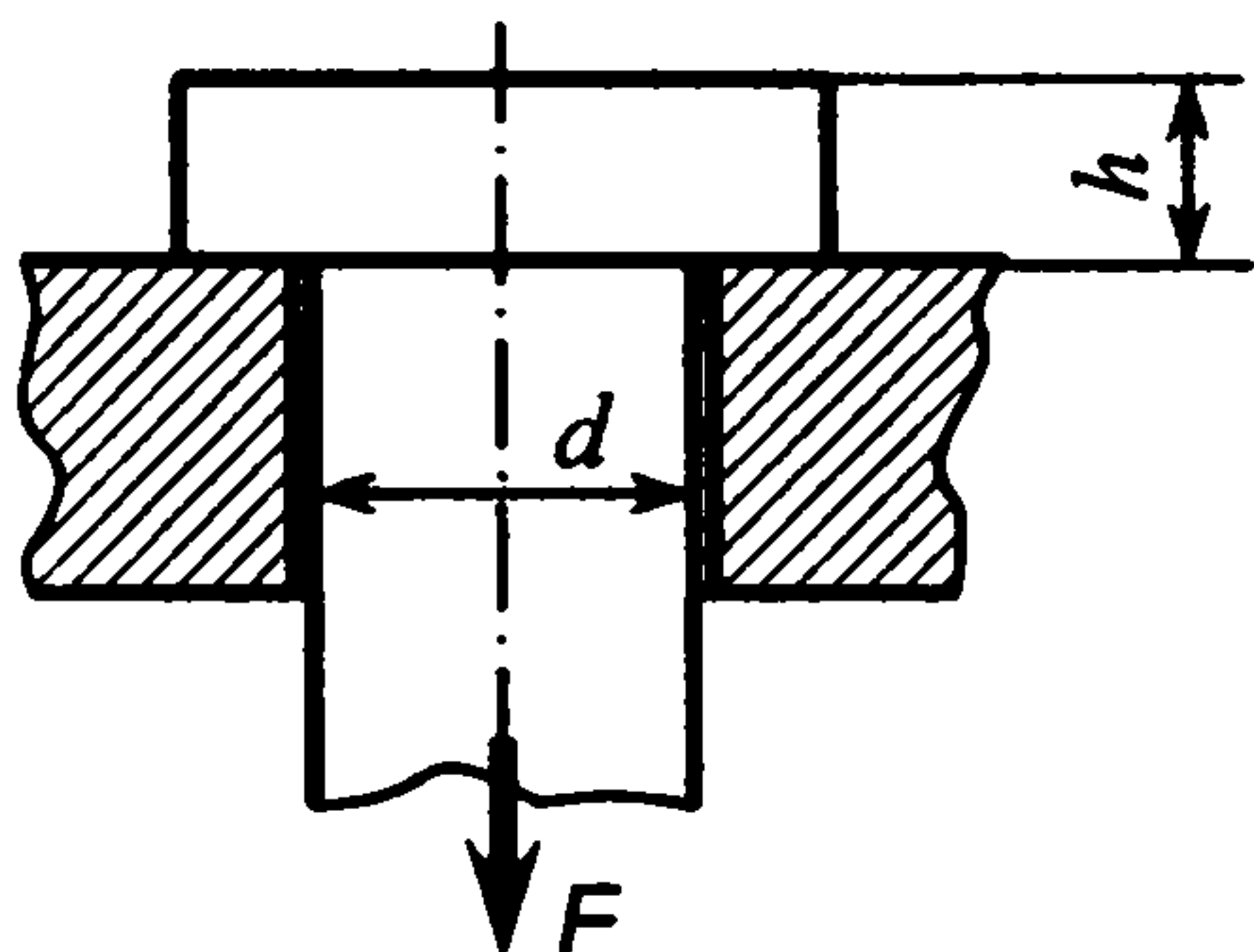


Рис. 7.5. З'єднання деталей штифтом

Якщо допустиме напруження на зріз $[\tau]_z = 0,5[\sigma] = 0,5 \cdot 140 = 70$ МПа, то

$$d \geq \sqrt{\frac{2 \cdot 8 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 70}} = 8,5 \text{ мм.}$$

Задача 7.2. Сталевий стержень з циліндричною головкою розміщений в отворі опорної деталі і навантажений осьовою силою $F = 18 \cdot 10^3$ Н (рис. 7.6). Відомо, що діаметр стержня $d = 15$ мм, а допустиме напруження для його матеріалу $[\sigma] = 100$ МПа. Треба визначити з умови міцності необхідну висоту h головки стержня.



Розв'язання. Руйнування головки стержня може відбутись через її зрізання по циліндричній поверхні, площа якої

$$A_z = \pi dh.$$

Якщо підставити цю площу в умову міцності на зріз, то матимемо

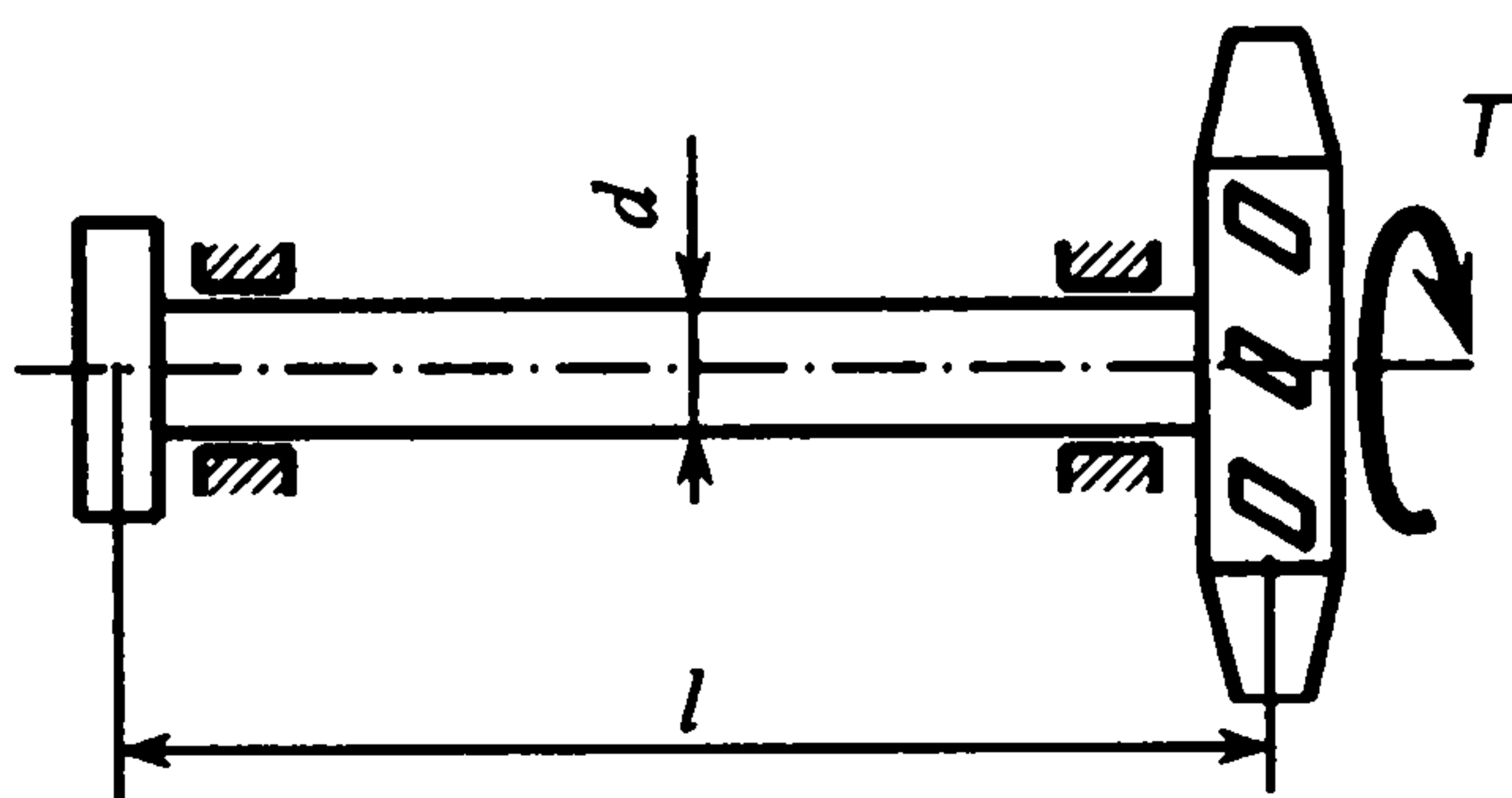
$$\tau_z = \frac{F}{\pi dh} \leq [\tau]_z,$$

звідки необхідна висота головки

$$h \geq \frac{F}{\pi d [\tau]_z} = \frac{18 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 15 \cdot 50} = 7,6 \text{ мм.}$$

Тут прийнято $[\tau]_z = 0,5[\sigma] = 0,5 \cdot 100 = 50$ МПа.

Задача 7.3. Вал діаметром $d = 80$ мм і завдовжки $l = 0,8$ м передає обертання робочому колесу осьового вентилятора, на лопатях якого виникає момент сил опору $T = 6 \cdot 10^3$ Н·м (рис. 7.7). Треба перевірити міцність вала і його жорсткість за кутом закручування, прийнявши допустиме напруження кручення $[\tau] = 60$ МПа і допустимий відносний кут закручування $[\Theta] = 0,3$ град/м (прийняти $G = 8 \cdot 10^5$ МПа).



Розв'язання. Для круглого перерізу вала полярний момент опору

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} = \frac{3,14 \cdot 80^3}{16} = 100531 \text{ мм}^3.$$

Оскільки вал навантажується крутним моментом T , то напруження кручення в його поперечних перерізах

$$\tau = \frac{T}{W_p} = \frac{6 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{100531} = 59,7 \text{ МПа.}$$

Міцність вала забезпечується, оскільки $\tau = 59,7 \text{ МПа} < [\tau] = 60 \text{ МПа}$.

Полярний момент інерції, круглого перерізу вала

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 80^4}{32} = 402 \cdot 10^4 \text{ мм}^4.$$

Кут закручування вала завдовжки $l = 800$ мм

$$\varphi = \frac{Tl}{GI_p} = \frac{6 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 800}{8 \cdot 10^5 \cdot 402 \cdot 10^4} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ рад} = 0,085^\circ.$$

Відносний кут закручування вала

$$\Theta = \frac{\varphi}{l} = \frac{0,085}{0,8} = 0,11 \text{ град/м.}$$

Жорсткість вала на кручення також забезпечується, оскільки $\Theta = 0,11 \text{ град/м} < [\Theta] = 0,3 \text{ град/м}$.

ГЛАВА 8. ПЛОСКИЙ ПОПЕРЕЧНИЙ ЗГИН БАЛОК

8.1. Нормальні напруження при згині. Умова міцності

Плоский поперечний згин балок спостерігається в тих випадках, коли всі зовнішні навантаження перпендикулярні до осі балки і розташовані у її головній площині, тобто у площині, утвореній віссю балки і однією з головних центральних осей її поперечного перерізу. Ознакою згину балки є зміна кривини її осі.

У випадку плоского поперечного згину в кожному поперечному перерізі балки із шести можливих внутрішніх силових факторів виникають тільки два – згинальний момент $M \neq 0$ і поперечне зусилля $Q \neq 0$.

Розглянемо випадок, коли балка зазнає чистого згину, тобто коли по всій довжині балки, або на окремих її ділянках, в кожному перерізі діє згинальний момент постійної величини, а поперечна сила в тих же перерізах дорівнює нулю. Приклад такого навантаження балки показаний на рис. 8.1, а. Тут дія зосередженого моменту M_0 зовнішніх сил викликає появу в поперечних перерізах балки згинального моменту M , а поперечне зусилля Q відсутнє (див. епюри Q і M на рис. 8, а).

При чистому згині в поперечних перерізах балки виникають тільки нормальні напруження σ (рис. 8.1, б). Їхній зв'язок з внутрішніми зусиллями згідно з (3.5) і (3.6) виражається такими інтегральними залежностями:

$$N = \int_A \sigma dA; \quad M_y = \int_A z \sigma dA; \quad M_z = \int_A y \sigma dA. \quad (8.1)$$

Оскільки при чистому згині в будь-якому перерізі діє тільки один згинальний момент ($M_z = M$; $N = 0$; $M_y = 0$), то рівняння (8.1) можна переписати в такому вигляді:

$$\int_A \sigma dA = 0; \quad \int_A z \sigma dA = 0; \quad M = \int_A y \sigma dA. \quad (8.2)$$

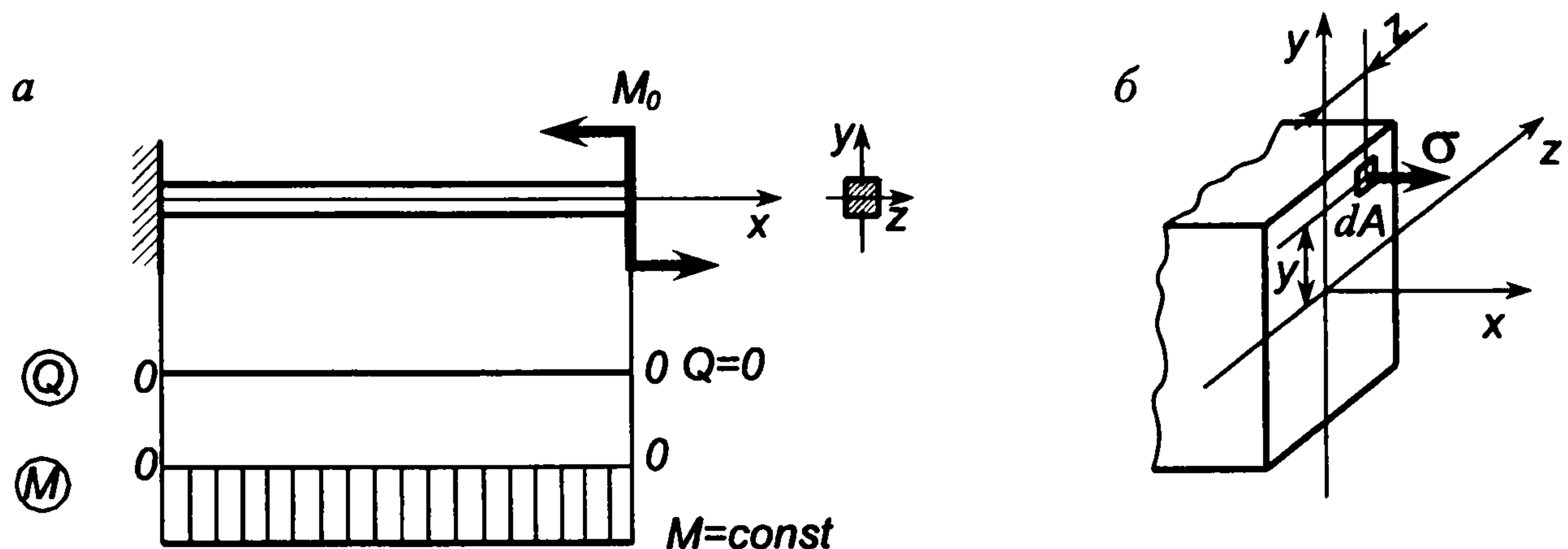


Рис. 8.1. Деформація чистого згину

Отримані інтеграли неможливо вирахувати, якщо не відомий закон розподілу нормальних напружень у перерізі. Для розв'язання задачі треба розглянути закономірності деформування балки при згині з використанням гіпотези плоских перерізів.

Виділимо із балки елемент $abcd$ завдовжки dx , який має форму до деформування, зображену на рис. 8.2, *а*. У zdeформованому згинальним моментом M стані згаданий елемент набуде форми $a_1b_1c_1d_1$ (рис. 8.2, *б*). При цьому поперечні перерізи ab і cd залишаються плоскими і після деформування елемента, взаємно повернувшись на деякий кут $d\phi$. Якщо уявити волоконну структуру розглядуваного елемента, то в процесі деформування верхні волокна скорочуються, а нижні видовжуються. Звідси випливає, що є такі волокна, які не змінюють своєї довжини, тобто не зазнають ні стиску, ні розтягу. Сукупність волокон, що не змінюють довжини при згині, називають *нейтральним шаром*. Припустимо, що таким шаром волокон є шар mn (рис. 8.2, *а*), який після деформування тільки викривляється, перетворюючись в дугу радіусом ρ , і займає положення m_1n_1 (рис. 8.2, *б*).

Тепер розглянемо деформацію будь-якого волокна ks , розташованого на відстані y від нейтрального шару. Після деформування волокно ks перетворюється в дугу k_1s_1 , що має радіус $\rho + y$. Відносне видовження цього волокна знаходимо за виразом

$$\varepsilon = \frac{k_1s_1 - ks}{ks} \quad (8.3)$$

Якщо взяти до уваги, що $ks = mn = m_1n_1 = \rho d\phi$, а $k_1s_1 = (\rho + y)d\phi$, то вираз (8.3) можна записати так:

$$\varepsilon = \frac{y}{\rho} \quad (8.4)$$

З іншого боку, прийнявши пряму пропорціональну залежність між деформаціями і напруженнями (закон Гука) $\varepsilon = \sigma E$, отримаємо:

$$\sigma_y = E \frac{y}{\rho} \quad (8.5)$$

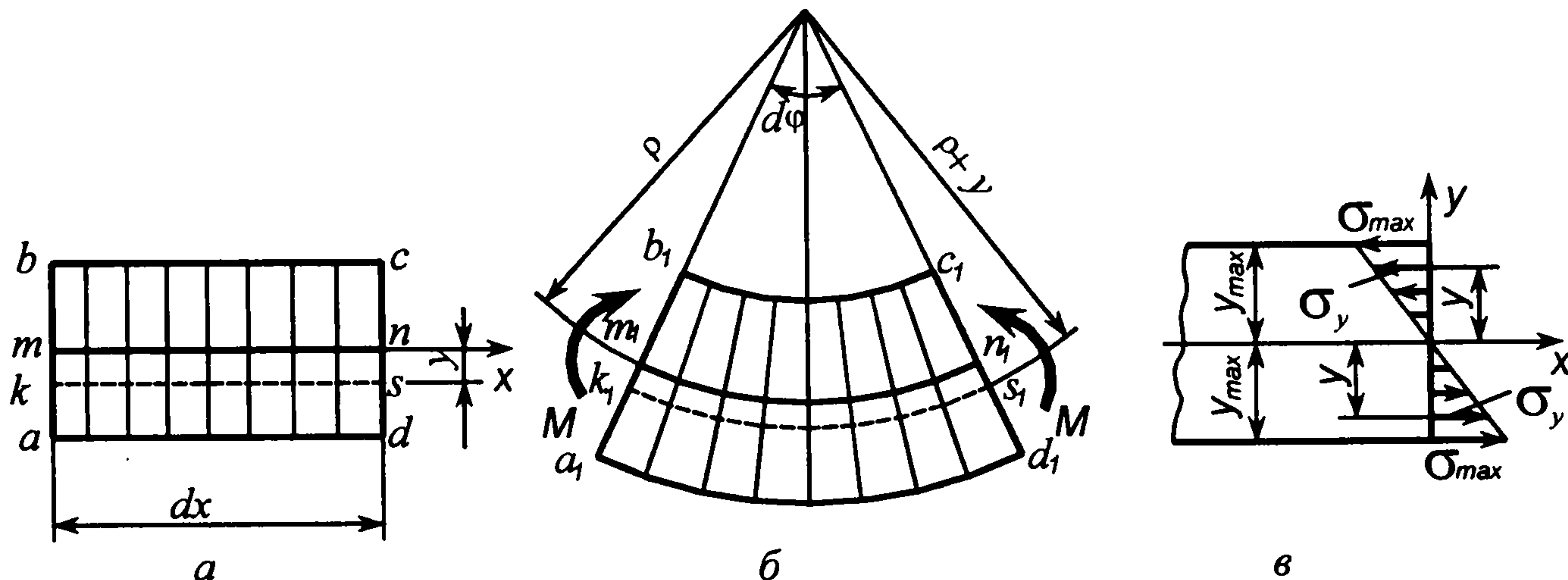


Рис. 8.2. Переміщення перерізів при згині і розподіл напружень

Тут σ_y – напруження в точках поперечного перерізу, розташованих на відстані y від нейтрального шару. Розподіл нормальних напружень в перерізі при згині показано на рис. 8.2, в.

Підставимо вираз (8.5) в рівняння (8.2):

$$\int_A \frac{E}{\rho} y dA = 0; \quad \int_A \frac{E}{\rho} yz dA = 0; \quad M = \int_A \frac{E}{\rho} y^2 dA. \quad (8.6)$$

Перші два рівняння (8.6) визначають положення нульової лінії (нейтрального шару). Оскільки $\frac{E}{\rho} \neq 0$, то

$$\int_A y dA = S_z = 0; \quad \int_A yz dA = I_{yz} = 0. \quad (8.7)$$

Записані вирази вказують на те, що осі Oy і Oz є центральними і головними для перерізу (статичний момент перерізу S_z і відцентровий момент інерції I_{yz} дорівнюють нулю). Оскільки вісь Oz збігається в перерізі з нейтральним шаром, то можна стверджувати, що нейтральний шар проходить через центр ваги перерізу.

З третього рівняння (8.6) визначимо кривину нейтрального шару:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI_z}. \quad (8.8)$$

У виразі (8.8) $I_z = \int_A y^2 dA$ – осьовий момент інерції перерізу, взятий відносно осі Oz , яка в перерізі збігається з нейтральним шаром.

Спільне розв'язання рівнянь (8.5) і (8.8) дає можливість записати формулу для визначення нормальних напружень в будь-якій точці перерізу, розташованій на відстані y від осі Oz :

$$\sigma_y = \frac{M}{I_z} y. \quad (8.9)$$

З формули (8.9) видно, що найбільших значень (рис. 8.2, в) нормальні напруження в перерізі досягають у найвіддаленіших точках від нейтральної осі.

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{I_z} y_{\max}. \quad (8.10)$$

Величину $I_z / y_{\max} = W_z$ називають *осьовим моментом опору перерізу*. З урахуванням останнього умову міцності для деформації чистого згину записують так:

$$\sigma = \frac{M}{W_z} \leq [\sigma]. \quad (8.11)$$

Таким чином, для перевірки міцності балки, що перебуває у стані плоского згину, необхідно знати максимальний за абсолютною величиною

згинальний момент M в небезпечному перерізі, геометричну характеристику цього перерізу W_z і механічну характеристику $[\sigma]$ матеріалу, з якого виготовлена балка.

Осьові моменти опору W_z для найпростіших форм перерізів визначають за такими формулами:

– для круга діаметром d $W_z = \frac{\pi d^3}{32}$;

– для прямокутника заввишки h і завширшки b $W_z = \frac{bh^2}{6}$ (розмір b визначається уздовж осі z).

8.2. Дотичні напруження при згині

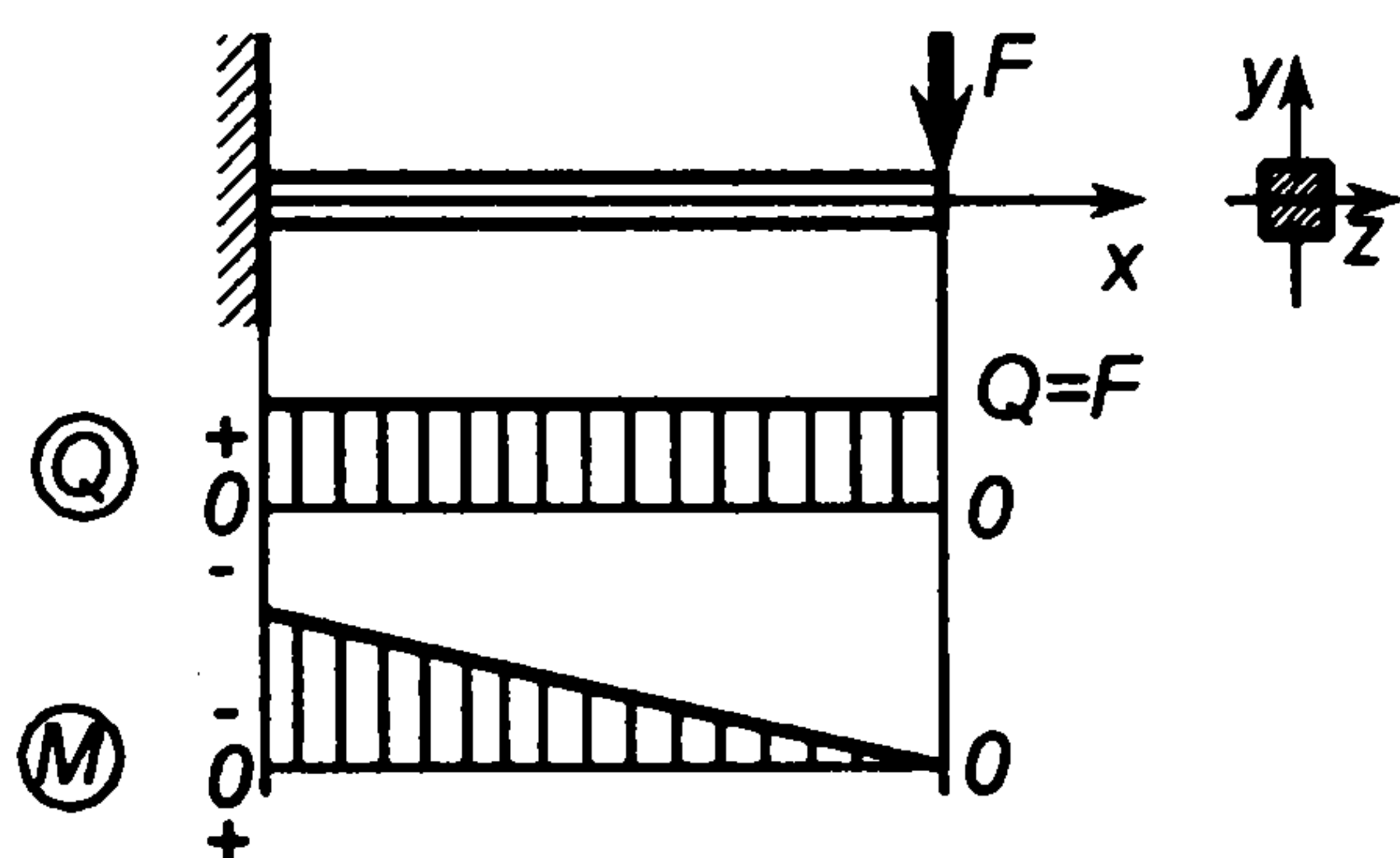


Рис. 8.3. Деформація плоского поперечного згину

В умовах плоского поперечного згину в поперечних перерізах балки одночасно зі згинальним моментом M виникає також і поперечне зусилля Q . Наприклад, у схемі навантаження балки на рис. 8.3, у всіх її перерізах одночасно діють і поперечне зусилля, і згинальний момент (див. епюри Q і M).

Наявність поперечного зусилля спричинює дію в поперечному перерізі дотичних напружень. Вперше задача визначення дотичних напружень в балках була розв'язана Д.І. Журавським (середина XIX століття). Було виявлено, що дотичні напруження при згині розподіляються за висотою перерізу нерівномірно. Ці напруження визначають за формулою, яка має назву *формули Журавського*:

$$\tau = \frac{Q\bar{S}_z}{bI_z}. \quad (8.12)$$

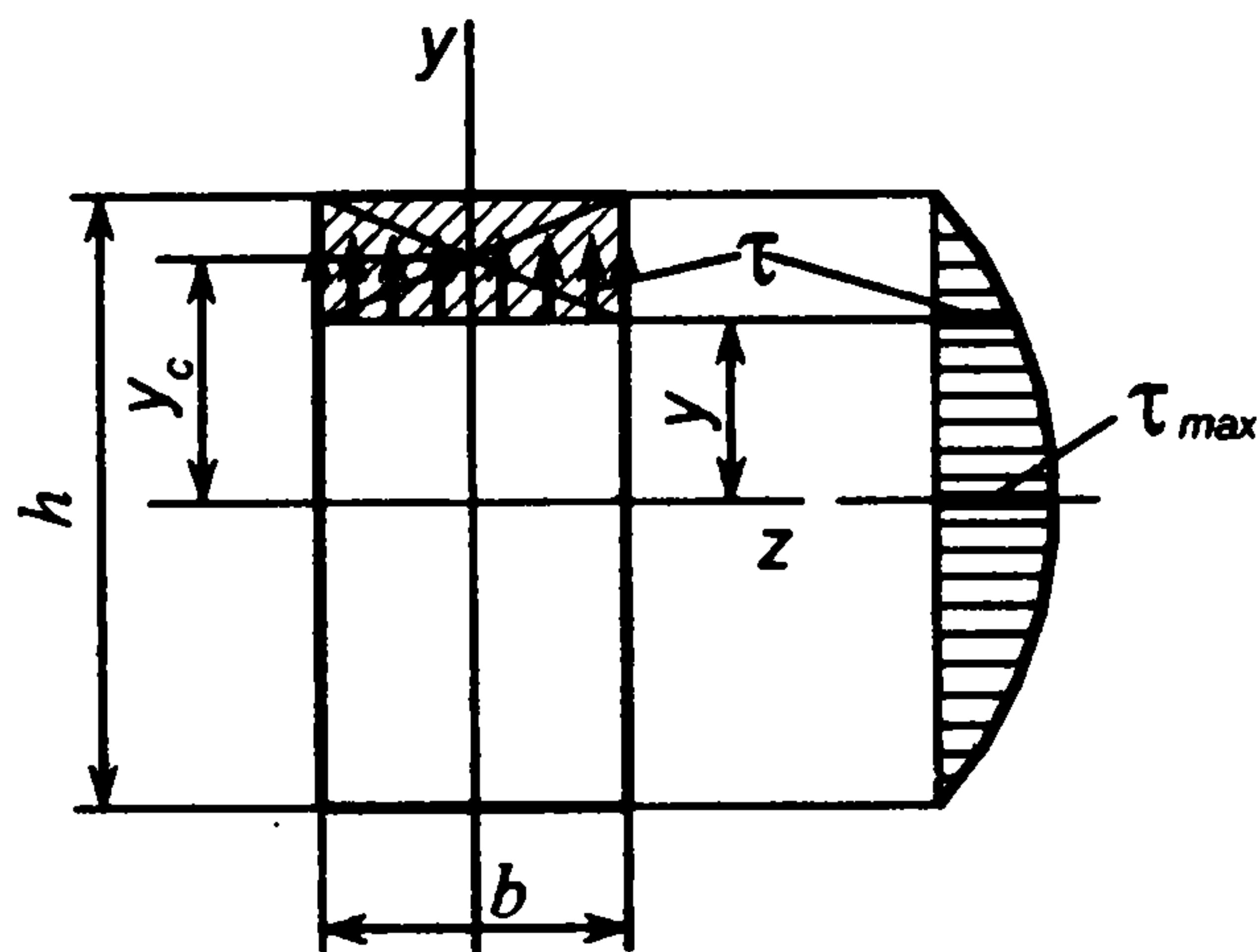


Рис. 8.4. До визначення дотичних напружень при згині

Тут Q – поперечне зусилля в розглядуваному перерізі; I_z – момент інерції поперечного перерізу відносно осі z ; b – ширина перерізу на рівні точок, де визначають напруження; \bar{S}_z – статичний момент відносно осі z частини поперечного перерізу, розташованої по один бік від прямої, проведеної через досліджувану точку паралельно осі z (цю частину перерізу заштриховано на рис. 8.4).

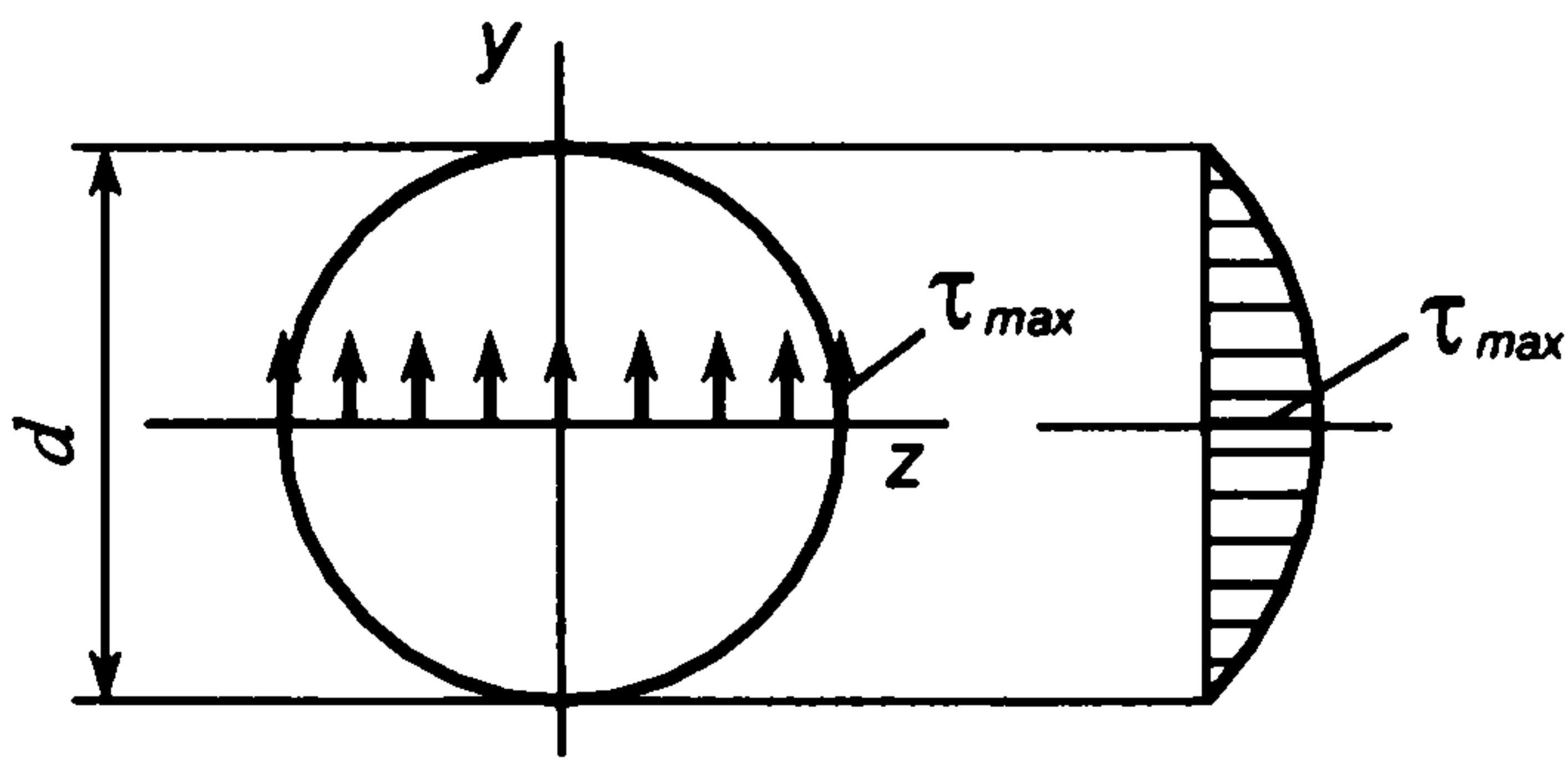


Рис. 8.5. Дотичні напруження при згині в круговому перерізі

Формулу (8.12) отримано з урахуванням рівномірного розподілу дотичних напружень по ширині перерізу. Це припущення забезпечує достатню точність формули для ширини перерізу меншої, ніж його висота. Так, наприклад, для відношення $b/h=1$ відхилення від рівномірного розподілу становить 12,6%, а при $b/h=0,5$ – тільки 3,3%.

Тепер встановимо, як змінюється дотичне напруження τ залежно від відстані y (див. рис. 8.4) точок перерізу від нейтральної осі z . Оскільки Q , I_z і b для перерізу постійної ширини є сталими, то необхідно виявити характер зміни статичного моменту \bar{S}_z залежно від y . Для прямокутного перерізу статичний момент заштрихованої площі (рис. 8.4) відносно осі z

$$\bar{S}_z = b(0,5h - y)(y + 0,5(0,5h - y)) = 0,5b(0,25h^2 - y^2).$$

Якщо підставити записаний вираз у формулу (8.12), то матимемо

$$\tau = \frac{Q}{2I_z} (0,25h^2 - y^2).$$

З отриманої формули видно, що дотичне напруження τ змінюється залежно від y за параболічним законом (рис. 8.4). Це напруження дорівнює нулю при $y = \pm h/2$ і досягає максимуму, коли $y = 0$:

$$\tau_{\max} = \frac{Qh^2}{8I_z} = \frac{3Q}{2A}. \quad (8.13)$$

Тут прийнято $I_z = bh^3 / 12$ (див. гл. 2) і $A = bh$.

У випадку, коли балка має поперечний переріз у формі круга діаметром d , то максимальні дотичні напруження (рис. 8.5) визначають за формулою:

$$\tau_{\max} = \frac{4Q}{3A} = \frac{16Q}{3\pi d^2}. \quad (8.14)$$

Умова міцності балки при поперечному згині за дотичними напруженнями буде виконуватись, якщо $\tau_{\max} \leq [\tau]$.

8.3. Розрахунки балок на міцність при згині

Для забезпечення міцності балки, що знаходиться у стані плоского поперечного згину, розміри і форма її поперечного перерізу повинні бути такими, щоб при відповідних зовнішніх навантаженнях розрахункові напруження у жодній її точці не перевищували допустимих. Поперечні перерізи балки з точками, в яких виникають найбільші напруження, називають

небезпечними перерізами. Якщо балка має всі перерізи однакових розмірів і форми, то за небезпечні поперечні перерізи приймають такі, де діють найбільші згинальний момент і поперечне зусилля. В багатьох випадках найбільший згинальний момент і найбільше поперечне зусилля в одному перерізі не виникають. Тому в розрахунках на міцність необхідно перевірити той переріз, в якому діє найбільший згинальний момент, і той, де – найбільше поперечне зусилля.

Припустимо, що в перерізі $A-A$ балки (рис.8.6) діє найбільший згинальний момент M_{\max} . Небезпечними в цьому перерізі є точки 1 і 2, оскільки в них нормальні напруження максимальні (в точці 1 – стиску, в точці 2 – розтягу). Дотичні напруження в цих точках дорівнюють нулю. Якщо балка виготовлена з матеріалу, який однаково чинить опір розтягу і стиску, то умову міцності для точок 1 і 2 можна записати так:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma]. \quad (8.15)$$

Розглянемо тепер інший небезпечний переріз $B-B$ (рис. 8.6), в якому, наприклад, діє найбільше поперечне зусилля Q_{\max} . Тут точкою з максимальним дотичним напруженням є точка 3. Умова міцності для цієї точки має вигляд (за виразом (8.13) для прямокутного перерізу):

$$\tau_{\max} = \frac{3Q_{\max}}{2A} \leq [\tau]. \quad (8.16)$$

У навантажених зовнішніми силами балках можуть бути перерізи, наприклад $C-C$ на рис. 8.6, де виникають порівняльно великі як згинальні моменти M , так і поперечні зусилля Q і, відповідно, в певних точках перерізу діють, хоча і не максимальні, але достатньо великі нормальні σ і дотичні τ напруження. У комбінації ці напруження можуть створювати небезпечний напружений стан, для якого умову міцності записують так:

$$\sigma_E \leq [\sigma], \quad (8.17)$$

де σ_E – еквівалентне напруження, розраховане за відповідною теорією міцності.

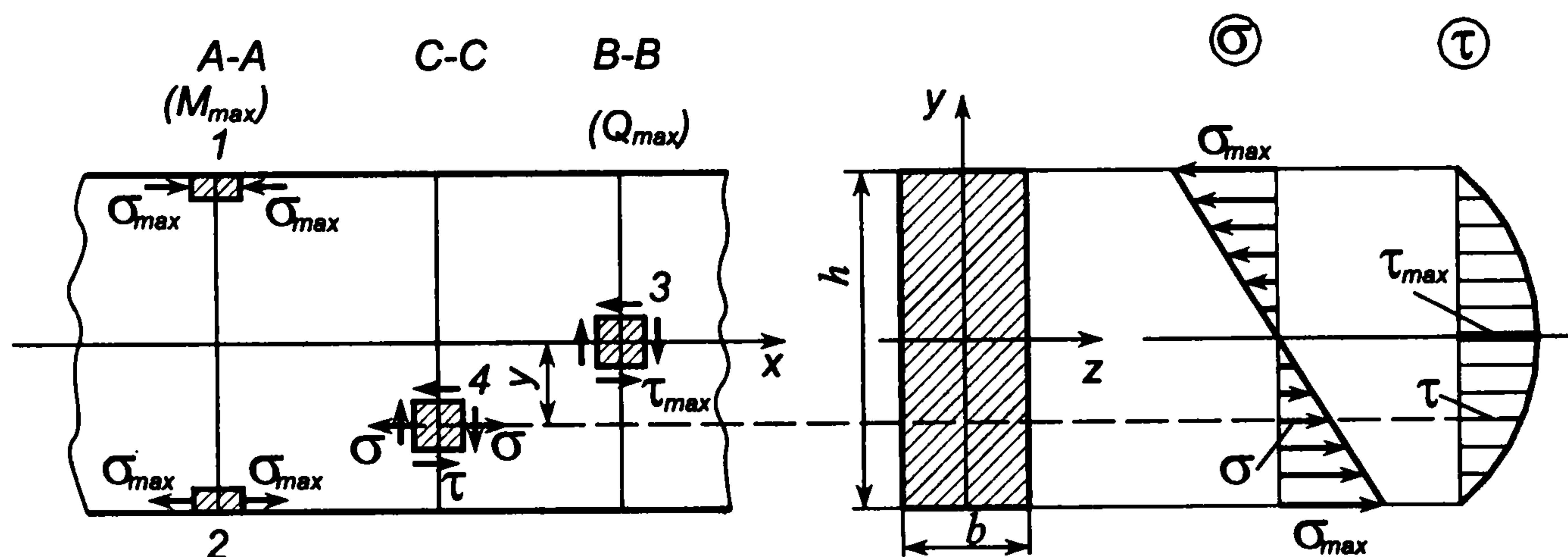


Рис. 8.6. До розрахунку балок при поперечному згині

Прийmemo, що в точці 4 перерізу $C - C$ (рис. 8.6) діють достатньо великі нормальні і дотичні напруження:

$$\sigma = \frac{M}{I_z} y; \quad \tau = \frac{Q}{2I_z} (0,25h^2 - y^2). \quad (8.18)$$

Оскільки точка 4 знаходиться в умовах плоского напруженого стану, то головні напруження σ_1 , σ_2 і σ_3 можна визначити за формулами (3.20), а еквівалентне напруження за теорією міцності Мора підраховують за виразом (3.22). В нашому випадку для точки 4 умова міцності має вигляд:

$$\sigma_E = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]. \quad (8.19)$$

Практика розрахунків балок на міцність показує, що в більшості випадків небезпечними є точки 1 і 2 перерізу $A - A$, де діє максимальний згинальний момент M_{\max} (див. рис. 8.6). Необхідність перевірки міцності балок за M і Q доцільна лише для випадків, коли їхній переріз має значну висоту порівняно з шириною і має тонкостінні елементи.

8.4. Диференціальне рівняння пружної лінії балки. Умова жорсткості

При плоскому поперечному згині вісь балки викривляється. Початково пряма вісь перетворюється в плоску криву лінію, яку називають зігнутою віссю або *пружною лінією балки*. Переміщення балки у довільному перерізі при плоскому згині характеризується прогином y і кутом повороту перерізу Θ (рис. 8.7, а). Прогин – це переміщення центра ваги перерізу в напрямі, перпендикулярному до початкової осі, а кут повороту перерізу дорівнює куту між дотичною до зігнутої осі і початковою віссю. Для малих деформацій можна нехтувати горизонтальними складовими переміщень і брати до уваги лише вертикальну складову y .

За своєю фізичною суттю рівняння зігнутої осі балки $y(x)$ є неперервною і гладкою кривою. За геометричною інтерпретацією першої похідної функції кути повороту перерізів балки можна визначити за виразом

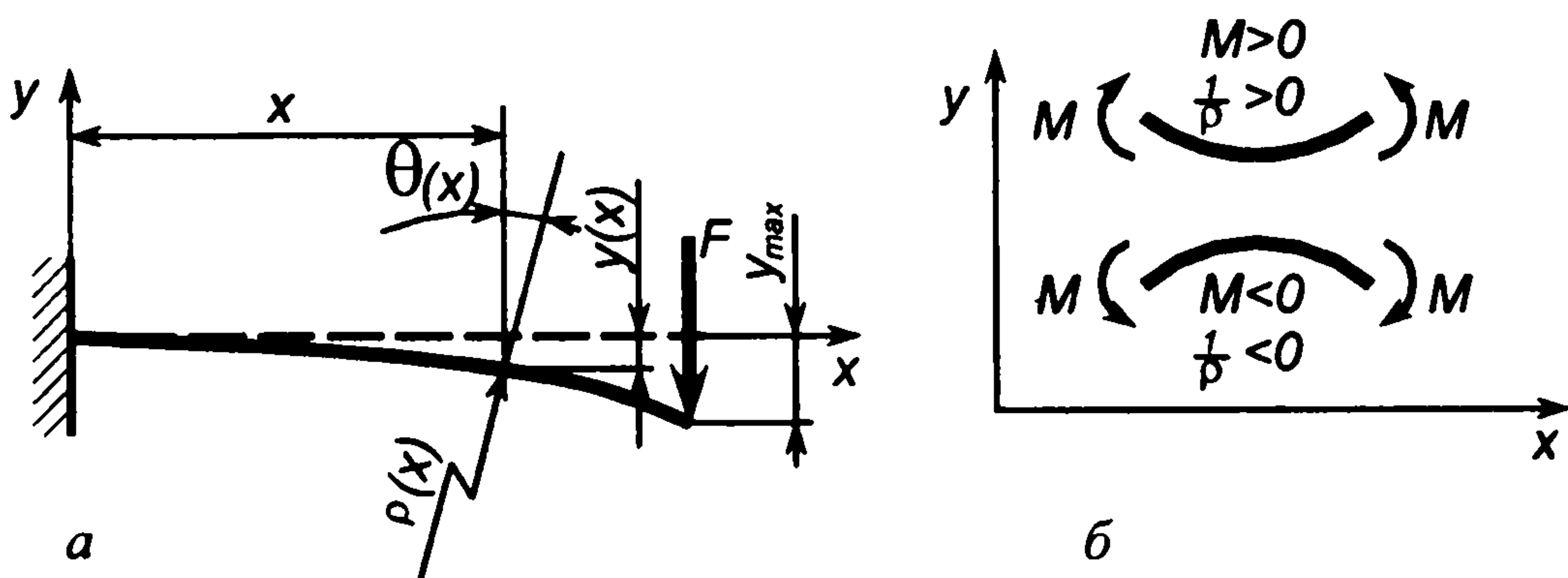


Рис. 8.7. Переміщення перерізу балки при плоскому згині

$$\operatorname{tg} \Theta = \frac{dy}{dx}.$$

Для малих деформацій можна прийняти $\operatorname{tg} \Theta \approx \Theta$, звідки:

$$\Theta = \frac{dy}{dx}. \quad (8.20)$$

Задача з визначення переміщень при згині буде розв'язана, якщо матимемо рівняння зігнутої осі балки або рівняння пружної лінії $y(x)$. Для запису такого рівняння використаємо формулу (8.8) для визначення кривини балки при чистому згині:

$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{M(x)}{EI_z}. \quad (8.21)$$

З іншого боку, якщо відоме рівняння плоскої кривої $y(x)$, то кривину визначають за відомою з математичного аналізу формулою

$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\pm \sqrt{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}}. \quad (8.22)$$

Прирівнявши праві частини рівнянь (8.21) і (8.22), а також нехтуючи величиною $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ як набагато меншою від одиниці, отримуємо наближене диференціальне рівняння пружної лінії балки:

$$\pm \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI_z}. \quad (8.23)$$

Тепер залишається з'ясувати, який з двох знаків слід залишити в записаному рівнянні. Домовимось вісь прогинів y спрямовувати вгору, оскільки при такому напрямі кут повороту перерізів додатний при повороті перерізів проти ходу годинникової стрілки. В цьому випадку при додатному згинальному моменті кривина також додатна, а при від'ємному згинальному моменті – від'ємна, тобто згинальний момент і кривина мають однакові знаки (рис. 8.7, б). Тому в диференціальному рівнянні (8.23) слід зберегти знак "плюс":

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI_z}. \quad (8.24)$$

Проінтегрувавши записане рівняння один раз, отримуємо рівняння кутів повороту перерізів:

$$\frac{dy}{dx} = \Theta = \int \frac{M(x)}{EI_z} dx + C_1. \quad (8.25)$$

Після вторинного інтегрування дістаємо рівняння зігнутої осі балки, або рівняння прогинів:

$$y(x) = \int dx \int \frac{M(x)}{EI_z} dx + C_1 x + C_2, \quad (8.26)$$

де C_1 і C_2 – сталі інтегрування, які визначають за граничними умовами. Наприклад, для балки, зображеної на рис. 8.7, а, ці умови записують так: для $x = 0$ маємо $\Theta = 0$ і $y = 0$.

Зауважимо, що при поперечному згині, крім переміщень, викликаних згинальними моментами, виникають ще й переміщення, спричинені поперечними зусиллями. Вплив поперечних зусиль на переміщення при згині залежить насамперед від відношення довжини балки l до висоти її перерізу h . Для балок з відношенням $l/h \geq 10$ впливом поперечних зусиль на величину прогинів можна нехтувати.

Прогини і кути повороту перерізів при згині балки з декількома ділянками, на яких залежності $M(x)$ є різними, визначають, складаючи рівняння (8.24) для кожної окремої ділянки з подальшим їхнім інтегруванням.

Жорсткість балок при згині оцінюють за максимальними прогинами $f = y_{\max}$ і максимальними кутами повороту поперечних перерізів Θ_{\max} . Умови жорсткості записують так:

$$f \leq [f]; \quad \Theta_{\max} \leq [\Theta]. \quad (8.27)$$

Допустимі прогини $[f]$ і кути повороту поперечних перерізів $[\Theta]$ встановлюють для різних технічних об'єктів з урахуванням конкретних умов їхньої нормальної експлуатації. Якщо умова жорсткості (8.27) не виконується, то потрібно збільшити осьовий момент інерції перерізу балки.

У табл. 8.1 наведено формули для визначення прогинів і кутів повороту перерізів балок, що навантажені за найпростішими схемами. Подані формули отримані в результаті розв'язування рівняння (8.24).

Таблиця 8.1. Прогини і кути повороту перерізів балок

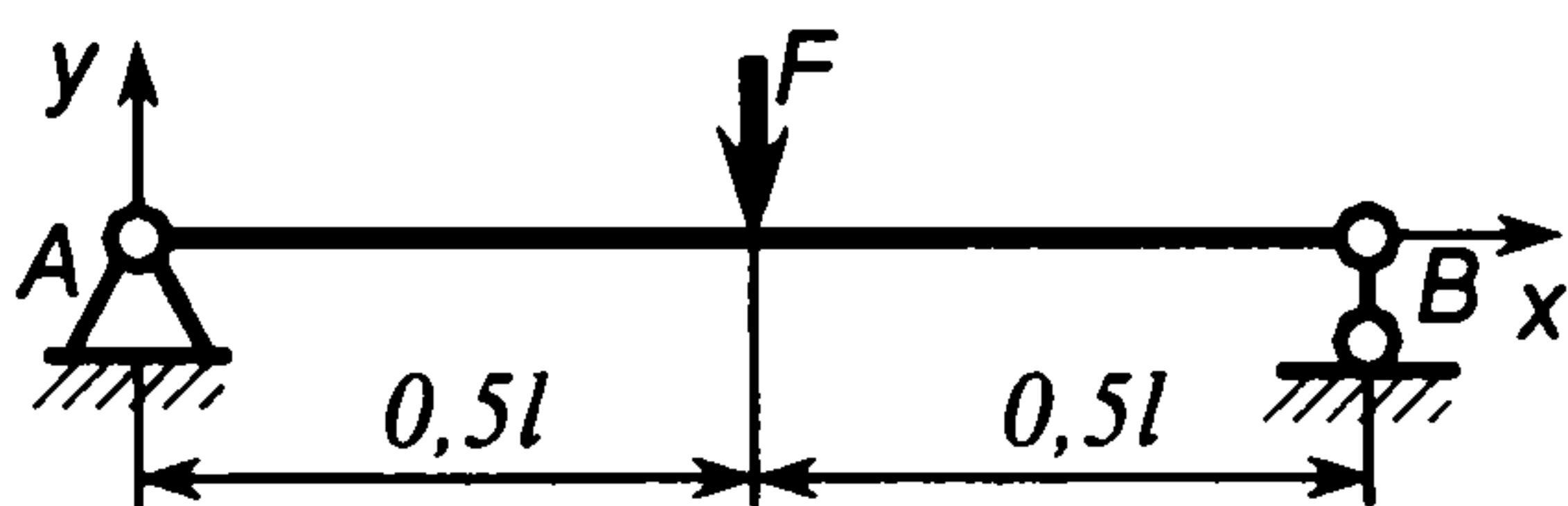
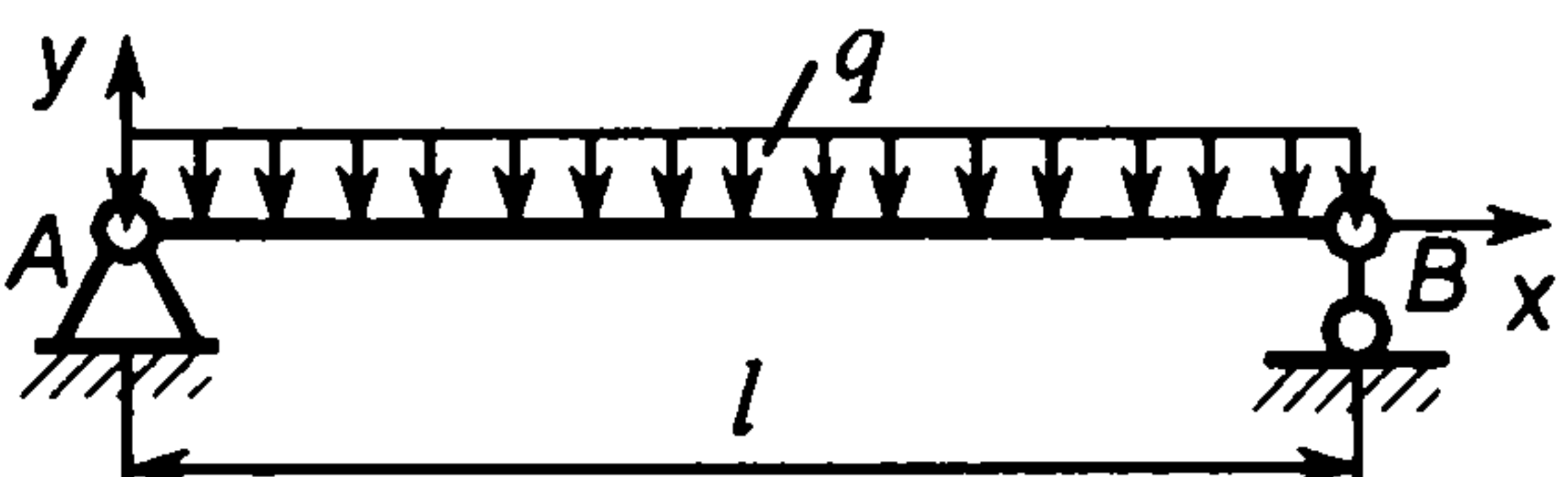
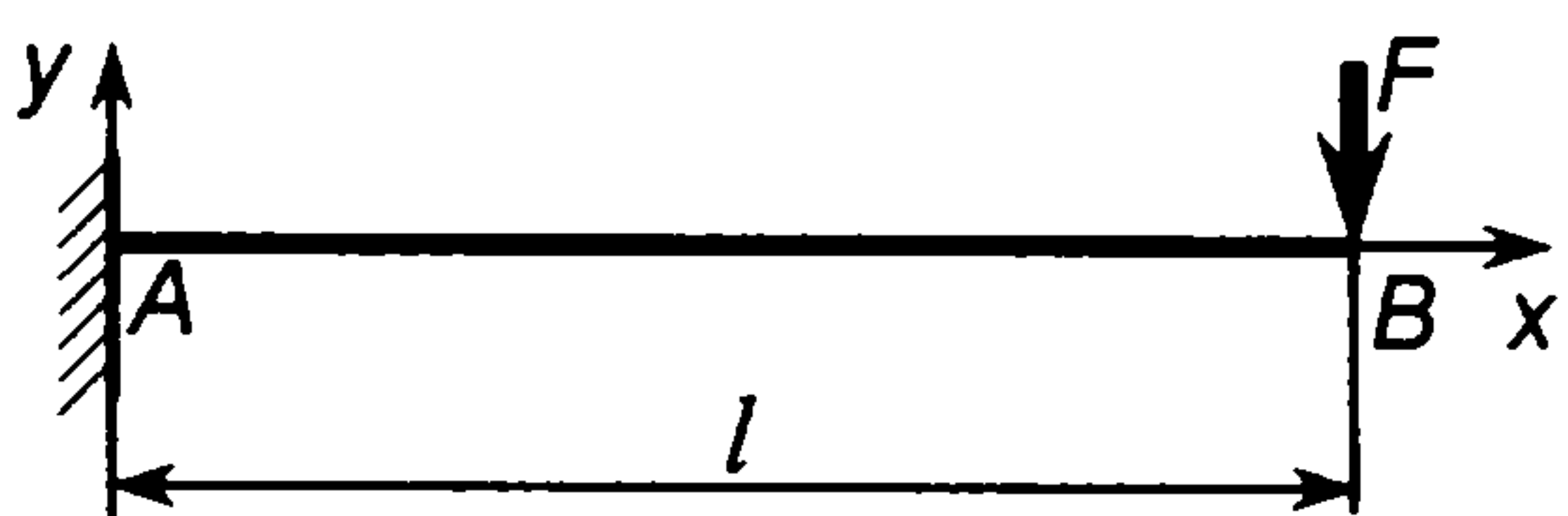
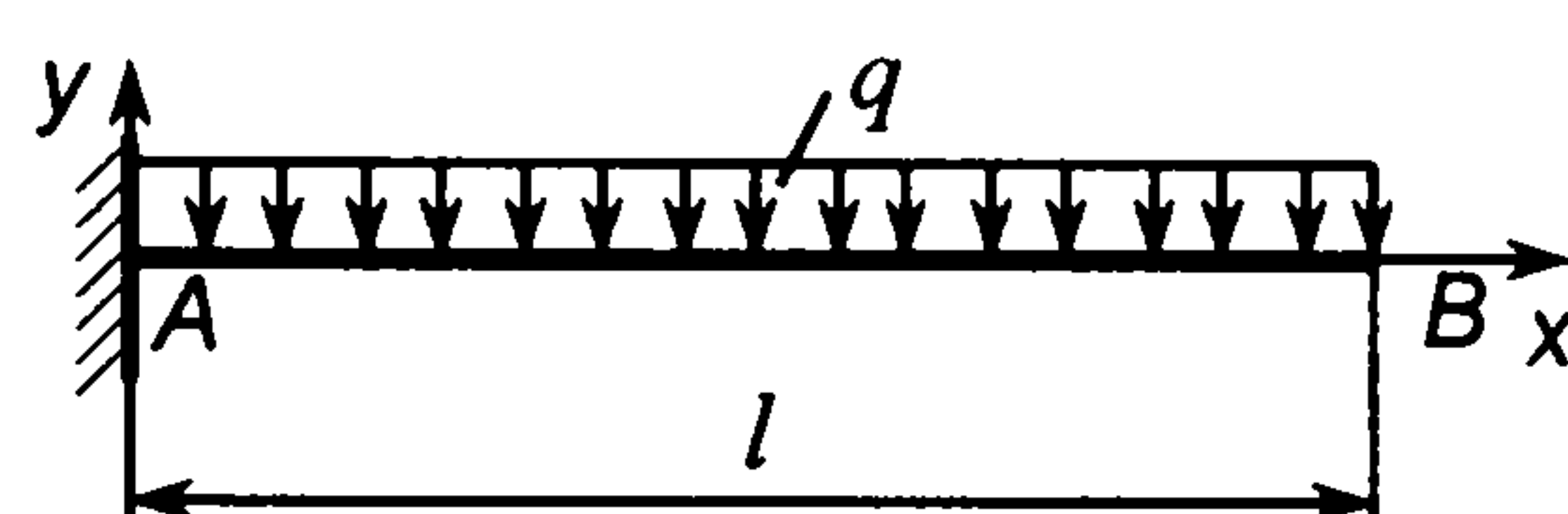
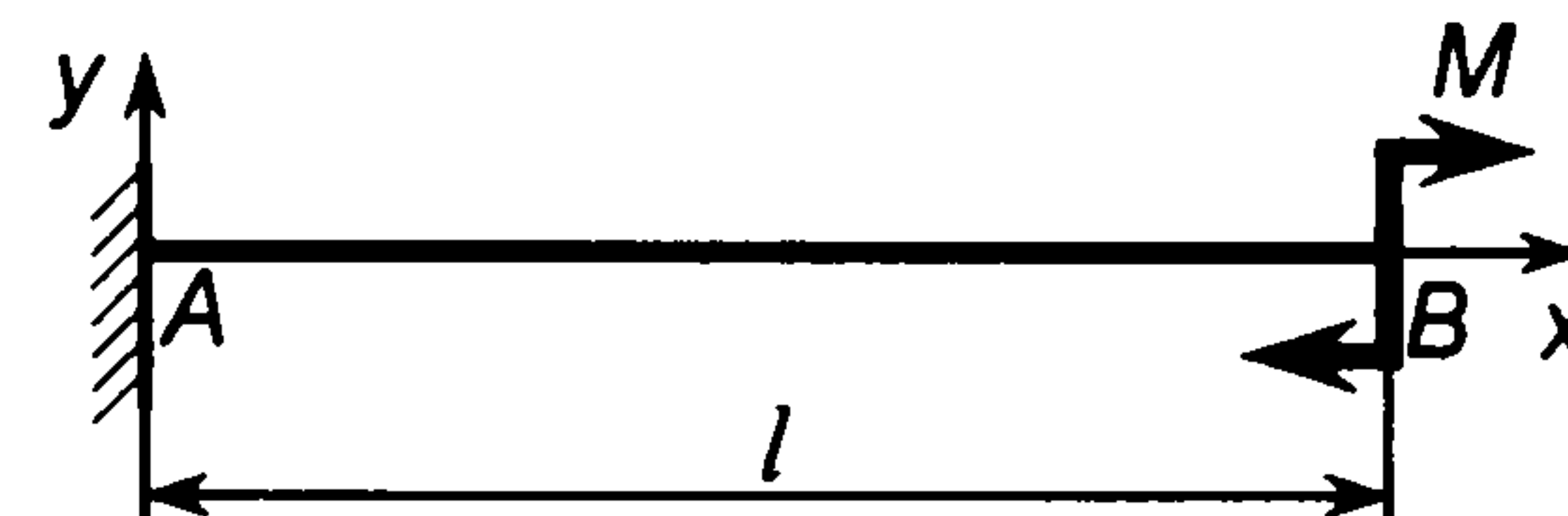
Схема навантаження балки	f_{\max}	Θ_A	Θ_B
	$\frac{Fl^3}{48EI_z}$	$-\frac{Fl^2}{16EI_z}$	$\frac{Fl^2}{16EI_z}$
	$\frac{5ql^4}{384EI_z}$	$-\frac{ql^3}{24EI_z}$	$\frac{ql^3}{24EI_z}$

Схема навантаження балки	f_{\max}	Θ_A	Θ_B
	$\frac{Fl^3}{3EI_z}$	0	$\frac{Fl^2}{2EI_z}$
	$\frac{ql^4}{8EI_z}$	0	$-\frac{ql^3}{6EI_z}$
	$\frac{Ml^2}{2EI_z}$	0	$-\frac{Ml}{EI_z}$

8.5. Приклади розрахунків

Задача 8.1. У поперечному перерізі сталеві балки виникає найбільший згинальний момент $M_{\max} = 480 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Визначити розміри перерізу за умовою міцності балки, для якої $[\sigma] = 120 \text{ МПа}$, в трьох варіантах: а) переріз в формі прямокутника з відношенням висоти до ширини $h/b = 1,5$; б) переріз у формі квадрата зі стороною a ; в) переріз у формі круга діаметром d . Встановити, яка балка буде мати найменшу масу за умови, що всі її поперечні перерізи однакові.

Розв'язання. Необхідний осьовий момент опору перерізу балки за умовою міцності на згин (8.11):

$$W_z = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{480 \cdot 10^3}{120} = 4 \cdot 10^3 \text{ мм}^3.$$

Розміри перерізів балки для трьох варіантів:

а) Переріз у формі прямокутника з відношенням сторін $h/b = 1,5$.

Для прямокутника (див. п.8.1) маємо:

$$W_z = \frac{bh^2}{6} = \frac{b \cdot (1,5b)^2}{6} = 0,375b^3,$$

звідки

$$b = \sqrt[3]{W_z / 0,375} = \sqrt[3]{4 \cdot 10^3 / 0,375} = 22 \text{ мм}; \quad h = 1,5b = 1,5 \cdot 22 = 33 \text{ мм}.$$

Площа прямокутника

$$A_1 = bh = 22 \cdot 33 = 726 \text{ мм}^2.$$

б) Переріз у формі квадрата зі стороною a .

Для квадрата відповідно:

$$W_z = \frac{a^3}{6} \quad \text{або} \quad a = \sqrt[3]{6W_z} = \sqrt[3]{6 \cdot 4 \cdot 10^3} = 28,8 \text{ мм.}$$

Площа квадрата

$$A_2 = a^2 = 28,8^2 = 830 \text{ мм}^2.$$

в) Переріз у формі круга діаметром d .

Для круга (див. п.8.1) отримуємо:

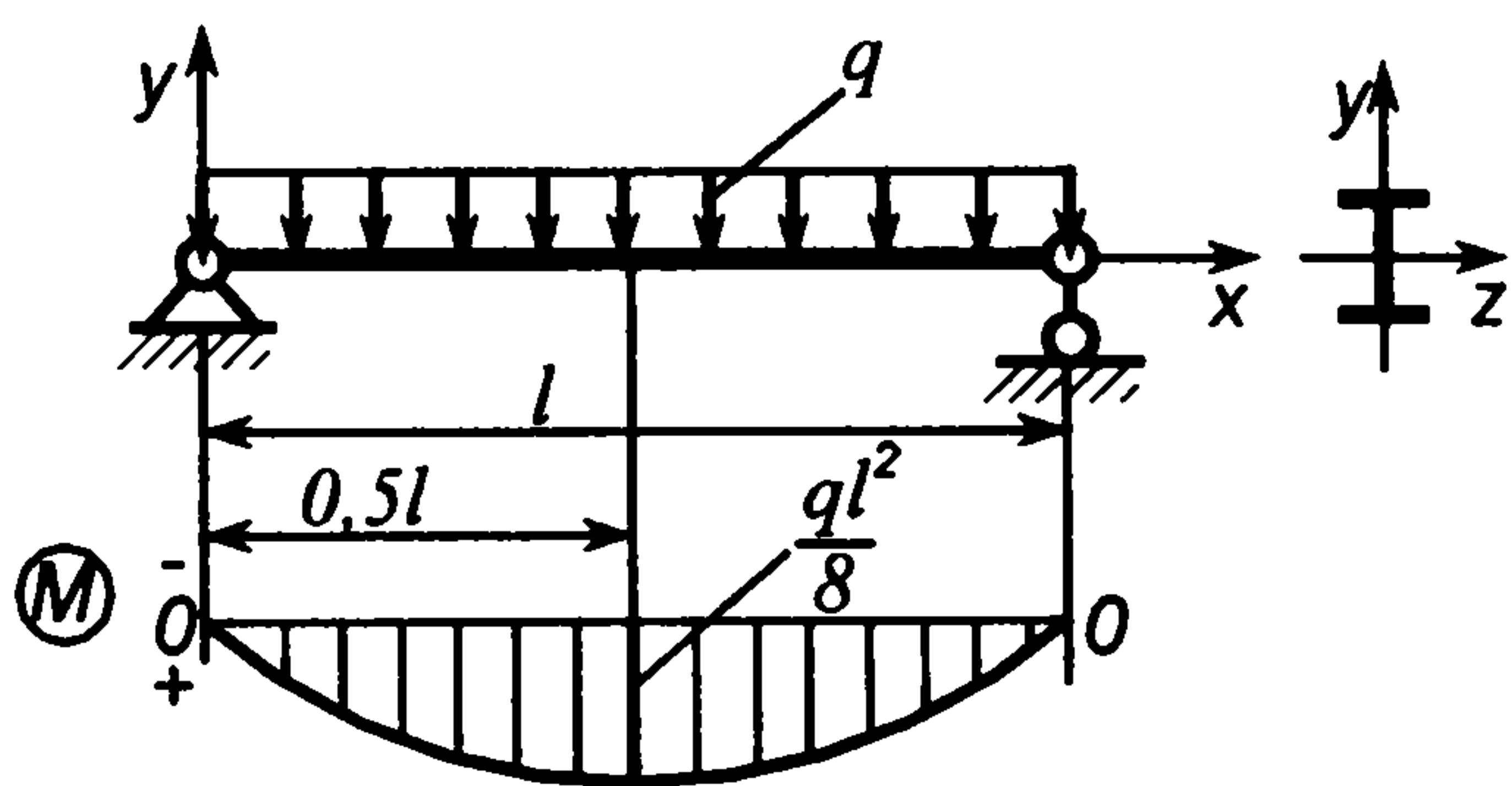
$$W_z = \frac{\pi d^3}{32} \quad \text{або} \quad d = \sqrt[3]{\frac{32W_z}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 4 \cdot 10^3}{3,14}} = 34,4 \text{ мм.}$$

Площа круга

$$A_3 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 34,4^2}{4} = 930 \text{ мм}^2.$$

Найменшу масу має балка з прямокутним перерізом $b \times h = 22 \times 33$ мм, оскільки її площа поперечного перерізу найменша.

Задача 8.2. Сталева балка двотаврового перерізу №10 навантажена за схемою, показаною на рис. 8.8. Перевірити міцність балки і визначити її найбільший прогин, якщо $q = 2,3$ кН/м, $l = 4$ м, $[\sigma] = 120$ МПа, а для двотавра №10 $I_z = 198 \cdot 10^4$ мм⁴, $W_z = 397 \cdot 10^2$ мм³.



Розв'язання. Задана балка знаходиться в стані плоского поперечного згину. Максимальний згинальний момент в поперечному перерізі балки (див. епюру згинальних моментів на рис. 8.8)

$$M_{\max} = \frac{ql^2}{8} = \frac{2,3 \cdot 10^3 \cdot 4^2}{8} = 4,6 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Максимальне напруження згину в балці

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} = \frac{4,6 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{397 \cdot 10^2} = 116 \text{ МПа.}$$

Міцність балки забезпечується, оскільки

$$\sigma_{\max} = 116 \text{ МПа} < [\sigma] = 120 \text{ МПа.}$$

Рис. 8.8. Схема навантаження балки розподіленою силою

Найбільший прогин балки знаходимо за формулою, поданою в табл. 8.1:

$$f_{\max} = \frac{5ql^4}{384EI_z} = \frac{5 \cdot 2,3 \cdot (4 \cdot 10^3)^4}{384 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 198 \cdot 10^4} = 18,4 \text{ мм.}$$

Тут прийнято для сталі модуль пружності $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа.

Задача 8.3. Консольна сталева балка (рис. 8.9) прямокутного поперечного перерізу з розмірами $b = 12$ мм, $h = 24$ мм ослаблена в перерізі на відстані a від опори отвором діаметром $d = 8$ мм. Визначити з умови міцності балки найбільшу силу F , якщо $l = 360$ мм, $a = 80$ мм, а допустиме напруження для матеріалу балки $[\sigma] = 160$ МПа.

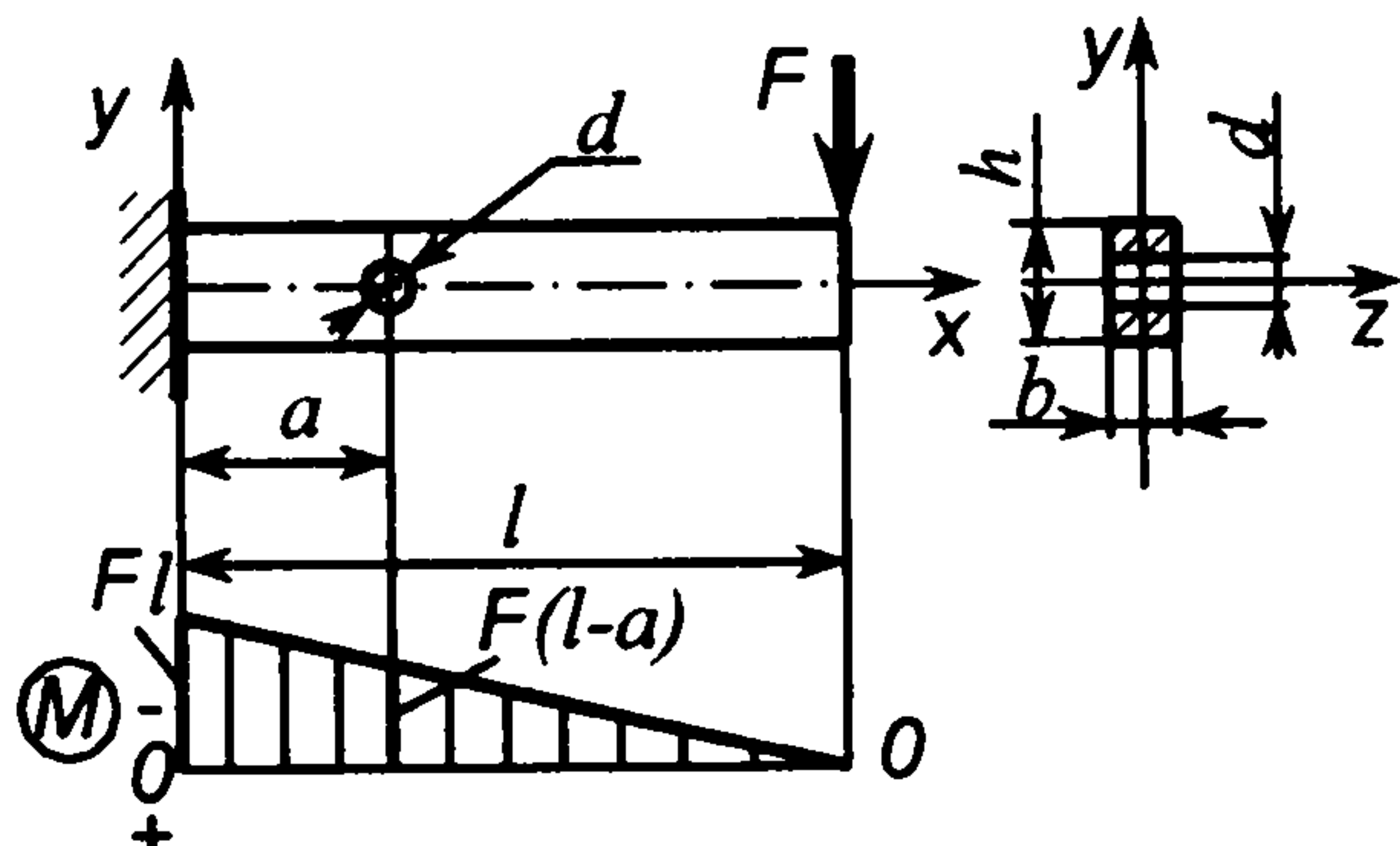


Рис. 8.9. Схема навантаження консольної балки

Розв'язання. Задана балка знаходиться в стані плоского поперечного згину і має два небезпечні перерізи: переріз, де виникає найбільший згинальний момент $M_{\max} = Fl$, і переріз, де балка ослаблена отвором, з меншим згинальним моментом $M = F(l - a)$ (див. епюру згинальних моментів на рис. 8.9).

З умови міцності балки в перерізі, де виникає найбільший згинальний момент,

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W_z} = \frac{6Fl}{bh^2} \leq [\sigma];$$

$$F \leq \frac{bh^2[\sigma]}{6l} = \frac{12 \cdot 24^2 \cdot 160}{6 \cdot 360} = 512 \text{ Н.}$$

Для перерізу балки з отвором попередньо запишемо вирази для осевого моменту інерції I'_z і осевого моменту опору W'_z :

$$I'_z = I_{z1} - I_{z2} = \frac{bh^3}{12} - \frac{bd^3}{12} = \frac{b(h^3 - d^3)}{12};$$

$$W'_z = \frac{I'_z}{0,5h} = \frac{b(h^3 - d^3)}{6h}.$$

З умови міцності на згин перерізу балки з отвором отримуємо:

$$\sigma = \frac{M}{W'_z} = \frac{F(l-a) \cdot 6h}{b(h^3 - d^3)} \leq [\sigma];$$

$$F \leq \frac{b(h^3 - d^3)[\sigma]}{6h(l-a)} = \frac{12 \cdot (24^3 - 8^3) \cdot 160}{6 \cdot 24(360 - 80)} = 634 \text{ Н.}$$

Отже, консольна балка заданих розмірів допускає найбільшу силу $F = 512 \text{ Н}$.

Задача 8.4. Для заданої на рис. 8.10 схеми навантаження консольної балки сталого

перерізу скласти диференціальне рівняння пружної лінії, рівняння прогинів і рівняння кутів повороту перерізів. Знайти кут повороту перерізу на вільному кінці балки і прогин вільного кінця балки.

Розв'язання. Згинальний момент в поперечних перерізах балки змінюється за залежністю (див. епюру згинальних моментів)

$$M(x) = -F(l-x).$$

Тоді диференціальне рівняння (8.24) пружної лінії балки матиме вигляд:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{F(l-x)}{EI_z} = \frac{F}{EI_z}(x-l).$$

Рівняння кутів повороту перерізів балки

$$\Theta = \frac{dy}{dx} = \frac{F}{EI_z} \int (x-l) dx + C_1 = \frac{F}{EI_z} \left(\frac{x^2}{2} - lx \right) + C_1.$$

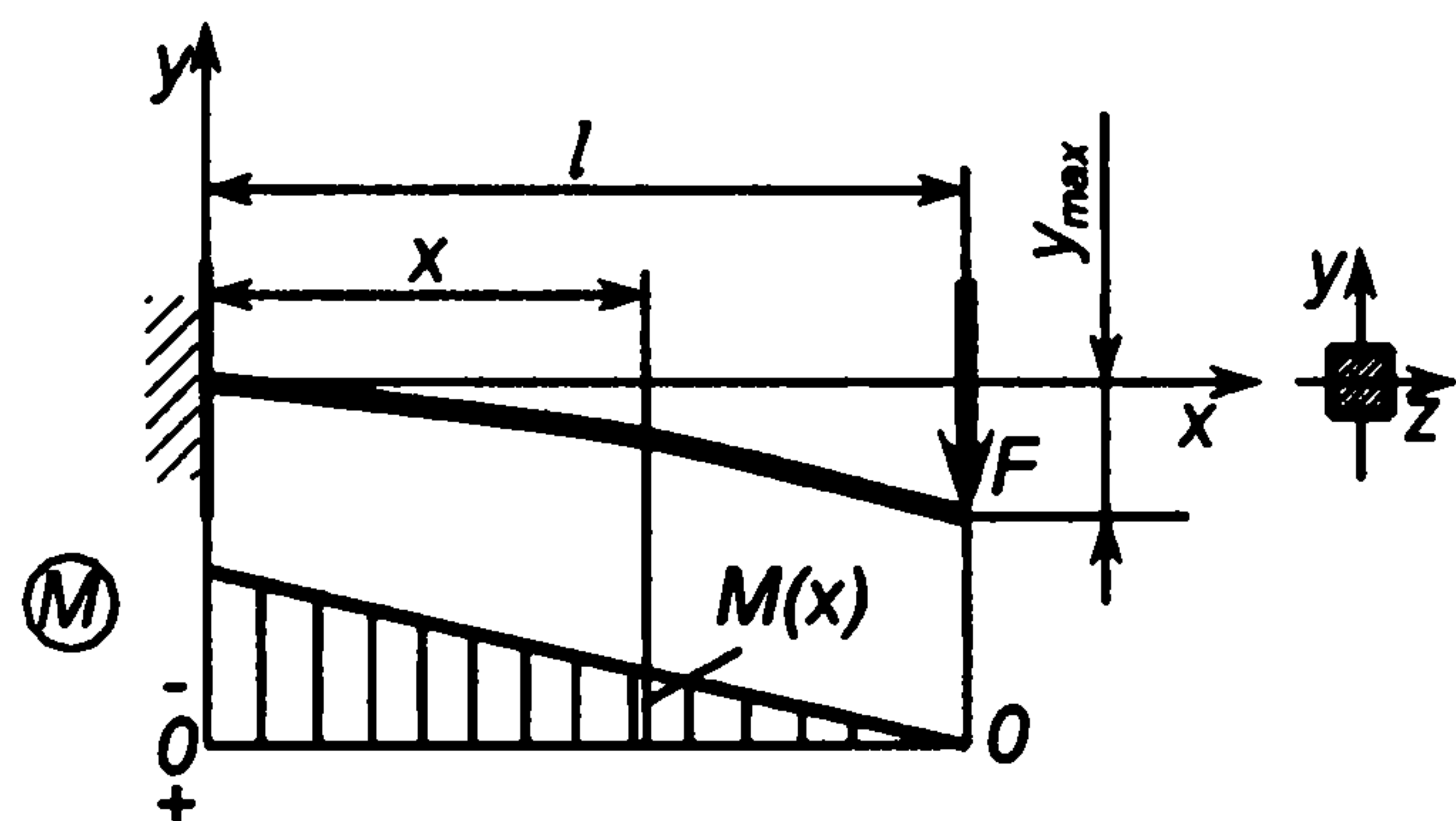


Рис. 8.10. До виведення рівнянь кутів повороту перерізів і прогинів балки

Сталу інтегрування C_1 знаходимо за умовою: при $x=0$ маємо $\Theta=0$, тобто отримуємо $C_1=0$.

Кут повороту перерізу на вільному кінці балки при $x=l$

$$\Theta = -\frac{Fl^2}{2EI_z}.$$

Рівняння прогинів балки

$$y(x) = \frac{F}{EI_z} \left[\int \frac{x^2}{2} dx - \int lxdx \right] + C_2 = \frac{F}{EI_z} \left[\frac{x^3}{6} - \frac{lx^2}{2} \right] + C_2.$$

Стала інтегрування C_2 за умови, що при $x=0$ $y(x)=0$, також дорівнює нулеві. Тоді рівняння прогинів балки набуде вигляду:

$$y(x) = \frac{F}{EI_z} \left(\frac{x^3}{6} - \frac{lx^2}{2} \right).$$

Найбільший прогин балки спостерігається на вільному її кінці при $x = l$

$$y_{\max} = y(l) = -\frac{Fl^3}{3EI_z}.$$

Тут знак "мінус" вказує на те, що центр ваги кінцевого перерізу балки перемістився в бік, протилежний напрямку осі y на рис. 8.10.

ГЛАВА 9. СКЛАДНИЙ ОПІР

9.1 Косий згин

У тих випадках, коли навантаження стержня викликають його деформації одного виду (розтяг, стиск, кручення, прямий згин), опір стержня прийнято називати простим. Якщо одночасно існують два чи більше простих видів деформації, виникає так званий складний опір стержня. Одним із прикладів складного опору є *косий згин*.

Косим згином називають такий випадок згину, у якому площина дії згинального моменту не проходить через жодну з головних осей інерції перерізів стержня.

Задачу про косий згин розв'язують, розкладаючи вектор згинального моменту на дві складові, які направлені вздовж головних осей інерції поперечного перерізу стержня, кожна з яких викликає деформацію прямого згину у відповідній головній площині. Напруження, деформації та переміщення, які зумовлені дією цих складових, визначають окремо, а одержувані результати додають, застосовуючи принцип незалежності дії сил. Тут впливом поперечних сил у розрахунках на міцність переважно нехтують.

Розглянемо консольний стержень (рис. 9.1, *а*), навантажений силою F , що діє перпендикулярно до його осі і утворює кут φ з головною площиною xu . Сила F у площині, перпендикулярній до осі x стержня, може бути подана у вигляді двох складових

$$F_y = F \cos \varphi; \quad F_z = F \sin \varphi. \quad (9.1)$$

Згинальний момент у поперечному перерізі стержня, розташованому на відстані x від защемлення,

$$M = F(l - x). \quad (9.2)$$

Складові згинального моменту у горизонтальній і вертикальній площинах (рис. 9.1, *б*) відповідно становлять

$$M_y = M \sin \varphi; \quad M_z = M \cos \varphi. \quad (9.3)$$

Підставляючи вираз (9.2) у залежності (9.3), одержуємо

$$M_y = F(l - x) \sin \varphi; \quad M_z = F(l - x) \cos \varphi. \quad (9.4)$$

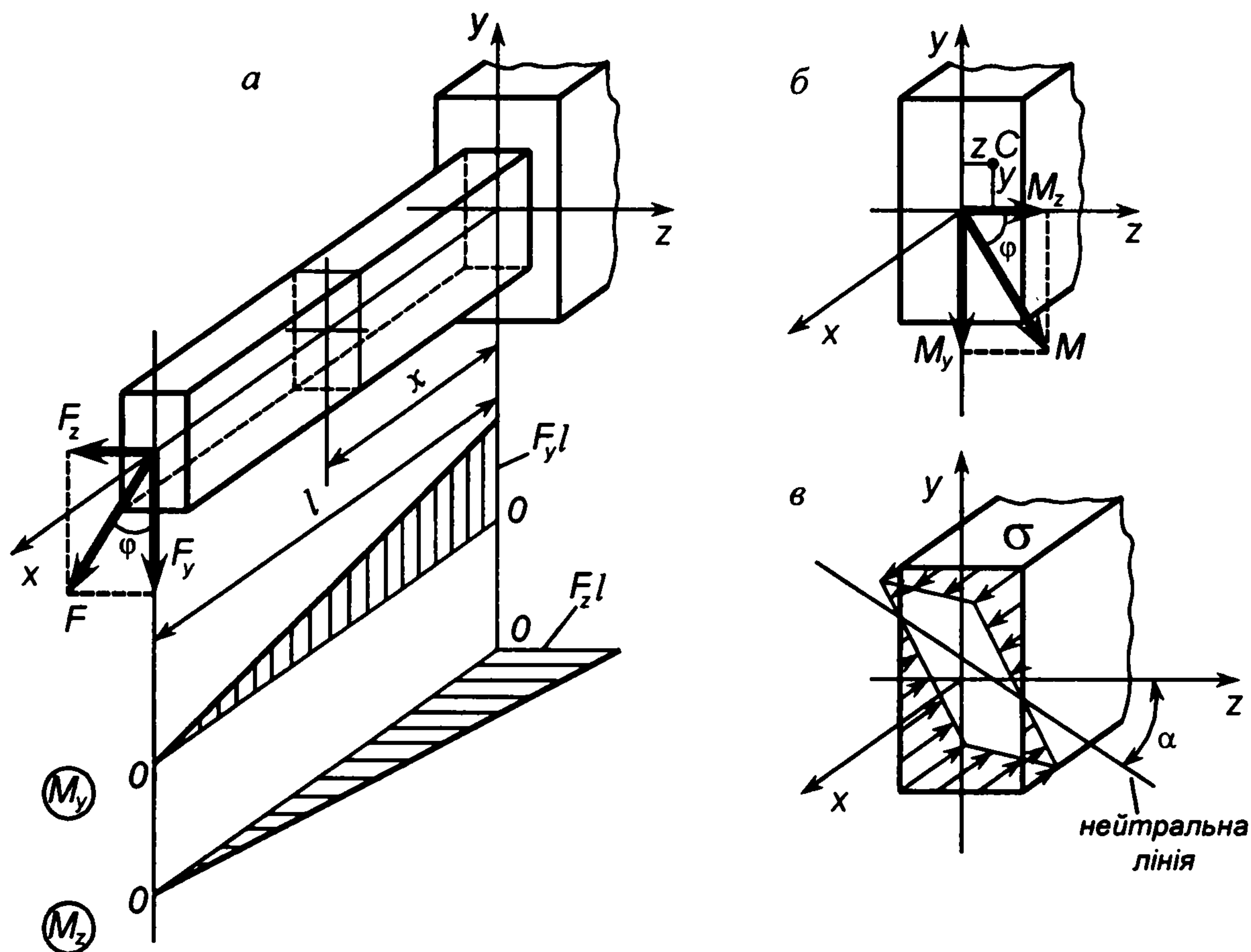


Рис. 9.1. Косий згин стержня

З урахуванням (9.1) формули (9.4) перетворюються до вигляду

$$M_y = F_z(l - x); \quad M_z = F_y(l - x). \quad (9.5)$$

Як показують одержані залежності (9.5), згинальні моменти у відповідних головних площинах стержня можуть бути знайдені за навантаженнями, що діють у цих площинах. Це твердження поширюється на випадок будь-якого числа зовнішніх сил, оскільки для знаходження внутрішніх силових факторів можна застосувати принцип суперпозиції. Епюри згинальних моментів, що виникають у горизонтальній і вертикальній площинах розглядуваного стержня, подано на рис. 9.1, а.

Нормальне напруження у деякій точці С поперечного перерізу з координатами y, z (рис. 9.1, б) визначають як суму напружень, зумовлених дією згинальних моментів M_y і M_z :

$$\sigma = \frac{M_y z}{I_y} + \frac{M_z y}{I_z}. \quad (9.6)$$

Тут I_y і I_z – осьові моменти інерції поперечного перерізу стержня. З урахуванням (9.3) вираз (9.6) запишемо у вигляді

$$\sigma = M \left(\frac{z \sin \varphi}{I_y} + \frac{y \cos \varphi}{I_z} \right). \quad (9.7)$$

Формула (9.6) чи (9.7) дає можливість визначення нормальних напружень у будь-якій точці перерізу. Оскільки напруження σ є лінійною функцією координат y і z , кінці векторів напружень утворюють площину. Рівняння нейтральної лінії можна одержати, покладаючи в рівності (9.7) $\sigma = 0$:

$$y = -z \frac{I_z}{I_y} \operatorname{tg} \varphi. \quad (9.8)$$

Як видно із (9.8), нейтральна лінія є прямою, що проходить через центр ваги поперечного перерізу стержня і утворює з віссю z кут α , який визначається залежністю

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{I_z}{I_y} \operatorname{tg} \varphi. \quad (9.9)$$

Просторова еюра нормальних напружень і нейтральна лінія розглядуваного поперечного перерізу стержня зображені на рис. 9.1, в. Із співвідношення (9.9) випливає, що у загальному випадку, коли осьові моменти інерції I_y і I_z не рівні між собою, нейтральна лінія не перпендикулярна до площини дії згинального моменту. Лише для перерізів, для яких $I_y = I_z$ (круг, квадрат), нейтральна лінія проходить перпендикулярно до згаданої площини.

Максимальні нормальні напруження виникають у точках, найбільш віддалених від нейтральної лінії (рис. 9.1, в),

$$\sigma_{\max} = \frac{M_y z_{\max}}{I_y} + \frac{M_z y_{\max}}{I_z}. \quad (9.10)$$

З урахуванням залежності (9.10) умову міцності стержня записують у вигляді

$$\sigma_{\max} = \frac{M_y}{W_y} + \frac{M_z}{W_z} \leq [\sigma], \quad (9.11)$$

де W_y і W_z – осьові моменти опору поперечного перерізу стержня.

Умову міцності (9.11) використовують для небезпечного перерізу стержня, де $M = M_{\max}$. Для розглянутого вище стержня небезпечний переріз має координату $x = 0$, де за виразами (9.5) $M_y = F_z l$, а $M_z = F_y l$.

9.2 Згин з розтягом або стиском

Розглянемо одночасний згин і розтяг на прикладі консольно закріпленого стержня (рис. 9.2, а), до якого зовнішня сила F прикладена під деяким кутом φ до його поздовжньої осі x .

Силу F розкладемо на дві складові за напрямом осі x і за перпендикулярним до неї напрямом:

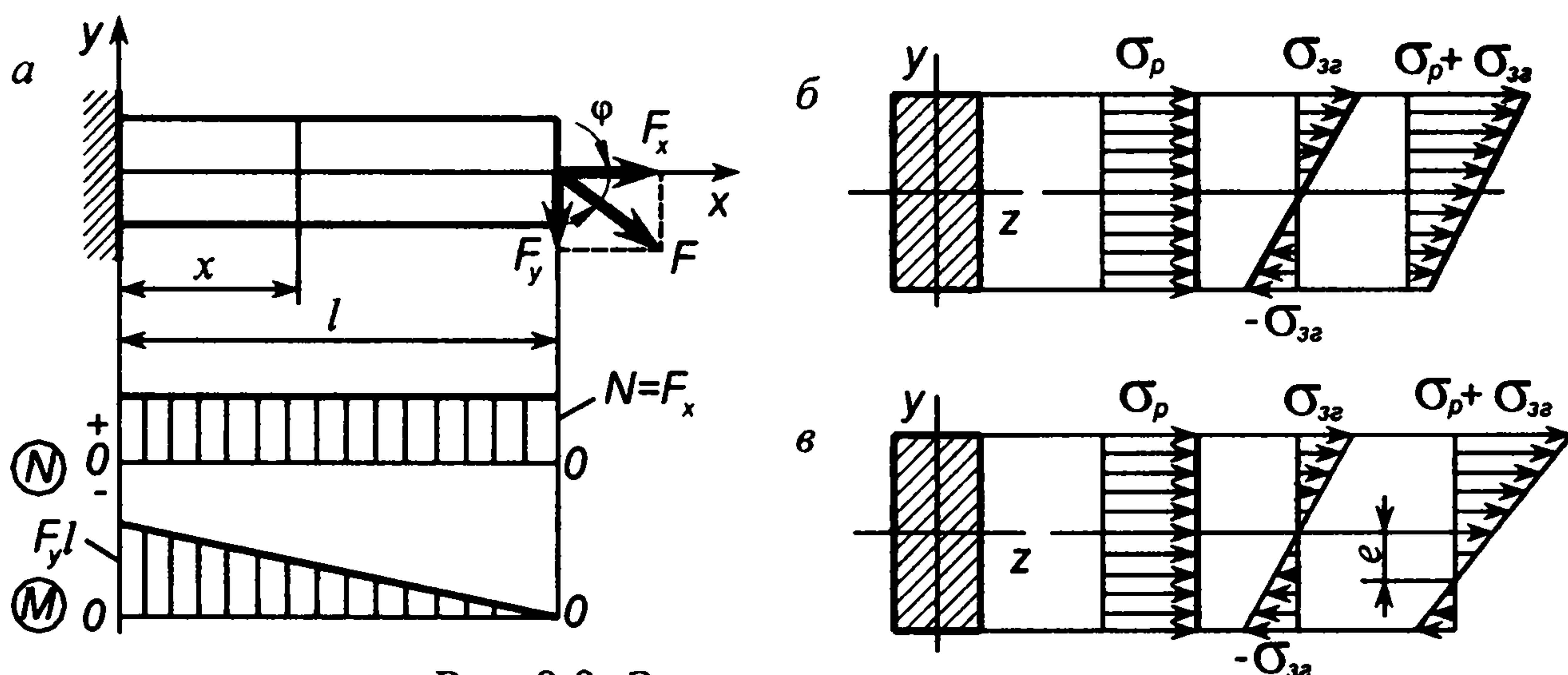


Рис. 9.2. Згин стержня з розтягом

$$F_x = F \cos \varphi; \quad F_y = F \sin \varphi.$$

Складова F_x викликає у поперечних перерізах стержня поздовжні зусилля N , а складова F_y – згинальні моменти M . Епюри N і M зображені на рис. 9.2, а. Оскільки для кожного поперечного перерізу стержня поздовжнє зусилля $N = F_x = \text{const}$, то для всіх точок перерізів напруження розтягу однакові і дорівнюють (див. епюри σ_p на рис. 9.2, б, в):

$$\sigma_p = \frac{F_x}{A} = \frac{F \cos \varphi}{A}. \quad (9.12)$$

Згинальний момент у деякому перерізі стержня з координатою x визначається за виразом

$$M = F_y(l - x) = F(l - x) \sin \varphi, \quad (9.13)$$

а відповідне йому максимальне напруження згину

$$\sigma_{zg} = \frac{M}{W_z} = \frac{F(l - x) \sin \varphi}{W_z}. \quad (9.14)$$

Епюри напружень згину показані на рис. 9.2, б, в, причому при зменшенні x напруження σ_{zg} збільшуються і досягають найбільшого значення в небезпечному перерізі при $x = 0$.

Загальне нормальне напруження від одночасної дії на стержень розтягу і згину є сумою напружень

$$\sigma = \sigma_p + \sigma_{zg} = \frac{F \cos \varphi}{A} + \frac{F(l - x) \sin \varphi}{W_z}. \quad (9.15)$$

Якщо в деякому перерізі стержня $\sigma_{zg} < \sigma_p$, то епюра загальних напружень в цьому перерізі має вигляд, зображений на рис. 9.2, б (нейтральна лінія, де $\sigma = 0$, розташована поза межами перерізу), а для випадку $\sigma_{zg} > \sigma_p$ епюра загальних нормальних напружень має вигляд відповідно до рис. 9.2, в (нейтральна лінія розташована на відстані e від осі z).

У заданій схемі навантаження стержня при $x=0$ і куті φ в межах $\pm 90^\circ$ максимальне нормальне напруження і відповідно умову міцності записують у вигляді

$$\sigma_{\max} = \frac{F \cos \varphi}{A} + \frac{Fl \sin \varphi}{W_z} \leq [\sigma]. \quad (9.16)$$

Якщо стержень одночасно згинається і стискається, то всі розглянуті міркування залишаються в силі.

Одночасний згин і розтяг(стиск) відбувається у випадку позацентрового розтягування чи стискання стержнів. На рис. 9.3, а зображено циліндричний стержень круглого поперечного перерізу, який навантажений паралельно до його осі OO силами F , лінія дії яких зміщена від осі на відстань a .

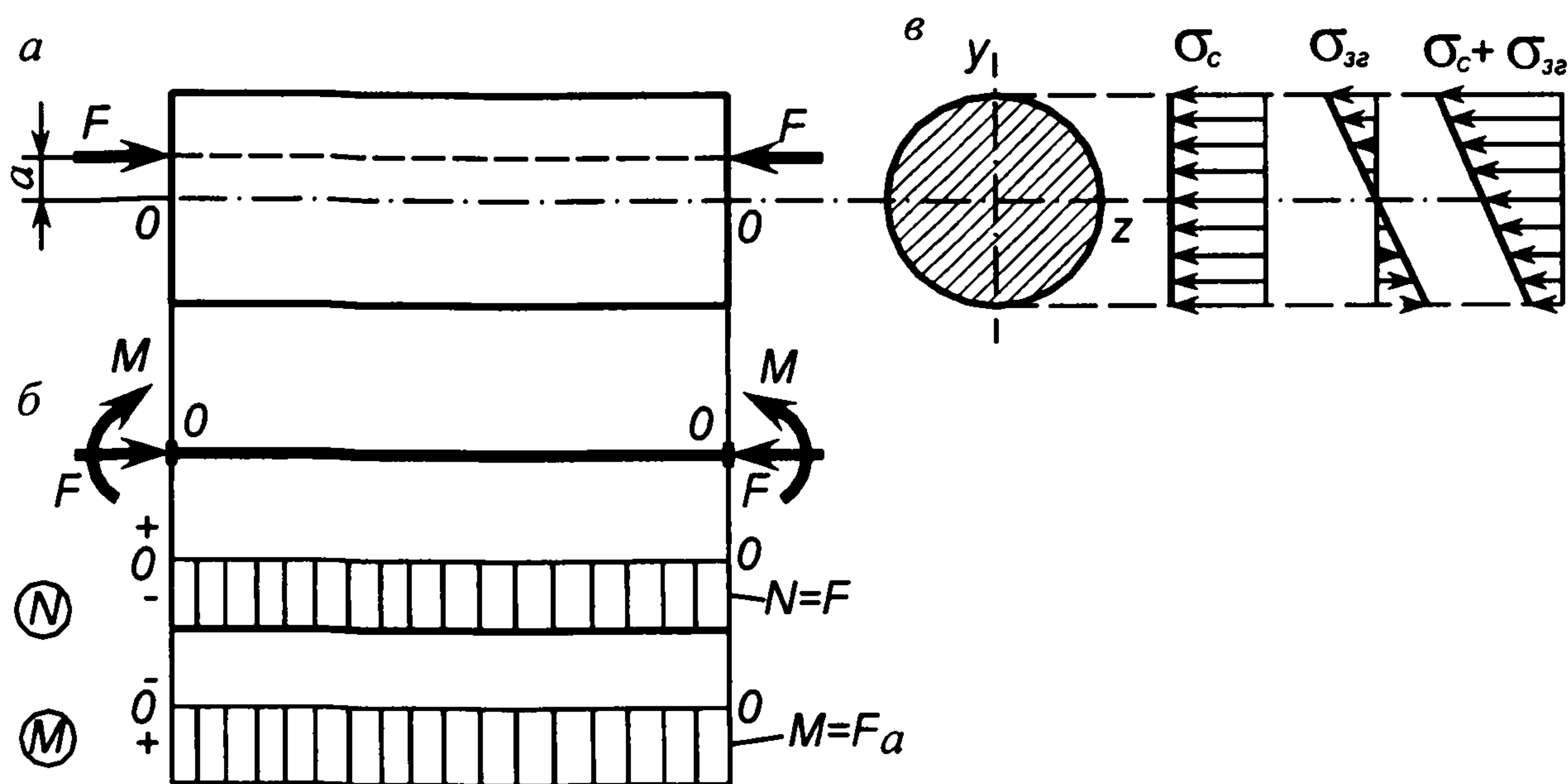


Рис. 9.3. Позацентровий стиск стержня

Задану схему навантаження стержня можна замінити еквівалентною розрахунковою схемою (рис. 9.3, б), де стержень OO навантажений центральними стискувальними осьовими силами F і моментами $M = Fa$. Дія таких навантажень викликає у поперечних перерізах стержня появу поздовжніх зусиль $N = F$ і згинальних моментів $M = Fa$ (див. епюри на рис. 9.3, б). Відповідно у кожному поперечному перерізі стержня маємо напруження стиску і напруження згину (див. епюри напружень на рис. 9.3, в).

$$\sigma_c = \frac{F}{A}; \quad \sigma_{zg} = \frac{Fa}{W_z}. \quad (9.17)$$

Максимальне нормальне напруження в поперечних перерізах стержня дорівнює сумі σ_c і σ_{zg} , а умова міцності набуває вигляду

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{A} + \frac{Fa}{W_z} \leq [\sigma]. \quad (9.18)$$

9.3. Згин з крученням

Розглянемо стержень круглого поперечного перерізу з ламаною віссю, що складається з двох взаємно перпендикулярних ділянок AB і BC (рис. 9.4, *a*). У точці C до стержня прикладена сила F , яка направлена перпендикулярно до площини ламаної осі стержня. Як видно з еюр згинальних і крутних моментів, що виникають у поперечних перерізах стержня, обидві його ділянки згинаються, а ділянка AB до того ж ще й скручується. Отже, на ділянці AB стержень зазнає деформації згину і кручення, а небезпечним перерізом є переріз, який розташований безпосередньо біля защемлення, де виникають найбільший згинальний і крутний моменти.

При одночасному поперечному згині і крученні у поперечних перерізах стержня виникають нормальні напруження σ від дії згинальних моментів та дотичні напруження τ від дії поперечних зусиль і крутних моментів. Оскільки вплив поперечних зусиль переважно дуже малий, то ними здебільшого нехтують.

Розглянемо напружений стан матеріалу стержня у довільному його перерізі на ділянці AB . Епюри нормальних напружень згину σ і дотичних напружень кручення τ зображено на рис. 9.4, *б*. Одночасна дія цих напружень в околі довільної точки перерізу (за винятком точок, розташованих на осі z) призводить до появи плоского напруженого стану (рис. 9.4, *в* і рис. 3.12). Небезпечними у перерізі є точки, у яких одночасно виникають найбільші як нормальне, так і дотичне напруження, тобто найвіддаленіші від центра ваги перерізу точки, які розташовані на осі y . Максимальні напруження згину та кручення визначають за формулами

$$\sigma = \frac{M}{W_z}; \quad \tau = \frac{T}{W_p}. \quad (9.19)$$

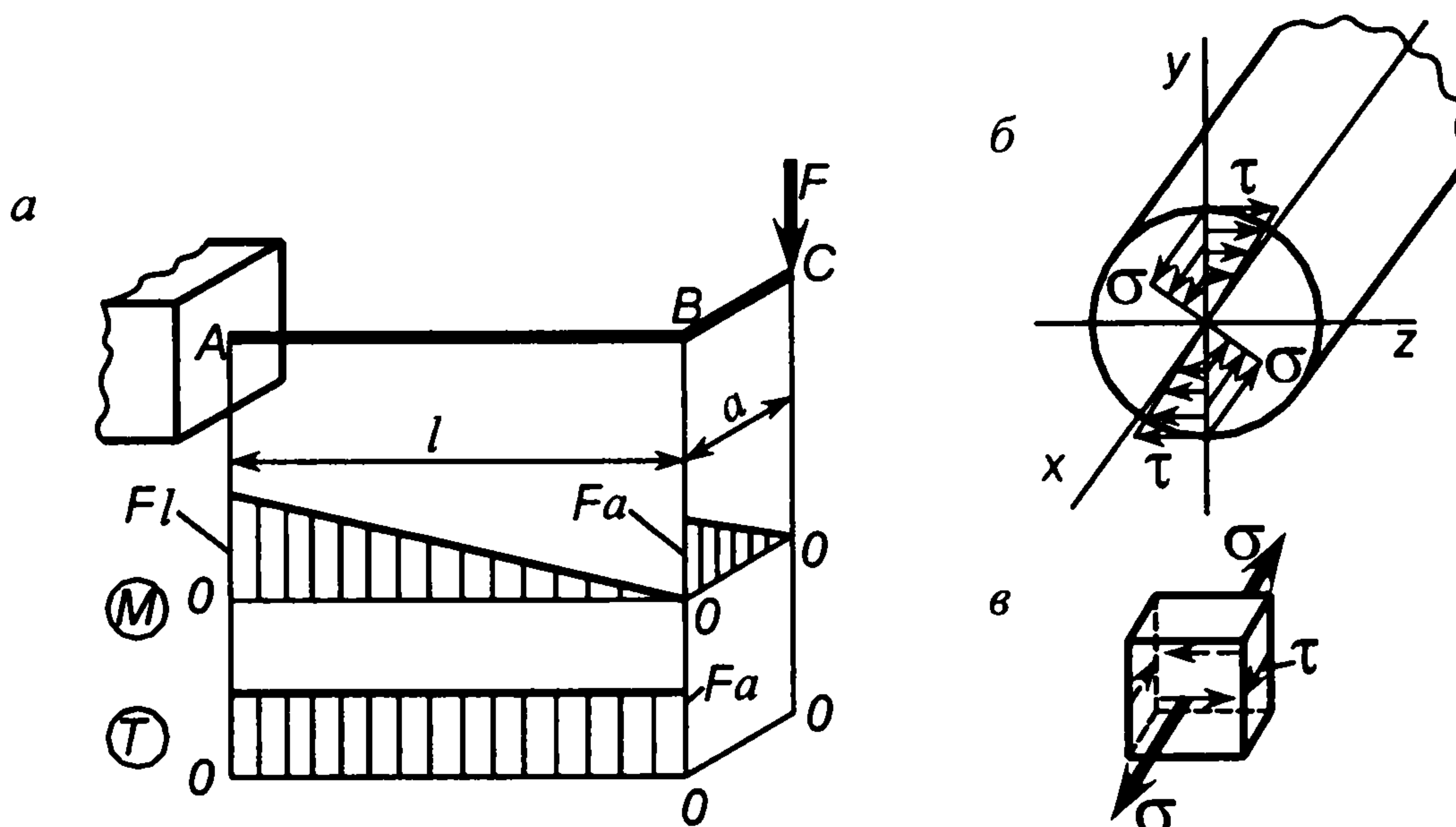


Рис. 9.4. Згин стержня одночасно з крученням

Головні напруження для розглядуваного плоского напруженого стану знаходимо за виразами (3.20)

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}; \quad \sigma_2 = 0.$$

Міцність стержня у випадку такого напруженого стану переважно перевіряють за теорією міцності Мора (див. п. 3.9). Тоді умову міцності, відповідно до (3.21), записуємо у вигляді

$$\sigma_E = \frac{1-k}{2} \sigma + \frac{1+k}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]. \quad (9.20)$$

Якщо матеріал стержня має при розтягу і стиску однакові характеристики ($k=1$), то умова міцності (9.20) набуває спрощеного вигляду:

$$\sigma_E = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma], \quad (9.21)$$

де σ і τ визначаються за виразами (9.19).

Зауважимо, що коли в стержні одночасно виникає розтяг (стиск), кручення і згин, то умова міцності зберігає вигляд (9.20) чи (9.21). При цьому нормальні напруження слід визначати як суму напружень розтягу (стиску) і напружень згину, тобто $\sigma = \sigma_p + \sigma_{зг}$.

9.4. Приклади розрахунків

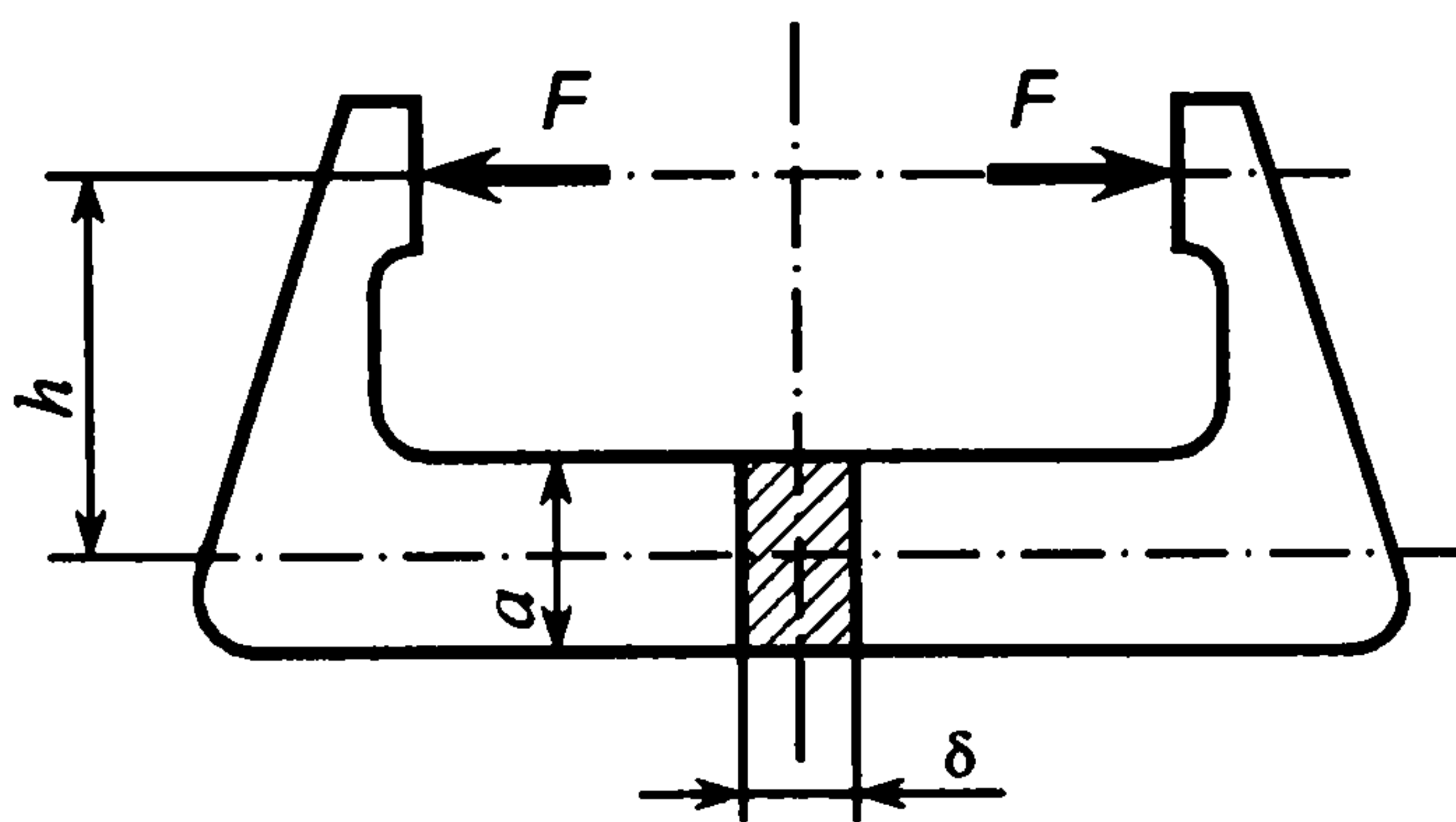


Рис. 9.5. Форма і розміри скоби

Задача 9.1. Сталева скоба, що має форму і розміри, зображені на рис.9.5, навантажується силою $F = 2$ кН. Треба визначити за умовою міцності розмір a перерізу скоби, якщо її товщина $\delta = 8$ мм, розмір $h = 80$ мм, а допустиме напруження для матеріалу скоби $[\sigma] = 120$ МПа.

Розв'язання. Ділянка скоби, що має переріз з розмірами $\delta \times a$, зазнає сумісної деформації розтягу силою F і згину згинальним моментом $M = Fh$. В цьому випадку максимальне нормальне напруження від розтягу і згину

$$\sigma_{\max} = \sigma_p + \sigma_{зг} = \frac{F}{a\delta} + \frac{6Fh}{\delta a^2} = \frac{2 \cdot 10^3}{8a} + \frac{6 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 80}{8a^2} = \frac{250}{a} + \frac{12 \cdot 10^4}{a^2}.$$

За умовою міцності $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$ отримуємо

$$\frac{250}{a} + \frac{12 \cdot 10^4}{a^2} \leq 120,$$

звідки розмір перерізу скоби $a \geq 32,7$ мм.

Задача 9.2. Круглий сталевий стержень ABC діаметром $d = 50$ мм одним кінцем зацмлений і навантажений, як показано на рис. 9.6, a . Визначити найнебезпечніший переріз стержня і його коефіцієнт запасу міцності, якщо для його матеріалу границя текучості $\sigma_T = 250$ МПа. В розрахунках прийняти $F = 2 \cdot 10^3$ Н; $l = 4d = 200$ мм.

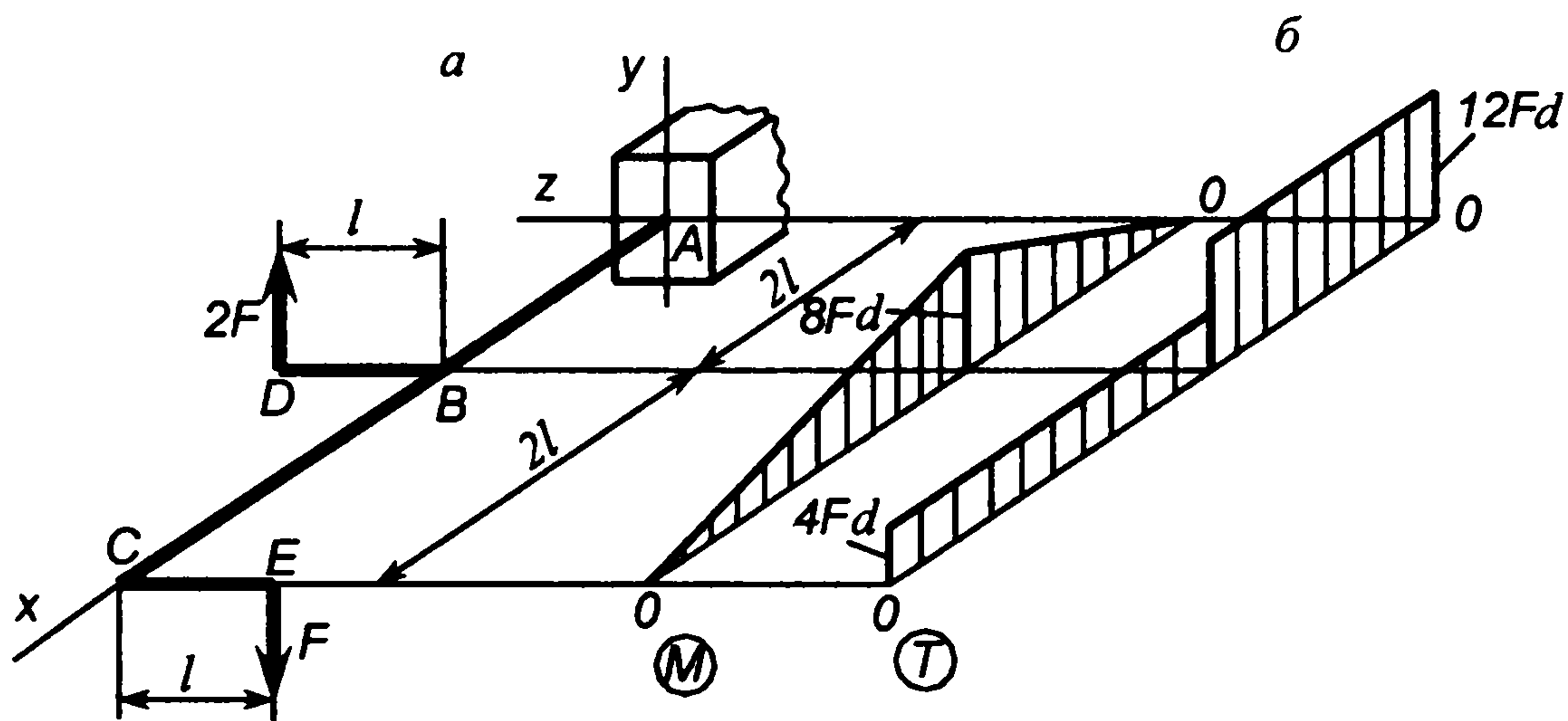


Рис. 9.6. Розрахункова схема навантаження стержня

Розв'язання. Епюри згинальних і крутних моментів, що виникають у поперечних перерізах стержня, подані на рис. 9.6, б. Найнебезпечнішим є переріз *B*, у якому діють найбільший згинальний і найбільший крутний момент. Нормальні напруження згину і дотичні напруження кручення в цьому перерізі становлять:

$$\sigma = \frac{M}{W_z} = \frac{32M}{\pi d^3} = \frac{32 \cdot 8Fd}{\pi d^3} = \frac{32 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 50^2} = 65 \text{ МПа};$$

$$\tau = \frac{T}{W_p} = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{16 \cdot 12Fd}{\pi d^3} = \frac{16 \cdot 12 \cdot 2 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 50^2} = 49 \text{ МПа}.$$

Еквівалентні напруження за формулою (9.21)

$$\sigma_E = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{65^2 + 4 \cdot 49^2} = 117,6 \text{ МПа}.$$

Розрахунковий коефіцієнт запасу міцності стержня в найнебезпечнішому перерізі, за формулою (3.14)

$$s = \sigma_{\text{lim}} / \sigma_E = \sigma_{\tau} / \sigma_E = 250 / 117,6 = 2,1.$$

ГЛАВА 10. ПОВЕРХНЕВА МІЦНІСТЬ ДЕТАЛЕЙ

10.1. Види контактування деталей

У різних технічних об'єктах окремі складові деталі у відповідний спосіб з'єднані між собою. У з'єднаннях взаємний контакт деталей відбувається по їхніх поверхнях, причому здебільшого спряжені деталі навантажуються певними силами. Залежно від виду контактування деталей на їхніх поверхнях виникають поверхневі деформації, які проявляються у вигляді зминання шарів матеріалу, втрати початкової форми поверхні, викришування окремих частинок або відшарування матеріалу на поверхнях деталей. Особливо небезпечні згадані поверхневі деформації в умовах взаємного руху поверхонь контакту, навіть мікрозміщень поверхонь, оскільки це призводить до інтенсивного і прогресуючого руйнування деталей.

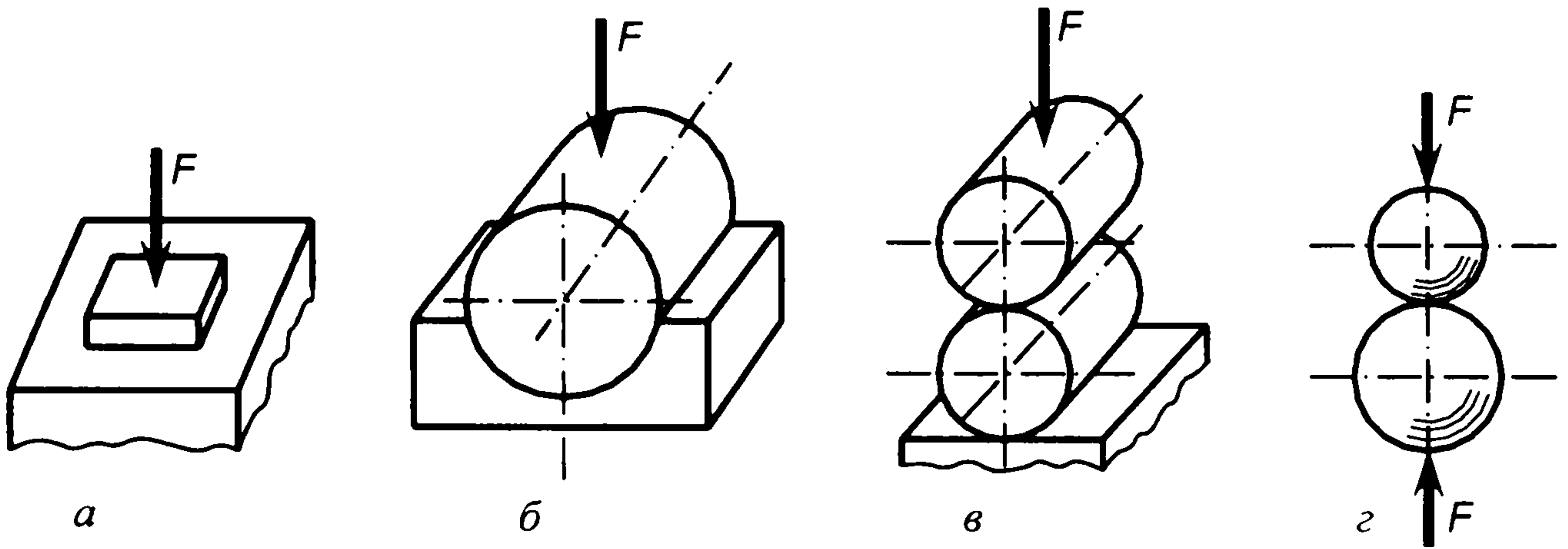


Рис. 10.1. Характерні види контактування деталей

Процес руйнування поверхонь деталей залежить від виду взаємного контактування деталей. Найпоширеніші види контактування деталей зображені на рис. 10.1. Контакт деталей може відбуватись по площині (рис. 10.1, *a*), по циліндричній поверхні (рис. 10.1, *б*), по лінії (рис. 10.1, *в*) або в точці (рис. 10.1, *г*). Контакт деталей по лінії або в точці звичайно спостерігається, якщо деталі не навантажені. У випадку навантаження деталей за рахунок поверхневих деформацій контакт по лінії перетворюється на контакт по смужці прямокутної форми, а контакт в точці – на контакт по поверхні кругової чи еліптичної форми.

Розрахунки поверхневої міцності мають свої особливості для випадку взаємодії деталей по поверхні і для випадку взаємодії по лінії або в точці. Ці особливості пов'язані з характером деформування поверхневих шарів матеріалу деталей.

10.2. Розрахунки на міцність у випадку поверхневого прилягання деталей

Поверхнєве прилягання деталей може здійснюватись, як зазначено вище, по плоскій або по криволінійній поверхні, а найчастіше по круговій циліндричній поверхні. В таких випадках розрахунок поверхневої міцності здійснюється за умовними нормальними напруженнями змінання $\sigma_{зм}$, які приймають такими, що дорівнюють питомому тиску на поверхнях прилягання деталей.

На рис. 10.2, *a* зображено навантажений силою F контакт деталей по площині прямокутної форми з розмірами a і b . Розподіл напружень змінання по площині прилягання деталей може бути рівномірним, якщо лінія дії сили F проходить через центр ваги O площини прилягання деталей, або нерівномірним, коли лінія дії сили F зміщена відносно центра ваги O на деяку відстань x .

У випадку рівномірного розподілу напружень змінання

$$\sigma_{зм} = \sigma_F = \frac{F}{A_{зм}} = \frac{F}{ab}, \quad (10.1)$$

де $A_{зм} = ab$ – площа площини прилягання деталей.

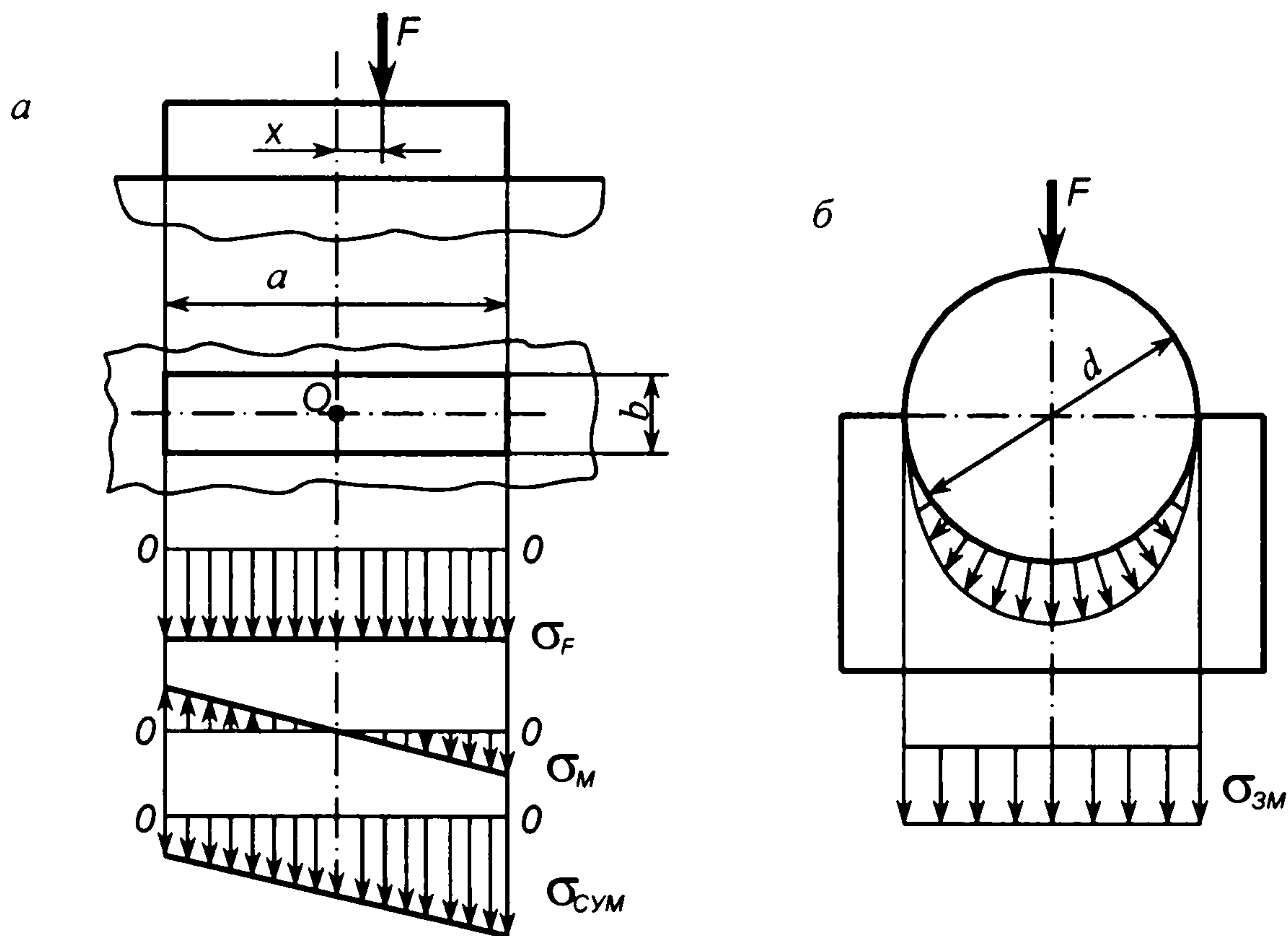


Рис. 10.2. До визначення поверхневих напружень зминання

Якщо лінія дії сили F зміщена відносно центра ваги площини прилягання деталей, то максимальне напруження зминання (див. епюру сумарних напружень на рис. 10.2, а)

$$\sigma_{зм} = \sigma_{сум} = \sigma_F + \sigma_M, \quad (10.2)$$

де σ_M – напруження зминання від дії моменту $M = Fx$,

$$\sigma_M = \frac{M}{W_0} = \frac{6Fx}{ba^2}. \quad (10.3)$$

Тут $W_0 = ba^2 / 6$ – осьовий момент опору площини стику деталей.

Вираз (10.2) з урахуванням (10.1) і (10.3) можна подати у такому вигляді:

$$\sigma_{зм} = \frac{F}{ab} + \frac{6Fx}{ba^2} = \frac{F}{ab} (1 + 6x/a). \quad (10.4)$$

Відстань x (див. рис. 10.2, а) не повинна перевищувати деякого значення, інакше може відбутись розкриття стику деталей. Останнє можливе, коли $\sigma'_{зм} = \sigma_F - \sigma_M \leq 0$, або $x \geq a/6$.

У зображеному на рис. 10.2, б взаємному приляганні деталей по круговій циліндричній поверхні напруження зминання розподіляються нерівномірно, а їхнє максимальне значення залежить від щільності прилягання поверхонь. В даному випадку розрахунок прийнято вести за умовними напруженнями зминання, віднесеними до проекції дійсної

поверхні прилягання на діаметральну площину з'єднання, площа якої $A=dl$, де l – довжина прилягання деталей. Таким чином, тут напруження змінання визначають за виразом

$$\sigma_{зм} = \frac{F}{dl}. \quad (10.5)$$

Для забезпечення поверхневої міцності деталей в розглянутих випадках необхідно задовольнити умову $\sigma_{зм} \leq [\sigma]_{зм}$. Допустиме напруження змінання $[\sigma]_{зм}$ насамперед залежить від матеріалу деталей та їхньої поверхневої твердості, наявності можливих взаємних зміщень поверхонь під час роботи з'єднання та інших факторів. Детальніші рекомендації щодо вибору допустимих напружень змінання наведені у другому розділі, де вивчаються принципи розрахунків конкретних об'єктів.

10.3. Контактна міцність поверхонь деталей

Розрахунки на контактну міцність виконують для деталей, початковий контакт яких здійснюється по лінії або в точці. Розрахунки будуються на визначенні контактних напружень σ_H , що діють в точках поверхневого шару навантажених деталей. Вперше аналітичний розв'язок такої задачі отримав німецький механік Г.Герц. Тому контактним напруженням присвоюють індекс H .

Розглянемо деякі положення до розрахунку контактної міцності деталей без виведення основних формул, яке дається в курсах теорії пружності матеріалів.

Для двох характерних випадків контактування деталей умови контактної міцності та інші розрахункові залежності записують так:

1. *Початковий контакт деталей по лінії* (два циліндри з паралельними осями, циліндр та площина). На рис. 10.3, *a* показано приклад навантаження контакту двох циліндрів питомим навантаженням $q_H = F_H / l$. Під наванта-

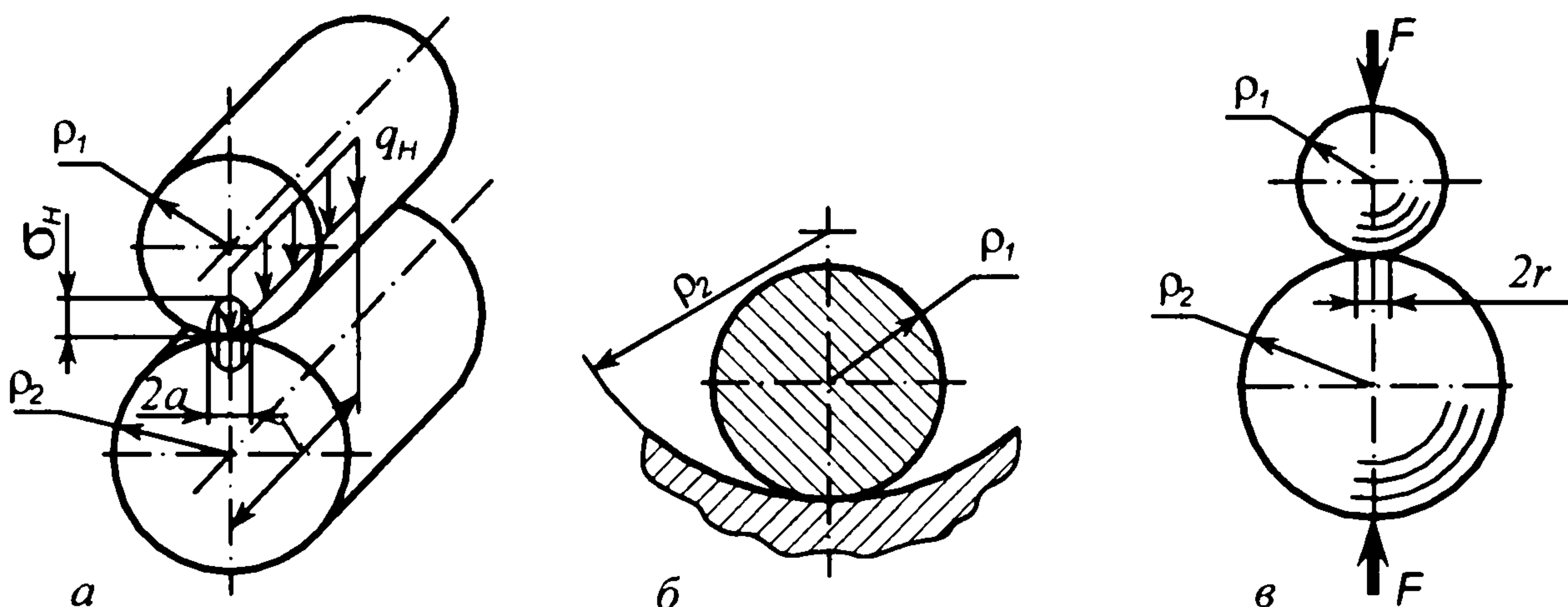


Рис. 10.3. До визначення контактних напружень

женням лінійний контакт перетворюється в контакт по вузькій площині завширшки $2a$. У такому разі максимальне контактне напруження визначають за формулою Герца і відповідно умову контактної міцності записують у вигляді

$$\sigma_H = Z_M \sqrt{\frac{q_H}{2\rho_{зв}}} \leq [\sigma]_H, \quad (10.6)$$

де Z_M – коефіцієнт, який враховує механічні властивості матеріалів деталей, що знаходяться в контакті; $\rho_{зв}$ – зведений радіус кривини поверхонь деталей у зоні їхнього контакту.

Якщо деталі виготовлені з однакового матеріалу (модулі пружності $E_1 = E_2 = E$ і коефіцієнти Пуассона $\nu_1 = \nu_2 = \nu$), то коефіцієнт Z_M можна визначити за формулою

$$Z_M = \sqrt{E / (\pi(1 - \nu^2))}. \quad (10.7)$$

Для окремого випадку сталевих деталей ($E = 2,15 \cdot 10^5$ МПа; $\nu = 0,3$) отримаємо $Z_M = 275$ МПа^{1/2}.

Зведений радіус кривини поверхонь деталей визначають за співвідношеннями (знак плюс для зовнішнього контакту за рис. 10.3, а і знак мінус для внутрішнього контакту за рис. 10.3, б)

$$\frac{1}{\rho_{зв}} = \frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2}. \quad (10.8)$$

В окремому випадку контакту циліндра радіусом ρ_1 з площиною ($\rho_2 = \infty$) маємо $\rho_{зв} = \rho_1$.

Половина ширини контактної площини навантажених сталевих циліндрів

$$a = 1,52 \sqrt{\frac{q_H \rho_{зв}}{E}}. \quad (10.9)$$

2. Початковий контакт деталей у точці (дві кулі, куля і площина). У разі стискання двох куль силою F_H (рис. 10.3, в) точковий контакт перетворюється в контакт по круговій площині. При цьому максимальне контактне напруження і відповідно умова контактної міцності має вигляд

$$\sigma_H = Z_M^* \sqrt[3]{\frac{F_H}{(2\rho_{зв})^2}} \leq [\sigma]_H, \quad (10.10)$$

де Z_M^* – коефіцієнт, який враховує механічні властивості матеріалів деталей, а $\rho_{зв}$ – зведений радіус кривини поверхонь деталей за виразом (10.8).

Якщо деталі виготовлені з однакового матеріалу, коефіцієнт Z_M^* можна визначити за формулою

$$Z_M^* = \frac{1}{\pi} \sqrt[3]{3E^2 / (1 - \nu^2)^2}. \quad (10.11)$$

Для сталевих деталей маємо $Z_M^* = 1755$ МПа^{2/3}.

Радіус кругової контактної площини (див. рис. 10.3, в)

$$r = 1,108 \sqrt{\frac{F_H \rho_{зв}}{E}}. \quad (10.12)$$

Допустимі напруження $[\sigma]_H$ в умовах контактної міцності (10.6) і (10.10) встановлюють залежно від матеріалу деталей, їхньої поверхневої твердості, а також шорсткості поверхонь деталей.

10.4. Приклади розрахунків

Задача 10.1. Сталева штанга у вигляді труби 1 (рис. 10.4) з'єднана з наконечником 2 за допомогою сталевго штифта 3. Між головою наконечника і опорою 4 знаходиться гумова прокладка 5. Штанга навантажена осьовою силою $F=6 \cdot 10^3$ Н, має зовнішній діаметр $D=50$ мм, товщину стінки $\delta=2,5$ мм, а допустиме напруження зминання для матеріалу штанги $[\sigma]'_{зм} = 160$

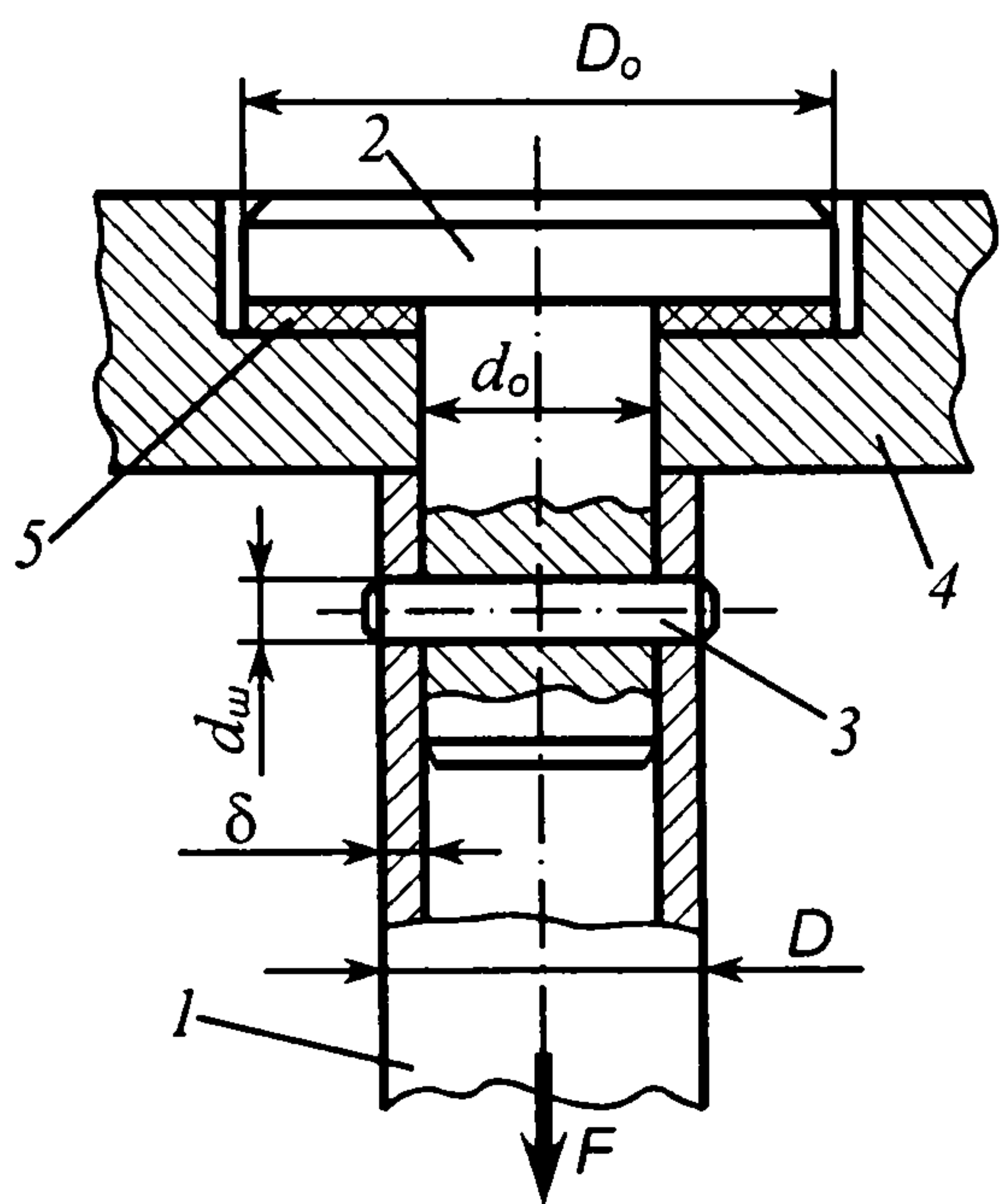


Рис. 10.4. З'єднання штанги з опорою

За умовою (10.5) міцності на зминання, прийнявши розрахункову площу зминання $A = 2d_{\text{ш}}\delta$, отримаємо:

$$\sigma_{зм} = \frac{F}{A} = \frac{F}{2d_{\text{ш}}\delta} \leq [\sigma]'_{зм};$$

$$d_{\text{ш}} \geq \frac{F}{2\delta[\sigma]'_{зм}} = \frac{6 \cdot 10^3}{2 \cdot 2,5 \cdot 160} = 7,5 \text{ мм.}$$

Отже, остаточно треба прийняти діаметр штифта $d_{\text{ш}}=7,5$ мм за умовою міцності на зминання, оскільки він більший, ніж за умовою міцності на зріз.

2. Визначення діаметра гумової прокладки

Діаметр D_0 гумової прокладки визначимо за умовою (10.1) її міцності на зминання, записавши площу зминання $A_{зм} = \pi(D_0^2 - d_0^2)/4$:

МПа. Треба визначити за умовою міцності діаметр штифта $d_{\text{ш}}$, прийнявши допустиме напруження зрізу $[\tau]_3 = 85$ МПа, а також діаметр D_0 гумової прокладки, для якої допустиме напруження зминання $[\sigma]''_{зм} = 2$ МПа.

Розв'язання . 1. Визначення діаметра штифта.

У цьому з'єднанні штанги з наконечником штифт розраховується за умовою міцності на зріз і за умовою міцності на зминання по поверхні його прилягання з отворами штанги.

Оскільки штифт може зрізатись по двох перерізах площею $A_3 = 2\pi d_{\text{ш}}/4$, то за умовою його міцності на зріз маємо:

$$\tau_3 = \frac{F}{A_3} = \frac{2F}{\pi d_{\text{ш}}} \leq [\tau]_3;$$

$$d_{\text{ш}} \geq \sqrt{\frac{2F}{\pi[\tau]_3}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 85}} = 6,7 \text{ мм.}$$

$$\sigma_{зм} = \frac{F}{A_{зм}} = \frac{4F}{\pi(D_0^2 - d_0^2)} \leq [\sigma]_{зм};$$

$$D_0 \geq \sqrt{\frac{4F}{\pi[\sigma]_{зм}} + d_0^2} = \sqrt{\frac{4 \cdot 6 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 2} + 45^2} = 76,5 \text{ мм.}$$

Тут прийнято $d_0 = D - 2\delta = 50 - 2 \cdot 2,5 = 45 \text{ мм.}$

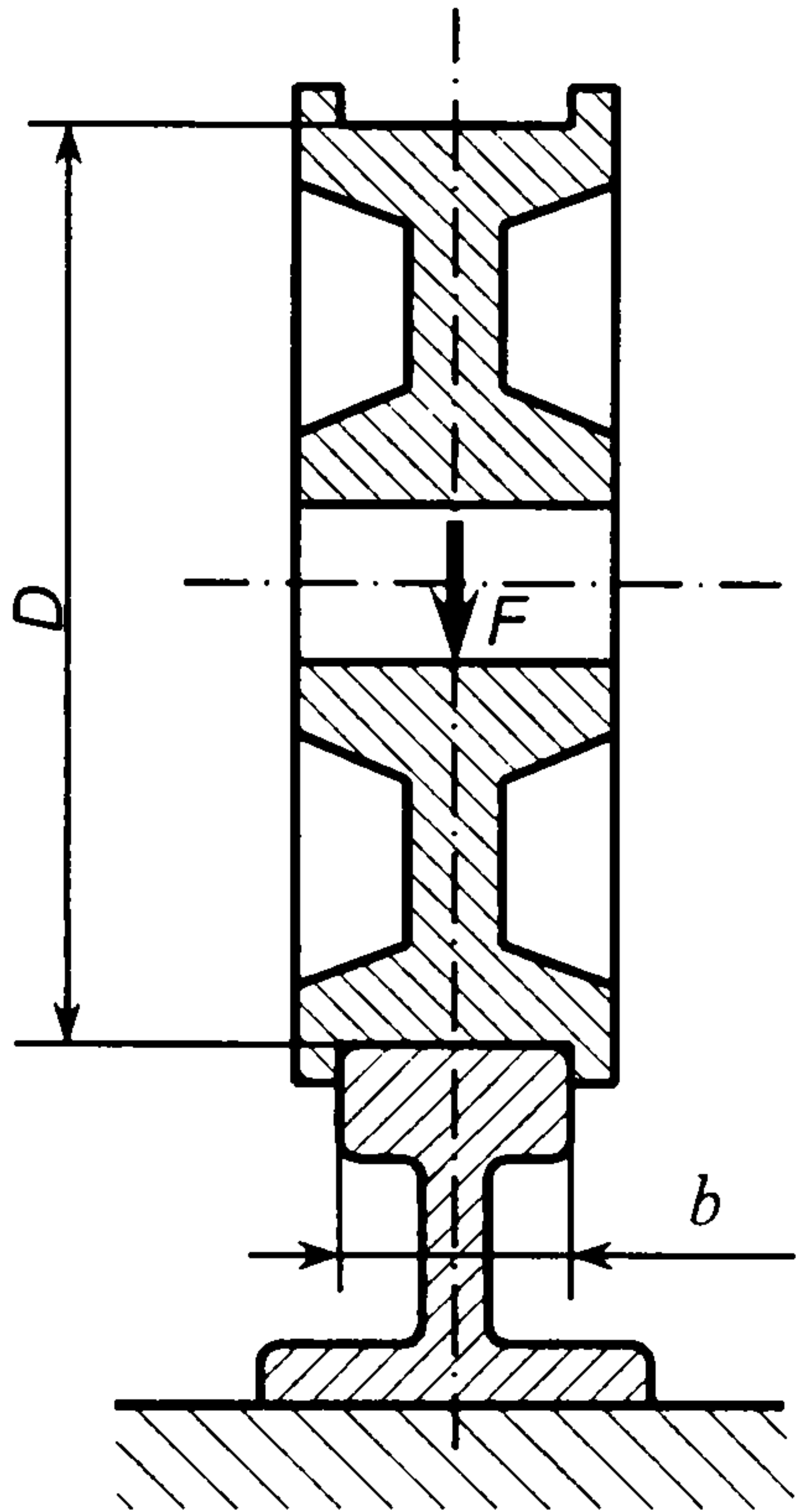


Рис. 10.5. Колесо вантажного візка

Задача 10.2. Сталеві колеса (рис. 10.5) вантажного візка сприймають максимальне навантаження $F = 2 \cdot 10^4 \text{ Н.}$ Для переміщення візка застосовують рейки з шириною головки $b = 30 \text{ мм.}$ Треба визначити за умовою поверхневої міцності діаметр D коліс, якщо допустиме контактне напруження $[\sigma]_H = 500 \text{ МПа.}$

Розв'язання. Діаметр D колеса визначають за умовою (10.6) контактної міцності його робочої поверхні

$$\sigma_H = Z_M \sqrt{\frac{q_H}{2\rho_{зв}}} \leq [\sigma]_H.$$

Прийнявши $q_H = F/b$ і $1/\rho_{зв} = 2/D$ (оскільки $\rho_2 = \infty$), одержимо:

$$\sigma_H = Z_M \sqrt{\frac{F}{bD}} \leq [\sigma]_H;$$

$$D \geq \frac{FZ_M^2}{b[\sigma]_H^2} = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 275^2}{30 \cdot 500^2} = 202 \text{ мм.}$$

Тут прийнято для сталевих коліс і рейок $Z_M = 275 \text{ МПа}^{1/2}.$

ГЛАВА 11. МІЦНІСТЬ ПРИ ЗМІННИХ У ЧАСІ НАПРУЖЕННЯХ

11.1. Цикли змінних напружень і втома матеріалів

У попередніх главах були розглянуті питання, пов'язані з розрахунками на міцність елементів конструкцій, що працюють в умовах статичних напружень, тобто таких напружень, які в часі не змінюються або їх зміна відбувається протягом тривалого часу. В таких випадках вважається, що міцність забезпечена, якщо найбільші напруження в небезпечних точках перерізів не досягають граничних значень, які відповідають початку руйнування або появі залишкових деформацій. Однак переважна частина деталей машин працює в умовах змінних в часі напружень, які циклічно змінюються відповідно до характеру робочого процесу машини. До таких

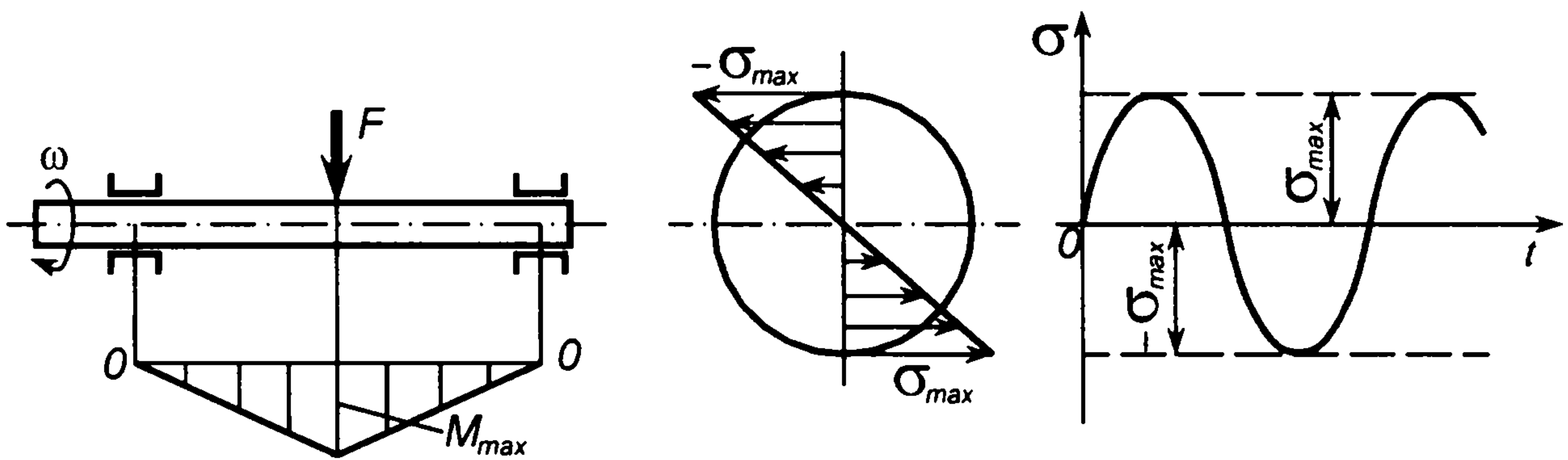


Рис. 11.1. Поява змінних напружень в обертовому стержні

деталей належать обертові вали та осі, зубці зубчастих передач, пружини в деяких механізмах та інші.

Причинами появи змінних напружень в деталях можуть бути змінні в часі зовнішні навантаження або зміна положення перерізу деталі відносно до постійного за модулем та напрямом навантаження. Так, наприклад, в обертовому стержні, навантаженому постійною силою F (рис. 11.1), виникають змінні напруження, характер зміни яких описує синусоїда

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W_0} \sin \omega t = \sigma_{\max} \sin \omega t,$$

де ω – кутова швидкість обертання стержня, а t – час.

Характер зміни напружень (як нормальних σ , так і дотичних τ) в часі може бути довільним (рис. 11.2). Здебільше напруження змінюються з періодом T_0 . Сукупність послідовних значень напружень за один період їхньої зміни називається *циклом напружень*. За будь-якого характеру зміни

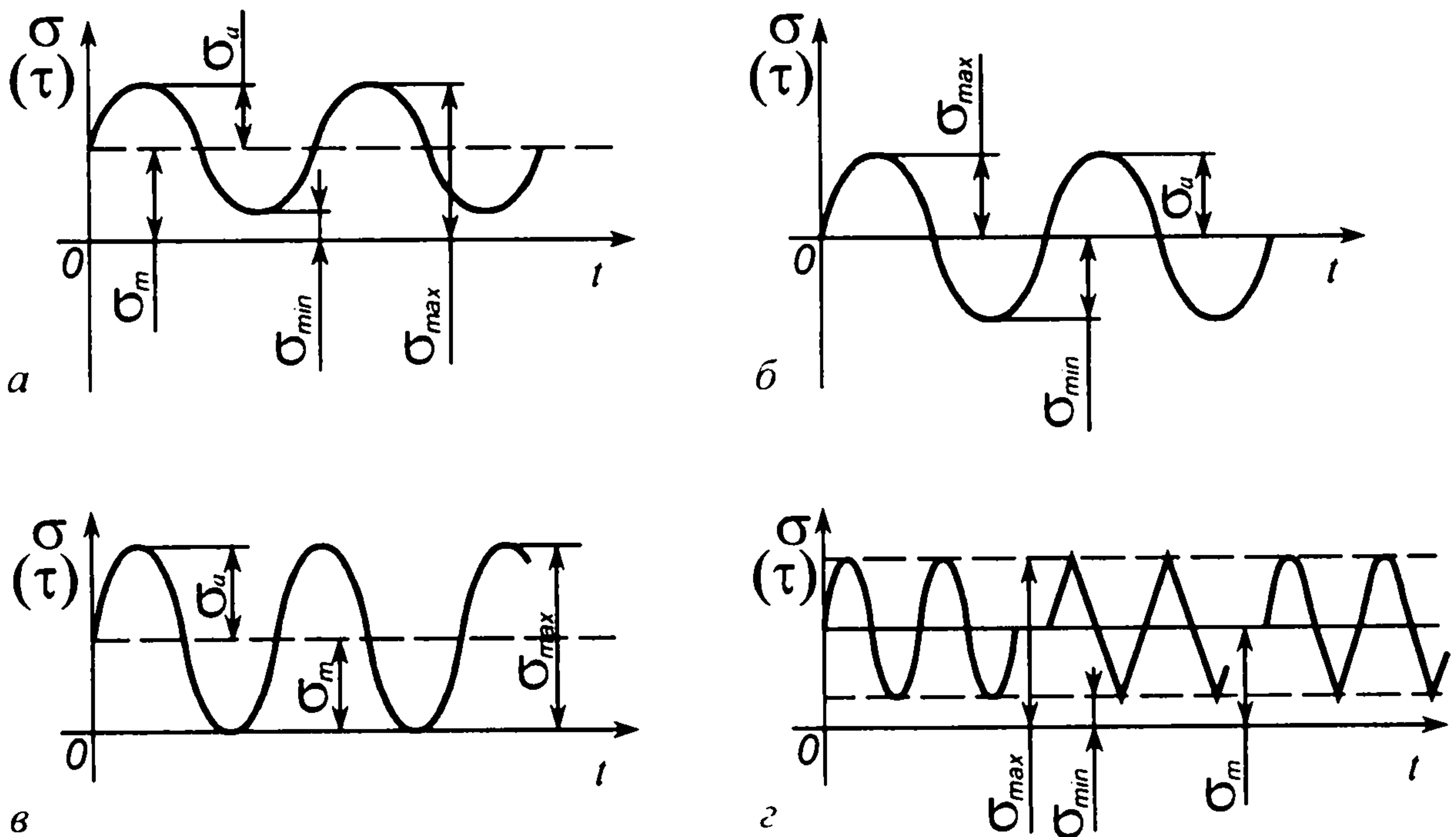


Рис. 11.2. Цикли змінних напружень

напружень в часі повинні бути відомими максимальне напруження σ_{\max} і мінімальне напруження σ_{\min} .

Всі можливі різновиди циклів напружень прийнято оцінювати такими параметрами:

середнім напруженням

$$\sigma_m = 0,5(\sigma_{\max} + \sigma_{\min}); \quad \tau_m = 0,5(\tau_{\max} + \tau_{\min}), \quad (11.1)$$

амплітудою напружень

$$\sigma_a = 0,5(\sigma_{\max} - \sigma_{\min}); \quad \tau_a = 0,5(\tau_{\max} - \tau_{\min}), \quad (11.2)$$

коефіцієнтом асиметрії циклу напружень

$$R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}. \quad (11.3)$$

У випадку, коли $\sigma_{\max} = -\sigma_{\min}$, $\sigma_m = 0$, $R = -1$, цикл напружень називають *симетричним* (рис. 11.2, б), а якщо $\sigma_{\min} = 0$, $\sigma_a = \sigma_m = 0,5\sigma_{\max}$, $R = 0$, то цикл називають *пульсуючим* (рис. 11.2, в).

Усі можливі цикли напружень, в яких коефіцієнти асиметрії R однакові, називаються *подібними циклами* (рис. 11.2, г).

Якщо відомий період T_0 циклу напружень, то за проміжок часу t роботи деталі загальне число циклів зміни напружень $N = t/T_0$.

Практика і досвід показують, що під час дії змінних в часі напружень після деякого числа циклів може відбутись раптове руйнування деталі при напруженнях значно менших від границі міцності матеріалу і без видимих ознак залишкових деформацій. Таке явище називається *втомою матеріалу*.

Здатність матеріалів чинити опір втомі називається *витривалістю матеріалів*.

Експериментально встановлено, що втомне руйнування починається з накопичення пошкоджень на границях зерен матеріалу й утворення на поверхні мікротріщин. Із зростанням числа циклів напружень відбувається розвиток і збільшення тріщини і, відповідно, ослаблення перерізу. Тріщина росте переважно в напрямі, перпендикулярному лінії дії найбільших нормальних напружень. Коли міцність непошкодженої частини перерізу стає недостатньою, відбувається раптове руйнування деталі.

Зауважимо, що сьогодні природа і механізми втомного руйнування теоретично вивчені ще недостатньо повно і тому методика розрахунків деталей на витривалість базується переважно на систематизованих експериментальних результатах.

11.2. Границя витривалості матеріалів та деталей

Здатність матеріалу сприймати багатократну дію змінних напружень досліджують експериментально. Найбільше напруження, при якому матеріал, не руйнуючись, витримує певне число циклів зміни напруження, встановлюють за результатами випробувань зразків матеріалу на спеціальних стендах. Найчастіше випробують зразки на згин із симетричним циклом зміни напружень.

Під час випробувань зразкам матеріалу надають різних значень напружень σ_{\max} циклу і визначають граничне число циклів N , необхідне для доведення зразка до руйнування. При цьому на кожному рівні σ_{\max} випробуванням підлягають декілька зразків, оскільки неминуче буде деяке розсіювання граничних значень N . Отриману сукупність експериментальних точок обробляють статистичними методами і на цій основі будують діаграму (рис. 11.3, а) в координатах $\sigma_{\max} - N$, яка називається *діаграмою втоми матеріалу* (діаграмою Велера).

Отримана крива на діаграмі різко іде вниз, а потім стає більш пологою і асимптотично наближається до горизонтальної прямої, тобто при деяких напруженнях σ_{\max} циклу зразки, незважаючи на велике число циклів, не здатні руйнуватись. Досвід випробувань сталевих зразків показує, що якщо зразок не зруйнувався до $N=10^7$, то він практично не зруйнується і при $N>10^7$.

Число циклів напружень, до якого ведеться випробування, називають *базою випробувань* і позначають N_0 . Для сталі $N_0=10^7$. Однак для деяких матеріалів не вдається встановити таке число циклів, коли зразок не руйнується із збільшенням N . Тому, в таких випадках, базу випробувань збільшують, наприклад, для кольорових металів і загартованих до високої твердості сталей приймають $N_0=10^8$.

Якщо випробувати зразки з одного і того ж матеріалу, але з різними коефіцієнтами асиметрії циклів напружень, то виявляється, що крива втоми для симетричного циклу ($R=-1$) розташовується нижче від всіх інших кривих, характерних для циклів $R \neq -1$. На рис. 11.3, б зображена крива 1 для циклу напружень з коефіцієнтом асиметрії $R=-1$, а крива 2 відповідає циклу напружень з $R=0$ (пульсуючий цикл). Таким чином, симетричний цикл напружень є найнебезпечнішим.

Найбільше максимальне напруження циклу, за якого ще не відбувається втомне руйнування до бази випробувань, називають *границею витривалості* матеріалу і позначають σ_R (рис. 11.3, в). В позначенні границі витривалості індекс R вказує значення коефіцієнта асиметрії циклу напружень. Наприклад, границя витривалості для симетричного циклу згину ($R=-1$) позначається σ_{-1} , а для пульсуючого циклу ($R=0$) – σ_0 . Границя

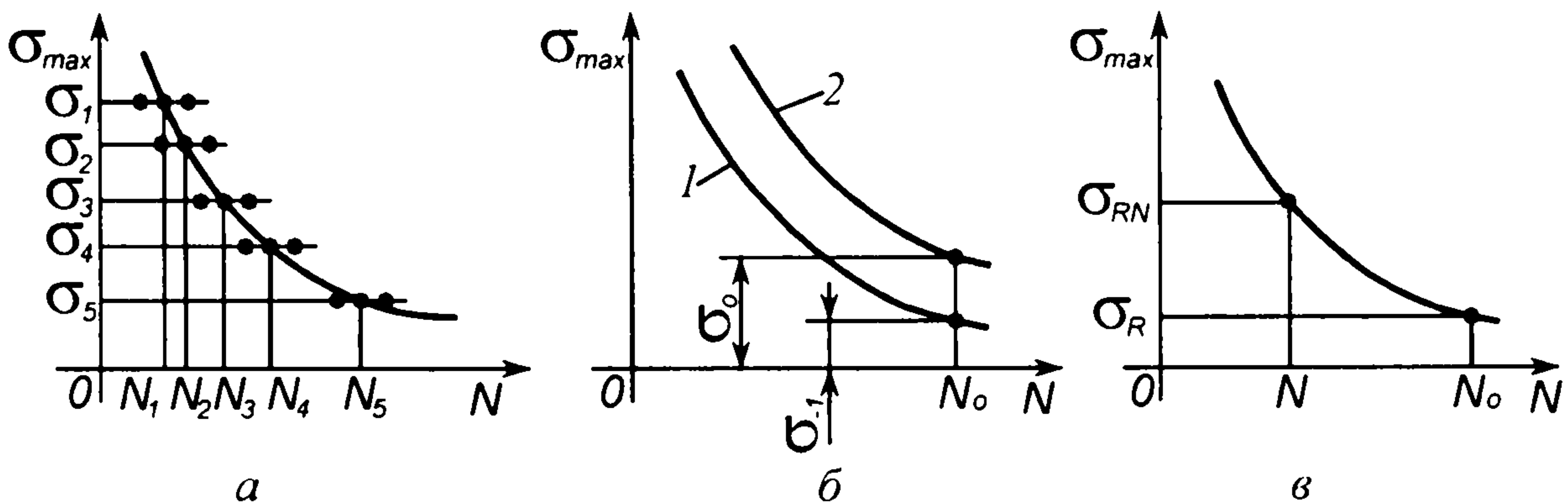


Рис. 11.3. Діаграми втоми матеріалів

витривалості є найменшою для симетричного циклу; для всіх інших циклів напружень границя витривалості σ_R знаходиться в інтервалі між σ_{-1} і границею міцності матеріалу σ_B .

Діаграми втоми матеріалу мають аналогічний вигляд і для таких видів деформацій, як розтяг-стиск або кручення. Оскільки експериментальне визначення границі витривалості є досить трудомісткою задачею, то зроблено спроби зв'язати емпіричними залежностями границю витривалості з границею міцності матеріалу, яку отримують під час статичних випробувань. Наближено для сталей можна користуватись такими співвідношеннями:

$$\text{для згину} - \sigma_{-1} = (0,40 \dots 0,50)\sigma_B; \quad \sigma_0 = (1,5 \dots 1,7)\sigma_{-1};$$

$$\text{для розтягу-стику} - \sigma_{-1p} = (0,7 \dots 0,9)\sigma_{-1}; \quad \sigma_0 = 1,6\sigma_{-1};$$

$$\text{для кручення} - \tau_{-1} = (0,20 \dots 0,25)\sigma_B; \quad \tau_0 = (1,8 \dots 2,0)\tau_{-1}.$$

Для розрахунку деталей, призначених на обмежений строк служби, вводять поняття *обмеженої границі витривалості*, яку позначають σ_{RN} (рис. 11.3, в). Значення обмеженої границі витривалості легко знайти за рівнянням кривої втоми матеріалу, яка має вигляд

$$\sigma_R^m N_0 = \sigma_{RN}^m N = \text{const}. \quad (11.4)$$

Тут m – показник степеня кривої втоми, який для сталей лежить в межах 6...10.

Фактори, що впливають на границю витривалості. Багатьма дослідженнями встановлено, що границя витривалості залежить не тільки від властивостей матеріалу, з якого виготовлена деталь, виду навантаження, характеру циклу напружень, але і від конкретних особливостей деталі: її форми, розмірів, якості поверхні та ін.

Вплив форми деталі. Експерименти показують, що в місцях зміни форми деталей (отвори, ривці, переходи від одного до іншого розміру і т.д.) виникають місцеві напруження, які значно більші від номінальних, тобто визначених за фактичними розмірами перерізів. Це явище прийнято називати *концентрацією напружень*, а причини, що його викликають, – *концентраторами напружень*.

На рис. 11.4 показані приклади концентраторів напружень. Розтяг деталі з поперечним отвором (рис. 11.4, а) спричинює появу напружень

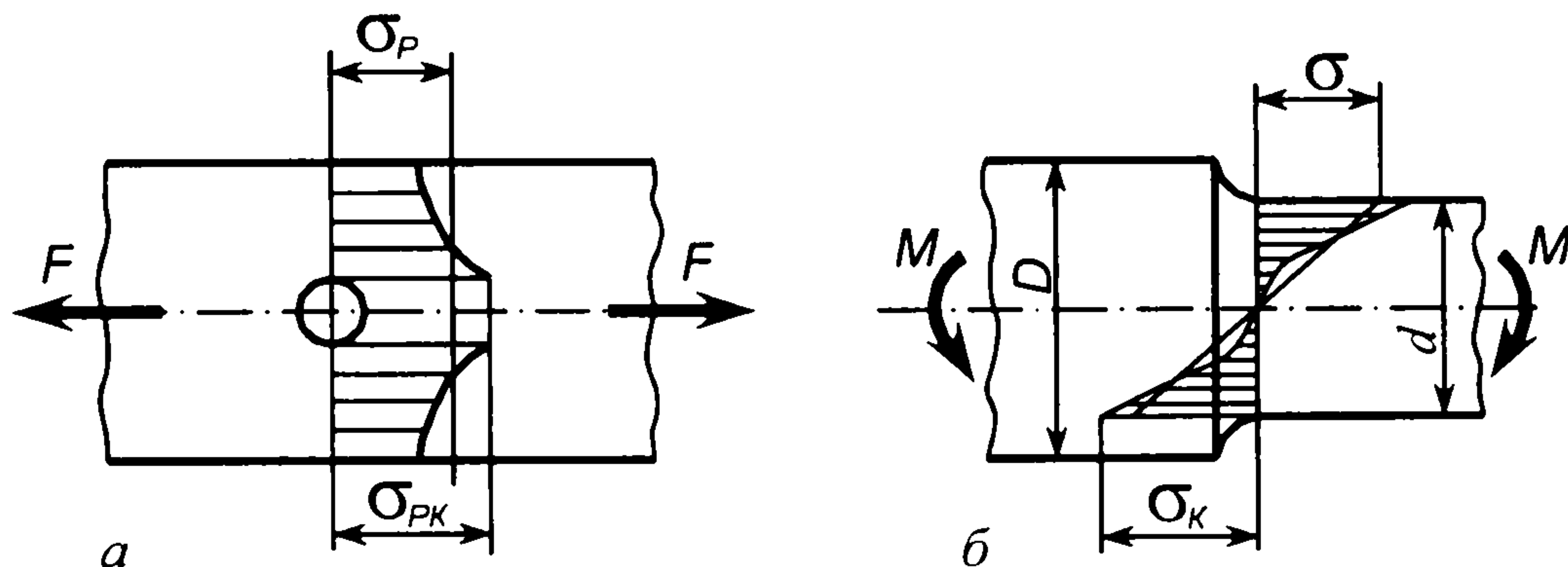


Рис. 11.4. Приклади концентраторів напружень

біля країв отвору σ_{pk} , які більші від номінальних σ_p . Під час згину деталі в перерізі, де є перехід від розміру d до розміру D , спостерігаються збільшені напруження σ_k порівняно з номінальними σ .

Концентратори напружень зменшують границю витривалості деталі. Зменшення границі витривалості оцінюють *ефективним коефіцієнтом концентрації напружень* $K_\sigma(K_\tau)$, який є відношенням границі витривалості гладкого зразка до границі витривалості зразка того ж діаметра, але з тим чи іншим концентратором напружень. K_σ і K_τ завжди більші від одиниці.

Вплив розмірів деталі. Дослідами встановлено, що зі збільшенням розмірів досліджуваного зразка матеріалу його границя витривалості зменшується. Це можна пояснити насамперед тим, що у зразках більших розмірів ймовірніші певні дефекти і неоднорідність структури матеріалу. Вплив розмірів деталі на границю витривалості враховує *коефіцієнт впливу абсолютних розмірів поперечного перерізу* K_d , який дорівнює відношенню границі витривалості гладких зразків заданого діаметра до границі витривалості гладких зразків матеріалу стандартного діаметра. Коефіцієнт K_d завжди менший або дорівнює одиниці.

Вплив якості поверхні деталі. Стан поверхні деталей залежить від якості механічної обробки. Наявність на поверхні гострих рисок і подряпин зумовлює зменшення границі витривалості деталей. Тому до якості поверхонь деталей, що працюють в умовах циклічних напружень, треба ставити високі вимоги. На практиці часто застосовують спеціальні способи оброблення поверхонь деталей, такі як вигладжування, обкочування роликami та ін.

На підставі викладених узагальнених результатів, отриманих під час експериментальних досліджень, границі витривалості деталей прийнято визначати через границі витривалості матеріалу за такими виразами:

$$\sigma_{-1d} = \sigma_{-1} K_d / K_\sigma; \quad \tau_{-1d} = \tau_{-1} K_d / K_\tau. \quad (11.5)$$

Коефіцієнти впливу абсолютних розмірів K_d та ефективні коефіцієнти концентрації напружень K_σ і K_τ задають у відповідних таблицях. Конкретні їхні величини можна знайти в главах другого розділу посібника, де розглядаються розрахунки відповідних деталей.

11.3. Визначення коефіцієнтів запасу міцності деталей

Вище охарактеризовано границі витривалості матеріалів і деталей для симетричного циклу змінних напружень, для якого коефіцієнт асиметрії $R = -1$ ($\sigma_a = \sigma_{\max}; \sigma_m = 0$). Однак дослідями встановлено, що для повної характеристики витривалості матеріалів необхідно встановити залежність границі витривалості від коефіцієнтів асиметрії R ($\sigma_m \neq 0$). Для таких цілей за результатами експериментів будують *діаграму граничних напружень* в координатах $\sigma_a - \sigma_m$ (рис. 11.5, а).

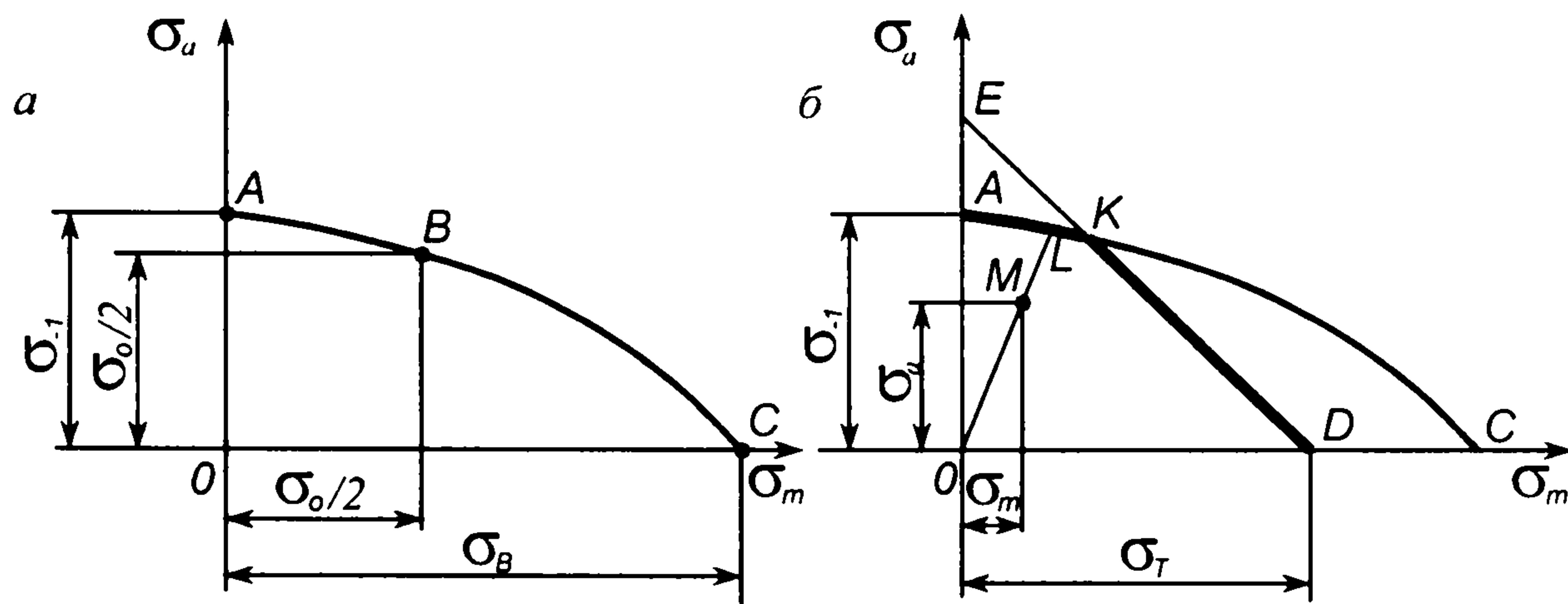


Рис. 11.5. Діаграми граничних напружень

Кожна точка кривої ABC діаграми характеризує певний конкретний цикл напружень. Точка A відповідає границі витривалості при симетричному циклі ($\sigma_m = 0$; $\sigma_a = \sigma_{-1}$); точка C – границі міцності ($\sigma_a = 0$; $\sigma_m = \sigma_b$); точка B – границі витривалості при пульсуючому циклі ($\sigma_m = \sigma_a = \sigma_o/2$). Область ACO відповідає циклам, які є безпечними щодо втомного руйнування зразків матеріалу.

Однак для пластичних матеріалів граничне напруження циклу не повинно перевищувати границю текучості матеріалу σ_T . Тому з області ACO треба виділити зону, яка відповідає циклам з максимальними напруженнями, меншими від границі текучості σ_T . Для цього проведемо пряму ED , яка відсікає на осях координат відрізки, які дорівнюють границі текучості (рис. 11.5, б). Область $AKDO$ належить до безпечних циклів, для яких немає втомного руйнування і недопустимих залишкових деформацій.

Побудована за експериментальними даними діаграма граничних напружень дозволяє графоаналітично визначити коефіцієнт запасу міцності для конкретного зразка матеріалу. Проведемо з початку координат через точку M , положення якої визначають напруження σ_m і σ_a , відрізок OL . Всі точки відрізка OL відповідають подібним циклам, тобто циклам, що мають однаковий коефіцієнт асиметрії R . Оскільки цикл напружень, що відповідає точці L , є граничний, то відношення відрізків OL і OM визначає коефіцієнт запасу міцності зразка з напруженнями σ_m і σ_a :

$$s_\sigma = \frac{OL}{OM}.$$

Такий графоаналітичний спосіб визначення коефіцієнта запасу міцності практично не може бути застосований, оскільки потрібно мати точно побудовані діаграми граничних напружень для дуже широкої номенклатури матеріалів. Тому діаграму граничних напружень дещо спрощують і схематизують, що дає можливість записати аналітичні вирази для визначення коефіцієнтів запасу міцності залежно від напружень σ_m ,

σ_a і границі витривалості σ_{-1} . З урахуванням різних факторів, що впливають на границю витривалості, коефіцієнти запасу міцності деталей визначають за такими формулами:

при дії в перерізі деталі нормальних напружень

$$s_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma}\sigma_a / K_d + \psi_{\sigma}\sigma_m}; \quad (11.6)$$

при дії в перерізі дотичних напружень кручення

$$s_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau}\tau_a / K_d + \psi_{\tau}\tau_m}; \quad (11.7)$$

при одночасній дії нормальних і дотичних напружень загальний коефіцієнт запасу міцності

$$s = \frac{s_{\sigma}s_{\tau}}{\sqrt{s_{\sigma}^2 + s_{\tau}^2}}. \quad (11.8)$$

У формулах (11.6) і (11.7) ψ_{σ} і ψ_{τ} – коефіцієнти, що характеризують чутливість матеріалу деталей до асиметрії циклів напружень, які можна визначити для сталей за виразами:

$$\psi_{\sigma} = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \sigma_B; \quad \psi_{\tau} = 0,5\psi_{\sigma}. \quad (11.9)$$

У переважній більшості розрахунки деталей на витривалість виконують як перевірні. Для небезпечних перерізів деталі, де діють значні напруження і наявні концентратори напружень, визначають коефіцієнти запасу міцності, які порівнюють з допустимими $[s]$, що вимагаються для конкретної деталі. При цьому належить забезпечити умову $s \geq [s]$. Переважно допустимий коефіцієнт запасу міцності при дії змінних в часі напружень приймають $[s] = 1,5 \dots 3$.

11.4. Приклад розрахунків

Задача. Визначити і порівняти коефіцієнти запасу міцності зображеного на рис. 11.6 циліндричного стержня за умови його статичної міцності і міцності на витривалість. В розрахунках прийняти навантаження стержня $F_{\max} = 2 \cdot 10^3$ Н, коефіцієнт асиметрії навантаження та напружень $R = 0,1$, а розміри стержня такі: $d = 24$ мм; $D = 30$ мм; $r = 1$ мм; $l = 80$ мм. Стержень виготовлений зі сталі, що має границю міцності $\sigma_B = 600$ МПа, а границю текучості $\sigma_T = 360$ МПа.

Розв'язання. 1. Визначення коефіцієнта запасу міцності стержня за умови його статичної міцності.

В заданій схемі навантаження стержень перебуває під дією деформації згину. Максимальний згинальний момент в перерізі переходу від діаметра d до діаметра D

$$M_{\max} = Fl = 2 \cdot 10^3 \cdot 80 = 16 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{мм}.$$

Осьовий момент опору перерізу стержня

$$W_0 = \pi d^3 / 32 = 3,14 \cdot 24^3 / 32 = 1357 \text{ мм}^3.$$

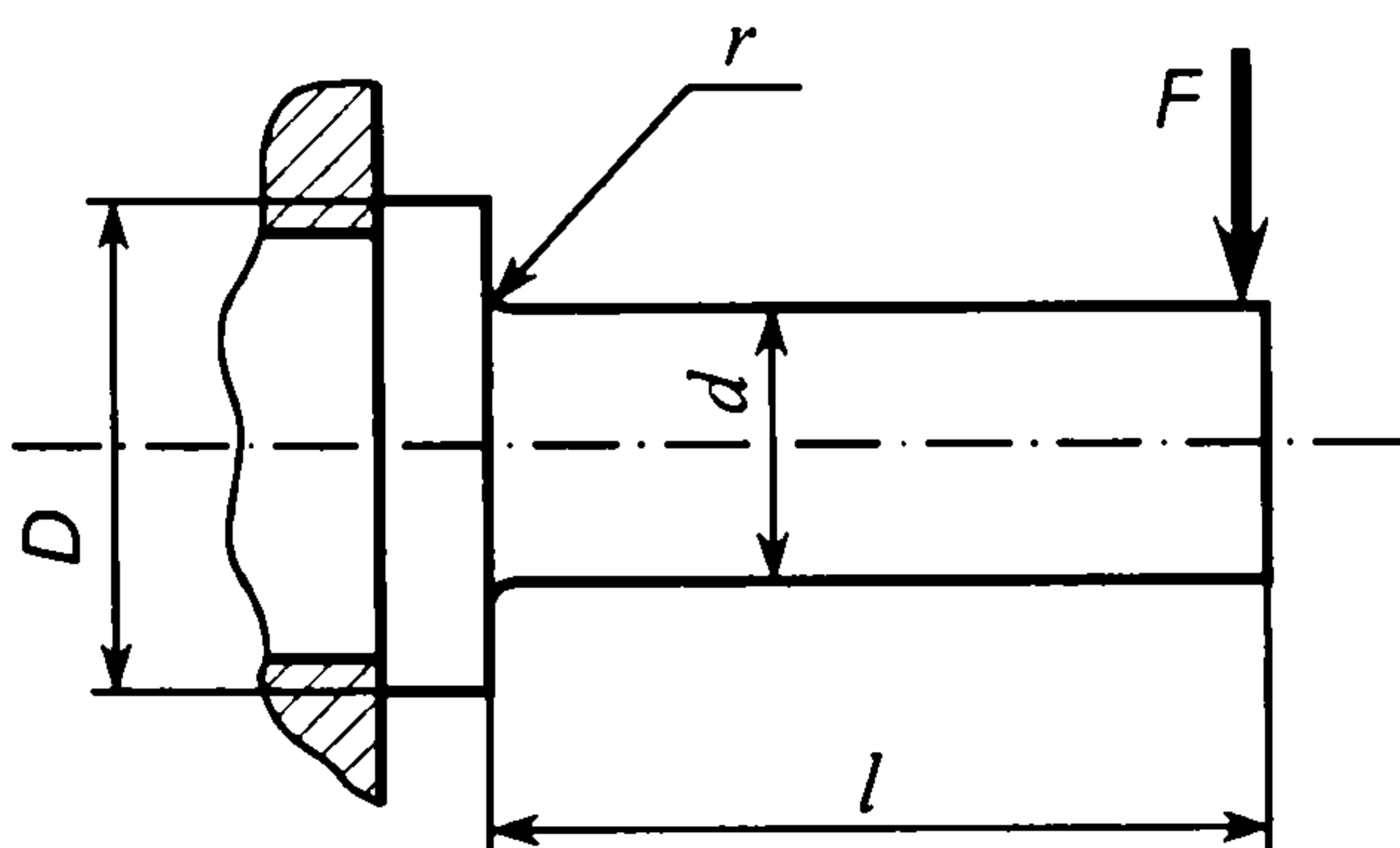


Рис. 11.6. Розрахункова схема стержня

Максимальне напруження згину в стержні

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_0} = 16 \cdot 10^4 / 1357 = 117,9 \text{ МПа.}$$

Коефіцієнт запасу статичної міцності стержня за границею текучості

$$s_c = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\max}} = 360 / 117,9 = 3,05.$$

2. *Визначення коефіцієнта запасу міцності стержня за умови його міцності на витривалість*

Оскільки навантаження і напруження в стержні змінюються з коефіцієнтом асиметрії $R=0,1$, то мінімальне напруження згину в стержні

$$\sigma_{\min} = R\sigma_{\max} = 0,1 \cdot 117,9 = 11,8 \text{ МПа.}$$

Середнє напруження і амплітуда напружень за формулами (11.1) і (11.2):

$$\sigma_m = 0,5(\sigma_{\max} + \sigma_{\min}) = 0,5(117,9 + 11,8) = 64,9 \text{ МПа;}$$

$$\sigma_a = 0,5(\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) = 0,5(117,9 - 11,8) = 53 \text{ МПа.}$$

Границя витривалості матеріалу стержня (див. п. 11.2)

$$\sigma_{-1} = 0,45\sigma_B = 0,45 \cdot 600 = 270 \text{ МПа.}$$

Розрахункові коефіцієнти (див. табл. 26.1 і 26.3):

ефективний коефіцієнт концентрації напружень (перехід від діаметра d до діаметра D)

$$K_\sigma = 1,9;$$

коефіцієнт впливу абсолютних розмірів $K_d = 0,87$;

коефіцієнт, що характеризує чутливість матеріалу стержня до асиметрії циклів напружень за формулою (11.9)

$$\psi_\sigma = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \sigma_B = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot 600 = 0,14.$$

Коефіцієнт запасу міцності стержня за умови його міцності на витривалість

$$s_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{K_\sigma \sigma_a / K_d + \psi_\sigma \sigma_m} = \frac{270}{1,9 \cdot 53 / 0,87 + 0,14 \cdot 64,9} = 2,16.$$

Порівняння отриманих значень s_c і s_σ показує, що коефіцієнт запасу статичної міцності стержня істотно більший (в 1,4 раза), ніж за умовою міцності на витривалість. Це означає, що втомне руйнування стержня небезпечніше, ніж виникнення пластичних деформацій.

ГЛАВА 12. ОСНОВИ РОЗРАХУНКІВ ТОНКОСТІННИХ ОБОЛОНОК

12.1. Загальні положення та навантаження оболонок

Багато елементів інженерних споруд, апаратів чи машин (різні резервуари, котли, хімічні апарати, балони, деякі деталі машин або приладів) в розрахунках на міцність можуть бути зведені до розрахункових схем оболонок.

Оболонкою називають тіло, один із вимірів якого (товщина) значно менший від двох інших вимірів. Геометричне місце точок, рівновіддалених від двох поверхонь оболонки, називають *серединною поверхнею*.

Якщо серединна поверхня оболонки є площиною, то таку оболонку називають *пластиною*. Оболонки, в яких серединною поверхнею є частина сфери, конуса чи циліндра, називають відповідно оболонкою сферичною, конічною чи циліндричною. Геометрія оболонки означається не тільки формою серединної поверхні. Необхідно брати до уваги також характер зміни товщини оболонки. Однак більшість оболонок в технічних об'єктах мають, як правило, постійну товщину.

Осесиметричними або просто *симетричними* оболонками називають такі, серединна поверхня яких є поверхнею обертання. В подальших викладах будемо вважати, що навантаження, яке діє на симетричну оболонку, також має властивість осьової симетрії. Для таких оболонок задача розрахунку значно спрощується. Крім того, розрахунки оболонок найпростіше виконувати в тих випадках, коли можна прийняти, що напруження постійні по товщині оболонки і, відповідно, згин оболонки відсутній. Теорія оболонок, що побудована на такому припущенні, називається *безмоментною теорією оболонок*.

Якщо оболонка не має різких переходів та жорстких защемлень і, крім того, не навантажена зосередженими силами, то для її розрахунку з успіхом можна застосовувати безмоментну теорію. У разі наявності перерахованих особливостей в місцях закріплення оболонки та різких змін форми виникають збільшені напруження, які обумовлені згинальним ефектом. Однак на достатній віддалі від вказаних особливих областей визначення напружень можна робити за безмоментною теорією оболонок. Треба також зазначити, що із зменшенням товщини оболонки безмоментна теорія дає точніші результати в розрахунках.

У різних технічних об'єктах оболонки можуть бути навантаженими рівномірно розподіленим тиском p_0 (наприклад, тиском газу чи пари) або нерівномірно розподіленим тиском p , який змінюється за певним законом (наприклад, резервуари з рідиною, де тиск змінюється залежно від відстані точок оболонки до поверхні рідини). Щоб виконувати відповідні розрахунки оболонок, наведемо (без доведення) дві такі теореми.

Т е о р е м а 1. Якщо на будь-яку поверхню площею A_n (рис. 12.1) діє рівномірно розподілений тиск p_0 , то, незалежно від форми поверхні, проекція рівнодійної сил тиску на задану вісь x дорівнює добутку тиску p_0 на площу A проекції поверхні на площину P , яка перпендикулярна до заданої осі x .

Т е о р е м а 2. Якщо на будь-яку поверхню діє тиск рідини p (рис. 12.2), то вертикальна складова сил тиску дорівнює вазі рідини в об'ємі, який розташований над цією поверхнею.

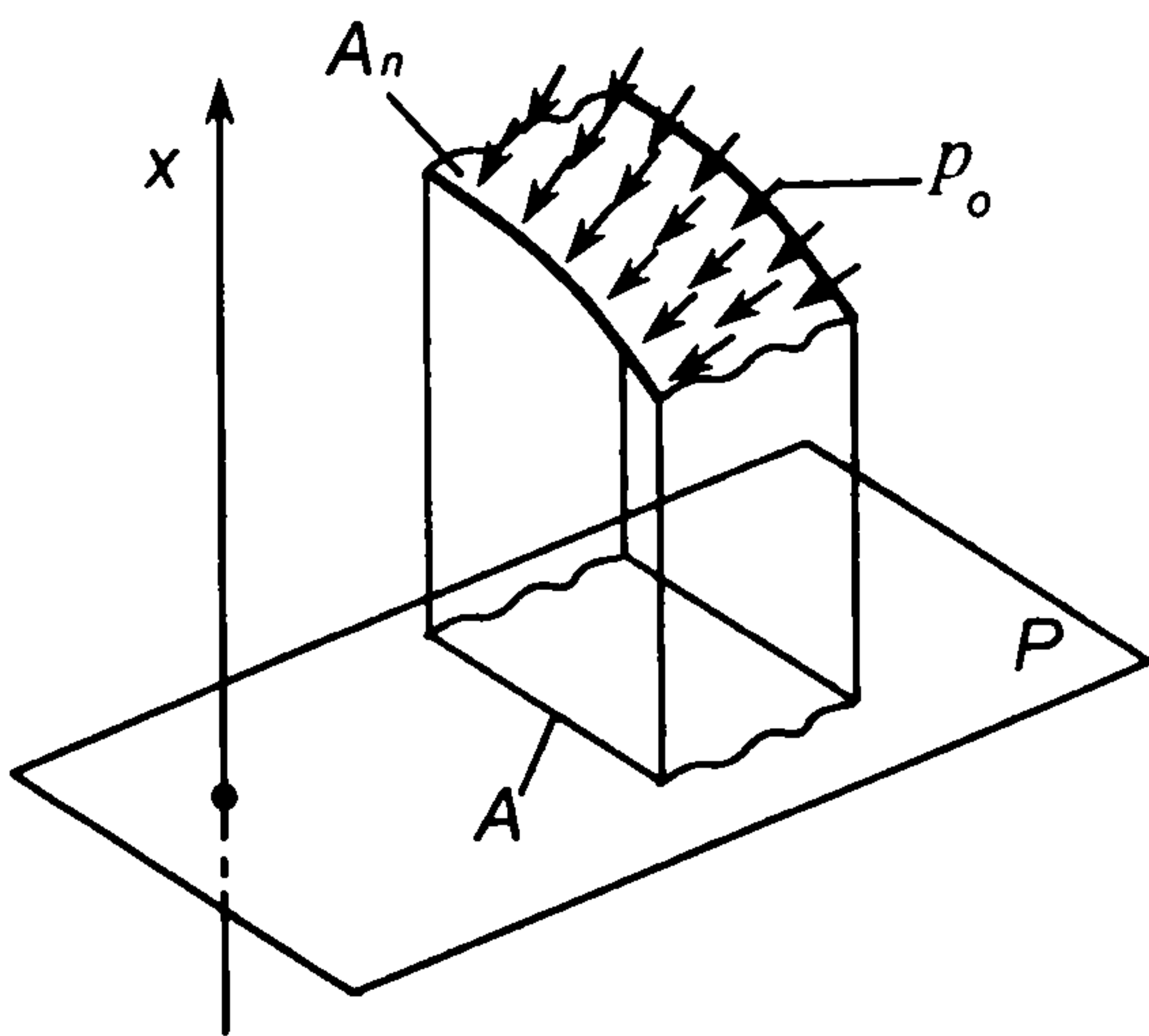


Рис. 12.1. До визначення рівнодійної тиску p_0 на криволінійну поверхню

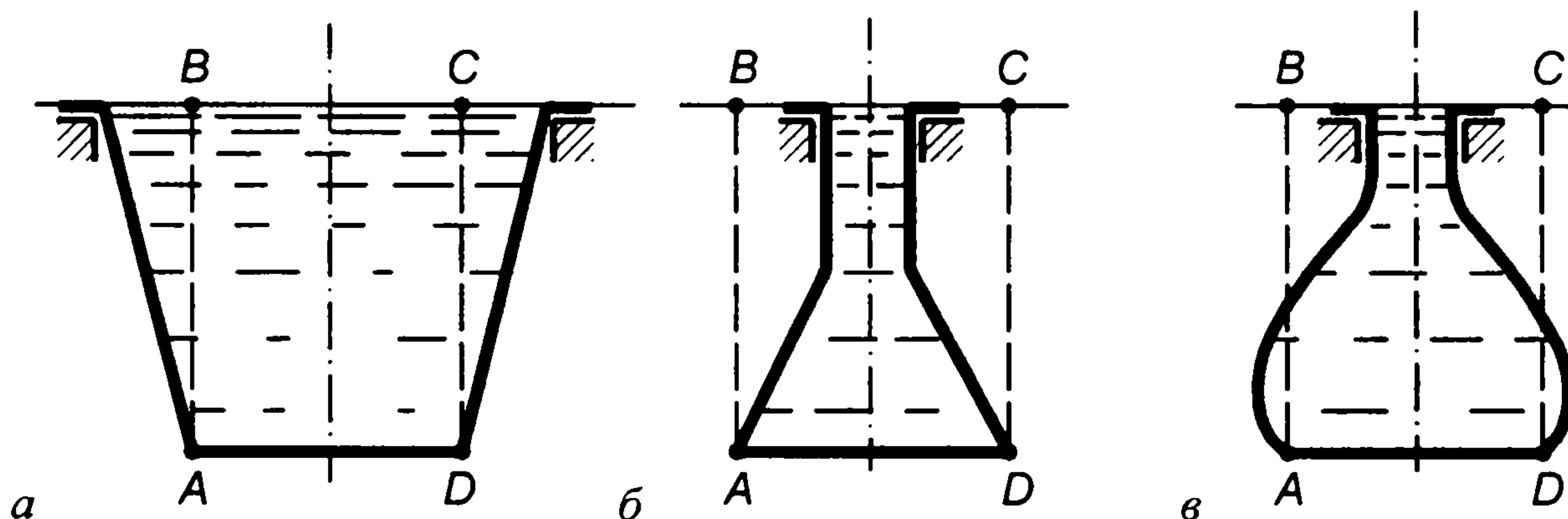


Рис. 12.2. До визначення сили, що діє на дно посудини

З останньої теореми можна зробити висновок, що у всіх трьох випадках, зображених на рис. 12.2, сила, яка діє на дно посудин, є однією і тією ж і дорівнює вазі рідини в об'ємі циліндра $ABCD$, що знаходиться над дном посудин.

12.2. Напруження в симетричних оболонках

Розглянемо симетричну оболонку (рис. 12.3, *a*) завтовшки δ , яка перебуває під внутрішнім тиском. Виберемо на серединній поверхні оболонки деяку точку M і через цю точку проведемо нормаль n до поверхні оболонки. Відрізки MO_1 і MO_2 є головними радіусами кривини серединної поверхні оболонки відповідно ρ_t в коловому перерізі і ρ_m в меридіональному перерізі (перерізі, в якому розташована точка M і вісь оболонки). В загальному випадку ρ_t і ρ_m є функціями кута ψ між нормаллю n і віссю оболонки.

Тепер виділимо з оболонки навколо точки M нескінченно малий елемент з розмірами ds_1 і ds_2 , який зображений на рис. 12.3, *б*. Будемо вважати, що на границях елемента виникають напруження σ_t і σ_m , а по нормалі n діє тиск p_0 . Напруження σ_t називається *коловим*, а напруження σ_m – *меридіональним*.

Напруження σ_t і σ_m , а також тиск p_0 , помножені на площі відповідних граней виділеного елемента, дадуть сили $\sigma_t \delta ds_2$, $\sigma_m \delta ds_1$ та $p_0 ds_1 ds_2$. Спроектувавши всі сили на нормаль n і суму проєкцій прирівнявши до нуля (умова рівноваги елемента), отримаємо

$$p_0 ds_1 ds_2 - \sigma_t \delta ds_2 d\varphi - \sigma_m \delta ds_1 d\psi = 0.$$

Оскільки $d\varphi = ds_1 / \rho_t$ і $d\psi = ds_2 / \rho_m$, то остаточно матимемо

$$\frac{\sigma_t}{\rho_t} + \frac{\sigma_m}{\rho_m} = \frac{p_0}{\delta}. \quad (12.1)$$

Записане співвідношення відоме під назвою *рівняння Лапласа*. До цього рівняння входять два невідомі напруження σ_t і σ_m . Для визначення напруження σ_m достатньо розглянути в рівновазі частину

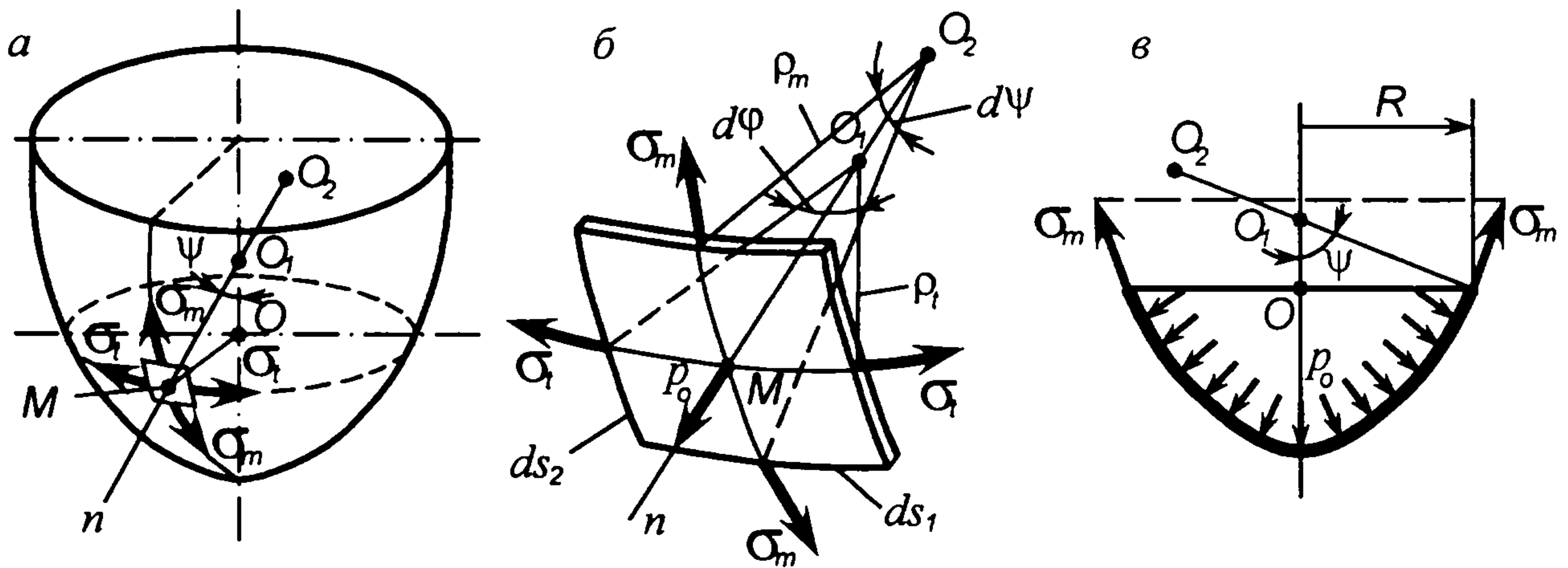


Рис. 12.3. До визначення напружень в оболонці

оболонки, яку зображено на рис. 12.3, в. Застосувавши теорему 1 з п. 12.1, запишемо рівнодійну тиску p_0 , яка діє вздовж осі оболонки

$$F = p_0 \pi R^2.$$

Цю силу зрівноважує протилежно направлена сила

$$F = 2\pi R \delta \sigma_m \sin \psi.$$

Із записаних виразів випливає, що

$$\sigma_m = \frac{p_0 R}{2\delta \sin \psi} = \frac{p_0 \rho_t}{2\delta}. \quad (12.2)$$

Таким чином, за безмоментною теорією напруження σ_t і σ_m в оболонці визначаються з рівнянь рівноваги. Трете головне напруження (радіальне) вважається малим, і напружений стан оболонки можна прийняти двовісним. Дійсно, найбільше радіальне напруження за абсолютною величиною дорівнює тиску p , тоді як значення σ_t і σ_m , згідно з рівнянням Лапласа, становить $p\rho_m/\delta$ або $p\rho_t/\delta$.

12.3. Розрахунок на міцність оболонок деяких форм

Розрахунки котлів, балонів, резервуарів та ін. зводяться до визначення з умов міцності товщини стінки, яку приймають за оболонку тієї чи іншої форми. Для прикладу розглянемо балон (рис. 12.4), який призначений для зберігання деякого газу під тиском p_0 . Балон має стінки циліндричної, сферичної і конічної форми.

Визначимо напруження і необхідну товщину стінок балона, які мають задані форми.

а) Для циліндричної частини балона $\rho_t = R$, а $\rho_m = \infty$. Тоді за формулою (12.1) маємо

$$\sigma_t = \frac{p_0 R}{\delta_1}, \quad (12.3)$$

а за формулою (12.2)

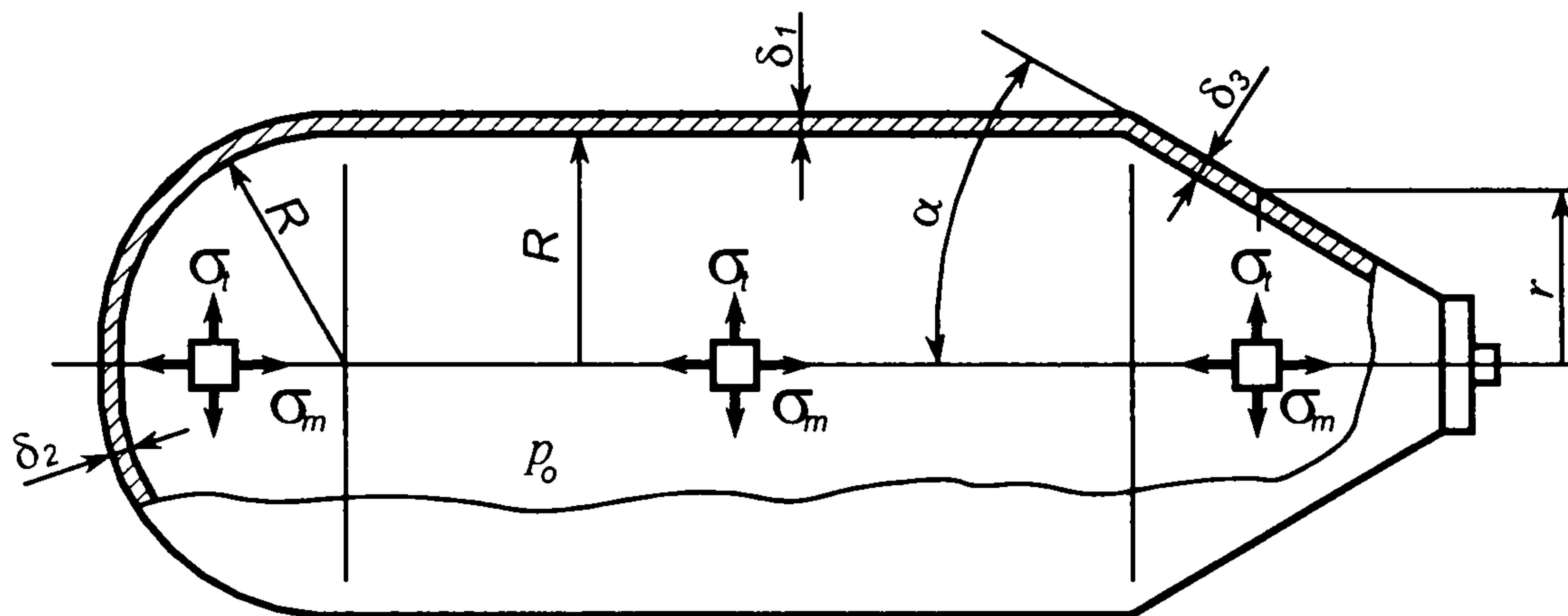


Рис. 12.4. Форма балона для стиснутого газу

$$\sigma_m = \frac{p_0 R}{2\delta_1}. \quad (12.4)$$

Порівняння виразів (12.3) і (12.4) показує, що колові напруження σ_t в циліндричній стінці балона в два рази більші від меридіональних σ_m , тобто руйнування стінки може відбутися по твірній циліндричної поверхні.

Необхідна товщина циліндричної стінки балона з умови міцності

$$\sigma_t = \frac{p_0 R}{\delta_1} \leq [\sigma]_p; \quad \delta_1 \geq \frac{p_0 R}{[\sigma]_p}. \quad (12.5)$$

Тут $[\sigma]_p$ – допустиме напруження розтягу для матеріалу стінки.

б) Для сферичної частини (днища) балона внаслідок повної симетрії $\rho_l = \rho_m = R$. За формулами (12.1) і (12.2) маємо

$$\sigma_t = \sigma_m = \frac{p_0 R}{2\delta_2}. \quad (12.6)$$

Товщина стінки днища балона

$$\delta_2 \geq \frac{p_0 R}{2[\sigma]_p}; \quad (12.7)$$

в) В конічній частині балона $\rho_m = \infty$, а $\rho_l = r / \cos \alpha$. Відповідно до формул (12.1) і (12.2) отримаємо

$$\sigma_t = \frac{p_0 r}{\delta_3 \cos \alpha}; \quad \sigma_m = \frac{p_0 r}{2\delta_3 \cos \alpha}. \quad (12.8)$$

Тут r – радіус перерізу конуса, де визначається напруження. В перерізах, близьких до більшої основи конуса, $r=R$, і тоді матимемо найбільші напруження

$$\sigma_t = \frac{p_0 R}{\delta_3 \cos \alpha}; \quad \sigma_m = \frac{p_0 R}{2\delta_3 \cos \alpha}. \quad (12.9)$$

Потрібна товщина конічної стінки балона

$$\delta_3 \geq \frac{p_0 R}{[\sigma]_p \cos \alpha}. \quad (12.10)$$

Порівняння виразів (12.5), (12.7) і (12.10) дозволяє зробити висновок, що найбільшу товщину треба надати конічній частині балона, але переважно балони виготовляють з матеріалу однакової товщини, яку приймають рівною δ_3 .

Тут зазначимо, що вибір матеріалу для виготовлення балонів, які працюють під внутрішнім тиском, а також допустимих напружень $[\sigma]_p$, здійснюється згідно з відповідними нормами, залежно від категорійності балонів.

Тепер розглянемо принцип розрахунку напівсферичного резервуара радіуса R (рис. 12.5, а), заповненого рідиною з питомою вагою γ .

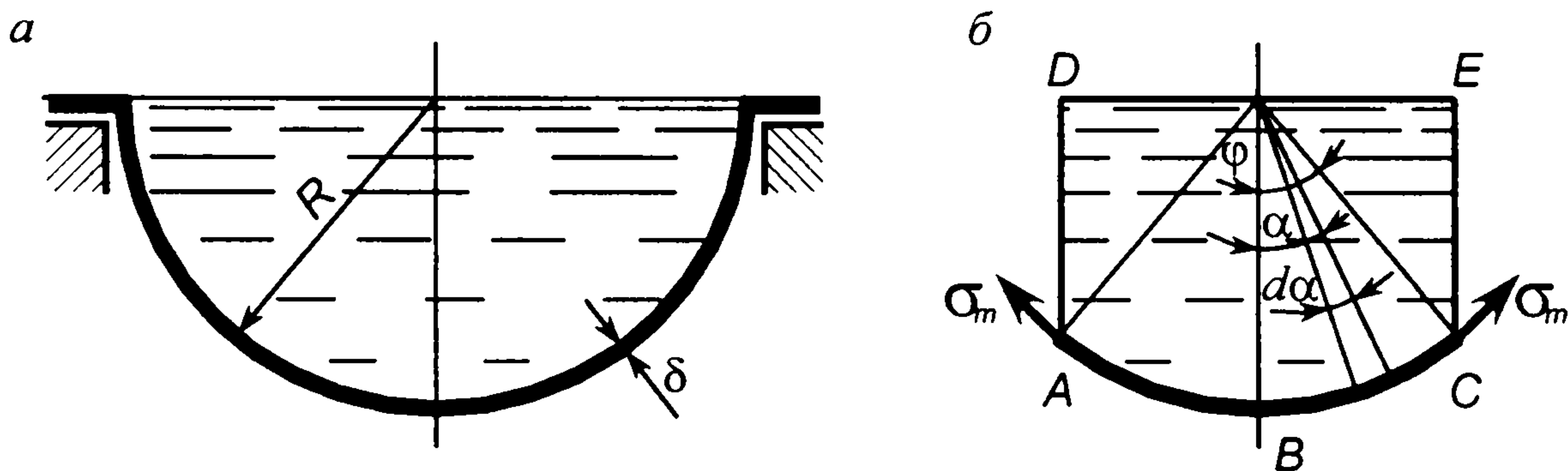


Рис. 12.5. До розрахунку сферичного резервуара

Попередньо визначимо напруження σ_m , яке діє в кільцевому перерізі сферичної стінки ABC резервуара (рис. 12.5, б), якщо при вершині конуса кут 2φ . Беручи до уваги теорему 2 п. 12.1, за умовою рівноваги виділеної сферичної стінки ABC запишемо

$$2\pi R\delta\sigma_m \sin^2 \varphi = V\gamma. \quad (12.11)$$

Тут V – об'єм рідини $ABCED$ (див. рис. 12.5, б), що знаходиться вище сферичної стінки ABC .

Якщо ввести допоміжний кут α , то для об'єму V можна записати

$$V = \int_0^{\varphi} 2\pi R^3 \sin \alpha \cos^2 \alpha d\alpha$$

або після спрощення

$$V = \frac{2}{3} \pi R^3 (1 - \cos^3 \varphi). \quad (12.12)$$

Підставлення (12.12) у (12.11) дає такий результат

$$\sigma_m = \frac{\gamma R^2}{3\delta} \frac{1 - \cos^3 \varphi}{\sin^2 \varphi}. \quad (12.13)$$

Звернемося тепер до рівняння Лапласа (12.1), підставимо в нього σ_m за виразом (12.13) і врахуємо, що

$$\begin{aligned} \rho_m &= \rho_l = R, \\ p &= \gamma R \cos \varphi. \end{aligned}$$

Тоді після перетворень та спрощень отримаємо вираз для визначення σ_t

$$\sigma_t = \frac{\gamma R^2}{3\delta} \left(3 \cos \varphi - \frac{1 - \cos^3 \varphi}{\sin^2 \varphi} \right). \quad (12.14)$$

З формул (12.13) і (12.14) знаходимо напруження: в найнижчій точці стінки резервуара ($\varphi=0$)

$$\sigma_m = \sigma_t = \frac{\gamma R^2}{2\delta}; \quad (12.15)$$

в точках стінки, розташованих на рівні рідини ($\varphi=90^\circ$)

$$\sigma_m = \frac{\gamma R^2}{3\delta}; \quad \sigma_t = -\frac{\gamma R^2}{3\delta}. \quad (12.16)$$

Згідно з виразами (12.15) і (12.16) маємо головні напруження і еквівалентне напруження:

в найнижчій точці стінки резервуара

$$\sigma_1 = \sigma_m = \frac{\gamma R^2}{2\delta}; \quad \sigma_2 = \sigma_t = \frac{\gamma R^2}{2\delta}; \quad \sigma_3 = 0;$$

$$\sigma_{E1} = \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\gamma R^2}{2\delta}. \quad (12.17)$$

в точках стінки, розташованих на рівні рідини,

$$\sigma_1 = \sigma_m = \frac{\gamma R^2}{3\delta}; \quad \sigma_2 = 0; \quad \sigma_3 = \sigma_t = -\frac{\gamma R^2}{3\delta};$$

$$\sigma_{E2} = \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{2\gamma R^2}{3\delta}. \quad (12.18)$$

Таким чином, товщину стінки напівсферичного резервуара за рис. 12.5, а слід визначати за напруженнями (12.18), оскільки $\sigma_{E2} > \sigma_{E1}$. Тоді за умовою міцності $\sigma_{E2} \leq [\sigma]_p$ маємо

$$\delta \geq \frac{2\gamma R^2}{3[\sigma]_p}. \quad (12.19)$$

У випадку закріплення резервуара у нижній його частині розподіл напружень σ_t і σ_m в різних точках його стінки буде іншим. Тоді формула (12.19) в розрахунках не може бути використаною.

12.4. Приклади розрахунку оболонок

Задача 12.1. Труба із внутрішнім діаметром $D=400$ мм призначена для подачі води під тиском $p_0=1,5$ МПа. Визначити за умовою міцності необхідну товщину δ стінки труби, якщо допустиме напруження для матеріалу труби $[\sigma]_p=90$ МПа.

Розв'язання. Трубу розглянемо як оболонку, причому прийнемо за радіус її серединної поверхні $R=0,5D=0,5 \cdot 400=200$ мм.

Тоді за формулою (12.5) маємо необхідну товщину стінки труби

$$\delta \geq \frac{p_0 R}{[\sigma]_p} = \frac{1,5 \cdot 200}{90} = 3,33 \text{ мм.}$$

Для заданих умов роботи треба вибрати трубу з товщиною стінки $\delta=3,5$ мм.

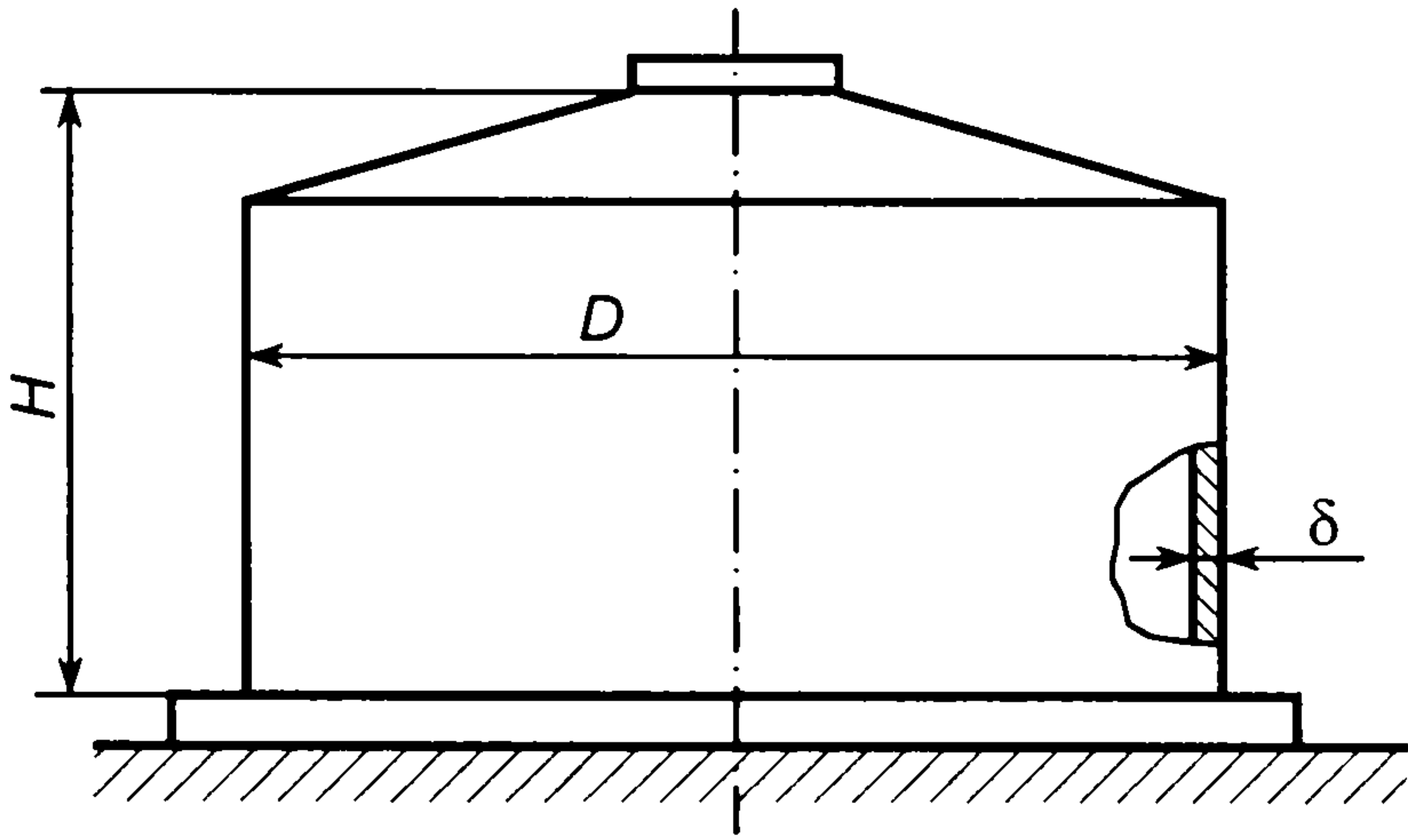


Рис. 12.6. Форма циліндричного резервуара

Прийнявши радіус серединної поверхні циліндричної стінки резервуара $R=0,5D=0,5 \cdot 4=2$ м=2000 мм, за формулою (12.5) матимемо необхідну товщину стінки

$$\delta \geq \frac{p_0 R}{[\sigma]_p} = \frac{0,105 \cdot 2000}{90} = 2,33 \text{ мм.}$$

Для виготовлення резервуара треба взяти листову сталь завтовшки $\delta=2,5$ мм.

Задача 12.2. Циліндричний сталевий резервуар (рис. 12.6) діаметром $D=4$ м і висотою $H=3,5$ м встановлений на горизонтальну основу і призначений для зберігання рідини з питомою вагою $\gamma=3 \cdot 10^4$ Н/м³. Визначити за умовою міцності необхідну товщину δ стінки циліндричної частини резервуара, якщо допустиме напруження $[\sigma]_p=90$ МПа.

Розв'язання. Якщо питома вага рідини γ , то тиск рідини в резервуарі на рівні його дна

$$p = \gamma H = 3 \cdot 10^4 \cdot 3,5 = 1,05 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2 = 0,105 \text{ МПа.}$$

ГЛАВА 13. ОСНОВИ РОЗРАХУНКІВ ГНУЧКИХ НИТОК

13.1. Основні розрахункові залежності для підвішеної вагомої нитки

Гнучкими нитками в техніці прийнято називати такі елементи конструкцій, які здатні чинити опір тільки розтягу. До таких елементів в інженерній практиці відносять ланцюги підвісних мостів, несучі канати підвісних канатних доріг, підвішені на опорах проводи ліній електричних чи телефонних мереж тощо.

Точки підвішування гнучкої нитки можуть бути на одному або на різних рівнях відносно горизонту, а навантаження гнучкої нитки буває розподіленим по її довжині або зосередженим. В розрахунках гнучких ниток, крім інших навантажень, істотного значення надається їхній власній вазі. Під дією власної ваги гнучка нитка провисає і набуває форму певної кривої лінії.

Розглянемо гнучку нитку постійного поперечного перерізу (рис. 13.1, а), яка навантажена власною вагою і підвішена в двох точках А і В, що знаходяться на різних рівнях. Горизонтальна проекція l відрізка АВ називається *прогоном*. Провисання нитки вважається малим порівняно

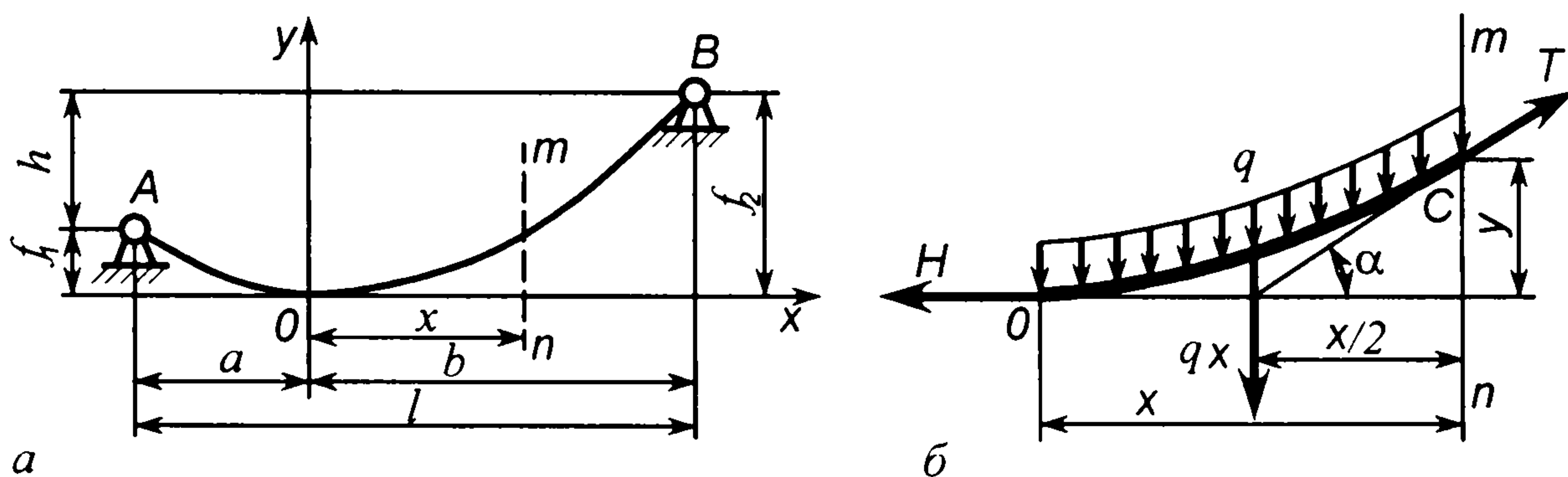


Рис. 13.1. До виведення розрахункових формул для підвішеної вагової нитки

з її прогоном, тому можна прийняти, що вага рівномірно розподілена не по довжині нитки, а по довжині прогону l . Навантаження на нитку q (Н/м) може бути не тільки від власної ваги, але і від ваги утвореної на ній ожеледі, а також від напору вітру.

Для виведення основних розрахункових залежностей візьмемо початок координат в найнижчій точці провислої гнучкої нитки (див. рис. 13.1, а). Тепер виділимо частину нитки двома перерізами, відстань між якими x (рис. 13.1, б). Оскільки нитка гнучка і чинить опір тільки розтягу, то сили H і T діють по дотичній до виділеної частини нитки на її кінцях.

Тепер запишемо одне із рівнянь рівноваги для виділеної частини нитки

$$\sum M_c(F_i) = 0; \quad Hy - qx \frac{x}{2} = 0.$$

Із записаної умови рівноваги отримаємо рівняння кривої провисання нитки, яка являє собою параболу:

$$y = \frac{qx^2}{2H}. \quad (13.1)$$

Тепер розглянемо два варіанти підвішування гнучкої нитки.

а) Дві точки підвішування розташовано на одному рівні.

В цьому випадку $f_1 = f_2 = f$ (див. рис. 13.1, а). Величина f називається стрілою провисання. Тут маємо $a = b = l/2$; $x = b = l/2$; $y = f$ і тоді формула (13.1) дає значення стріли провисання

$$f = \frac{ql^2}{8H}, \quad (13.2)$$

або горизонтальний натяг нитки

$$H = \frac{ql^2}{8f}. \quad (13.3)$$

Якщо записати інше рівняння рівноваги виділеної частини нитки (див. рис. 13.1, б), то отримаємо

$$\sum F_{ix} = 0; \quad -H + T \cos \alpha = 0,$$

звідки знаходимо силу натягу T в довільній точці нитки

$$T = H / \cos \alpha. \quad (13.4)$$

З формули (13.4) видно, що найбільша сила натягу виникає в точках підвішування нитки. Для підвішених на одному рівні ниток, що мають $f \ll l$ і, відповідно $\alpha \approx 0$, приймають $T \approx H$.

Таким чином, величина навантаження q на нитку, довжина прогону l та стріла провисання f дозволяють за формулою (13.3) визначити найбільшу силу натягу в підвішеній нитці.

За відомим з аналітичної геометрії методом можна встановити зв'язок довжини s нитки за кривою провисання з довжиною прогону l і стрілою провисання f . Формула такого зв'язку має вигляд

$$s = l + \frac{8f^2}{3l}. \quad (13.5)$$

б) Дві точки підвішування нитки розташовано на різних рівнях.

Якщо точки підвішування розташовано на різних рівнях, то, підставляючи в рівняння (13.1) $x = -a$ і $x = b$, знайдемо f_1 і f_2 :

$$f_1 = \frac{qa^2}{2H}; \quad f_2 = \frac{qb^2}{2H}. \quad (13.6)$$

З другого рівняння (13.6) маємо

$$H = \frac{qb^2}{2f_2}. \quad (13.7)$$

Поділивши перше на друге рівняння (13.6), отримаємо

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{a^2}{b^2} \quad \text{або} \quad a = \pm b \sqrt{f_1 / f_2}.$$

Але $a + b = l$ і тоді $l = b \pm b \sqrt{f_1 / f_2}$, або $b = \frac{l}{1 \pm \sqrt{f_1 / f_2}}$.

Підставивши b в (13.7) матимемо

$$H = \frac{ql^2}{2(\sqrt{f_2} \pm \sqrt{f_1})^2}. \quad (13.8)$$

Наявність двох знаків у формулі (13.8) означає, що можливі дві основні форми провисання нитки. Знак мінус приймають у випадку, коли найнижча точка кривої провисання лежить в межах прогону l , а знак плюс – якщо найнижча точка розташована поза прогоном.

13.2. Особливості розрахунків проводів ліній електропередач

Розрахунок проводів повітряних електропередач виконують для забезпечення їхньої міцності в умовах експлуатації. При цьому визначають необхідну стрілу провисання проводів, яка забезпечує їхню міцність і належні умови експлуатації, наприклад, потрібну висоту підвішування

(висоту опор). Зупинимось на особливостях розрахунків проводів, що мають точки підвішування на однаковому рівні.

Вихідними даними для розрахунків є такі: прогін (відстань між опорами) l ; марка і тип проводу; навантаження на провід q ; кліматичні і атмосферні умови експлуатації лінії електропередачі. Такі параметри, як відстань l між опорами, марка і тип проводу, встановлюються на підставі електротехнічних розрахунків і відповідних норм, що зведені у Правила будови електроустановок.

Кліматичні і атмосферні умови впливають на проводи ліній електропередач у такий спосіб. Зміна температури повітря викликає зміну стріли провисання і натягу проводів. Небезпечними є максимальна і мінімальні температури, за яких спостерігаються, відповідно, максимальна стріла провисання і максимальний натяг. Небезпечними є низькі температури (нижче $0\text{ }^{\circ}\text{C}$), коли утворюється ожеледь і діють вітрові навантаження.

Навантаження q (Н/м) на провід приймають не однаковим в різні періоди експлуатації. Якщо температура повітря $t > 0\text{ }^{\circ}\text{C}$, то приймають $q = q_0$, де q_0 – вага одного погонного метра проводу. За умови $t \leq 0\text{ }^{\circ}\text{C}$, навантаження на провід q_{\max} складається з власної ваги q_0 проводу, ваги ожеледі $q_{\text{л}}$ і вітрового навантаження $q_{\text{в}}$. Якщо врахувати, що вітрове навантаження переважно горизонтальне, то

$$q_{\max} = \sqrt{(q_0 + q_{\text{л}})^2 + q_{\text{в}}^2}. \quad (13.9)$$

Залежно від кліматичного району товщину ожеледі (льоду) на проводах приймають $\delta = 5 \dots 25$ мм. Якщо діаметр проводу d , а питома вага льоду $\gamma = 9 \cdot 10^3$ Н/м³, то навантаження від ожеледі на один метр довжини проводу

$$q_{\text{л}} = 9 \cdot 10^3 \pi \delta (d + \delta). \quad (13.10)$$

У записаній формулі d і δ в метрах, $q_{\text{л}}$ – в Н/м.

Вітрове навантаження $q_{\text{в}}$ (Н/м) на провід з ожеледдю прийнято визначати за формулою

$$q_{\text{в}} = 0,636 V^2 (d + 2\delta), \quad (13.11)$$

де V – швидкість вітру, м/с; d і δ – діаметр проводу і товщина ожеледі, м.

Найнебезпечнішими, але ймовірними умовами роботи проводу є такі, коли температура повітря $t = t_{\min}$, а навантаження $q = q_{\max}$ (наявність ожеледі і вітрового навантаження). Тоді стріла провисання проводу мінімальна, а його натяг максимальний. Для цих умов визначимо за формулою (13.2) мінімальну стрілу провисання, прийнявши максимально допустимий натяг проводу $H_{\max} = A[\sigma]_{\text{р}}$ (за умовою міцності на розтяг)

$$f_{\min} = \frac{q_{\max} l^2}{8A[\sigma]_{\text{р}}}. \quad (13.12)$$

Тут A – площа поперечного перерізу проводу, а $[\sigma]_{\text{р}}$ – допустиме напруження розтягу для матеріалу проводу (задають у відповідних нормах для різних типів та марок проводів).

Тепер встановимо, як змінюватиметься довжина проводу в прогоні із зміною умов його роботи. Мінімальна довжина проводу за формулою (13.5) при $t=t_{\min}$

$$s_{\min} = l + \frac{8f_{\min}^2}{l}. \quad (13.13)$$

Видовження проводу за рахунок температурних деформацій при зміні температури від t_{\min} до t

$$\Delta s_t = \alpha l(t - t_{\min}), \quad (13.14)$$

де α – коефіцієнт температурного лінійного розширення матеріалу проводу, а t – деяка поточна температура повітря.

Вкорочення проводу за рахунок зменшення його сили натягу при зміні умов роботи

$$\Delta s_H = \frac{(H_{\max} - H)l}{EA} = \frac{H_{\max}l}{EA} - \frac{ql^3}{8fEA}. \quad (13.15)$$

Тут $H = ql^2 / (8f)$ – деяке поточне значення натягу проводу за формулою (13.3), E – модуль пружності матеріалу проводу.

Довжина проводу в прогоні за довільних умов його роботи

$$s = s_{\min} + \Delta s_t - \Delta s_H = l + \frac{8f_{\min}^2}{l} + \alpha l(t - t_{\min}) - \frac{H_{\max}l}{EA} + \frac{ql^3}{8fEA}. \quad (13.16)$$

Стріла провисання проводу за формулою (13.5), якщо його довжина у прогоні дорівнює s

$$f = \sqrt{\frac{3ls}{8} - \frac{3l^2}{8}}. \quad (13.17)$$

Тепер, якщо підставити у формулу (13.17) значення s за виразом (13.16), то після перетворень отримаємо таке рівняння стану проводу для визначення стріли його провисання в різних умовах роботи

$$f^3 - \left[f_{\min}^2 - \frac{3l^2 H_{\max}}{8EA} + \frac{3\alpha l^2}{8}(t - t_{\min}) \right] f - \frac{3ql^4}{64EA} = 0. \quad (13.18)$$

Записане рівняння дозволяє визначити стрілу провисання f проводу для таких характерних умов:

а) навантаження на провід максимальне ($q=q_{\max}$), а температура повітря відповідає температурі утворення ожеледі ($t=0$ °С);

б) провід навантажений власною вагою ($q=q_0$), а температура повітря $t=0$ °С;

в) провід навантажений власною вагою ($q=q_0$), а температура повітря $t=t_{\max}$;

г) провід навантажений власною вагою ($q=q_0$), а температура повітря відповідає умовам підвішування (монтажу) проводу ($t=t_M$).

Очевидно, найбільша стріла провисання може виникати за умов (а) або (в). За найбільшою стрілою провисання f_{\max} встановлюють потрібну

висоту точок підвішування проводу $h \geq f_{\max} + [h]$, де $[h]$ – допустима висота проводу над землею, яка встановлюється відповідними нормами безпеки.

Потреба визначення стріли провисання проводу за умовою (г) диктується тим, що під час його підвішування необхідно вести контроль правильності монтажу лінії електропередачі.

13.3. Приклад розрахунку підвішеного електропроводу

Задача. Багатожильний алюмінієвий електропровід діаметром $d=12$ мм підвішують на опорах (рис. 13.2) в точках, що розташовані на одному рівні відносно горизонту, при температурі $t_M=+20^\circ\text{C}$. Відстань між опорами (прогін) $l=80$ м. За електротехнічними нормами допустиме напруження на розтяг для проводу $[\sigma]_p=40$ МПа. Умови роботи електропроводу: мінімальна температура $t_{\min}=-30^\circ\text{C}$; максимальна температура $t_{\max}=+35^\circ\text{C}$; можлива максимальна товщина ожеледі на проводі $\delta=10$ мм; найбільша швидкість вітру $V=15$ м/с.

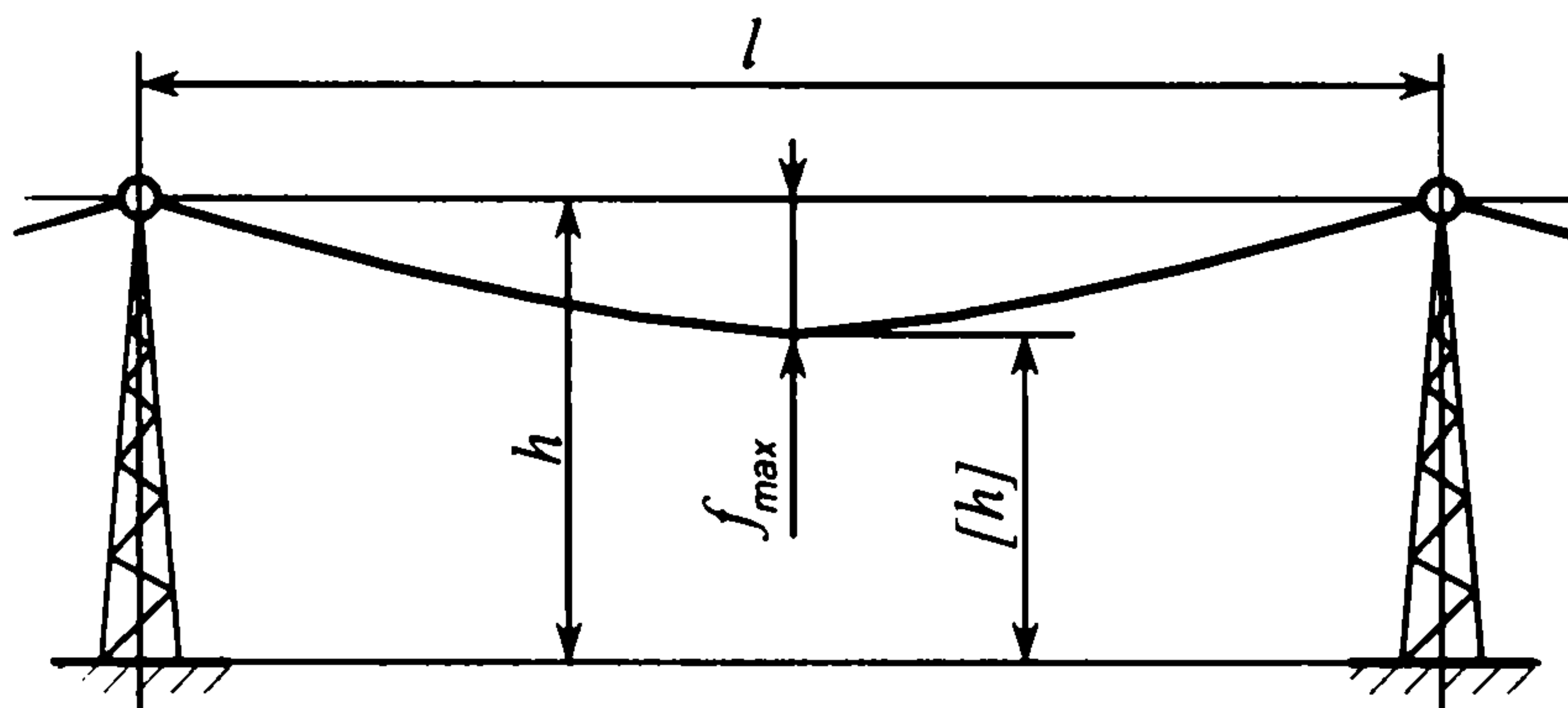


Рис. 13.2. Схема розташування електропроводу на опорах

Потрібно визначити мінімальну стрілу провисання f_{\min} проводу за умови забезпечення його міцності, стрілу провисання в умовах підвішування проводу, а також необхідну висоту точок підвішування h проводу, якщо допустима його висота над землею $[h]=6$ м.

Розв'язання. 1. Вихідні величини для виконання розрахунків.

Модуль пружності матеріалу проводу $E=62 \cdot 10^3$ МПа.

Коефіцієнт температурного лінійного розширення для алюмінію $\alpha=23 \cdot 10^{-6}$ $1/^\circ\text{C}$.

Питома вага алюмінію $\gamma_a=27 \cdot 10^3$ Н/м³.

Питома вага льоду (ожеледі) $\gamma_n=9 \cdot 10^3$ Н/м³.

Площа поперечного перерізу проводу $A = \pi d^2 / 4 = 3,14 \cdot 12^2 / 4 = 113$ мм².

2. Розрахунок навантажень на електропровід.

Навантаження від власної ваги проводу

$$q_0 = A \gamma_a = 113 \cdot 10^{-6} \cdot 27 \cdot 10^3 = 3 \text{ Н/м.}$$

Навантаження проводу від ожеледі за формулою (13.10)

$$q_n = \gamma_n \pi \delta (d + \delta) = 9 \cdot 10^3 \cdot 3,14 \cdot 10 (12 + 10) \cdot 10^{-6} = 6,2 \text{ Н/м.}$$

Вітрове навантаження проводу за формулою (13.11)

$$q_v = 0,636 V^2 (d + 2\delta) = 0,636 \cdot 15^2 (12 + 2 \cdot 10) \cdot 10^{-3} = 4,6 \text{ Н/м.}$$

Максимальне навантаження проводу за формулою (13.9)

$$q_{\max} = \sqrt{(q_0 + q_n)^2 + q_v^2} = \sqrt{(3 + 6,2)^2 + 4,6^2} = 10,3 \text{ Н/м.}$$

3. Визначення стріли провисання проводу в характерних умовах його роботи

Для найнебезпечніших умов роботи мінімальна стріла провисання проводу з умови його міцності на розтяг (див. формулу (13.12))

$$f_{\min} = \frac{q_{\max} l^2}{8A[\sigma]_p} = \frac{10,3 \cdot 80^2}{8 \cdot 113 \cdot 10^{-6} \cdot 40 \cdot 10^6} = 1,82 \text{ м.}$$

Рівняння (13.18) стану проводу в різних умовах роботи

$$f^3 - \left[f_{\min}^2 - \frac{3l^2 H_{\max}}{8EA} + \frac{3\alpha l^2}{8}(t - t_{\min}) \right] f - \frac{3ql^4}{64EA} = 0.$$

Якщо максимальний натяг проводу $H_{\max} = A[\sigma]_p = 113 \cdot 40 = 4520$ Н, то для нашої задачі матимемо таке рівняння

$$f^3 - \left[1,82^2 - \frac{3 \cdot 80^2 \cdot 4520}{8 \cdot 62 \cdot 10^3 \cdot 10^6 \cdot 113 \cdot 10^{-6}} + \frac{3 \cdot 23 \cdot 10^{-6} \cdot 80^2}{8}(t - t_{\min}) \right] f - \frac{3q80^4}{64 \cdot 62 \cdot 10^3 \cdot 10^6 \cdot 113 \cdot 10^{-6}} = 0.$$

Після підрахунків записане рівняння набуде вигляду

$$f^3 - [1,76 + 0,055(t - t_{\min})]f - 0,274q = 0.$$

Стріла провисання проводу для таких характерних випадків:

а) навантаження проводу максимальне ($q = q_{\max} = 10,3$ Н/м), а температура повітря відповідає температурі утворення ожеледі ($t = 0^\circ\text{C}$)

$$f^3 - [1,76 + 0,055(0 + 30)]f - 0,274 \cdot 10,3 = 0;$$

$$f^3 - 3,41f - 2,82 = 0; \quad f = 2,17 \text{ м.}$$

б) провід навантажений власною вагою ($q = q_0 = 3$ Н/м), а температура повітря $t = 0^\circ\text{C}$

$$f^3 - [1,76 + 0,055(0 + 30)]f - 0,274 \cdot 3 = 0;$$

$$f^3 - 3,41f - 0,82 = 0; \quad f = 1,96 \text{ м.}$$

в) провід навантажений власною вагою ($q = q_0 = 3$ Н/м), а температура повітря $t = t_{\max} = +35^\circ\text{C}$

$$f^3 - [1,76 + 0,055(35 + 30)]f - 0,274 \cdot 3 = 0;$$

$$f^3 - 5,33f - 0,82 = 0; \quad f = 2,38 \text{ м.}$$

г) провід навантажений власною вагою ($q = q_0 = 3$ Н/м), а температура повітря відповідає умовам підвішування (монтажу) проводу ($t = t_{\text{м}} = +20^\circ\text{C}$)

$$f^3 - [1,76 + 0,055(20 + 30)]f - 0,274 \cdot 3 = 0;$$

$$f^3 - 4,51f - 0,82 = 0; \quad f = 2,21 \text{ м.}$$

4. *Необхідна висота точок підвішування проводу (висота опор)*

Розрахунки показали, що максимальна стріла провисання проводу $f_{\max} = 2,38$ м має місце при максимальній температурі повітря $t = +35^\circ\text{C}$. Тоді необхідна висота опор для підвішування проводу (див. рис. 13.2)

$$h \geq f_{\max} + [h] = 2,38 + 6 = 8,38 \text{ м.}$$

Примітка. Для знаходження в даній задачі дійсного кореня кубічного рівняння типу $y^3 + py + q = 0$ можна скористатись формулою Кардано

$$y_1 = u + v,$$

де $u = \sqrt[3]{-q/2 + \sqrt{D}}$; $v = \sqrt[3]{-q/2 - \sqrt{D}}$; $D = (p/3)^3 + (q/2)^2$ (випадок $D > 0$).

Якщо $D < 0$, то рівняння має три дійсні корені:

$$y_1 = 2\sqrt[3]{\rho} \cos(\varphi/3); \quad y_2 = 2\sqrt[3]{\rho} \cos(\varphi/3 + 2\pi/3); \quad y_3 = 2\sqrt[3]{\rho} \cos(\varphi/3 + 4\pi/3),$$

де $\rho = \sqrt{-p^3/27}$, $\cos \varphi = -q/(2\rho)$.

ГЛАВА 14. СТІЙКІСТЬ СТИСНУТИХ СТЕРЖНІВ

14.1. Загальні поняття про стійкість стержнів

Розрахунки стиснутих стержнів на міцність і жорсткість викладені у главі 5. Однак стиснуті стержні значної довжини потрібно також перевіряти на *стійкість*, оскільки поведінка таких стержнів істотно відрізняється від поведінки коротких стержнів.

Розглянемо довгий прямий стержень AB (рис. 14.1, *a*), який навантажений осьовою стискувальною силою F , що прикладена в центрі ваги його кінцевого перерізу. Досліди показують, що в цьому випадку можливі дві форми рівноваги осі стержня: прямолінійна і криволінійна. У випадку малих значень сили F стержень стискається, але залишається прямолінійним. Якщо його вивести зі стану рівноваги, то він почне коливатись відносно вертикального положення і після завершення коливань набуде початкової форми. Таку форму рівноваги називають *стійкою*.

Якщо збільшувати стискувальну силу F , то за деякого її значення відхилений від вертикального положення стержень не повертається до свого початкового положення, він зігнеться і набуде нової форми рівноваги – криволінійної (рис. 14.1, *б*), тобто стержень втратить стійкість.

Найменше значення стискувальної сили, за якого стиснутий стержень втрачає здатність зберігати прямолінійну форму, називають *критичною силою* $F_{кр}$. Якщо $F = F_{кр}$, то прямолінійна форма рівноваги стержня стає *нестійкою*.

Тут зауважимо, що навіть тоді, коли напруження стиску від дії критичної сили $F_{кр}$ набагато менші від границі текучості і границі міцності матеріалу стержня, останній виходить з ладу (втрачає свою працездатність) через втрату стійкості. Тому незалежно від розрахунку стиснутих стержнів на міцність першорядного значення набуває їх розрахунок на стійкість. Це особливо стосується стержнів, в яких довжина значно перевищує розмір їхнього поперечного перерізу.

У практичних розрахунках критичну силу $F_{кр}$ належить розглядати як граничну, а фактична стискувальна сила, природно, повинна бути меншою ніж критична. Відношення критичної сили до фактичної стискувальної сили прийнято називати *коефіцієнтом запасу стійкості* $s_{ст}$. Умову забезпечення стійкості стиснутого стержня записуємо так:

$$s_{ст} = \frac{F_{кр}}{F} \geq [s]_{ст}. \quad (14.1)$$

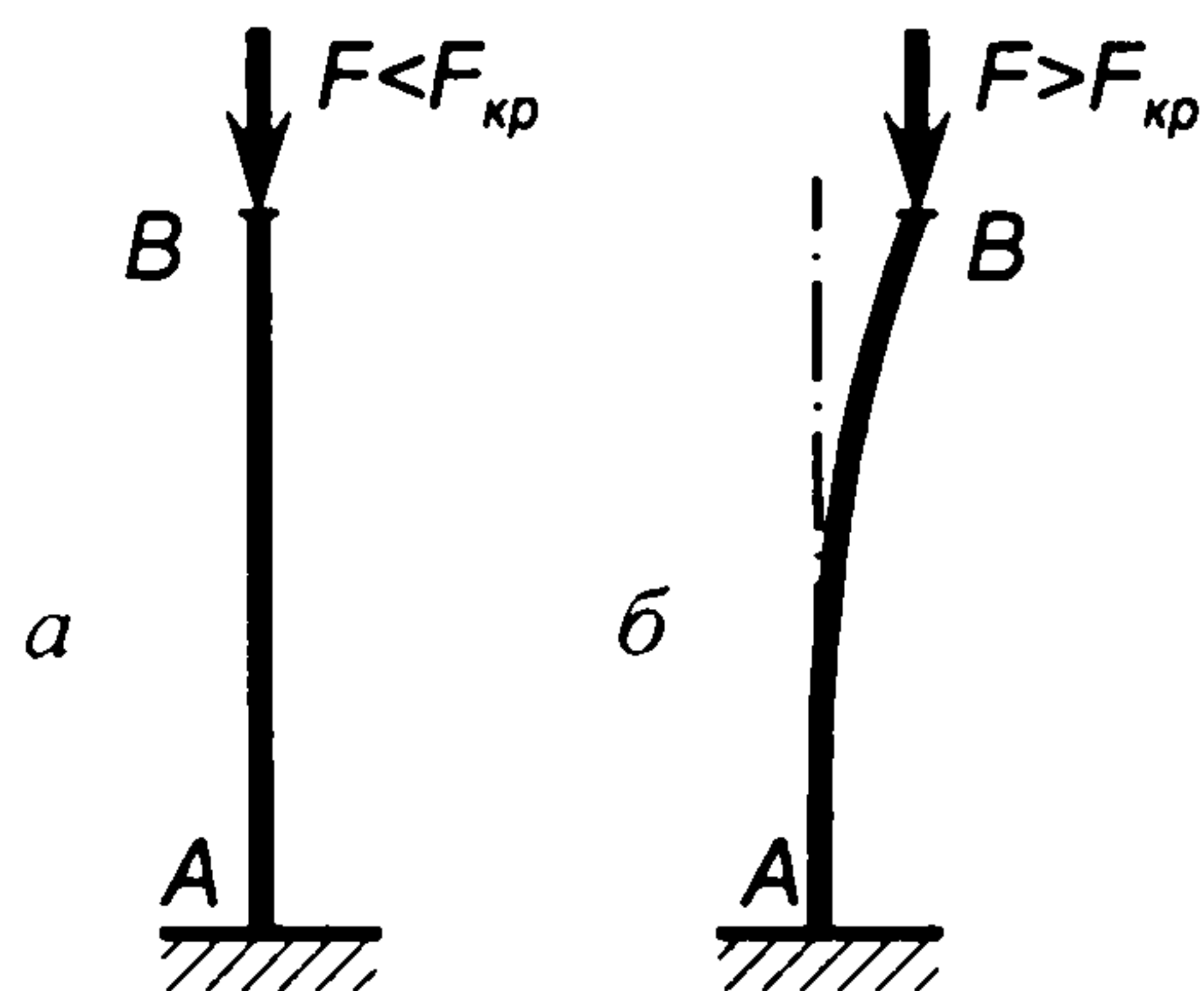


Рис. 14.1. Втрата стійкості стиснутого стержня

Допустимі величини коефіцієнтів запасу стійкості приймають $[s]_{\text{ст}}=1,8...4$, причому більші значення беруть для деталей конструкцій високої відповідальності.

14.2. Задача Ейлера

Задача визначення критичної сили для прямого стиснутого стержня вперше була розв'язана теоретично у 1744 році відомим математиком і механіком Леонардом Ейлером.

Розглянемо задачу Ейлера для прямого стержня завдовжки l з шарнірними опорами (рис.14.2). В умовах втрати стійкості стержень згинатиметься у площині найменшої жорсткості, сумісної з площиною Oxy прийнятої координатної системи.

Якщо осьова сила, яка стискає стержень, досягне критичного значення $F_{\text{кр}}$, то стержень зігнеться і в його поперечних перерізах виникнуть згинальні моменти $M(x)=F_{\text{кр}}y(x)$. Підставивши $M(x)$ у диференціальне рівняння зігнутої осі стержня (8.24), одержимо

$$y''(x) = -\frac{F_{\text{кр}}}{EI_{0\text{min}}} y(x), \quad (14.2)$$

де $I_{0\text{min}}$ – мінімальний осьовий момент інерції поперечного перерізу стержня.

Записане рівняння (14.2) зведемо до вигляду

$$y'' + k^2 y = 0, \quad (14.3)$$

де

$$k^2 = \frac{F_{\text{кр}}}{EI_{0\text{min}}}. \quad (14.4)$$

Розв'язок диференціального рівняння (14.3)

записуємо так:

$$y = A \sin kx + B \cos kx. \quad (14.5)$$

Сталі інтегрування A і B визначаються за граничними умовами

$$y(0) = 0; \quad y(l) = 0. \quad (14.6)$$

Із першої з цих умов випливає, що $B=0$ і розв'язок (14.5) набуває вигляду

$$y = A \sin kx.$$

З другої умови (14.6) отримуємо

$$A \sin kl = 0.$$

Оскільки $A \neq 0$ (стержень зігнутий), то $\sin kl = 0$ і $kl = n\pi$, де n – довільне ціле число. В практичних розрахунках приймають $n=1$ і тоді, враховуючи, що $k=\pi/l$, з виразу (14.4) знаходимо

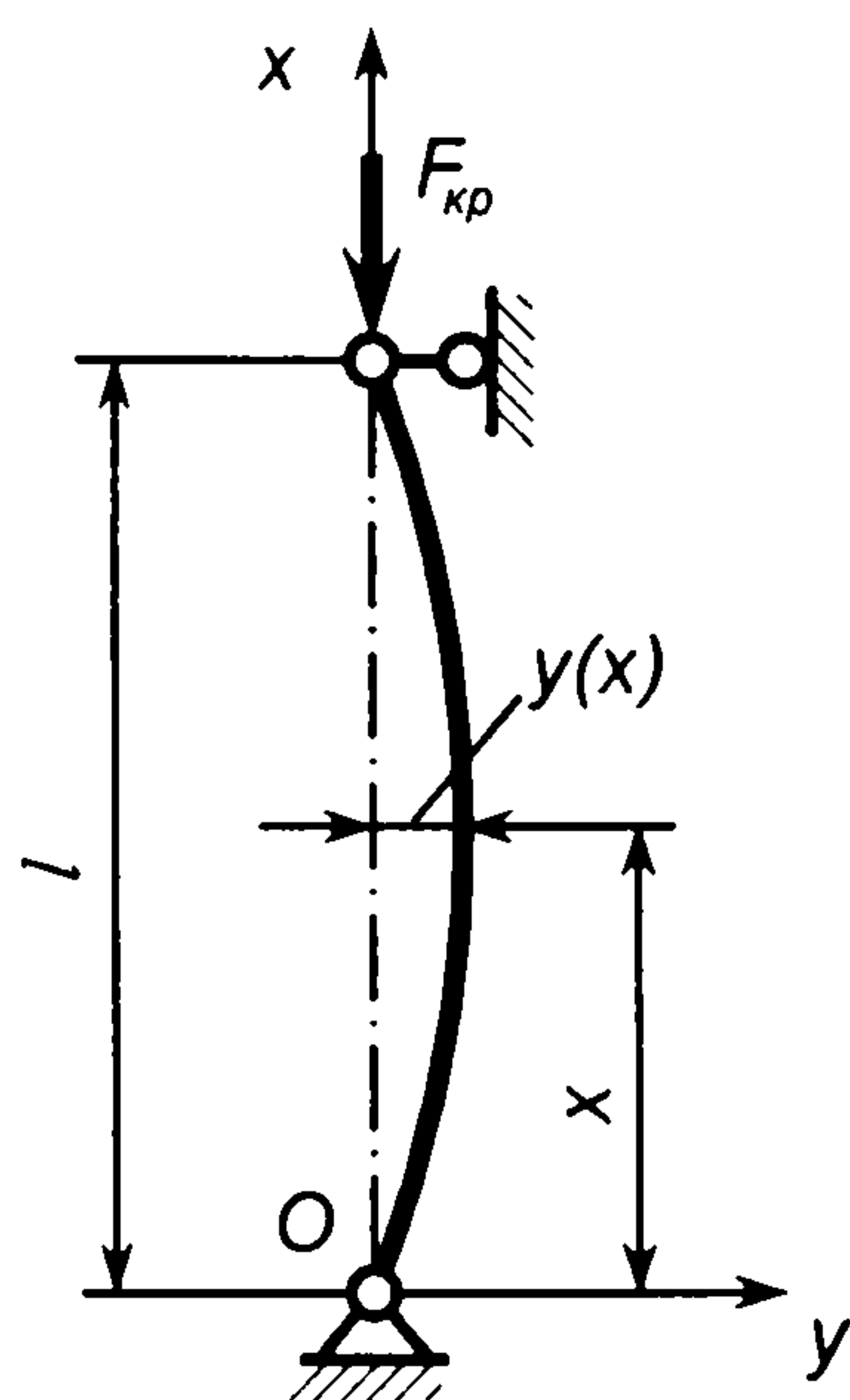


Рис. 14.2. До виведення формули Ейлера

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EI_{0min}}{l^2}. \quad (14.7)$$

Записана формула (14.7) для критичної сили справедлива для випадку шарнірного закріплення опорних перерізів стержня (див. рис. 14.2). Для інших способів закріплення кінців стержня формула Ейлера (14.7) набуває вигляду

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EI_{0min}}{(\mu l)^2}, \quad (14.8)$$

де μl – зведена довжина стержня.

Коефіцієнти μ набувають, залежно від умов закріплення кінців стержня, значень, вказаних на рис. 14.3.

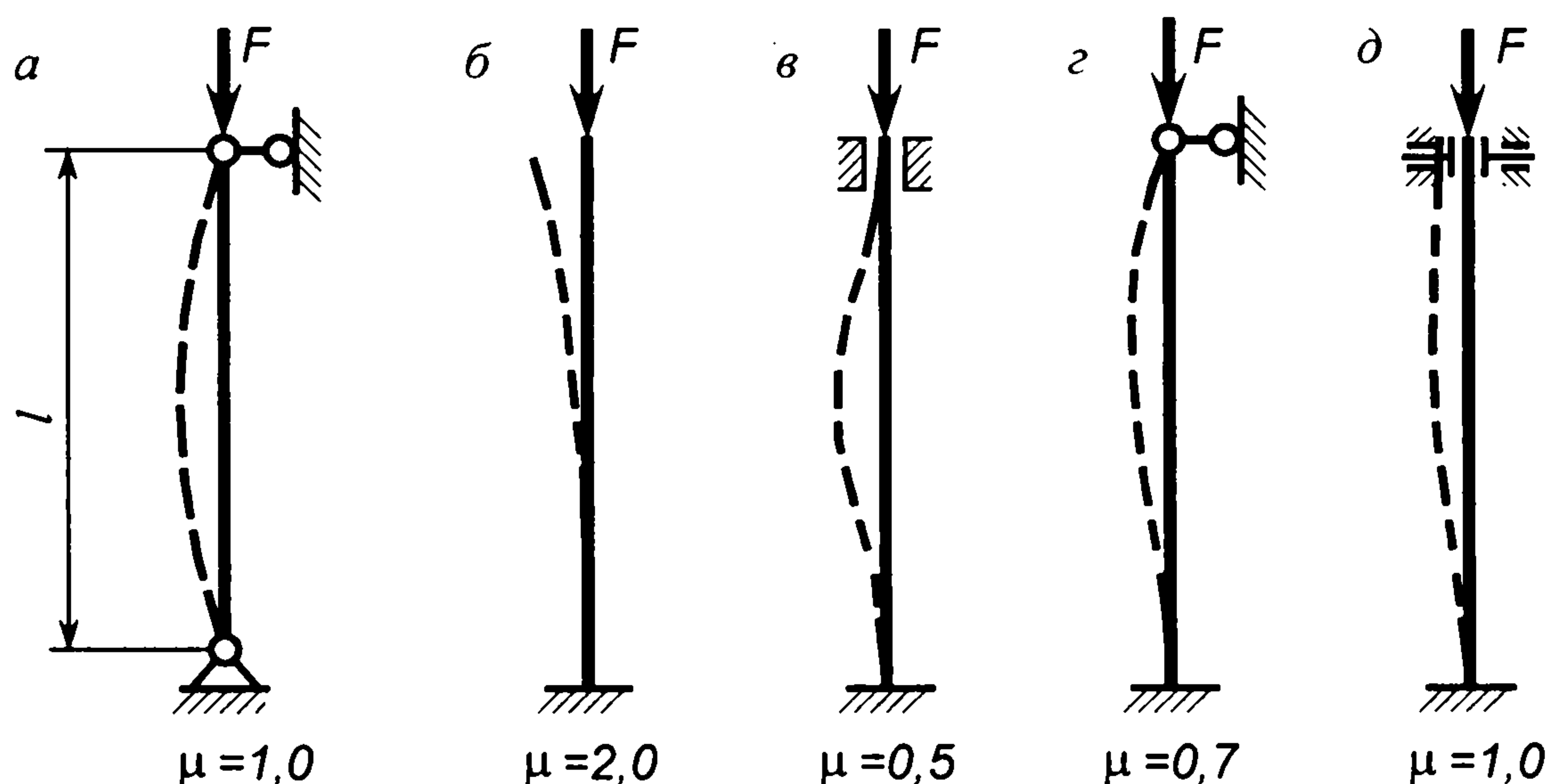


Рис. 14.3. Способи закріплення кінців стержня та коефіцієнти зведення довжини

14.3. Критичні напруження. Розрахунок на стійкість стиснутих стержнів

Нормальне напруження в поперечному перерізі площею A стиснутого стержня, яке відповідає критичній стискаючій силі $F_{кр}$, називають *критичним напруженням*.

Беручи до уваги формулу Ейлера (14.8), маємо

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 EI_{0min}}{A(\mu l)^2}. \quad (14.9)$$

Враховуючи, що $\sqrt{I_{0min} / A} = i_{min}$ – найменший радіус інерції поперечного перерізу стержня, вираз (14.9) подаємо так

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{(\mu l / i_{min})^2}.$$

Величину $\mu l / i_{\min} = \lambda$ прийнято називати *гнучкістю стержня*. Гнучкість стержня характеризує здатність стержня чинити опір його викривленню залежно від розмірів і способів закріплення кінців. Тепер формула для визначення критичного напруження набуває вигляду

$$\sigma_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}. \quad (14.10)$$

Нагадаємо, що формула Ейлера отримана з припущенням, що втрата стійкості стержня відбувається в зоні пружних деформацій. Тому формулою (14.10) можна користуватись, якщо критичне напруження $\sigma_{\text{кр}}$ менше або дорівнює границі пропорційності $\sigma_{\text{пц}}$. Звідси легко визначити граничне значення гнучкості λ_{lim} , нижче якого формулою (14.10) для визначення $\sigma_{\text{кр}}$ користуватись не можна:

$$\lambda_{\text{lim}} = \sqrt{\pi^2 E / \sigma_{\text{пц}}}. \quad (14.11)$$

Якщо гнучкість стержня менша від граничних значень, то формула Ейлера стає непридатною, оскільки критичні напруження перевищують границю пропорційності $\sigma_{\text{пц}}$ і закон Гука втрачає силу. В таких випадках критичне напруження визначають за емпіричною *формулою Ясінського*, отриманою на підставі багатьох дослідів:

$$\sigma_{\text{кр}} = a - b\lambda. \quad (14.12)$$

У формулі (14.12) a і b – коефіцієнти, що залежать від механічних характеристик матеріалу стержня. Нижче в табл. 14.1 наведені значення a і b , а також значення гнучкостей, в межах яких можна застосовувати формулу (14.12). Якщо гнучкість $\lambda < \lambda_0$, то стержні можна розраховувати на міцність без врахування небезпеки втрати стійкості.

Таблиця 14.1. Значення a , b , λ_0 і λ_{lim}

Матеріал стержня	a , МПа	b , МПа	λ_0	λ_{lim}
Сталі 10, Ст 2	264	0,70	62	105
Сталі 15, Ст 3	310	1,14	61	100
Сталі 25, Ст 5	350	1,15	57	92
Сталь 15ГС	429	1,52	50	83
Дуралюмін Д16Т	406	2,83	30	53
Чавун сірий СЧ 15	776	12	10	80

На рис. 14.4 зображено діаграму залежності критичного напруження в стержні від його гнучкості. Залежно від гнучкості стержні умовно поділяють на три категорії. *Стержні великої гнучкості* ($\lambda \geq \lambda_{\text{lim}}$) розраховують на стійкість за формулою Ейлера; *стержні середньої гнучкості*

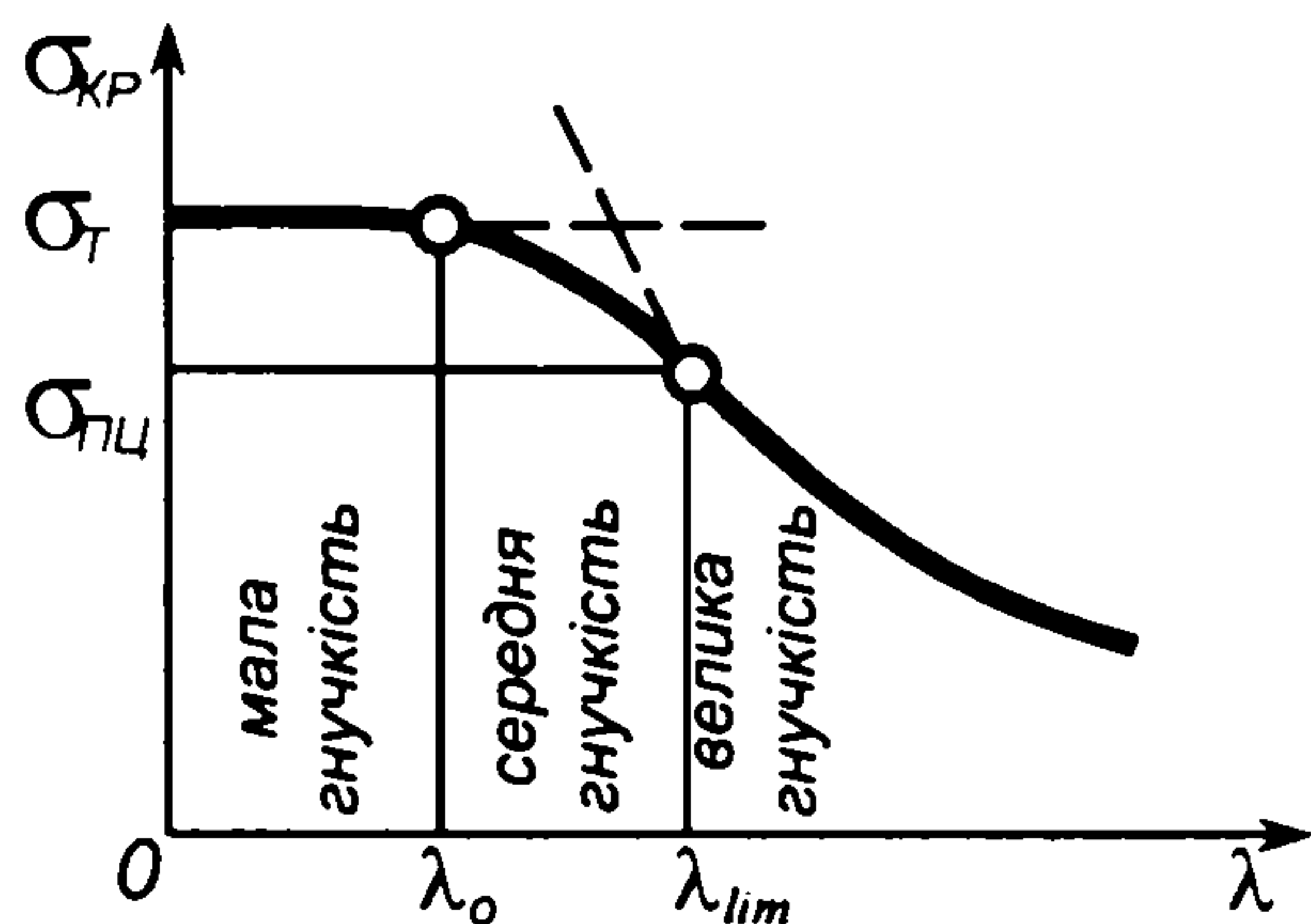


Рис. 14.4. Залежність $\sigma_{кр}$ від гнучкості λ

($\lambda_0 \leq \lambda < \lambda_{lim}$) розраховують на стійкість за формулою Ясінського; *стержні малої гнучкості* ($\lambda < \lambda_0$) розраховують не на стійкість, а на міцність за напруженнями стиску.

Для забезпечення працездатності стиснутих стержнів напруження в їхніх поперечних перерізах повинні становити певну частку від критичного напруження. Якщо перейти від критичної сили до критичного напруження, то записана умова стійкості (14.1) набуде вигляду

$$s_{ст} = \sigma_{кр} / \sigma \geq [s]_{ст}. \quad (14.13)$$

З формули Ейлера, а також з формули Ясінського випливає, що значення критичної сили зростає зі збільшенням мінімального моменту інерції поперечного перерізу стержня. Рациональними будуть такі перерізи стержня, в яких головні моменти інерції рівні між собою. Стержень, що має такий переріз, вважається рівностійким у всіх напрямках. З перерізів вказаного типу слід вибирати такі, що мають найбільший момент інерції перерізу з найменшою площею (найменші витрати матеріалу). Вказаним вимогам задовольняють кільцеві форми перерізів стержня.

14.4. Приклади розрахунків стержнів на стійкість

Задача 14.1. Стояк завдовжки $l=3$ м виготовлений з труби, що має зовнішній діаметр $D=60$ мм і внутрішній діаметр $d=54$ мм, і закріпленій на кінцях за способом, зображеним на рис.14.3, *в*. Визначити за умовою забезпечення стійкості стояка допустиму стискаючу силу, якщо матеріал стояка сталь Ст 3, а коефіцієнт запасу стійкості $[s]_{ст}=2$.

Розв'язання. 1. *Геометричні характеристики поперечного перерізу стояка.*

Площа поперечного перерізу

$$A = \pi(D^2 - d^2) / 4 = 3,14(60^2 - 54^2) / 4 = 537,2 \text{ мм}^2.$$

Осьовий момент інерції перерізу (для кільцевого перерізу головні моменти інерції однакові)

$$I_0 = \pi(D^4 - d^4) / 64 = 3,14(60^4 - 54^4) / 64 = 218780 \text{ мм}^4.$$

Радіус інерції поперечного перерізу

$$i = \sqrt{I_0 / A} = \sqrt{218780 / 537,2} = 20,18 \text{ мм}.$$

2. *Гнучкість стояка і критичні напруження.*

Для заданого способу закріплення кінців стояка $\mu=0,5$ (див.рис. 14.3, *в*), а гнучкість стояка

$$\lambda = \mu l / i = 0,5 \cdot 3000 / 20,18 = 74,3.$$

Оскільки $\lambda_0 < \lambda < \lambda_{lim}$ (див. табл. 14.1), то критичні напруження визначаються за формулою Ясінського, де $a=310$ МПа і $b=1,14$ МПа.

$$\sigma_{кр} = a - b\lambda = 310 - 1,14 \cdot 74,3 = 225,3 \text{ МПа}.$$

3. *Допустима стискавальна сила для стояка.*

Критична сила для стояка

$$F_{кр} = \sigma_{кр} A = 225,3 \cdot 537,2 = 121031 \cdot \text{Н} \approx 121 \text{ кН}.$$

Допустима стискавальна сила

$$[F] = F_{кр} / [s]_{ст} = 121/2 = 60,5 \text{ кН.}$$

Задача 14.2. Стояк зі сталі Ст 3 двотаврового профілю №10 завдовжки $l=2$ м навантажується стискувальною силою $F=10$ кН. Спосіб закріплення кінців стояка відповідає рис. 14.3, б. Треба перевірити стійкість стояка, якщо $[s]_{ст}=2$.

Розв'язання. 1. *Геометричні характеристики перерізу стояка*

За таблицями для двотавра №10 маємо:

площа перерізу $A=1200$ мм²;

мінімальний осьовий момент інерції перерізу $I_{0min}=179000$ мм⁴;

мінімальний радіус інерції $i_{min}=12,2$ мм.

2. *Гнучкість стояка і критична стискувальна сила*

Для заданого способу закріплення кінців стояка $\mu=2$, а його гнучкість

$$\lambda = \mu l / i_{min} = 2 \cdot 2000 / 12,2 = 328.$$

Оскільки $\lambda > \lambda_{lim}=100$ (див. табл. 14.1), то критичну силу визначаємо за формулою Ейлера

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EI_{0min}}{(\mu l)^2} = \frac{3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 179000}{(2 \cdot 2000)^2} = 22083 \text{ Н} \approx 22 \text{ кН.}$$

3. *Перевірка стійкості стояка*

Розрахунковий коефіцієнт запасу стійкості

$$s_{ст} = F_{кр} / F = 22/10 = 2,2.$$

Стійкість стояка забезпечується, оскільки $s_{ст} = 2,2 > [s]_{ст} = 2$.

ГЛАВА 15. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ З ТЕОРІЇ МАШИН ТА МЕХАНІЗМІВ

15.1. Загальні означення, структура і класифікація механізмів

Загальні означення. Теорія машин і механізмів вивчає будову, кінематику і динаміку механізмів і машин. Вона розв'язує дві основні задачі. Перша пов'язана з дослідженням механізмів і називається *аналізом*, друга присвячена створенню механізмів із заданими структурними, кінематичними і динамічними властивостями і називається *синтезом*.

Поняття "машина" може бути виражене у такий спосіб. *Машиною* називається створений людиною пристрій для полегшення фізичної праці, збільшення її продуктивності чи повної заміни людини у виконанні нею трудових функцій. Кожна машина найчастіше складається з трьох основних частин - двигуна, передавального механізму і виконавчого органу. Передавальний механізм служить для перетворення різних видів руху і забезпечення робочих функцій виконавчого органу машини.

Механізмом прийнято називати систему рухомо з'єднаних між собою деталей (твердих тіл), яка призначена для перетворення руху одного чи кількох тіл у потрібні рухи інших тіл. У сучасних машинах застосовують найрізноманітніші механізми. За характером руху, що здійснюють окремі точки деталей, механізми поділяють на *плоскі* і *просторові*. У плоских механізмах точки всіх деталей рухаються в площинах, паралельних одній

нерухомій площині. В просторових механізмах ця умова не зберігається. Оскільки більшість сучасних машин містить механізми, тому в цьому посібнику основна увага приділена плоским механізмам.

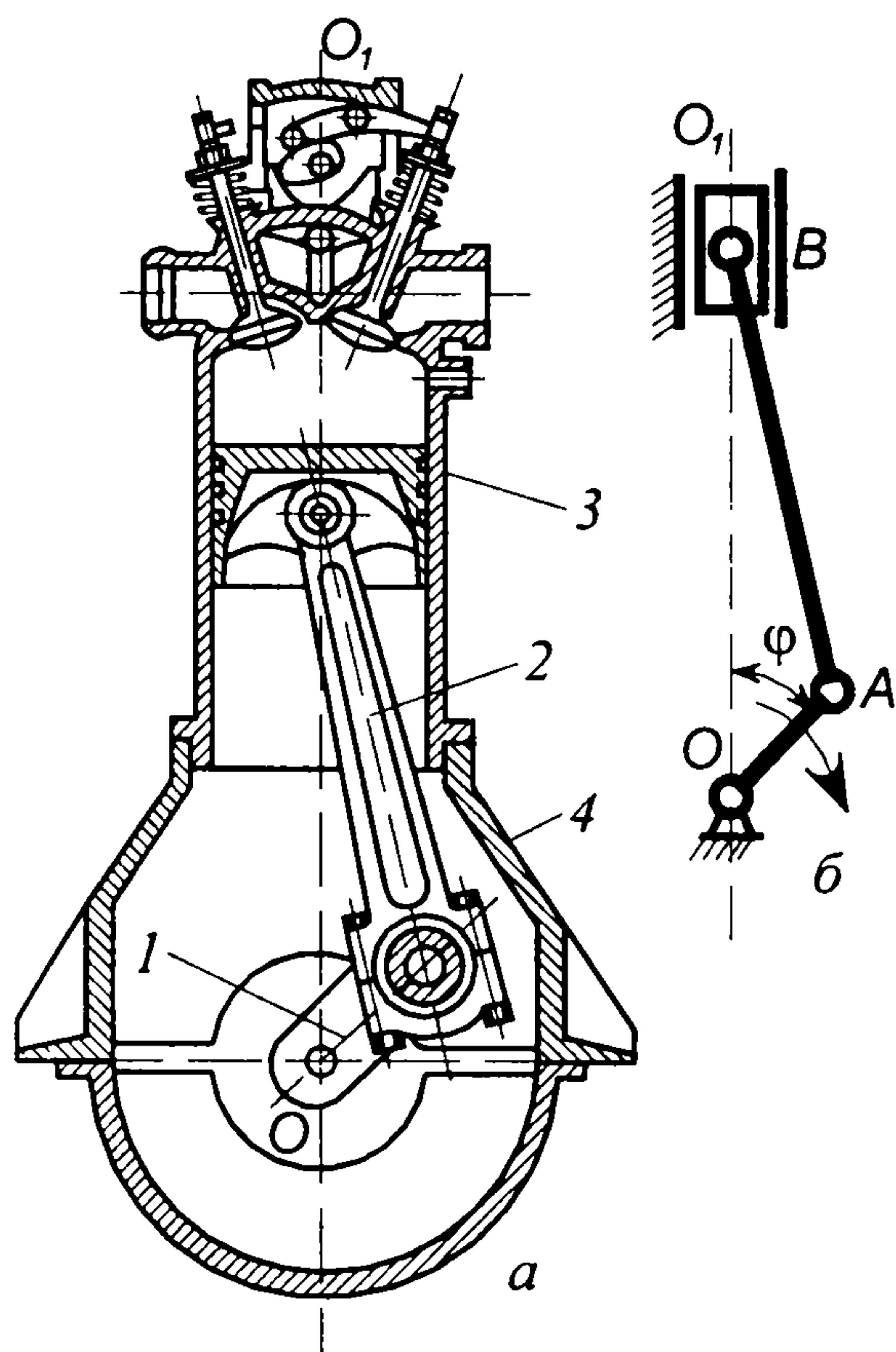


Рис. 15.1. Кривошипно-повзунний механізм

Деталь в механізмі чи група жорстко з'єднаних між собою деталей називається *ланкою механізму*. Механізм, що показаний на рис. 15.1, а, складається з чотирьох ланок. Ланка 1, яка може обертатись, називається *кривошипом*; ланка 2, що здійснює складний рух, – *шатун*; ланка 3, що рухається поступально, – *повзун*. Нерухому ланку 4 прийнято називати *стояком*. Розглянутий механізм називають кривошипно-повзунний, його кінематична схема зображена на рис. 15.1, б. Такі механізми дуже поширені в сучасній техніці, наприклад, в поршневих двигунах, компресорах, помпах та ін.

У кожному механізмі розрізняють початкову, ведучу і ведену ланки. *Початковою* називають ланку, закон руху якої задається. *Ведуча* – це ланка, до якої прикладені рушійні сили, що приводять механізм в рух. Ланка, що здійснює рух, для виконання якого призначений механізм, називається *веденою*.

Кінематична пара – це рухоме з'єднання двох ланок, що перебувають в безпосередньому дотиканні. Поверхні, лінії, точки ланки, по яких вона може дотикатися до інших ланок, утворюючи кінематичну пару, називають елементами кінематичної пари. Від геометричних форм елементів кінематичної пари залежить ступінь обмеження руху однієї ланки кінематичної пари відносно іншої.

За характером дотикання ланок кінематичні пари поділяють на *нижчі* і *вищі*. В нижчих кінематичних парах ланки дотикаються між собою по поверхні, а у вищих – по лінії або в точці. Залежно від характеру відносного руху ланок нижчі кінематичні пари можуть бути *обертливими* (рис. 15.2, а), *поступальними* (рис. 15.2, б) і *гвинтовими* (рис. 15.2, в). Вищі кінематичні пари дозволяють отримати більш різноманітні види взаємного руху їх ланок, ніж нижчі пари.

Кінематичні пари розрізняють залежно від числа умов зв'язку, що накладаються ними на відносний рух ланок. Розглянемо класифікацію кінематичних пар для плоских механізмів. Кожна ланка, що здійснює плоский рух, має три ступені вільності. Якщо кінематична пара накладає на ланку s умов зв'язку на відносний рух, то ця ланка має число ступенів вільності

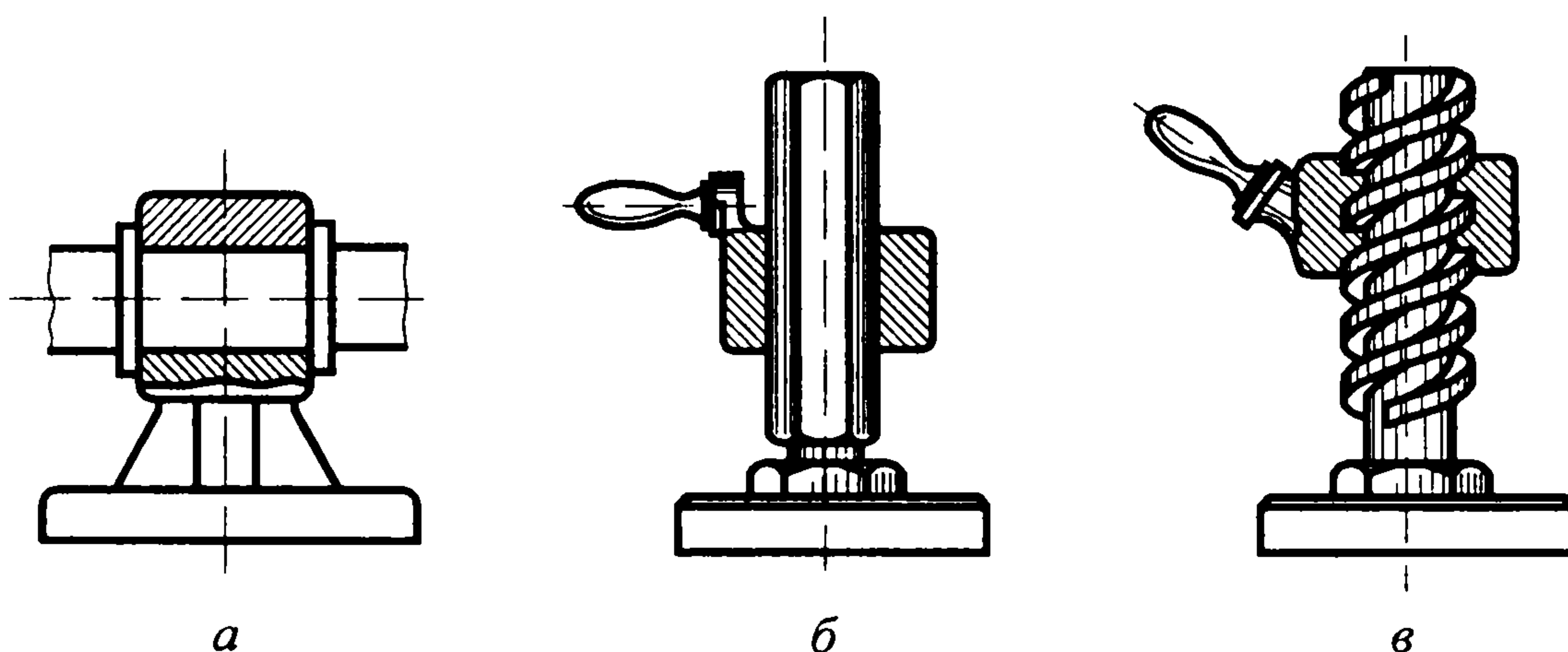


Рис. 15.2. Нижчі кінематичні пари

$$H = 3 - s.$$

Отже, число ступенів вільності ланки кінематичної пари у відносному русі може бути в межах від одного до двох, оскільки число умов зв'язку, яке може накладати кінематична пара, дорівнюватиме 1 або 2 (якщо $s=0$, то ланки не утворюють кінематичну пару, а якщо $s=3$, то маємо жорстке з'єднання ланок). Клас кінематичної пари визначається числом умов зв'язку $s = 3 - H$, які накладає ця пара на відносний рух ланок.

На рис. 15.3 зображена вища кінематична пара 1-го класу, яка утворена, наприклад, колесом і рейкою. В цій кінематичній парі число умов зв'язку $s=1$ ($y_A = \text{const}$), а число ступенів вільності ланок $H=2$ (можливе переміщення колеса вздовж осі X і його обертання навколо осі A).

Нижча кінематична пара 2-го класу (рис. 15.4) утворена кривошипом і стояком. Тут число умов зв'язку $s=2$ ($x_A = \text{const}$ і $y_A = \text{const}$), а число ступенів вільності ланок $H=1$ (можливе обертання ланок навколо осі A).

Група ланок, в якій окремі ланки з'єднані між собою кінематичними парами, називається кінематичним ланцюгом. Кінематичні ланцюги бувають прості і складні, замкнуті і відкриті. В простому кінематичному ланцюзі кожна ланка входить не більше ніж у дві кінематичні пари. Складний кінематичний ланцюг має хоча би одну ланку, яка входить більш ніж у дві кінематичні пари.

На підставі наведених вище означень і понять можна сформулювати, що механізм –

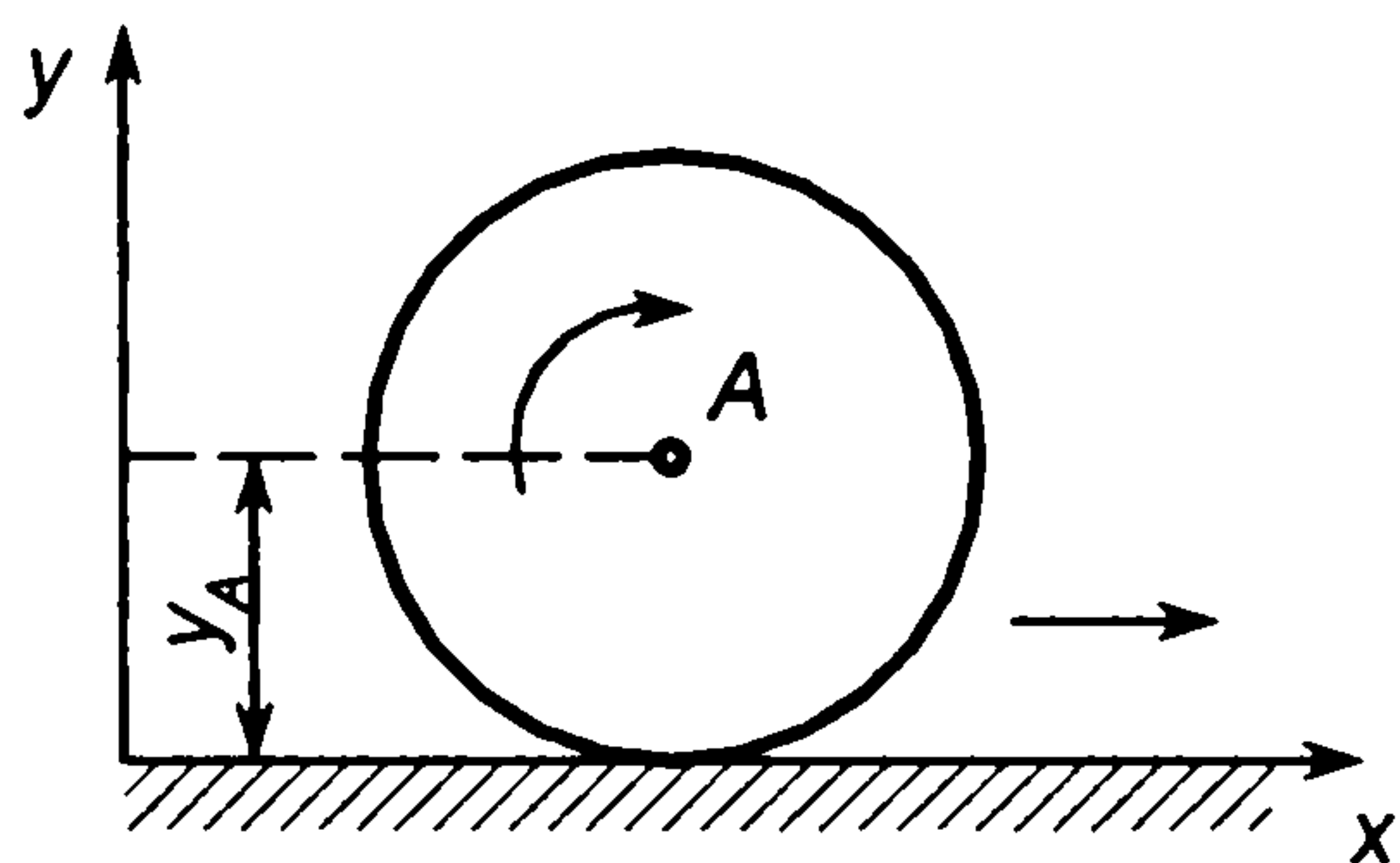


Рис. 15.3. Вища кінематична пара

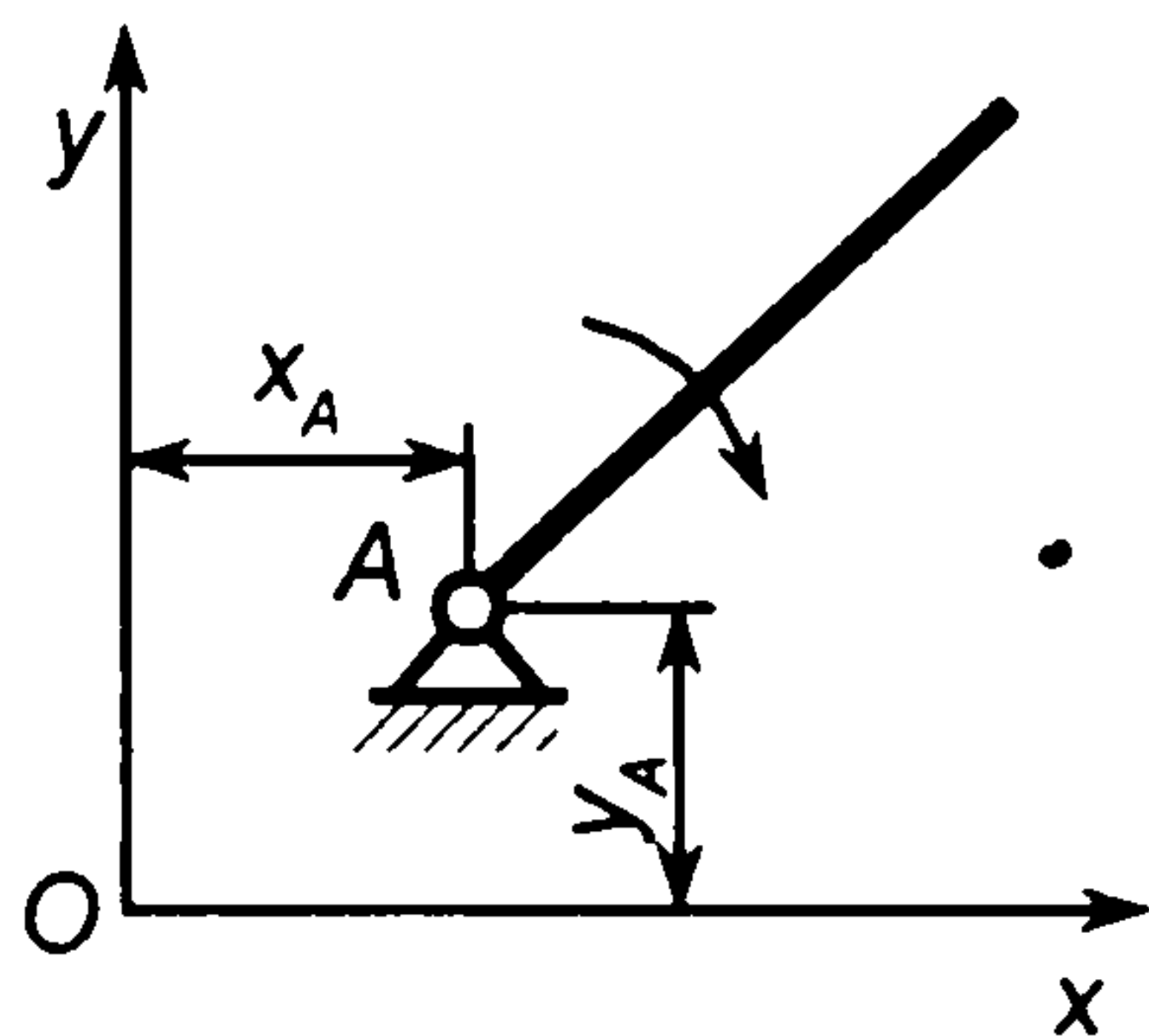


Рис. 15.4. Нижча кінематична пара 2-го класу

це кінематичний ланцюг з однією нерухомою ланкою, в якому під час заданого руху однієї або декількох ланок всі інші ланки здійснюють цілком конкретні переміщення.

Структура і класифікація механізмів. Сучасні методи аналізу і синтезу механізмів пов'язані з їхнього структурною класифікацією.

Структурна класифікація Ассура–Артоболовського є однією з найраціональніших класифікацій плоских важільних механізмів з нижчими парами. Перевагою цієї класифікації є те, що вона пов'язується з методами кінематичного, силового та динамічного дослідження механізмів.

В основі структурної класифікації лежить поняття *ступінь рухомості механізму*, яке характеризує число ступенів вільності механізму відносно нерухомої ланки (стояка). Якщо у плоскому механізмі число рухомих ланок дорівнює n , то загальне число ступенів вільності цих ланок (якщо вони не утворюють кінематичних пар) дорівнює $3n$. Ланки у механізмі можуть утворювати нижчі і вищі кінематичні пари. Кожна нижча пара накладає на ланку дві умови зв'язку, а кожна вища пара – одну умову зв'язку. Якщо у механізмі число нижчих пар дорівнює p_2 , а вищих – p_1 , то ступінь рухомості плоского механізму

$$W = 3n - 2p_2 - p_1. \quad (15.1)$$

Формула (15.1) називається *структурною формулою* плоского механізму, оскільки величини, що входять в цю формулу (число ланок і кінематичних пар), визначають його структуру.

Таким чином, ступінь рухомості механізму дорівнює числу незалежних координат, які визначають положення всіх його ланок. Для кривошипно-повзунного механізму (рис. 15.1), що має один ступінь рухомості ($n=3$; $p_2=4$; $p_1=0$; $W=1$), положення всіх ланок залежить від значення однієї координати – кута φ , утвореного кривошипом і стояком. Для роботи цього механізму одній із його ланок – початковій ланці необхідно задати один незалежний рух. Для роботи механізмів з двома і більше ступенями рухомості треба задати число незалежних рухів, яке дорівнює ступеню рухомості цих механізмів. Ступінь рухомості механізму визначає число його початкових ланок.

За класифікацією Ассура–Артоболовського кожний механізм розглядають як складну систему, до якої входить стояк, початкові ланки і статично означені групи ланок з нульовим ступенем рухомості (груп Ассура) відносно ланок, до яких ці групи приєднуються. Початкові ланки і стояк утворюють групу, ступінь рухомості якої дорівнює ступеню рухомості механізму. Цю групу називають групою початкових ланок або *початковим механізмом*.

Група початкових ланок, що належать механізму з одним ступенем рухомості, зображена на рис. 15.5. Вона складається з початкової ланки 1 і стояка 4.

У групах Ассура є певна залежність між числом ланок і числом кінематичних пар. Цю залежність можна отримати з виразу (15.1), характерного для груп Ассура з нижчими парами

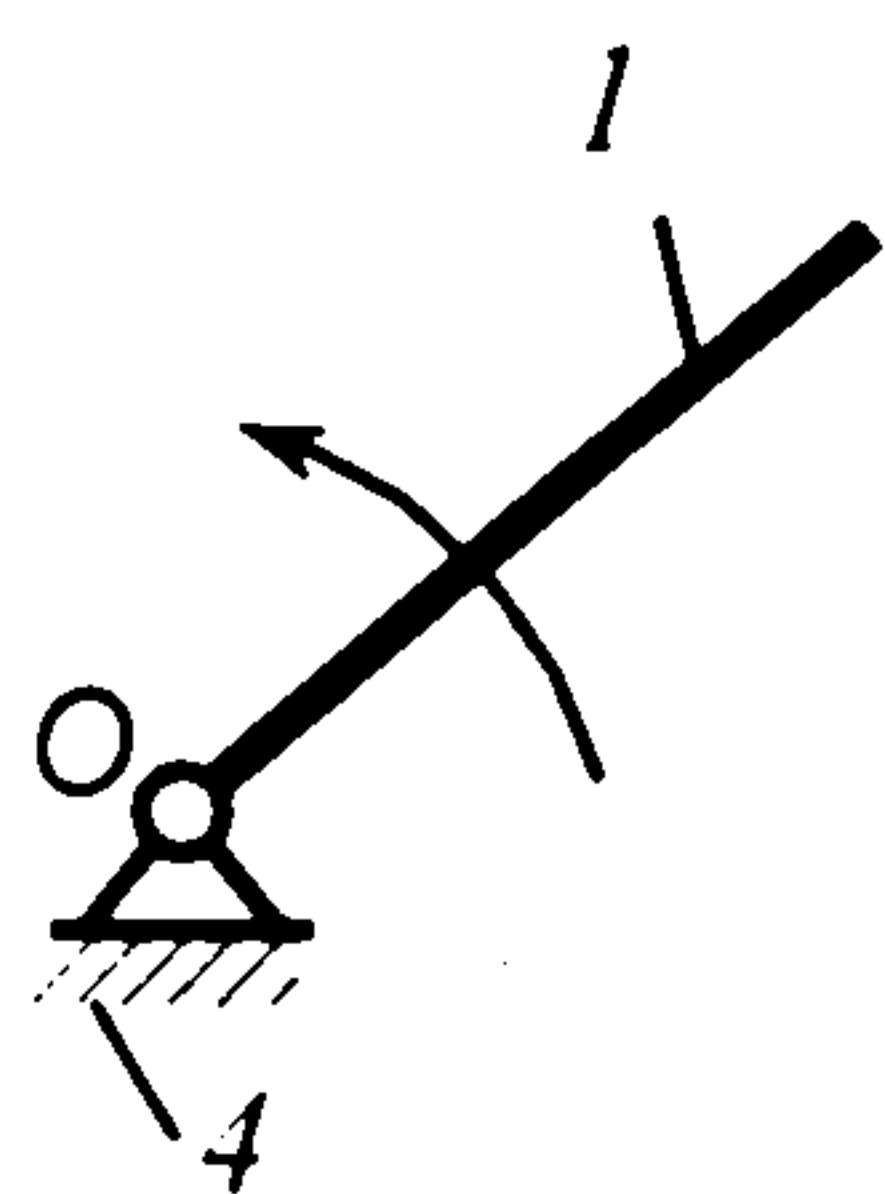


Рис. 15.5. Група початкових ланок

$$W = 3n - 2p_2 = 0,$$

звідки

$$p_2 = 3n/2. \quad (15.2)$$

З виразу (15.2) видно, що число ланок n групи Ассура завжди повинно бути парним, оскільки число кінематичних пар p_2 може бути тільки цілим.

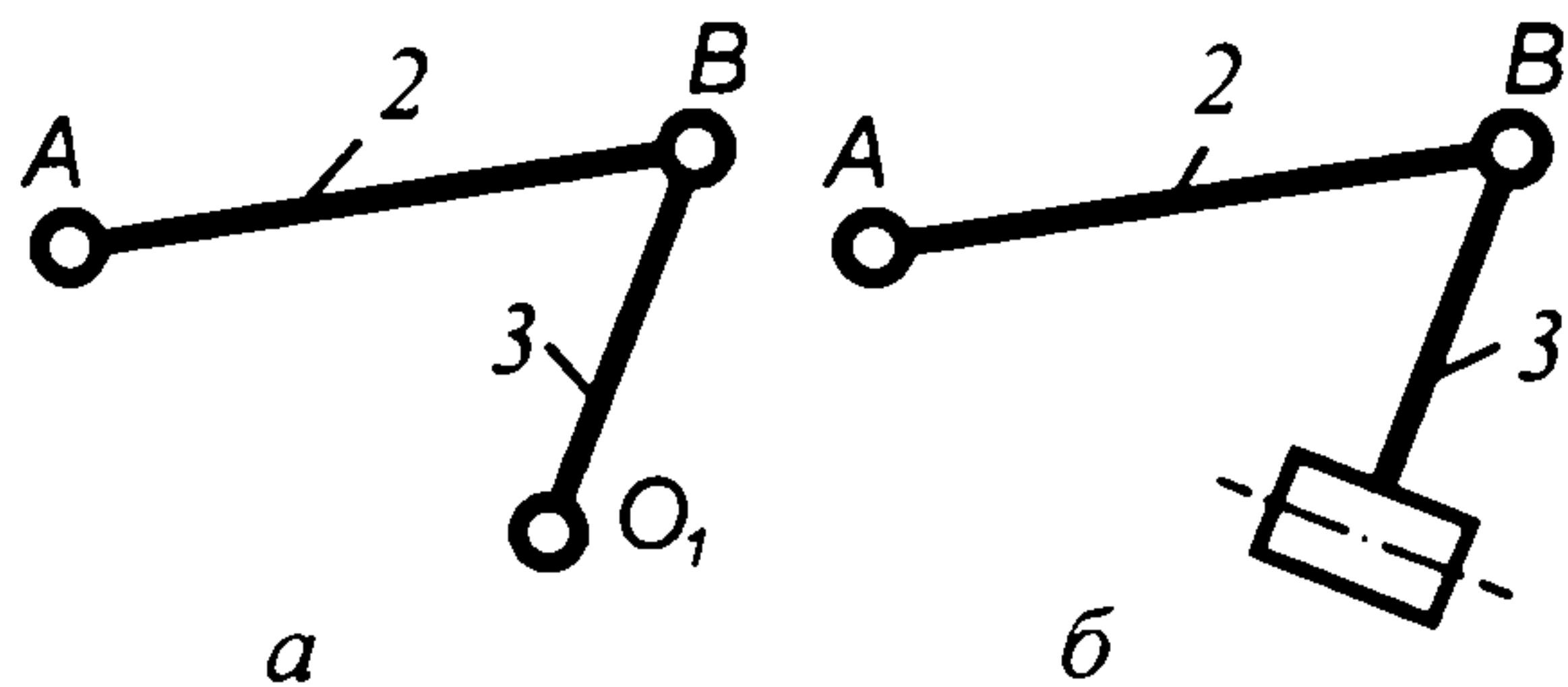


Рис. 15.6. Групи Ассура

Якщо задатись значеннями n у формулі (15.2), то можна отримати ряд величин p_2 , що відповідають певним групам Ассура. Наприклад, якщо $n=2$, то група Ассура буде мати число кінематичних пар $p_2=3$. Така група (рис. 15.6, *a*) називається діадою або двоповодковою групою. Застосовуючи різні варіанти заміни обертових кінематичних пар поступальними,

можна одержати ряд модифікацій діади. Так, наприклад, замінивши в діаді на рис. 15.6, *a* обертову кінематичну пару O_1 поступальною, отримаємо модифікацію діади (рис. 15.6, *б*), яка застосовується, зокрема, при створенні кривошипно-повзунного механізму.

У групах Ассура розрізняють *внутрішню* і *зовнішню* кінематичні пари. Внутрішніми називають кінематичні пари, за допомогою яких ланки групи з'єднуються між собою. Кінематичні пари, якими група Ассура приєднується до ланок механізму, називають зовнішніми кінематичними парами. В зображеній на рис. 15.6, *a* групі Ассура кінематична пара B є внутрішньою, а кінематичні пари A і O_1 – зовнішніми. Зовнішні кінематичні пари в цій групі є умовними, оскільки вони появляються після приєднання групи до механізму.

Приєднання групи Ассура до будь-якої системи не змінює ступеня рухомості цієї системи. Приєднавши групу Ассура до групи початкових

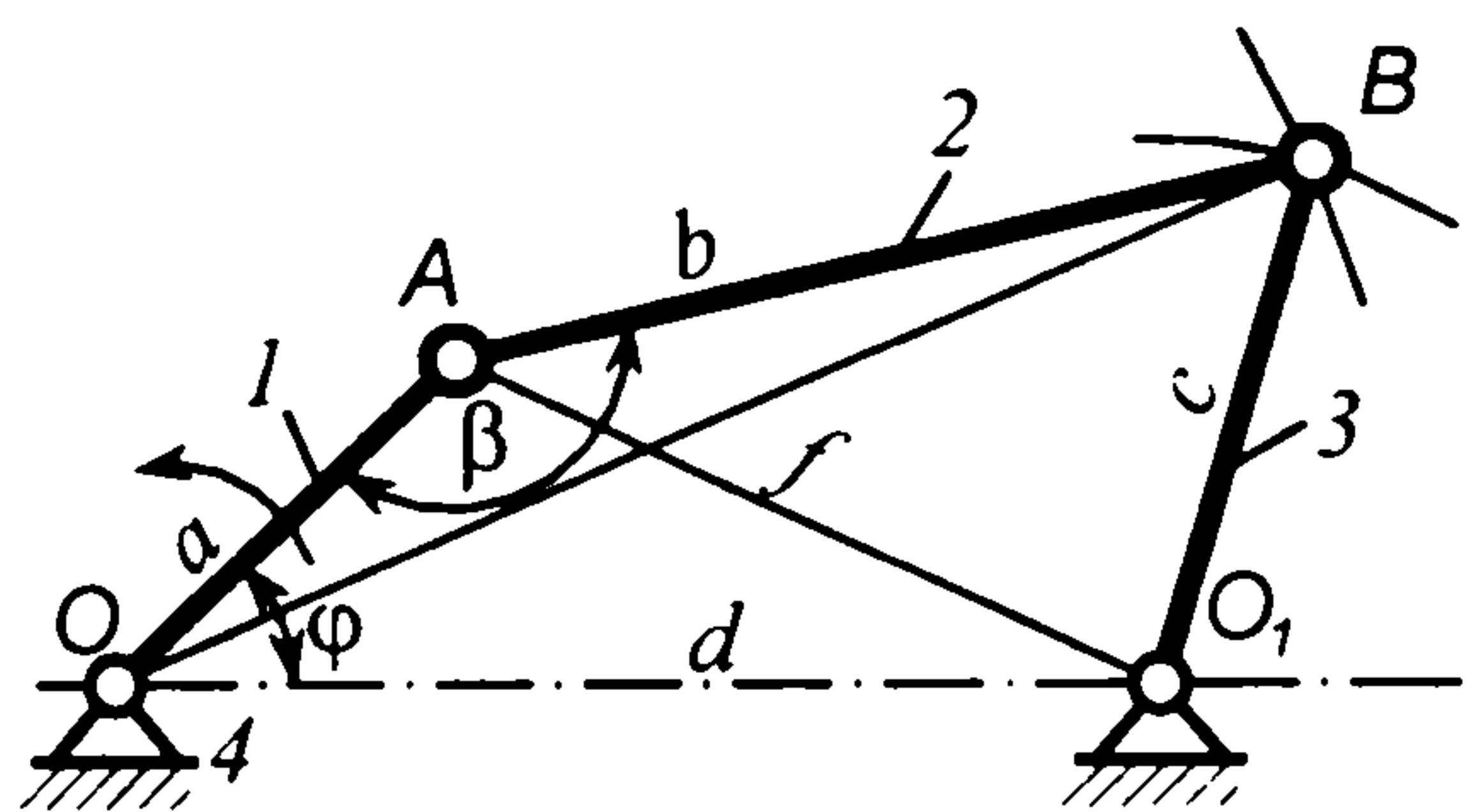


Рис. 15.7. Кривошипно-коромисловий механізм

ланок, отримаємо механізм зі ступенем рухомості, який дорівнює числу початкових ланок. Наприклад, в результаті приєднання діади (рис. 15.6, *a*) до групи початкових ланок, показаної на рис. 15.5, можна отримати чотириланковий кривошипно-коромисловий механізм (рис. 15.7).

Одним із методів подальшого розвитку групи Ассура є так званий метод "розвитку повідка". З формули 15.2 видно, що наступна, складніша, група Ассура матиме

число ланок $n=4$ і число кінематичних пар $p_2=6$. Таку групу можна отримати з діади (рис. 15.6, *a*) розвиванням, наприклад, повідка 3. Для цього до повідка 3 необхідно приєднати ще одну діаду, а до шарнірів C і O_1 – повідки 4 і 5. В результаті одержимо нову систему, що називається триповідковою групою (рис. 15.8). В цій групі ланка 3 входить до складу трьох кінематичних пар і називається базисною. Користуючись цим методом,

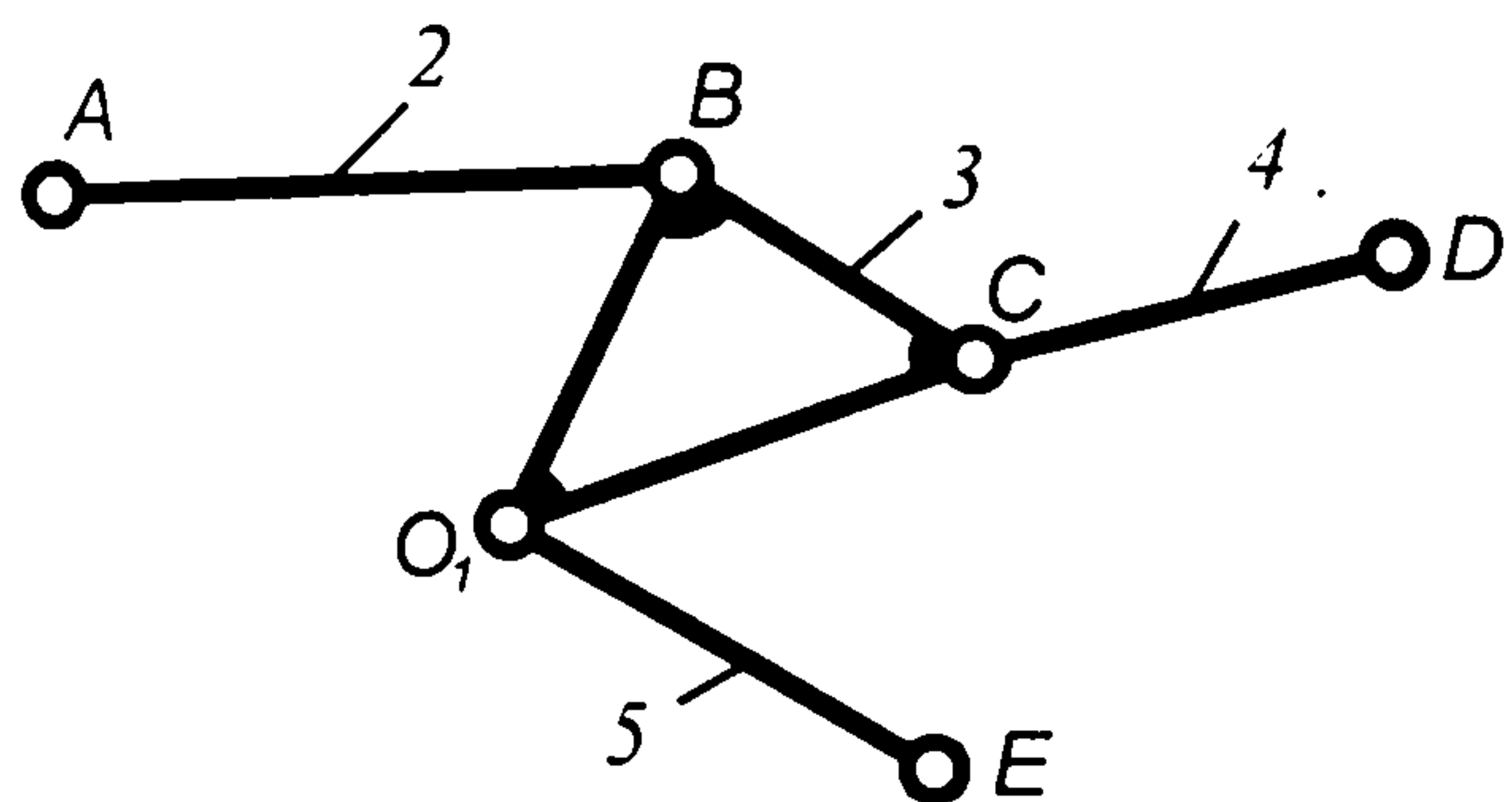


Рис. 15.8. Триповідкова група

можна отримати чотири-, п'ятиповідкову і більш складні групи. Ассур запропонував віднести такі групи до першого класу.

Групи Ассура мають певний порядок. *Порядок групи* визначається кількістю елементів зовнішніх кінематичних пар. Діада, наприклад, має другий порядок. Триповідкова група (рис. 15.8) має третій порядок.

Поділяючи механізм на групи, треба від'єднувати від механізму найбільш прості групи Ассура так, щоб кожний раз залишався кінематичний ланцюг зі ступенем рухомості, який дорівнює ступеню рухомості досліджуваного механізму (рис. 15.9).

Згідно з класифікацією Ассура клас і порядок механізму визначається класом і найбільшим порядком групи вищого класу з нульовим ступенем рухомості. Для прикладу розглянемо структурний аналіз механізму коливного конвеєра (рис. 15.9, а). В цьому механізмі $n=5$, $p_2=7$, $p_1=0$. Згідно з формулою (15.1) механізм має ступінь рухомості $W=1$ і, відповідно, має одну початкову ланку.

Поділ механізму на групи треба починати з від'єднання групи ланок 4 і 5 (рис. 15.9, б). Ця група є групою Ассура першого класу другого порядку. Частина що лишилася, являє собою кривошипно-коромисловий механізм,

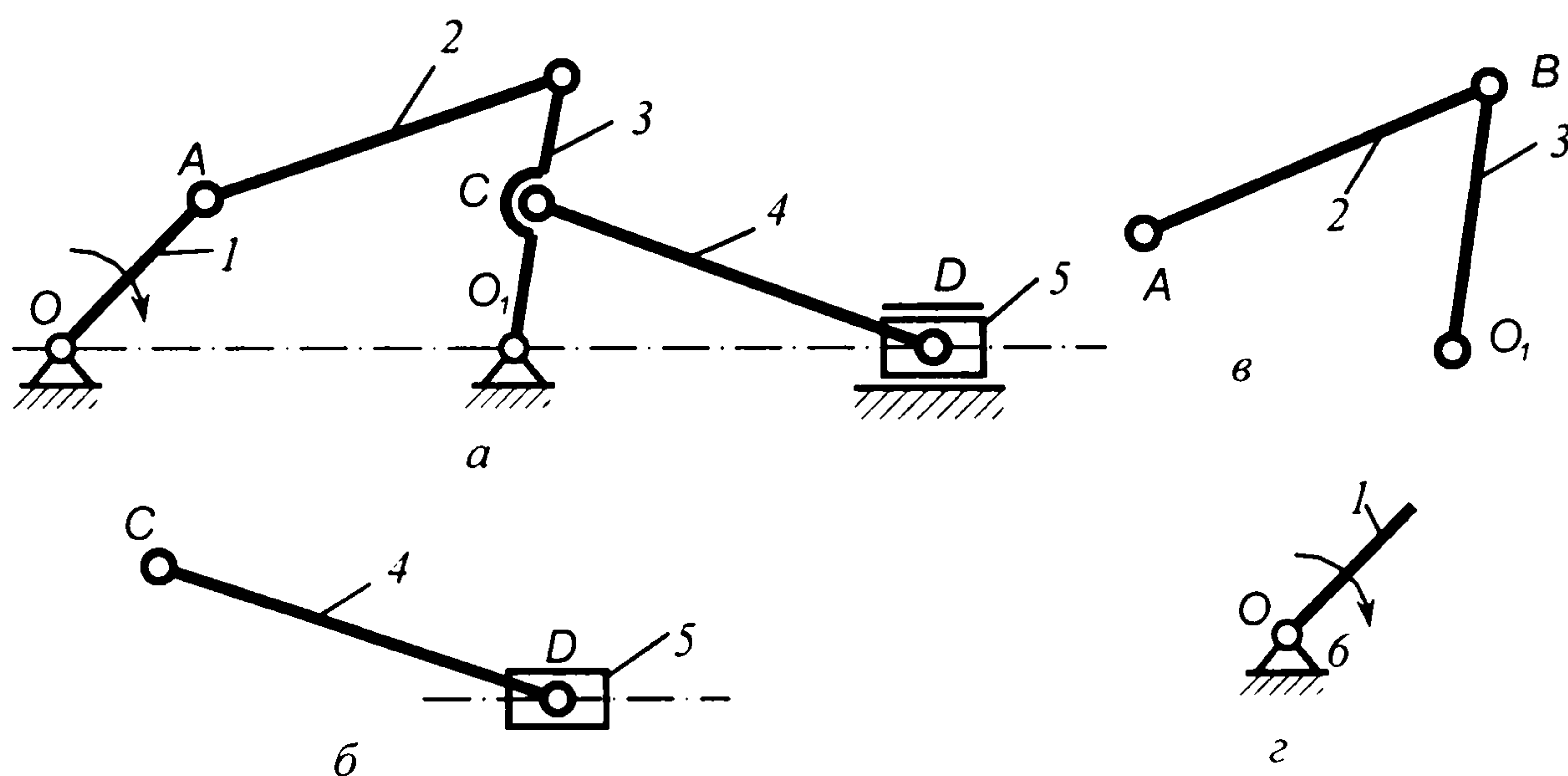


Рис. 15.9. Поділ механізму на групи Ассура

з якого можна виділити групу ланок 2 і 3. Ця група також є групою Ассура першого класу другого порядку (рис. 15.9, в). Після від'єднання груп Ассура залишається група початкових ланок, або початковий механізм, що складається з початкової ланки 1 і стояка 6 (рис. 15.9, г). Таким чином, розглянутий механізм є механізмом першого класу другого порядку.

15.2. Деякі поширені види механізмів

У сучасній техніці застосовують дуже багато різноманітних видів механізмів. Беручи до уваги кінематичні, конструктивні і функціональні властивості, механізми поділяють на важільні, кулачкові, фрикційні, зубчасті та ін.

Важільні механізми. Важільними називають такі механізми, в яких геометричне замикання ланок зі складним рухом здійснюється в обертальних і поступальних кінематичних парах. Такі механізми застосовують переважно для перетворення обертального руху початкової ланки в коливний чи зворотно-поступальний рух веденої ланки.

Серед важільних механізмів найбільше поширення мають кривошипно-повзунні (рис. 15.10, а, б) та кулісні (рис. 15.10, в) механізми. На рис. 15.10 зображені схеми аксіального (рис. 15.10, а) і дезаксіального (рис. 15.10, б) кривошипно-повзунного механізму, який використовують для перетворення обертального руху кривошипа 1 в зворотно-поступальний рух повзуна 3. Повзун і кривошип з'єднуються за допомогою ланки 2, що здійснює складний плоский рух. Ланка 2 утворює з ланками 1 і 3 нижчі обертальні кінематичні пари. Дезаксіал (зміщення) e вводиться переважно для зменшення тиску повзуна на нерухому ланку (стояк) 4.

На рис. 15.10, в зображений кривошипно-кулісний механізм. Він складається з кривошипа 1, куліси 3, що являє собою рухома напрямну ланку для кулісного каменя 2. Якщо $l > r$, то обертальний рух кривошипа 1 перетворюється у зворотно-обертальний рух куліси 3. Коли $l < r$, то при рівномірному обертанні кривошипа 1 куліса 3 обертається зі змінною кутовою швидкістю.

На рис. 15.10, г показано просторовий сферичний механізм з нижчими кінематичними парами, який служить для передавання руху між валами, геометричні осі яких перетинаються між собою під кутом α . Такий механізм відомий під назвою карданної передачі.

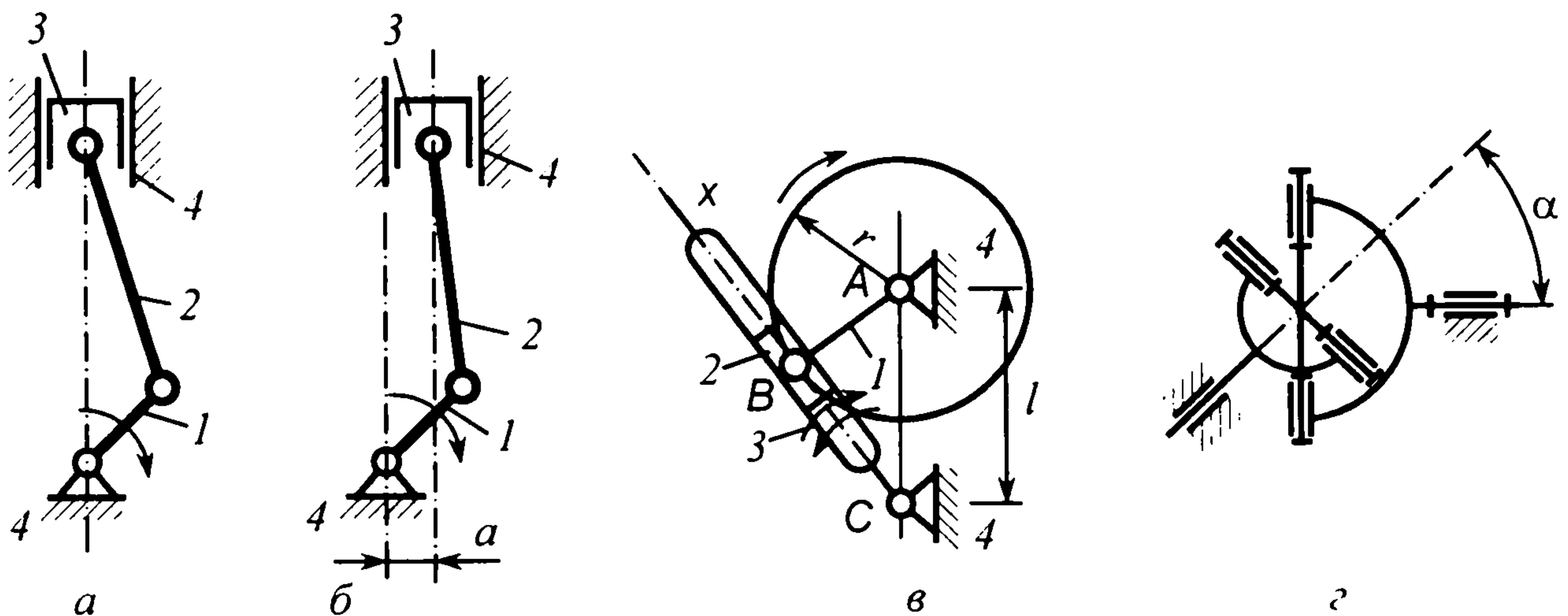


Рис. 15.10. Важільні механізми

Кулачкові механізми. Такі механізми утворюються із кулачка і штовхача (коромисла), які мають силосе замикання. Кулачок переважно має форму диска, профіль якого окреслений певною кривою, яка однозначно надає рух штовхачеві (коромислу). Залежно від виду руху спряжена з кулачком ланка називається або штовхачем (рис. 15.11, *а, б*), або коромислом (рис. 15.11, *в, г*). Кулачок і коромисло з'єднуються зі стоякам за допомогою обертальних кінематичних пар, штовхач – за допомогою поступальної пари. Для зменшення втрат на тертя штовхач і коромисло мають циліндричні ролики. Конструктивно силосе замикання ланок здійснюється за рахунок сил пружності попередньо здеформованої пружини, рідше – за рахунок сили ваги штовхача чи коромисла.

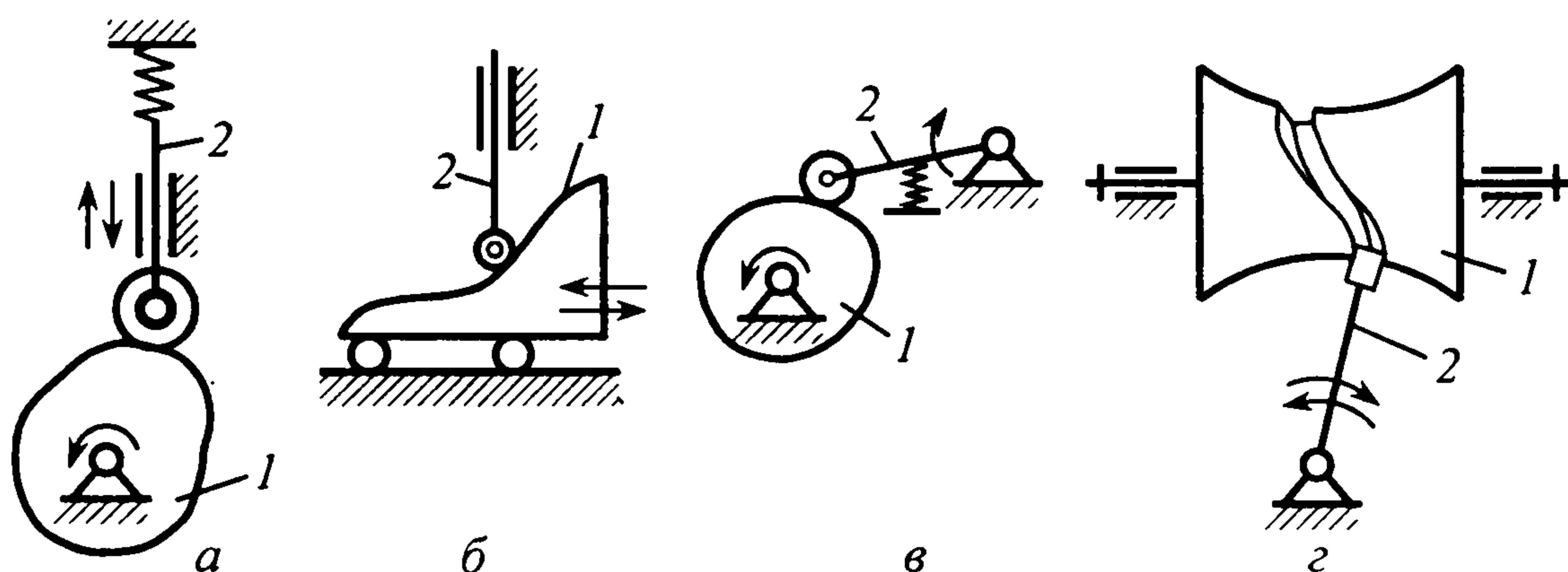


Рис. 15.11. Кулачкові механізми

Кулачкові механізми застосовують для перетворення обертального (рис. 15.11, *а, в*) або зворотно-поступального руху (рис. 15.11, *б*) початкової (ведучої) ланки 1 у зворотно-поступальний (рис. 15.11, *а, б*) або у зворотно-обертальний (рис. 15.11, *в, г*) рух веденої ланки 2 навіть із зупинками заданої тривалості.

Фрикційні механізми. В таких механізмах рух від ведучої ланки до веденої передається за рахунок сили тертя, що виникає в контактні взаємно притиснутих ланок.

Найпростіша фрикційна передача (механізм) зображена на рис.15.12, *а*. Вона складається із двох циліндричних котків 1 і 2, що утворюють зі

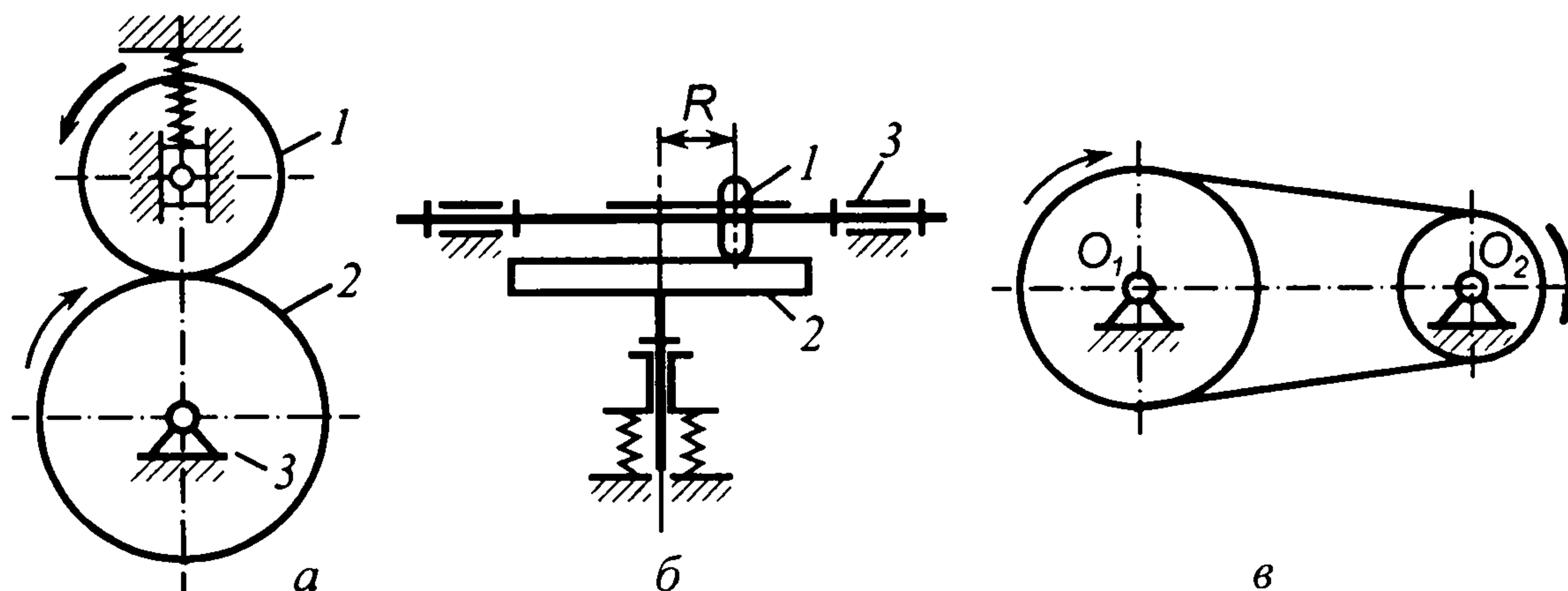


Рис. 15.12. Фрикційні механізми

стояком 3 обертальні кінематичні пари. Взаємне притискання котків забезпечується силою пружності пружини.

До фрикційних механізмів належать і варіатори (рис. 15.12, б), які забезпечують плавну зміну кутової швидкості веденого диска 2 при рівномірному обертанні ведучого котка 1 завдяки переміщенню і зміні відстані R .

Фрикційний механізм може бути виконаним і з гнучкими ланками. Його застосовують для передавання обертального руху між валами, що знаходяться на значній відстані. Гнучкими ланками можуть бути приводні паси, канати, ланцюги. На рис. 15.12, в подана найпростіша передача з гнучкою ланкою, яка називається пасовою передачею.

Зубчасті механізми. Зубчастими називаються механізми (передачі), які складаються із зубчастих коліс 1 і 2 (циліндричних чи конічних), що взаємно

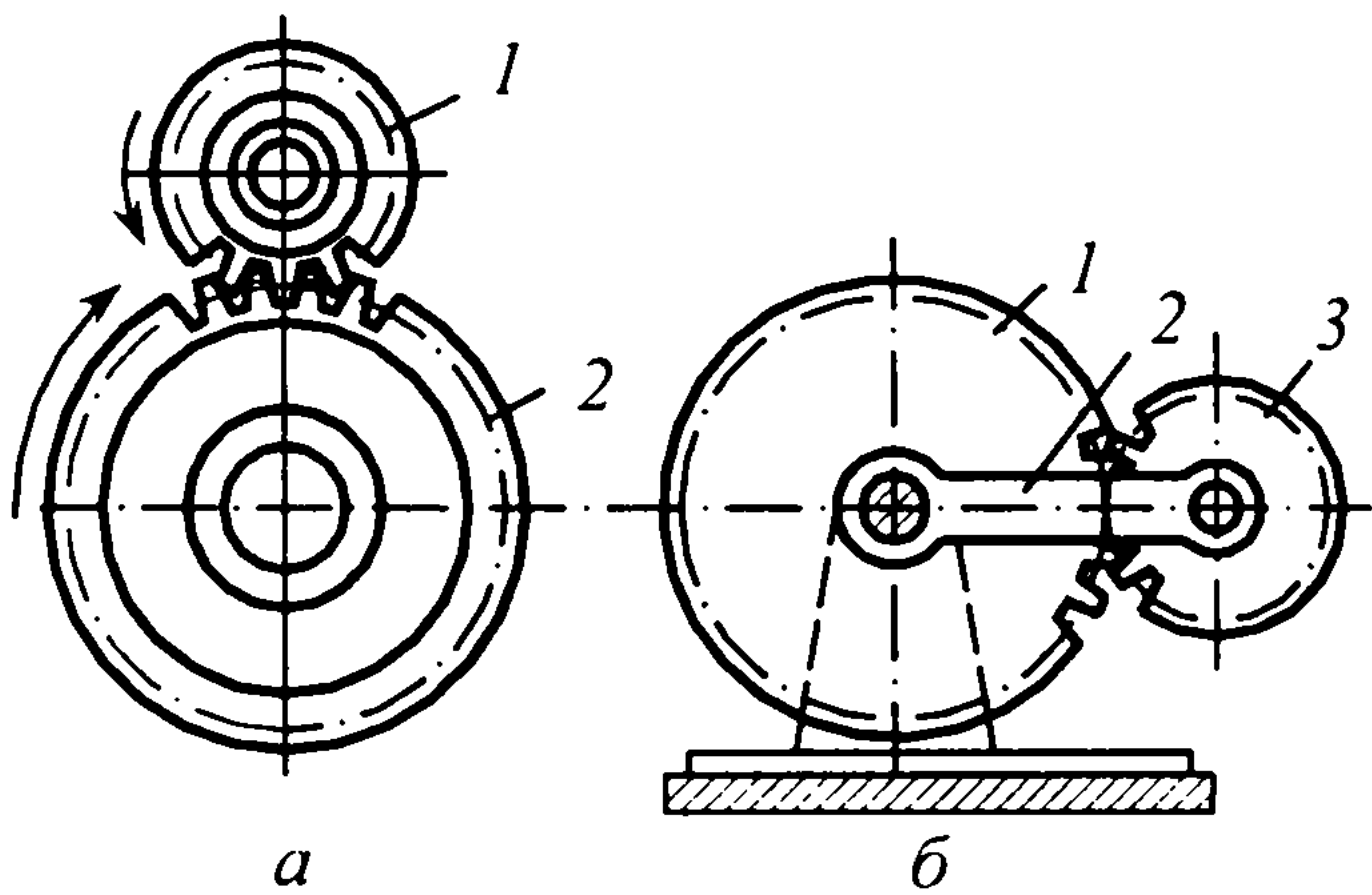


Рис. 15.13. Зубчасті механізми

зачеплені за допомогою зубців на ободах цих коліс (рис. 15.13, а). Обертальний рух між колесами передається за рахунок взаємодії зубців. На відміну від фрикційної передачі тут виключене взаємне проковзування ланок.

Зубчасті механізми часто застосовують у машинах для передавання обертального руху між валами, що мають нерухомі і рухомі осі. В останньому випадку механізми називають *планетарними*. На рис. 15.13, б зображено найпростіший планетарний механізм. В цьому механізмі вісь обертання колеса 3, яка з'єднана з валом колеса 1 за допомогою водила 2, здійснює обертальний рух. Колесо 1 у такому разі називається центральним, а колесо 3 – сателітом.

зачеплені за допомогою зубців на ободах цих коліс (рис. 15.13, а). Обертальний рух між колесами передається за рахунок взаємодії зубців. На відміну від фрикційної передачі тут виключене взаємне проковзування ланок.

Зубчасті механізми часто застосовують у машинах для передавання обертального руху між валами, що мають нерухомі і рухомі осі. В останньому випадку механізми називають *планетарними*. На

Хвильові механізми. Такі передачі (рис. 15.14) за принципом дії

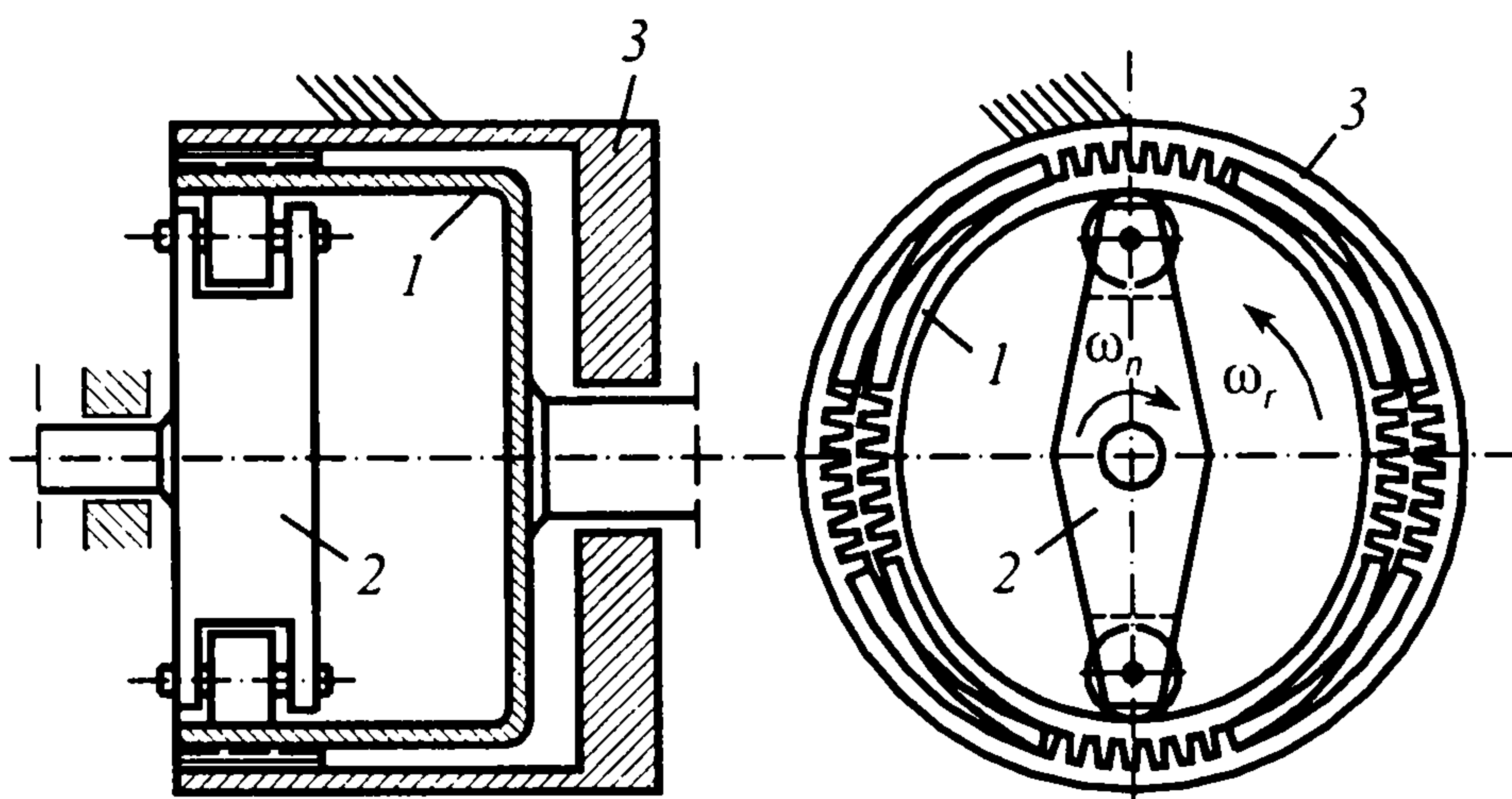


Рис. 15.14. Хвильова зубчаста передача

можна віднести до планетарних механізмів з деформівним сателітом.

У хвильовій передачі навантаження розподіляється по зонах зачеплення зі збільшеною кількістю зубців порівняно з іншими зубчастими механізмами. Генератор хвиль 2 роликками надає деформівному колесу 1

форми еліпса і воно входить у зачеплення з жорстким колесом 3 по більшій осі еліпса і виходить із зачеплення по меншій осі. Обертальний рух від генератора до деформівного колеса при зупиненому жорсткому колесі передається за рахунок рухомої хвилі деформації. Кількість зубців деформівного колеса менша, ніж жорсткого. За допомогою хвильових передач можна в кілька десятків разів зменшити частоту обертання веденої ланки 1 порівняно з частотою обертання ведучої ланки 2.

Хрестоподібний мальтійський механізм (рис. 15.15) складається з трьох ланок. Ведуча ланка 1 має цівку, центр A якої віддалений від осі обертання O на відстань r , а замок B має форму сектора з радіусом r_0 .

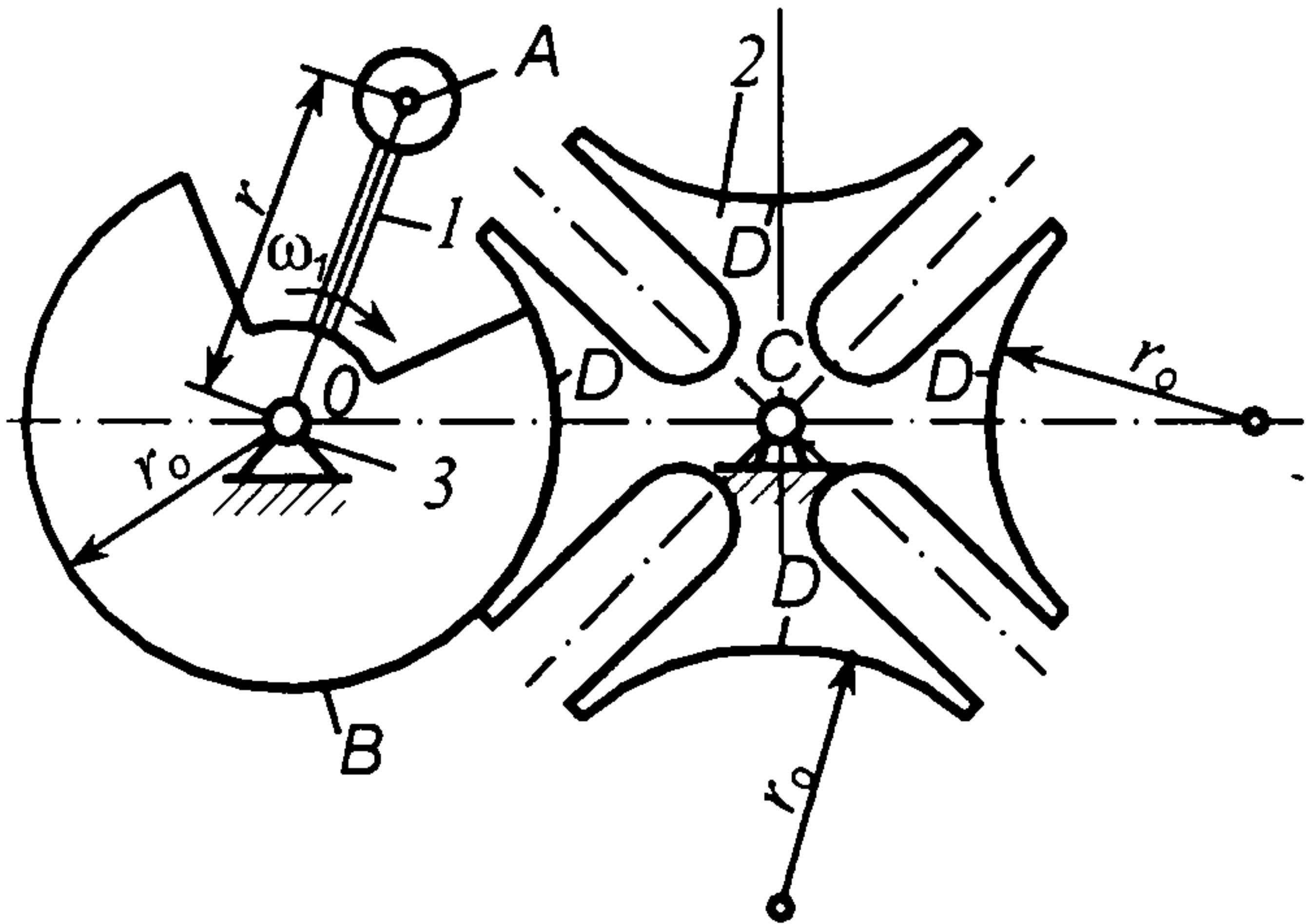


Рис. 15.15. Мальтійський механізм

Ведена ланка 2, яка називається хрестом, має чотири пази і таку ж кількість замків D , окреслених радіусом r_0 . Ланки 1 і 2 зі стояком 3 утворюють обертальні кінематичні пари O і C .

Під час роботи механізму ланка 1 обертається рівномірно, а ланка 2 то обертається, то зупиняється. Коли замки B і D дотикаються по колу, то ланка 2 нерухома. Подальше обертання ланки 1 забезпечує входження цівки в паз хреста 2, що надає хрестові обертального руху. Якщо цівка не знаходиться в пазі хреста, то він не обертається. Такий механізм, наприклад, застосовують в кіноапаратурі для перервного переміщення кінострічки.

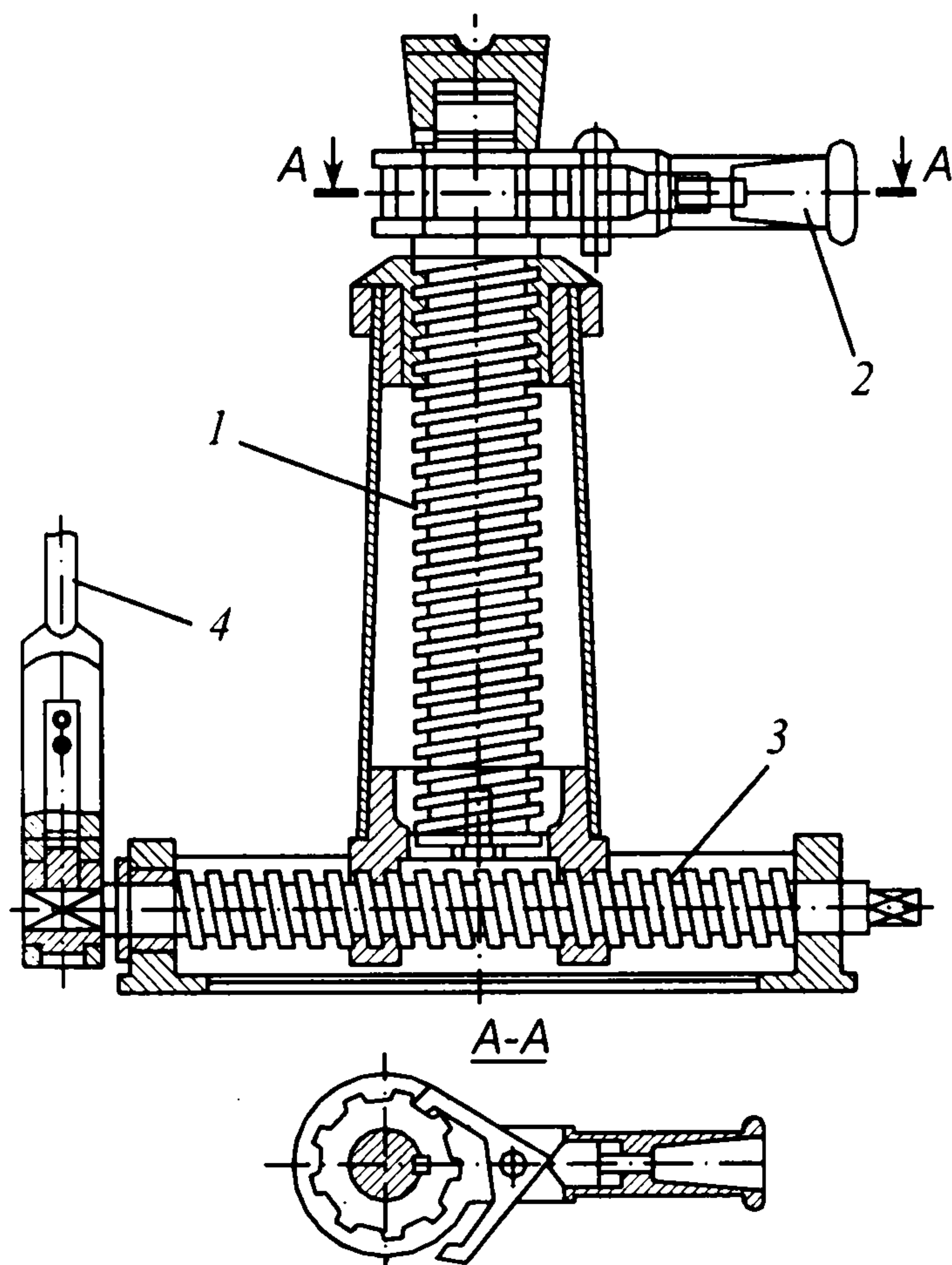


Рис. 15.16. Гвинтовий домкрат

Гвинтові механізми. Основними складовими ланками найпростішого гвинтового механізму (рис. 15.2, в) є гвинт, що має зовнішню гвинтову нарізку, і гайка з внутрішньою гвинтовою нарізкою. Якщо одна із ланок такого механізму закріплена, то при обертанні іншої маємо її переміщення вздовж осі гвинтової ланки.

Гвинтові механізми застосовують, наприклад, у гвинтових домкратах (рис. 15.16) для підняття вантажів. У такому механізмі

обертання гвинта 1 за допомогою важеля 2 дозволяє здійснювати піднімання або опускання вантажу, а обертання гвинта 3 важелем 4 – переміщення вантажу вліво чи вправо.

У техніці гвинтові механізми застосовують для створення великих зусиль або для забезпечення точних переміщень робочих елементів деяких пристроїв.

15.3. Задачі синтезу і аналізу механізмів і машин

Процес створення і проектування механізмів і машин загалом складається з різних етапів, в тому числі і синтезу та аналізу об'єкта розробки.

Синтезом механізму називається створення схеми механізму визначення розмірів його ланок за наперед заданими функціональними характеристиками механізму. Створюють чи вибирають схему механізму на підставі багатовікового досвіду людства у виготовленні і експлуатації різноманітних механізмів та машин, які підтвердили свою надійну безвідмовну роботу. Цей досвід відображено у відповідній технічній довідковій літературі. Розмір ланок на схемі механізму позначають для забезпечення відповідних функціональних і кінематичних характеристик механізму, зокрема положення ведених ланок залежно від руху початкової ланки, траєкторії руху окремих точок і характеру зміни переміщень і швидкостей цих точок та ін.

Аналіз механізму полягає в дослідженні кінематичних і динамічних властивостей механізму за його заданою схемою та розмірами. Основними складовими частинами аналізу механізмів та машин є такі:

– кінематичний аналіз, основним завданням якого є знаходження положень ланок і траєкторій, що описуються точками ланок, а також визначення характеру зміни швидкостей і прискорень точок ланок залежно від закону руху ведучих ланок механізму.

– динамічний аналіз, або розв'язання задачі визначення сил, що діють на ланки механізму, якщо відомий закон руху механізму, або встановлення закону руху механізму за відомими силами, що діють на ланки механізму.

Поряд з цим в задачах динаміки механізмів і машин розглядаються і такі питання: визначення сил тертя в кінематичних парах (див. главу 16), визначення коефіцієнта корисної дії машини, регулювання ходу машини, зрівноважування сил інерції ланок та балансування обертових деталей та ін.

Кінематичний і динамічний аналізи механізмів і машин здійснюються графічними, графоаналітичними і аналітичними методами. Графічні методи дають прості і наочні (але менш точні) розв'язки, тоді як аналітичні методи аналізу часто приводять до дуже громіздких формул, а отримання остаточних результатів неможливе без використання електронної обчислювальної техніки. Оскільки номенклатура різних типів і видів механізмів сучасних машин досить широка, то конкретна інформація про методи розв'язування

методів кінематичного і динамічного аналізу механізмів і машин дається у повному курсі теорії механізмів і машин. Окремі питання кінематики і динаміки найбільш простих і розповсюджених механізмів викладені в окремих главах другого розділу цього посібника.

Поділ теорії механізмів і машин на аналіз і синтез має умовний характер, оскільки вибір схеми механізму і машини в цілому, визначення їхніх параметрів часто виконують за допомогою порівняльного аналізу різних механізмів для виконання машиною певних функцій. Цей порівняльний аналіз можливих варіантів становить тепер основу методів синтезу з використанням сучасної обчислювальної техніки. Крім того, в процесі синтезу механізму потрібно виконувати перевірні розрахунки, використовуючи методи аналізу. Однак з методичної точки зору зручніше розрізняти задачі аналізу і синтезу механізмів, оскільки цей поділ дозволяє об'єднати задачі теорії механізмів в однорідні групи за ознакою спільності методів.

ГЛАВА 16. ТРИБОТЕХНІКА СПРЯЖЕНИХ ЕЛЕМЕНТІВ МАШИН

16.1. Види тертя та його основні закономірності

Наука, що охоплює комплекс питань із тертя та спрацьовування деталей машин, має назву *триботехніка*.

Під *тертям* розуміють опір, який виникає під час відносного руху двох тіл у площині їхнього дотику за наявності сили, що притискає одне тіло до іншого.

Розрізняють *тертя ковзання* та *тертя кочення*. Тертя ковзання відбувається під час відносного руху двох тіл, швидкості яких у точках дотику тіл неоднакові. Тертя кочення виникає у вищих кінематичних парах, де швидкості точок контакту однакові за модулем та напрямом.

За станом поверхневого шару тіл та наявністю мастила між елементами контактуючих деталей розрізняють: *сухе тертя*, що виникає за відсутності на поверхнях тертя мастильного матеріалу будь-якого виду; *граничне тертя* – за наявності на поверхнях тертя шару рідини, що має властивості, відмінні від об'ємних; *рідинне тертя*, при якому виникає явище опору відносному руху між тілами, розділеними шаром рідини, який проявляє її об'ємні властивості.

Наближено можна вважати, що сухе тертя підпорядковується таким закономірностям:

1. Сила тертя ковзання F_s пропорційна нормальному тиску N , прикладена на поверхні стику деталей і направлена у бік, протилежний швидкості їхнього відносного руху (рис. 16.1, *a*). Силу тертя визначають за формулою Кулона

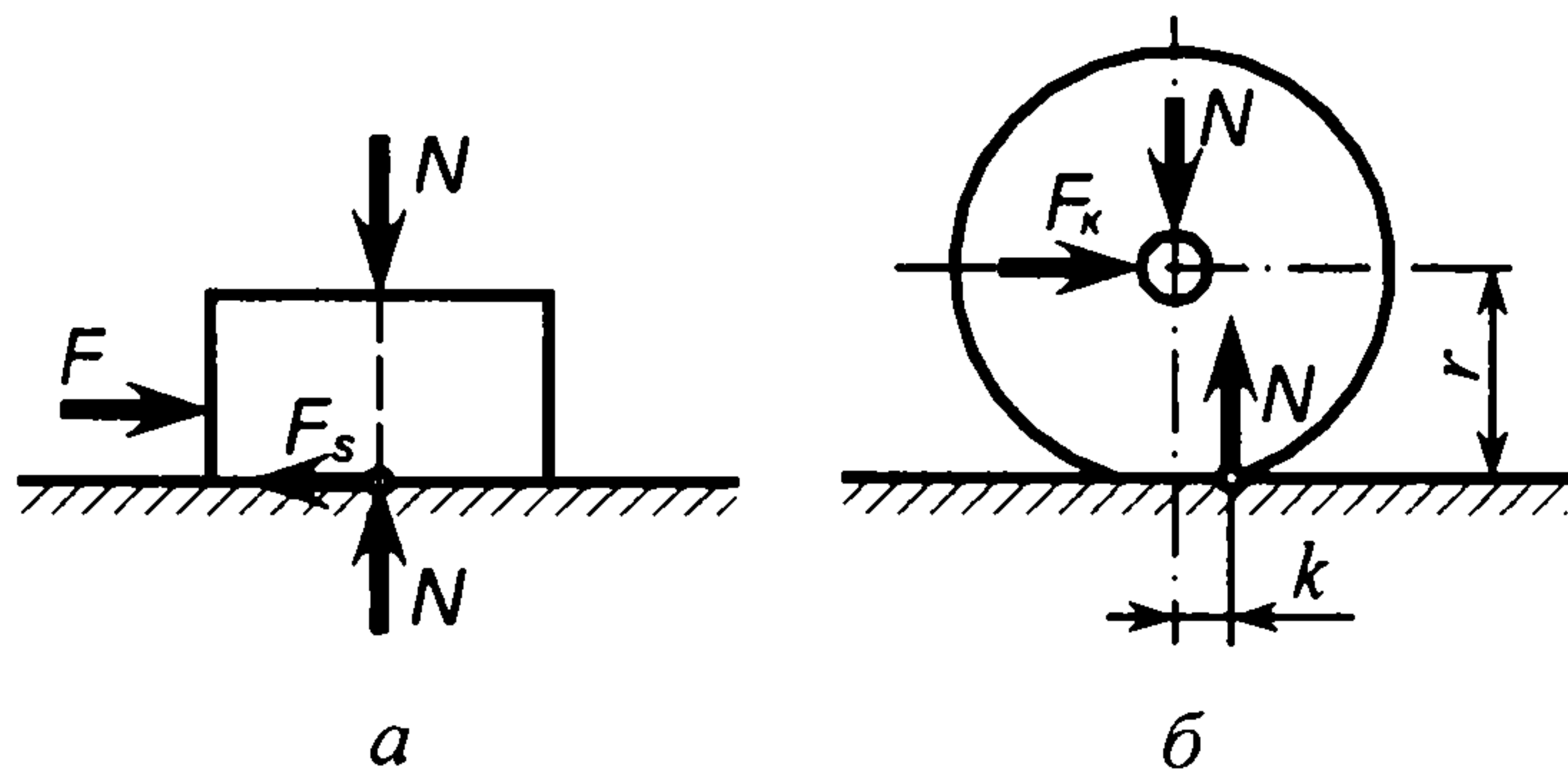


Рис. 16.1. Схеми до визначення сил тертя ковзання і кочення

$$F_s = fN, \quad (16.1)$$

де f – безрозмірний коефіцієнт тертя ковзання, що визначається експериментально.

2. Коефіцієнт тертя f залежить від матеріалу деталей, стану їхніх поверхонь та швидкості їхнього відносного руху.

Силу тертя ковзання F_s , можна визначити за формулою (16.1) не тільки для плоских поверхонь при

сухому терті, але й для криволінійних поверхонь за довільних умов змащування, якщо в розрахунках використовувати значення коефіцієнта тертя f , отримані в умовах, що ідентичні умовам роботи деталей.

Опір руху при коченні (рис.16.1, б) обумовлений ефектом молекулярного зчеплення на площині контакту деталей та гістерезисними втратами в реальних матеріалах при мікродеформаціях їх у межах площини контакту. Силу тертя кочення згідно з рис. 16.1, б визначають за формулою

$$F_k = Nk / r, \quad (16.2)$$

де k – коефіцієнт тертя кочення, мм, а r – радіус ролика, мм.

Коефіцієнт тертя кочення k знаходять дослідним шляхом: для пари деталей із незагартованих сталей $k = (0,004...0,005)$ мм, а для пари деталей із загартованих сталей $k = (0,001...0,002)$ мм.

Значення коефіцієнтів тертя ковзання f істотно більше. Наприклад, для сталевих деталей без мастила $f=0,12...0,15$, а для змащених сталевих деталей $f=0,05...0,08$.

Втрати на тертя кочення значно менші, ніж на тертя ковзання. Тому в багатьох механізмах та машинах конструкції рухомих з'єднань виконують так, щоб тертя ковзання замінити на тертя кочення.

16.2. Втрати на тертя у спряженнях деталей машин

Втрати на тертя у спряженнях деталей характеризуються силою тертя, що виникає в навантаженому контакті деталей під час їхнього відносного руху. Контакт деталей може здійснюватися по площині або по криволінійній поверхні, а відносний рух деталей може бути поступальним чи обертальним.

Якщо вважати дійсним закон Кулона для елементарної площинки dA контакту довільної форми, то

$$dF_s = fdN = fq dA; \quad F_s = f \int_A q dA, \quad (16.3)$$

де q – тиск на елементарній площинці контакту деталей.

Значення тиску q , площинки dA та границь інтегрування встановлюється залежно від конструктивного виконання спряжених деталей.

Спряження з відносним поступальним рухом деталей. На рис.16.2 показані плоскі, клинчасті і циліндричні напрямні 2, що забезпечують поступальний рух повзуна 1. Щоб перемістити повзун, навантажений силою (Q) вздовж напрямної, треба до повзуна прикласти силу F , яка дорівнює силі тертя F_s у контакті цих деталей.

Для плоских напрямних (рис. 16.2, а) при $q = \frac{dN}{dA} = \text{const}$

$$N = Q; \quad dF_s = fdN; \quad F_s = fN = fQ. \quad (16.4)$$

Для клинчастих напрямних (рис. 16.2, б) при $q = \text{const}$ на кожній поверхні напрямної маємо нормальну силу N і загальну силу тертя F_s :

$$N = Q/(2 \sin \alpha); \quad F_s = 2Nf = Qf / \sin \alpha. \quad (16.5)$$

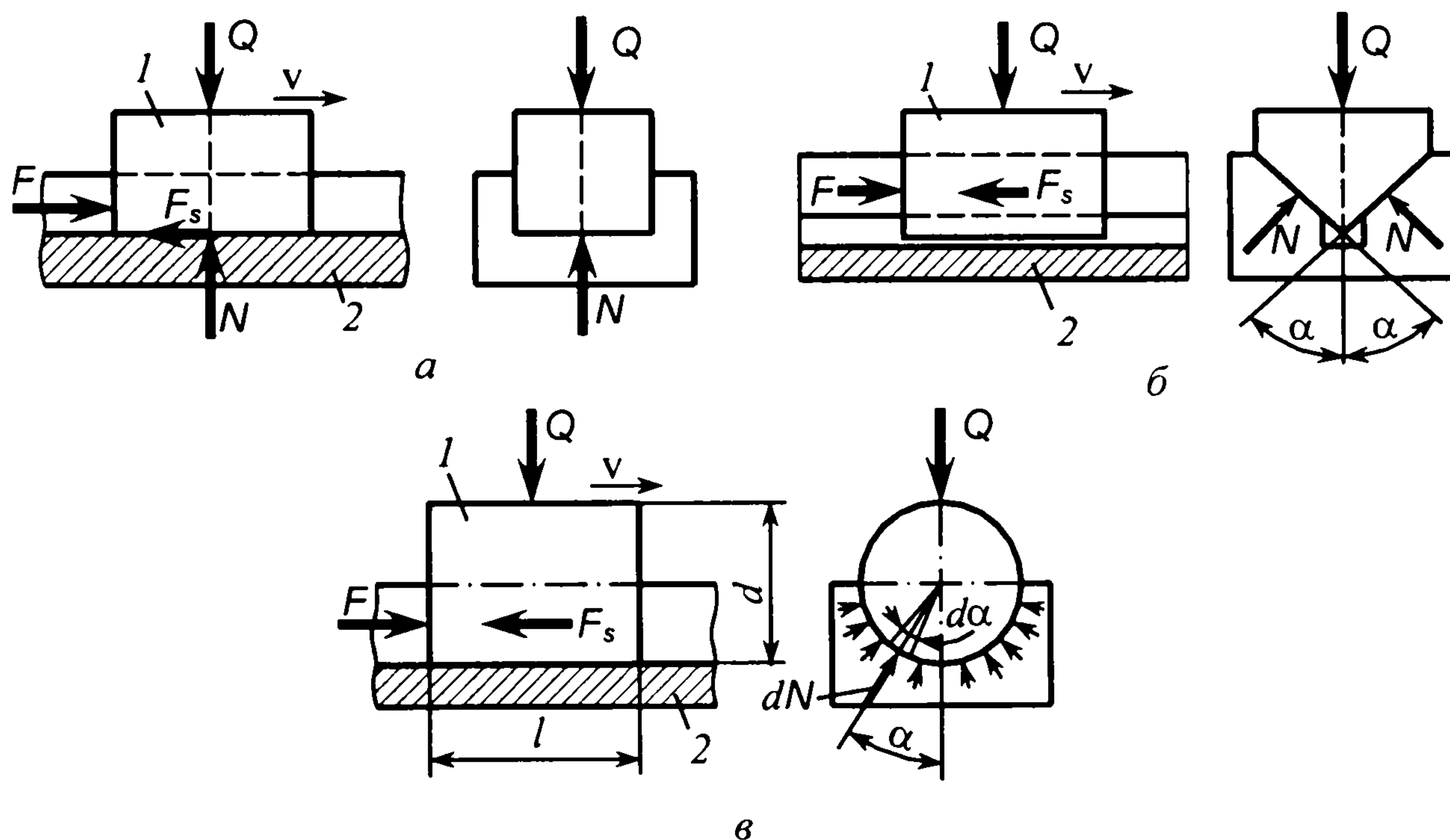


Рис. 16.2. Схеми до визначення сил тертя у спряженнях для забезпечення поступального руху

Для циліндричних напрямних (рис.16.2, в) за відсутності зазору між спряженими деталями, тобто при $q = \text{const}$, попередньо знаходимо

$$Q = \int dN \cos \alpha = 2 \int_0^{\pi/2} ql \frac{d}{2} d\alpha \cos \alpha = ql d \int_0^{\pi/2} d\alpha \cos \alpha = ql d,$$

звідки тиск

$$q = Q/(ld). \quad (16.6)$$

Сила тертя у спряженні циліндричної напрямної

$$F_s = f \int_A q dA = f \int_0^{\pi} \frac{Q}{ld} l \frac{d}{2} d\alpha, \quad \text{або} \quad F_s = Q(\pi f / 2). \quad (16.7)$$

Для припрацьованої (притертої) циліндричної напрямної можна взяти косинусоїдальний закон розподілу тиску $q = q_0 \cos \alpha$. Тоді

$$Q = \int dN \cos \alpha = 2 \int_0^{\pi/2} q_0 \cos \alpha \frac{ld}{2} d\alpha \cos \alpha =$$

$$= q_0 ld \int_0^{\pi/2} \cos^2 \alpha d\alpha = q_0 ld \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\sin 2\alpha}{4} \right) \Big|_0^{\pi/2} = q_0 \pi ld / 4.$$

Звідси

$$q_0 = Q / (\pi ld / 4). \quad (16.8)$$

Сила тертя у припрацьованій циліндричній напрямній

$$F_s = f \int q dA = 2f \int_0^{\pi/2} \frac{4Q}{\pi ld} \cos \alpha \frac{ld}{2} d\alpha = \frac{4Qf}{\pi} \int_0^{\pi/2} \cos \alpha d\alpha.$$

Остаточну формулу для визначення сили тертя запишемо у вигляді

$$F_s = Q(4f / \pi). \quad (16.9)$$

Порівняння сили тертя в неприпрацьованій циліндричній напрямній за формулою (16.7) і у припрацьованій за формулою (16.9) показує, що в другому випадку при тому самому навантаженні Q і коефіцієнті тертя ковзання f опір переміщенню повзуна менший, бо

$$Q(4f / \pi) = 1,27 fQ < Q(\pi f / 2) = 1,57 fQ.$$

Розглянемо тепер напрямну з тертям кочення, яка призначена для поступального переміщення деталі (рис 16.3, а). Між рухомою деталлю 1 і нерухомою 2 уведені тіла кочення (кульки чи ролики). При коченні кульки по двох площинах (рис. 16.3, б) загальна сила тертя кочення

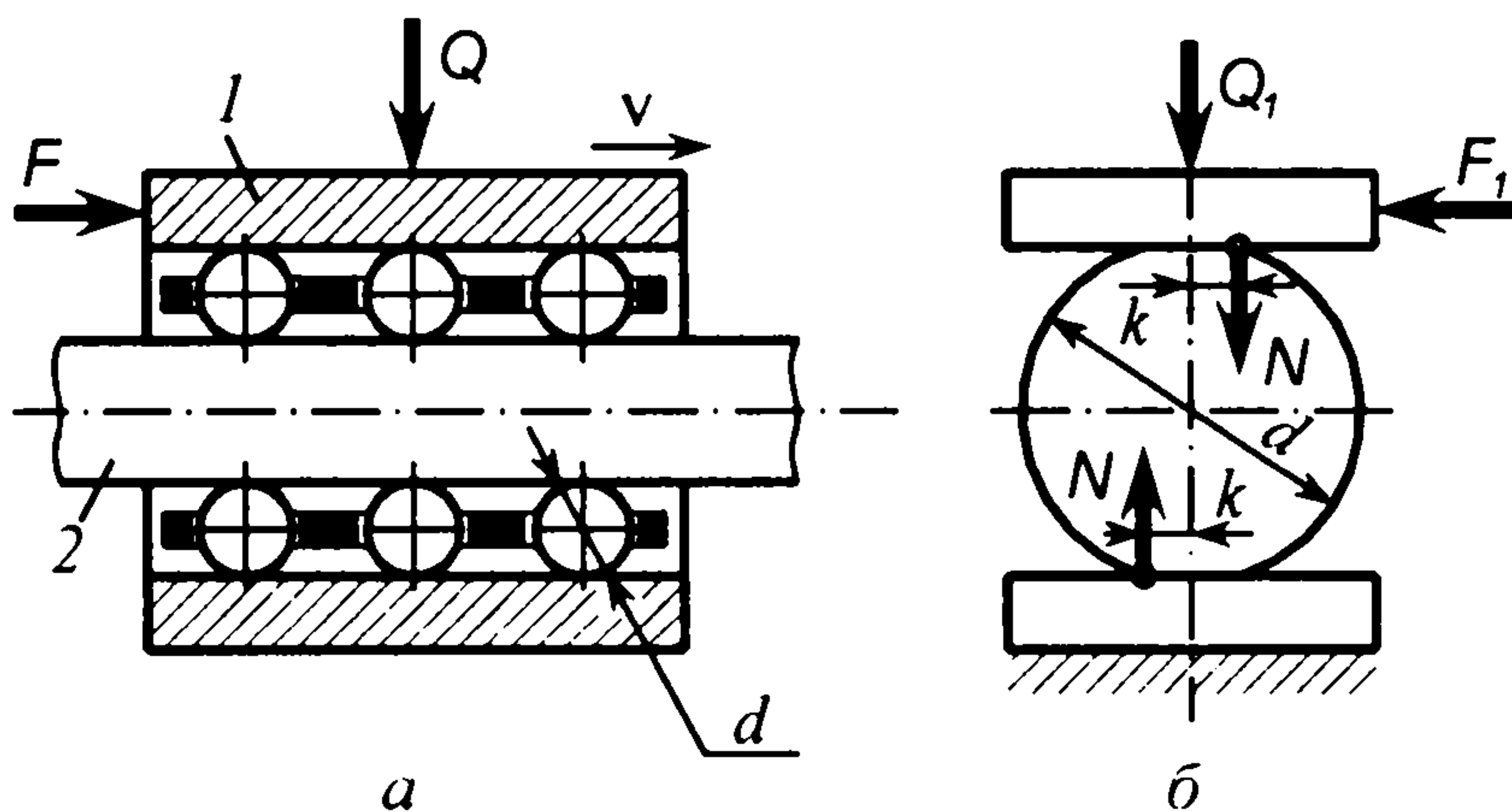


Рис. 16.3. До визначення сил тертя у спряженнях із тертям кочення

$$F_1 = 2Nk / d = 2Q_1 k / d,$$

де $Q_1 = Q/z$ – навантаження на одну кульку; z – число кульок, що сприймають навантаження Q .

Загальна сила тертя кочення при переміщенні деталі 1 (рис. 16.3, а) $F = F_1 z$, тобто

$$F = 2Qk / d. \quad (16.10)$$

Збільшенням діаметра d тіл кочення можна істотно зменшити силу опору переміщенню в напрямній із тертям кочення.

Спряження з відносним обертювим рухом деталей. Залежно від напрямку зовнішнього навантаження щодо осі обертання рухомої деталі розрізняють спряження з радіальним навантаженням (рис. 16.4, а) і спряження з осьовим навантаженням (рис. 16.4, б, в). Спряжені поверхні можуть бути плоскими, циліндричними, конічними або сферичними.

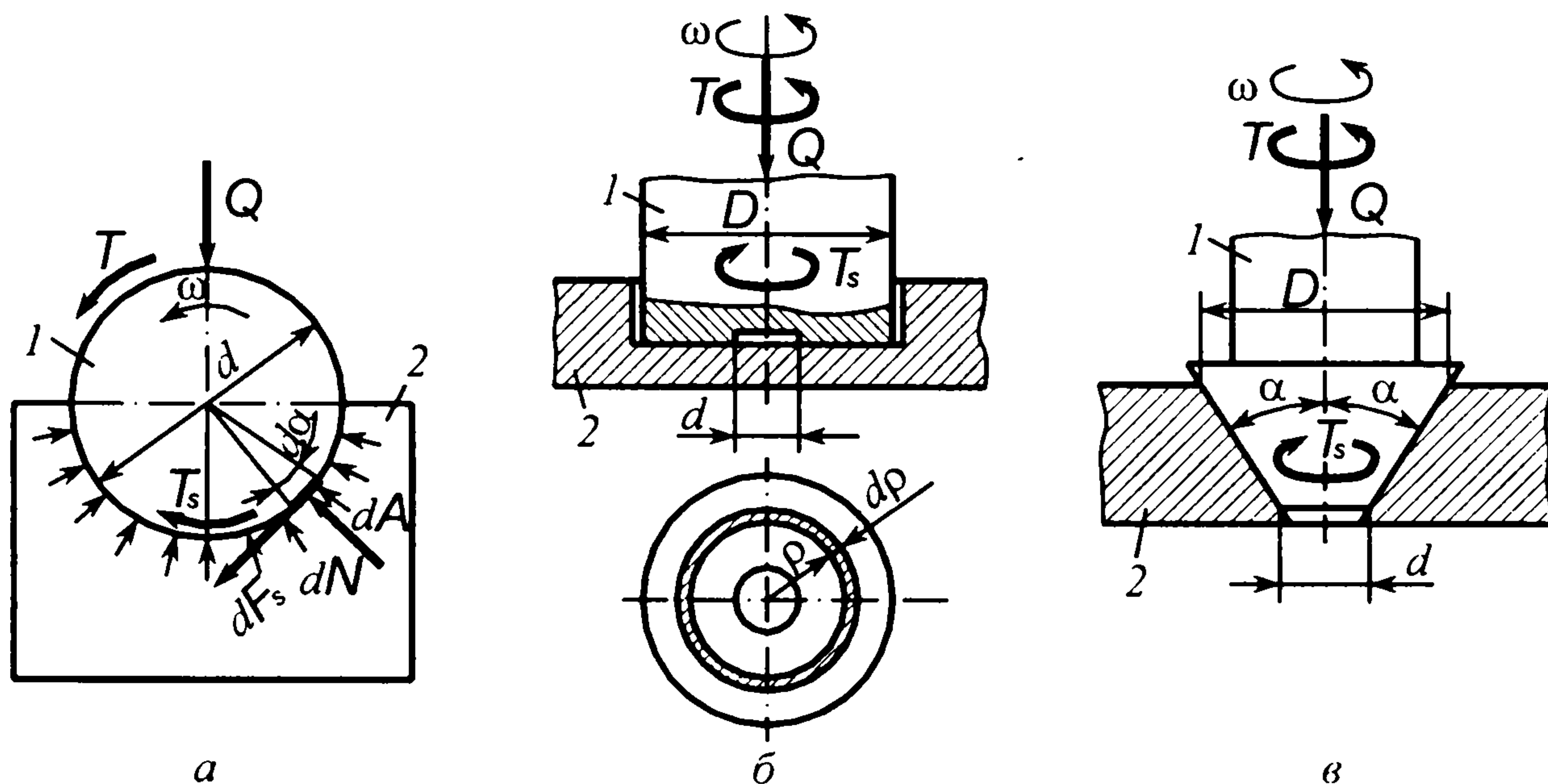


Рис. 16.4. Схеми до визначення сил тертя у спряженнях для обертового руху

Щоб забезпечити рівномірне обертання деталі 1, навантаженої силою Q , треба до цієї деталі прикласти обертовий момент T , який дорівнює моменту сил тертя в контакті T_s .

У спряженні деталей (рис. 16.4, а) елементарний момент сил тертя на площинці dA

$$dT_s = \frac{d}{2} dF_s \quad \text{або} \quad T_s = F_s d / 2.$$

Відповідно для неприпрацьованих деталей спряження (при $q = \text{const}$) з урахуванням виразу (16.7)

$$T_s = Q \pi f d / 4; \quad (16.11)$$

для припрацьованих деталей спряження (при $q = q_0 \cos \alpha$) з урахуванням виразу (16.9)

$$T_s = 2Qfd / \pi. \quad (16.12)$$

У спряженні деталей (рис. 16.4, б) за умови рівномірного розподілу тиску в площині контакту (деталі неприпрацьовані)

$$q = 4Q / \pi(D^2 - d^2) = \text{const}. \quad (16.13)$$

На кільцевій площинці $dA = 2\pi r dr$ елементарний момент сил тертя

$$dT_s = \rho dF_s = \rho f q dA = f q \cdot 2\pi r^2 dr. \quad (16.14)$$

Проінтегрувавши записаний вираз у межах $d/2 \dots D/2$ з урахуванням (16.13), отримаємо

$$T_s = \frac{Qf}{3} \frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2}. \quad (16.15)$$

Після припрацювання спряження деталей (рис. 16.4, б) тиск у площині контакту розподіляється нерівномірно. Якщо спрацьовування поверхонь

тертя пропорційне добутку тиску q на швидкість ковзання $V_s = \rho\omega$, то для кожної точки площини контакту маємо $q\rho = \text{const}$.

Із умови

$$dQ = qdA = q \cdot 2\pi\rho d\rho$$

одержуємо

$$Q = 2\pi(q\rho) \int_{d/2}^{D/2} d\rho = \pi(q\rho)(D - d).$$

Із цього співвідношення маємо

$$(q\rho) = Q / [\pi(D - d)]. \quad (16.16)$$

Використовуючи залежності (16.14) та (16.16), дістаємо

$$T_s = 2\pi f(q\rho) \int_{d/2}^{D/2} \rho d\rho = Qf(D + d) / 4. \quad (16.17)$$

Для суцільної кругової площини контакту ($d=0$) відповідно будемо мати

$$T_s = QfD / 4. \quad (16.18)$$

На практиці уникають використання суцільних кругових площин контакту в спряженнях за рис. 16.4, б, оскільки в центрі площини тиск теоретично зростає до нескінченності.

Для спряження деталей по конічних поверхнях (рис. 16.4, в) момент сил тертя визначається за аналогічними міркуваннями.

У неприпрацьованій конічній парі ($q = \text{const}$)

$$T_s = \frac{Qf}{3\sin\alpha} \frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2}. \quad (16.19)$$

У припрацьованій конічній парі за умови, що спрацьовування в кожній точці спряження пропорційне добутку тиску на швидкість ковзання,

$$T_s = Qf(D + d) / (4\sin\alpha). \quad (16.20)$$

Якщо взяти $\alpha = \pi/2$, то вирази (16.19) і (16.20) зводяться до формул, добутих для спряження деталей за рис. 16.4, б. Для малих кутів конусності α момент сил тертя досягає великих значень при малих значеннях осьової сили Q . Це явище часто використовують для закріплення інструментів (свердла, фрези) у металообробних верстатах.

Широке практичне застосування мають спряження деталей із використанням тертя кочення, наприклад підшипників кочення. В таких спряженнях втрати на тертя дуже малі.

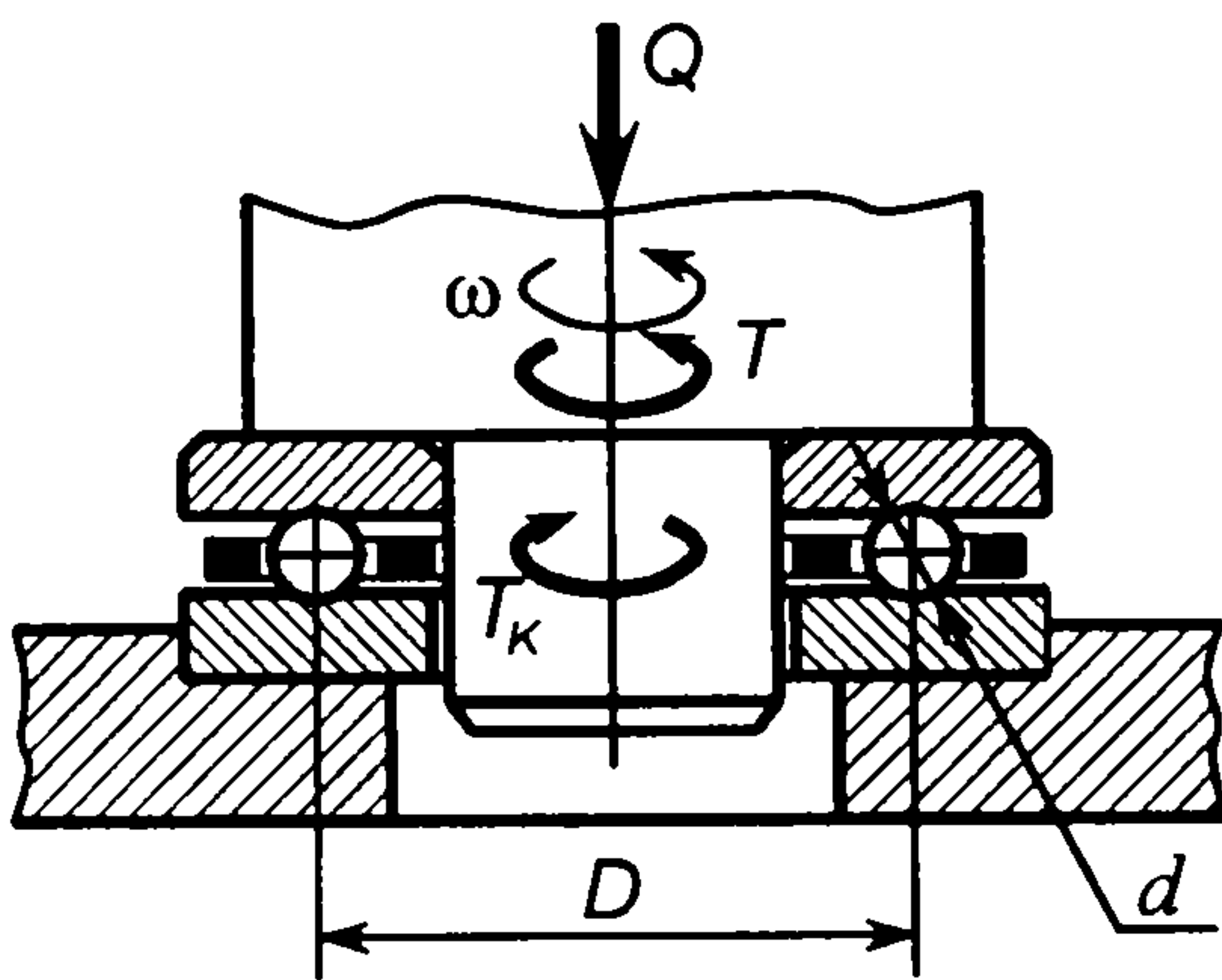


Рис. 16.5. Опора вала на упорному кульковому підшипнику

Розглянемо для прикладу установку вала на упорному кульковому підшипнику (рис. 16.5). Якщо вал навантажений осьовою силою Q , то момент сил тертя можна визначити за такою формулою [див. вираз (16.10)]:

$$T_k = FD/2 = QDk/d. \quad (16.21)$$

Отримані у цьому параграфі розрахункові формули можуть бути використані для визначення втрат на тертя в різних рухомих спряженнях деталей машин.

16.3. Види спрацьовування та розрахунки для забезпечення стійкості деталей проти спрацьовування

Спрацьовування – процес руйнування поверхневих шарів деталі в умовах тертя, що спричинює поступову зміну розмірів, форми та стану поверхні деталі. *Спрацювання* – результат процесу спрацьовування.

Спрацьовування є причиною виходу з ладу більшості машин та їхніх деталей (близько 85-90 %). Щорічні видатки на технічне обслуговування та відновлення спрацьованих деталей при ремонтах парку деяких машин (автомобілі, верстати, будівельні та дорожні машини, сільгосптехніка) перевищують вартість річного випуску нових машин.

Залежно від характеру процесів, що відбуваються на поверхнях контакту деталей, розрізняють такі види спрацьовування: механічне, молекулярно-механічне та корозійно-механічне.

Механічне спрацьовування поділяють на абразивне, втомне і спрацьовування через пластичне деформування.

Абразивне спрацьовування є результатом зрізання і пластичного деформування твердими сторонніми частинками мікронерівностей спряжених поверхонь при їх відносному переміщенні. Тверді абразивні частинки, що потрапляють у зону контакту деталей, можуть мати мінеральне походження чи бути металевими у вигляді продуктів спрацьовування поверхонь деталей.

Втомне спрацьовування є наслідком циклічно змінних контактних напружень у зоні контакту деталей. У поверхневому шарі деталі виникають втомні мікротріщини, розвиток та з'єднання яких спричинюють відрив частинок металу. Цей вид руйнування також називають втомним викришуванням робочих поверхонь деталей. В іноземній літературі таке руйнування поверхні відоме під назвою пітинг.

Спрацьовування через пластичне деформування виявляється під час високих навантажень у вигляді пластичного зминання спряжених поверхонь із порушенням заданого відносного руху спряжених деталей.

Молекулярно-механічне спрацьовування виникає під час високих контактних напружень, через дію яких руйнується захисна масляна плівка і починають діяти сили молекулярного зчеплення. Це явище називають *схоплюванням*. Подальше відносне переміщення поверхонь спричинює руйнування їх шляхом відриву частинок матеріалу. Процес виникнення та розвитку пошкоджень поверхонь тертя внаслідок

схоплювання називається *заїданням*. Небезпечною формою прояву заїдання є *задир* – пошкодження поверхонь тертя у вигляді борозен та рівців, глибина яких може сягати 0,1 – 0,2 мм і більше.

Корозійно-механічне спрацьовування буває окислювальним або спрацьовуванням типу фреттінг-корозії.

Окислювальне спрацьовування – руйнування окисних плівок, що неперервно поновлюються на поверхнях тертя. Якщо ці плівки досить тонкі, то інтенсивність окислювального спрацьовування досить низька.

Корозійно-механічне спрацьовування, що виникає при дуже малих циклічних відносних зміщеннях спряжених поверхонь, обумовлених наявністю зазорів та деформаціями деталей, без видалення продуктів спрацьовування із зони контакту називається *фреттінг-корозією*. Фреттінг-корозія характерна для поверхонь посадки підшипників на вали, в шпонкових, зубчастих та профільних з'єднаннях деталей.

Професор Д. Н. Гаркунов виявив механізм так званого *водневого спрацьовування* деталей. Цей вид руйнування характерний для поверхонь гальмових башмаків та барабанів, дисків фрикційних муфт та інших деталей. Особливість його полягає в тому, що водень при терті і високих температурах насичує поверхневі шари сталевих деталей, спричинює їхню крихкість, появу великої кількості тріщин, відтак раптове утворення дрібнодисперсного порошку металу.

Всі розглянуті вище види спрацьовування деталей машин не мають одночасно вирішального значення. Переважний вид спрацьовування залежить від зовнішніх умов експлуатації машини, способу змащування (неперервний чи періодичний), ступеня навантаження контакту деталей, питомого тиску, швидкості ковзання та інших факторів.

Спрацьовування деталей машин характеризується параметром J_h , який називається *інтенсивністю спрацьовування* – відношенням товщини шару матеріалу, втраченого через спрацьовування, до шляху тертя (шляху переміщення точки, в якій фіксується спрацьовування, щодо спряженої поверхні).

Величина, обернена до інтенсивності спрацьовування, називається *стійкістю проти спрацьовування*.

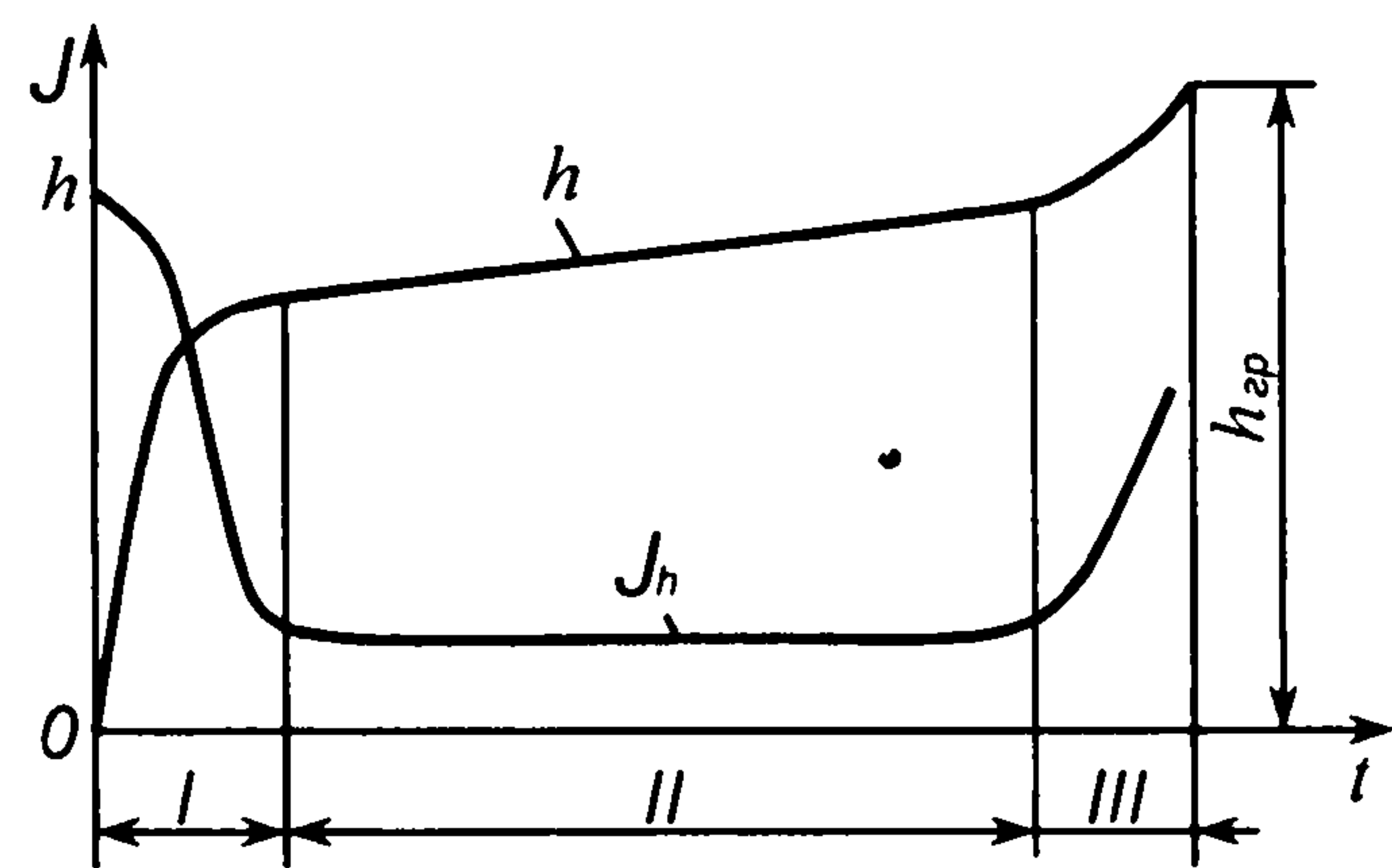


Рис. 16.6. Зміна інтенсивності спрацьовування та спрацювання в часі

Під час експлуатації машини інтенсивність спрацьовування деталей істотно змінюється. У початковий період експлуатації через неминучі огріхи спряжених поверхонь деталей під час виготовлення має місце підвищена інтенсивність спрацьовування. Із припрацюванням (взаємним притиранням) деталей інтенсивність спрацьовування зменшується, потім стабілізується, а надалі протягом тривалого часу залишається постійною. Наступна зміна форми деталей, що спричинена

спрацюванням, і зміна умов змащування збільшують інтенсивність спрацювання на кінцевому етапі експлуатації машини.

Графік, що характеризує зміну інтенсивності спрацювання J_h , і спрацювання h протягом строку служби машини, показаний на рис. 16.6 (I – період припрацювання деталей машин; II – період усталеного спрацювання і III – період інтенсивного спрацювання на кінцевому етапі експлуатації машини).

Щоб запобігти небезпечним формам пошкодження поверхонь деталей під час припрацювання, слід передбачити полегшений режим роботи машини, тобто роботу на стендах або в експлуатації з низькими навантаженнями та швидкостями. З метою зменшення періоду припрацювання в мастильні матеріали деколи вводять спеціальні добавки, що прискорюють припрацювання за рахунок корозійно-механічного або абразивного спрацювання. Подібні заходи знижують або навіть запобігають нагромадженню втомних пошкоджень поверхонь деталей під час припрацювання їх.

Після досягнення граничного спрацювання h_{pr} , коли подальша робота машини неможлива або є небезпечною, закінчується строк служби машини або окремих її деталей.

Щоб забезпечувати стійкість проти спрацювання, треба використовувати такі розрахунки деталей машин:

а) розрахунок за умовою обмеження тиску в контактi деталей

$$q \leq [q]; \quad (16.22)$$

б) розрахунок за умовою обмеження максимального контактного напруження

$$\sigma_H \leq [\sigma]_{H_{\max}}; \quad (16.23)$$

в) розрахунок за критерієм qv_s (v_s – швидкість ковзання в контактi деталей)

$$qv_s \leq [qv]. \quad (16.24)$$

Допустимий тиск $[q]$ вибирають за умови невитискання мастила з контакту деталей, $[\sigma]_{H_{\max}}$ – за умови запобігання схоплюванню або заїданню, а критерій $[qv_s]$ – за умови обмеження теплової напруженості пари тертя.

Для розрахунків на довговічність при спрацюванні деталей використовують емпіричні залежності;

$$F^m L = C; \quad \sigma_H^m N_u = C, \quad (16.25)$$

де F – навантаження в контактi деталей; L – шлях тертя; показник степеня m вибирають у межах 1-3; для поверхонь без мастила $m \approx 1$; за наявності мастила $m \approx 3$.

Величина C – постійна для конкретного виду спрацювання. Вона залежить від матеріалів спряжених деталей, конструкції спряження, якості і способу подачі мастила та інших факторів.

Наведені вище розрахунки умовні і не дають повного уявлення про ступінь надійності роботи деталей в умовах тертя.

16.4. Шляхи зменшення спрацьовування деталей машин

Спрацьовування деталей машин можна зменшити використанням ефективних мастильних матеріалів, раціональним вибором матеріалів пари тертя і забезпеченням найдоцільніших конструкцій вузлів тертя та технології їх виготовлення.

Використання ефективних мастильних матеріалів. У машинобудуванні застосовують рідкі, пластичні та тверді мастильні матеріали. Використання тих чи інших мастильних матеріалів для зменшення спрацьовування деталей залежить від конкретних умов роботи цих деталей.

Рідкі мастила застосовують найчастіше для неперервного змащування вузлів тертя з підвищеним виділенням тепла. Вони можуть забезпечити рідинне тертя в спряженні деталей за певних умов, виносять продукти спрацьовування із зони контакту деталей та охолоджують вузли тертя.

У парах тертя з порівняно невеликим виділенням тепла і при відсутності потреби відведення тепла за допомогою мастила більш розповсюджені пластичні мастила. Здатність цих мастил утримуватись на вертикальних площинах має важливе значення для надійного змащування тихохідних машин та для герметизації вузлів тертя.

Широко використовують тверді мастила, особливо в ядерній та космічній техніці. В умовах високих або низьких температур, в агресивних середовищах чи в глибокому вакуумі рідкі та пластичні мастила непрацездатні. В таких специфічних умовах або у звичайних умовах тверді мастила дуже ефективні. Найбільше використання мають такі тверді мастила як колоїдний графіт та дисульфід молібдену. Разом з відповідними в'язучими добавками дисульфід молібдену утворює міцні плівки на металевих поверхнях, які захищають їх від захоплювання та фреттінг-корозії.

Вибір матеріалів. Досвід експлуатації вузлів тертя дає змогу дійти деяких висновків, що мають значення під час добору матеріалів для пар тертя ковзання, а саме:

- твердий матеріал у парі з м'яким достатньою мірою запобігає заїданню;
- твердий матеріал у парі з іншим твердим матеріалом при низьких швидкостях ковзання має високу стійкість проти спрацьовування внаслідок малого взаємного проникнення їхніх поверхонь;
- м'який матеріал у сукупності з іншим м'яким матеріалом має низьку стійкість проти спрацьовування і ненадійний в роботі;
- пористі (спечені) матеріали та антифрикційні сплави доцільно використовувати у вузлах тертя, які періодично змащуються.

Конструктивні шляхи зменшення спрацьовування деталей машин. До цих шляхів зменшення спрацьовування слід віднести такі заходи:

- треба уникати відкритих пар тертя. У відкритих парах тертя важко забезпечити достатнє змащування та захистити їх від впливу навколишнього середовища;

- доцільно замінити тертя ковзання на тертя кочення;
- потрібно забезпечувати найрівномірніший розподіл тиску на поверхнях тертя;
- якщо в спряженнях деталей із малими взаємними переміщеннями є фреттінг-корозія, то доцільно зовнішнє тертя замінювати внутрішнім, використовуючи гумово-металеві шарніри;
- поверхні тертя у фрикційних парах вигідно робити переривчастими – на одній із поверхонь передбачати поперечні рівці. Це поліпшує охолодження, забезпечує винесення продуктів спрацьовування, локалізує задири;
- довговічність деяких деталей можна значно збільшити, якщо передбачити можливість перевертання їх після деякого періоду роботи, наприклад зубчасті колеса, що працюють одним профілем зубця, ходові гвинти токарних верстатів та інші деталі.

Технологічні шляхи зменшення спрацьовування. Якість поверхонь деталей, що працюють в умовах тертя, можна поліпшити технологічно:

- поверхні тертя повинні мати шорсткість згідно з видом тертя. Із підвищенням класу чистоти поверхонь істотно зростають несуча здатність і надійність пар тертя, якщо тертя рідинне. Поверхні оптимальної шорсткості (при низьких швидкостях ковзання) утримують більшу кількість мастила та зменшують шкідливу дію продуктів спрацьовування;
- підвищення твердості поверхонь забезпечує зростання їхньої стійкості проти спрацьовування. Твердість можна збільшити поверхневим нагартуванням, азотуванням або боруванням. Підвищення твердості дуже ефективно під час роботи деталей в абразивних середовищах;
- біметалізація дозволяє наносити на поверхні тертя деталей тонкі шари високоякісних антифрикційних сплавів, що забезпечує їхню підвищену несучу здатність;
- поверхнєве наклепування через обкочування роликками дає змогу збільшити стійкість проти спрацьовування поверхонь деталей.



**КОНСТРУКЦІЇ ТА РОЗРАХУНКИ
ЕЛЕМЕНТІВ ЗАГАЛЬНОГО
ПРИЗНАЧЕННЯ В ТЕХНІЧНИХ
ОБ'ЄКТАХ**

**ГЛАВА 17. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ЩОДО ПРОЕКТУ-
ВАННЯ ТЕХНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ**

17.1. Основні положення про проектування та конструювання

Інженерне проектування – це неперервний процес, в якому наукові і технічна інформація використовується для створення нового пристрою, машини або системи. Нові вироби розробляє інженерно-технічний персонал шляхом проектування і конструювання. Проектування і конструювання є процесами взаємопов'язаними, які доповнюють один одного. Проектування передуює конструюванню і є пошуком науково обґрунтованих, технічно здійсненних та економічно доцільних рішень.

Конструювання – створення конкретної однозначної конструкції об'єкта згідно з проектом. Конструкція передбачає спосіб з'єднання, взаємодію частин, а також матеріал, з якого виготовляють окремі елементи. Конструювання базується на результатах проектування і уточнює всі інженерні рішення, прийняті під час проектування.

Процес створення нової машини, приладу або споруди можна поділити на декілька етапів. Практикою вироблена найзручніша послідовність проектування і конструювання:

Технічна пропозиція – початкова стадія проектування, яка є відповіддю проєктувальника на поставлене завдання. Запропоновані один або кілька варіантів об'єкта ретельно обґрунтовують з використанням для цього теоретичних розрахунків і аналізу, практичного досвіду.

Ескізний проект, як правило, розробляють в декількох варіантах і супроводжують техніко-економічним аналізом, внаслідок якого приймають оптимальний варіант для подальшої розробки об'єкта.

Технічний проект виконують після ескізного проектування, він містить сукупність конструкторських документів, які відображають повне технічне вирішення проблеми з усіма даними, достатніми для повного уявлення про будову об'єкта і його основних елементів. Одним із головних завдань розробки технічного проекту є надання об'єктові проектування таких

власностей, які можуть бути реалізовані за мінімальних трудових і матеріальних затрат споживача й організації-виконавця.

Робочу конструкторську документацію складають для забезпечення можливості виготовлення дослідного зразка або початкової серії спроектованого виробу. На цьому етапі виконують робочі креслення, технологічну документацію (технологічні карти) на виготовлення деталей, складання і монтаж машини, розробляють інструкції для випробовування й експлуатації конструкції та її окремих вузлів.

Зауважимо, що окремі етапи проектування залежать від ступеня новизни та складності створюваного об'єкта, обсягу програми його виготовлення. Часто окремі стадії розробки об'єднують і таким чином скорочується термін проектних робіт, зокрема під час проектування нескладних виробів.

Види виробів. Поняття "виріб" має широкий діапазон значень. До виробів належать і технічні об'єкти.

Технічним об'єктом називають створений людиною пристрій, призначений для задоволення певної потреби.

Виробом називається довільний предмет або сукупність предметів, які виготовляють на підприємстві. Загальна структура всіх можливих виробів показана на рис. 17.1. Стандарт встановлює такі види виробів:

Деталь – виріб, виготовлений із матеріалу однієї марки без використання складальних операцій або з використанням місцевих з'єднувальних операцій (зварювання, паяння, склеювання), чи з виконанням декоративного або захисного покриття. Наприклад, вал, виготовлений з одного матеріалу; трубка, виготовлена зварюванням листового матеріалу; гайка покрита хромом.

Складальна одиниця – виріб, складові частини якого підлягають з'єднанню між собою на підприємстві за допомогою складальних операцій. До складальних одиниць також відносять вироби, конструкція яких передбачає розбирання на складові частини для зручності монтажу, контролю, обслуговування.

Комплекс – виріб, що складається з кількох окремих виробів, не з'єднаних на підприємстві, яке його виготовляє, складальними операціями,

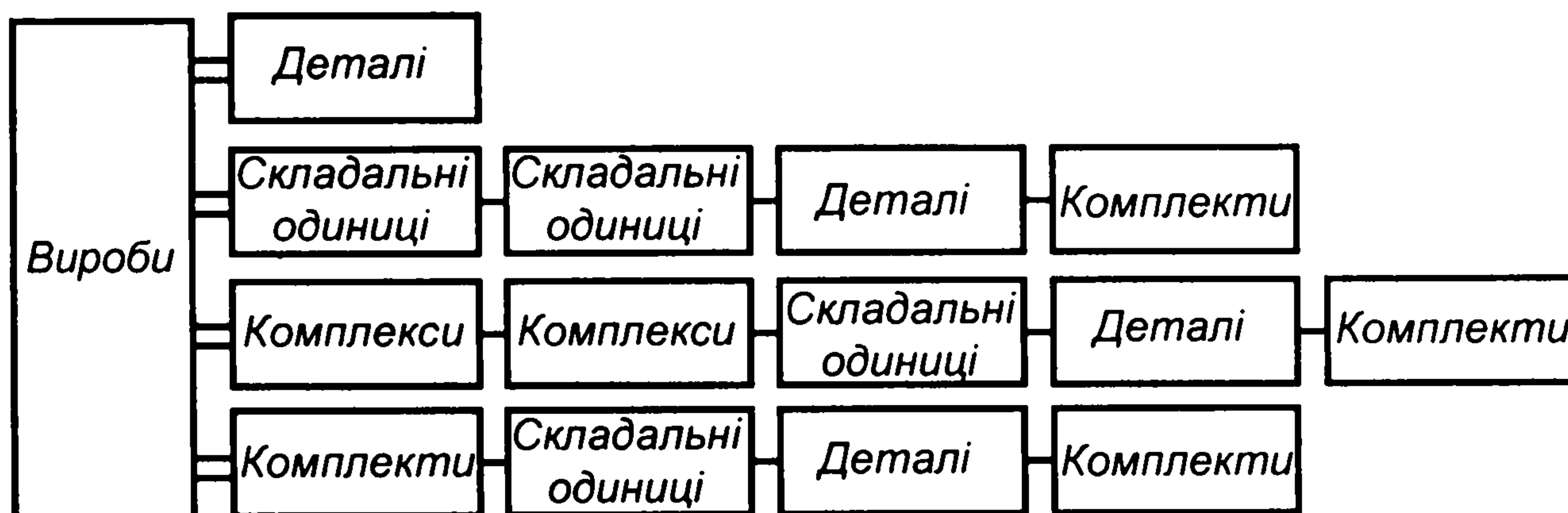


Рис. 17.1. Структура виробів

але призначений для виконання певних взаємопов'язаних експлуатаційних функцій, наприклад, цех-автомат для виготовлення певних виробів, роботизована дільниця для термооброблення деталей.

Комплект – кілька виробів загального функціонального призначення допоміжного характеру, не з'єднаних на підприємстві складальними операціями, наприклад, комплект запасних частин, комплект інструменту і т.д.

На всі види виробів розробляються відповідні конструкторські документи.

Види і комплектність конструкторських документів. До конструкторських документів належать графічні і текстові документи, які окремо або в сукупності визначають склад і будову виробу і містять необхідні дані для його виготовлення, контролю, приймання, експлуатації і ремонту. Нижче наведено основні види конструкторських документів.

Креслення деталі – графічний документ, який містить зображення деталі й інші дані для її виготовлення і контролю.

Складальне креслення – графічний документ, який містить зображення складальної одиниці й інші дані, необхідні для її складання (виготовлення) і контролю.

Габаритне креслення – графічний документ, в якому дається контурне (спрощене) зображення виробу з габаритними, монтажними і приєднувальними розмірами.

Схема – графічний документ, на якому у вигляді умовних зображень або позначень показані складові частини виробу і зв'язки між ними. Схеми бувають кінематичні, гідравлічні, пневматичні, електричні та ін.

Специфікація – текстовий документ, який визначає склад складальної одиниці, комплексу чи комплекту.

Пояснювальна записка – текстовий документ, який містить опис будови і принципу дії спроектованого виробу, а також обґрунтування технічних і техніко-економічних рішень, прийнятих при розробці виробу.

Розрахунок – текстовий документ, який містить розрахунки параметрів і характерних показників виробу.

У проектуванні використовують такі види розрахунків: геометричні (розрахунок розмірних ланцюгів, координат, зазорів); кінематичні (розрахунок переміщень, швидкостей, прискорень, передаточних чисел та ін.); динамічні (розрахунок навантажень деталей і їхніх змін у часі); розрахунки на міцність та жорсткість (визначення напружень та деформацій елементів машин в робочих режимах); енергетичні (розрахунки затрат енергії, параметрів енергетичного балансу); техніко-економічні (розрахунки продуктивності, вартості, ефективності використання).

Той чи інший розрахунок треба виконувати за такою схемою: а) підбір вихідних даних для розрахунку; б) складання розрахункової схеми; в) визначення основних критеріїв роботоздатності об'єкта розрахунку; г) безпосереднє виконання розрахунку; д) формулювання висновків і підсумків.

Інструкція – текстовий документ, який містить вказівки і правила для виготовлення або експлуатації виробу.

Для різних стадій проектування та конструювання технічних об'єктів обов'язковою є розробка тих чи інших конструкторських документів, які можуть бути оформлені окремо або об'єднані в конструкторській документації, наприклад, в пояснювальній записці та розрахунках.

Загальні вимоги до об'єктів проектування. Якість машин, приладів та інших технічних об'єктів, а також їхніх окремих складальних одиниць і деталей залежить від деяких загальних вимог. Розглянемо загальні вимоги, які треба брати до уваги на всіх етапах і стадіях проектування та конструювання машин.

Роботоздатність – поняття, що визначає такий стан машини або певної її складальної одиниці чи деталі, при якому вона здатна виконувати задані функції з параметрами відповідно до вимог технічної документації. Основними критеріями роботоздатності є збереження міцності, незмінності форми і розмірів, стійкості проти спрацювання, потрібної жорсткості, тепло- і вібростійкості.

Високі експлуатаційні показники машини оцінюють за зразками подібних машин. При збереженні або зменшенні маси і габаритних розмірів нова машина повинна забезпечувати вищу продуктивність і ККД, менше споживання енергії, підвищену точність, менші затрати праці на обслуговування і ремонт тощо.

Висока надійність – властивість машини, складальної одиниці або деталі виконувати задані функції, зберігаючи при цьому свої експлуатаційні показники в допустимих межах, протягом наперед заданого проміжку часу.

Безпечність в експлуатації характеризує придатність конструкції машини до нормальної експлуатації протягом визначеного технічною документацією строку служби без аварійних руйнувань, небезпечних для обслуговуючого персоналу, виробничого обладнання, а також інших суміжних об'єктів.

Технологічність і економічність конструкції машини чи деталі – це найбільша простота і найменші матеріальні затрати на виготовлення за умови збереження виробом високої роботоздатності, надійності та високих експлуатаційних показників.

Екологічність машини – здатність її виконувати свої функції без шкідливого впливу на навколишнє середовище.

Усі перелічені вимоги значною мірою взаємопов'язані, і лише повне задоволення їх дає можливість досягнути високої якості виробів під час проектування і конструювання.

17.2. Конструкційні матеріали та їхні механічні характеристики

Номенклатура матеріалів, що використовується в машинобудуванні для виготовлення різних деталей, дуже широка. Вона охоплює такі основні групи матеріалів: а) чорні метали; б) сплави кольорових металів; в) неметалеві матеріали. Більша частина матеріалів стандартизована. Найпоширеніші (за масою 85–90 %) є чорні метали – сталі і чавуни.

Сталь – залізовуглецевий сплав із вмістом вуглецю до 2 %. Сталі можуть мати в своєму складі до 1 % природних домішок (сірку, фосфор, марганець, кремній). Щоб підвищити якісні показники або надати сталям спеціальних властивостей, до них додають легуючі елементи (хром, нікель, молібден, титан та ін.).

Різноманітність сталей за їхнім застосуванням і практичним використанням, за хімічним складом чи за характерними спеціальними властивостями дуже велика. Для виготовлення різних деталей машин найширше застосовують вуглецеві і леговані конструкційні сталі.

Вуглецеві конструкційні сталі поділяють на дві категорії, а саме на сталі звичайної якості та сталі якісні.

Сталі вуглецеві звичайної якості поділяють на групи А, Б і В. Сталі групи А постачають за механічними властивостями без уточнення хімічного складу, групи Б – з гарантованим хімічним складом, групи В – за механічними властивостями і за додатковими вимогами до хімічного складу. Ці сталі маркують цифрами в порядку зростання вмісту вуглецю і підвищення характеристик міцності – Ст0, Ст1, Ст2, Ст3, Ст4, Ст5, Ст6. Сталі звичайної якості, як найбільш дешеві, широко застосовуються для виготовлення різних металоконструкцій типу ферм і рам, а також таких деталей, як валики, пальці, тяги, болти, гайки тощо.

Сталі вуглецеві якісні групи І з нормальним вмістом марганцю і групи ІІ з підвищеним вмістом марганцю здебільшого використовують в термообробленому стані. Їх маркують двозначним числом, яке відповідає середньому вмісту вуглецю в сотих частках відсотка, наприклад сталі 10, 15, 20, 25 і т.д., а також сталі 20Г, 30Г, 40Г, 50Г (буква Г означає підвищений вміст марганцю). Якісну сталь постачають із гарантованими хімічним складом і механічними властивостями. Сталь із підвищеним вмістом марганцю характеризується кращими показниками міцності і стійкості проти спрацювання, але має меншу в'язкість. Якісні вуглецеві сталі застосовують для виготовлення валів і осей, важелів, траверс, зубчастих коліс, маховиків та інших деталей.

Леговані конструкційні сталі поділяють на якісні і високоякісні. Залежно від основних легуючих елементів леговані сталі бувають 14 груп: хромисті (30Х, 30ХРА, 45Х); хромонікелеві (40ХН, 50ХН); хромомарганцевисті (25ХГТ, 40ХГТР); хромомолібденові (30ХМА, 35ХМ); хромонікельмолібденові (20ХН2М, 30ХН2МА); хромомарганцевонікелеві (20ХГНР, 38ХГН) та ін. У марках сталей букви означають: Х – хром; Н – нікель; В – вольфрам; Ф – ванадій; Г – марганець; С – кремній; Ю – алюміній; М – молібден; Т – титан; К – кобальт; Р – фосфор та ін. Двозначне число спереду позначення вказує вміст вуглецю в сотих частках відсотка, а цифри, які стоять біля букв, – вміст цього елемента у відсотках (якщо він менше або близько 1%, то цифра не ставиться). Для високоякісної сталі наприкінці позначення марки ставлять букву А.

Леговану сталь використовують для особливо відповідальних деталей машин, які повинні мати високу міцність при малих розмірах або проявляти

особливі фізико-механічні властивості (корозійну стійкість, жароміцність та ін.).

Конструкційну сталь постачають згідно зі встановленим сортаментом: кругла сталь – діаметром 5...250 мм; квадратна – зі стороною 5...250 мм; шестигранна – розміром за діаметром 8...100 мм; кутова – зі стороною 20...250 мм; двотаврові балки і швелери – із висотою перерізу 100...700 мм; листова сталь; прутки; гнучий профіль; фасонний прокат; труби тощо.

Для виготовлення деталей машин також можуть використовуватись вилівки з вуглецевої та легованої сталей. Ці матеріали умовно позначають так: 45Л; 50Л; 35ХНЛ; 30ХГСЛ.

Для підвищення механічних та інших властивостей сталей застосовують термічну і хімікотермічну обробку, а також механічне зміцнення.

Термічна обробка – процес нагрівання і охолодження металу при певних температурних режимах. До основних видів термообробки належать: відпалювання, нормалізація, гартування, відпускання. Гартування з високотемпературним відпусканням називають поліпшенням.

Відпалювання і нормалізацію застосовують для усунення внутрішніх напружень у заготовках деталей, які виготовляють литтям або обробкою вискотом, для поліпшення механічних властивостей і полегшення обробки на верстатах.

Гартування застосовують для підвищення міцності, твердості і стійкості проти спрацювання деталей машин. Гартування може бути об'ємним або поверхневим. Під час об'ємного гартування термообробка здійснюється по всьому об'ємі деталі або на значну глибину матеріалу. Поверхнєве гартування зміцнює тільки поверхневий шар матеріалу деталі. Для здійснення поверхневого гартування деталь нагрівають струмами високої частоти (СВЧ) або газовим полум'ям. Гартування надає сталі високої твердості, але збільшує крихкість.

Щоб запобігти крихкості сталі після гартування, зменшити внутрішні напруження та полегшити обробку на верстатах, застосовують відпускання. Поліпшення (гартування плюс високотемпературне відпускання) підвищує міцність сталі з одночасним зменшенням її крихкості.

Маловуглецеві сталі з вмістом вуглецю до 0,25 % мають високу в'язкість, але не сприймають гартування. Якість маловуглецевих сталей можна підвищити хіміко-термічною обробкою: цементацією, ціануванням і азотуванням.

Цементація – насичення поверхневого шару матеріалу деталі вуглецем на глибину до 2 мм. Після гартування поверхневий шар цементованих деталей набуває високої твердості, а решта матеріалу залишається незагартованою і зберігає початкову в'язкість.

При *ціануванні* поверхневі шари матеріалу деталі дифузійним способом насичують вуглецем і азотом, а при *азотуванні* – тільки азотом. Ціануванню підлягають вуглецеві сталі, а азотуванню – леговані. Ці види хіміко-термічної обробки підвищують стійкість проти спрацювання поверхонь деталей, а також їхню границю витривалості.

Механічне зміцнення сталей застосовують для підвищення твердості і стійкості робочих поверхонь деталі проти спрацьовування за допомогою наклепування. Процес наклепування здійснюється струминним обдуванням металевими кульками або накатуванням поверхонь деталі роликком.

Чавуни та їхні властивості. Чавуни як машинобудівні матеріали мають широке застосування. Чавун – залізовуглецевий сплав із вмістом вуглецю більше ніж 2 % та з наявністю невеликої кількості таких елементів, як кремній, марганець, фосфор, сірка. За хімічним складом і структурою чавуни поділяють на такі види: а) сірий чавун, в якому вуглець частково знаходиться у вигляді графіту; б) білий чавун, в якому вуглець міститься у вигляді цементиту (Fe_3C); в) ковкий чавун, який одержують із білого відпалюванням, внаслідок чого в чавуні замість вільного цементиту утворюється графіт.

Сірий чавун є основним ливарним машинобудівним матеріалом, оскільки він має високі ливарні та задовільні механічні властивості, а із металевих виливок найдешевший. Чавун – крихкий матеріал; він непридатний для обробки тиском і слабо чинить опір ударним і динамічним навантаженням.

Стандарт передбачає такі марки сірого чавуну: СЧ 10, СЧ 15, СЧ 18, СЧ 20, СЧ 25 та ін. Двозначне число, помножене на 10, у позначенні марки чавуну вказує мінімальну границю міцності при розтягу в мегапаскалях (МПа). Ці чавуни використовують для виготовлення корпусів, станин, кожухів, шківів, гальмівних барабанів тощо.

Для відповідальних чавунних деталей застосовують модифіковані чавуни, що відрізняються від сірих вмістом графітізуючих добавок, які підвищують його ливарні та механічні властивості, а також високоміцні чавуни з добавками магнію. Останні не поступаються за механічними властивостями сталевому литву.

У вузлах тертя застосовують антифрикційні чавуни, що мають у своїй структурі вільний графіт як мастильний матеріал.

Сплави кольорових металів. Мідні сплави – латуні і бронзи – відрізняються великою антикорозійною стійкістю і високими антифрикційними властивостями. Тому їх використовують для виготовлення деталей, які працюють в корозійному середовищі, та деталей вузлів тертя. Ці матеріали добре піддаються обробці різанням, деталі з них можуть бути виготовлені методом лиття або обробкою тиском.

Латуні – сплави міді з цинком, подвійні або складні з добавками легуючих елементів, таких як алюміній, кремній, залізо, марганець, олово, свинець. Вартість латуні приблизно у 5 разів більша від вартості якісної сталі.

Бронзи – сплави міді з оловом або іншими металами (алюмінієм, свинцем, фосфором та ін.) Олов'яні бронзи – найбільш високоякісні, але дорогі і дефіцитні. Дешевими і менш дефіцитними є безолов'яні бронзи на основі свинцю і алюмінію. Саме їх найчастіше і використовують для виготовлення деталей машин.

Бабіти використовують для нанесення на робочі поверхні чавунних або бронзових вкладишів. Високоолов'яні бабіти, наприклад Б83, використовують при дуже високих швидкостях та тисках. За антифрикційними властивостями бабіт перевищує всі інші сплави, але за механічною міцністю значно поступається чавуну та бронзі. Негативною властивістю бабіту є крихкість та його висока вартість (приблизно у 20 разів більша від вартості високоякісної сталі).

Легкі сплави мають алюмінієву, магнієву або титанову основу з добавками міді, марганцю, кремнію, заліза, нікелю та ін. Ці сплави широко використовують в авіації, а також у загальному машинобудуванні. Основна перевага цих сплавів – мала густина (не більше ніж $3,5 \text{ г/см}^3$) при достатньо високих показниках міцності.

Із алюмінієвих ливарних сплавів найрозповсюдженішими є силуміни (АЛ2, АЛ3, АЛ4 та ін.), до складу яких входить до 20% кремнію. Алюмінієві деформовані сплави – дуралюміни (АД31, АК6, АК8, Д16 та ін.) застосовують для виготовлення заготовок деталей обробкою тиском (деформуванням). До складу цих сплавів входять, крім алюмінію, мідь, магній, марганець.

Неметалеві матеріали. До неметалевих матеріалів, призначених для виготовлення деталей машин, належать пластмаси, спечені матеріали тощо.

Пластмаси – високомолекулярні органічні матеріали (полімери), які одержують на основі синтетичних смол. Для надання пластмасам відповідних властивостей до них додають різні наповнювачі, пластифікатори, затверджувачі, барвники.

Фізико-механічні властивості пластмас дуже різноманітні. Вони мають добрі тепло- і електроізоляційні властивості, стійкі проти впливу агресивних середовищ, а задовільні характеристики міцності дозволяють використовувати пластмаси для виготовлення деяких деталей машин та приладів. Одні пластмаси використовують як фрикційні матеріали, інші – як антифрикційні. Із пластмас можна виготовляти деталі литтям, холодним або гарячим пресуванням, різного роду формуванням, зварюванням і різанням. Майже не обмежені сировинні ресурси для здобування пластмас. Через порівняно низьку вартість вони за короткий час знайшли широке застосування як конструкційні матеріали. Однак пластмаси мають істотні недоліки: порівняно низьку теплостійкість ($100\text{-}150 \text{ }^\circ\text{C}$), здатність до старіння та вологопоглинання, що погіршує їхні властивості.

Залежно від природи полімерів пластмаси поділяють на *терморективні* (не допускають повторного формування) і *термопластичні* (під час нагрівання розм'якшуються і допускають повторне формування).

Терморективні шаруваті пластмаси – це текстоліт, асботекстоліт, склопласт, скловолокніт, дерев'яно-шаруваті пластики (ДШП). Текстоліт має підвищену міцність, стійкість проти спрацьовування та високі антифрикційні і діелектричні властивості. З нього виготовляють зубчасті колеса, вкладиші до підшипників ковзання, електротехнічних деталей тощо.

Так само використовують і ДШП. Асботекстоліт має високі фрикційні властивості, достатню теплостійкість і механічну міцність. Цей матеріал використовують для деталей муфт і гальм.

Термопластичні матеріали – це амідопласти (поліаміди), фторопласт-4 (тефлон), вініпласт, поліакрилат (органічне скло) та багато інших. Амідопласти (різновиди – капрон, нейлон) мають достатню міцність і стійкість проти спрацювання, низький коефіцієнт тертя, здатність надійно скріплюватись із металом. Із поліамідів виготовляють зубчасті колеса, шківни, паси. Фторопласт-4 за хімічною стійкістю переважає всі відомі матеріали, зокрема золото і платину. Оскільки фторопласт-4 має низький коефіцієнт тертя, його застосовують для виготовлення вкладишів підшипників ковзання, які працюють в агресивних середовищах. З вініпласта виготовляють труби для подачі агресивних газів та рідин, захисні покриття для металевих резервуарів.

Спечені матеріали виготовляють пресуванням композицій металевих та неметалевих порошків і подальшим спіканням. Ці матеріали мають особливі властивості, які відсутні у інших матеріалів – пористість, високі фрикційні чи антифрикційні властивості, достатню твердість тощо. Використовують їх для виготовлення вкладишів підшипників, фільтрів, гальмових накладок, пластинок для різального інструменту.

До інших неметалевих матеріалів, які використовують для виготовлення деталей машин, можна віднести гуму, шкіру, деревину, графіт, азбест та ін. Гума допускає великі пружні деформації, задовільно гасить коливання, стійка проти спрацювання. Її використовують для виготовлення амортизаторів, пружних елементів муфт, приводних пасів, ущільнень тощо. Шкіру завдяки високій міцності та еластичності використовують для виготовлення приводних пасів, манжет, прокладок, графіт – для виготовлення електродів, вогнетривких виробів, вкладишів підшипників ковзання, а також як мастило для поверхонь тертя ковзання в з'єднаннях деталей машин.

Основні механічні характеристики матеріалів. Основні механічні характеристики машинобудівних матеріалів потрібні конструктору для виконання розрахунків роботоздатності деталей машин, а деякі з них використовують для визначення технології виготовлення деталей. Механічні характеристики матеріалів визначають лабораторними випробовуваннями зразків матеріалів і наводять у відповідній довідковій літературі.

До основних механічних характеристик матеріалів належать такі (див. гл. 4):

границя міцності σ_b , МПа – напруження в зразку матеріалу при найбільшому розтягальному навантаженні, якому передують руйнування зразка;

границя текучості σ_T , МПа – найбільше напруження, при якому зразок деформується без значного збільшення розтягального навантаження;

границя витривалості σ_R , МПа – найбільша амплітуда напружень, при якій зразок витримує без руйнування задану кількість циклів зміни напруження, вибрану за базу випробувань;

відносне видовження δ , % – відношення приросту розрахункової довжини зразка після розриву до його початкової розрахункової довжини;

модуль пружності для розтягу E , МПа, або зсуву G , МПа – відношення напруження до відповідної йому відносної деформації зразка в границях справедливості закону Гука;

коефіцієнт Пуассона ν – відношення відносної поперечної деформації зразка до відносної його поздовжньої деформації (в абсолютному значенні);

твердість (НВ – за Брінеллем; НРА, НРВ, НРС – за Роквеллом; НV – за Віккерсом) – умовна величина, виміряна відповідними приладами (твердомірами), яка характеризує опір заглиблювання в поверхню матеріалу стандартного індентора (сталеві кульки, вершин алмазних конуса чи піраміди).

Для порівняльної оцінки характеристик міцності основних машинобудівних матеріалів на рис. 17.2 показана діаграма взаємного розміщення їхніх границь міцності. Границя міцності не може бути універсальним показником для вибору матеріалу тієї чи іншої деталі. У практиці конструювання машин слід враховувати весь комплекс умов, в яких повинні працювати окремі деталі, а також найдоцільнішу технологію виготовлення їх. Узагальнену інформацію про придатність матеріалу для тієї чи іншої деталі можуть дати перелічені вище механічні характеристики, а також деякі інші, такі як коефіцієнт тертя, теплопровідність, коефіцієнт лінійного розширення.

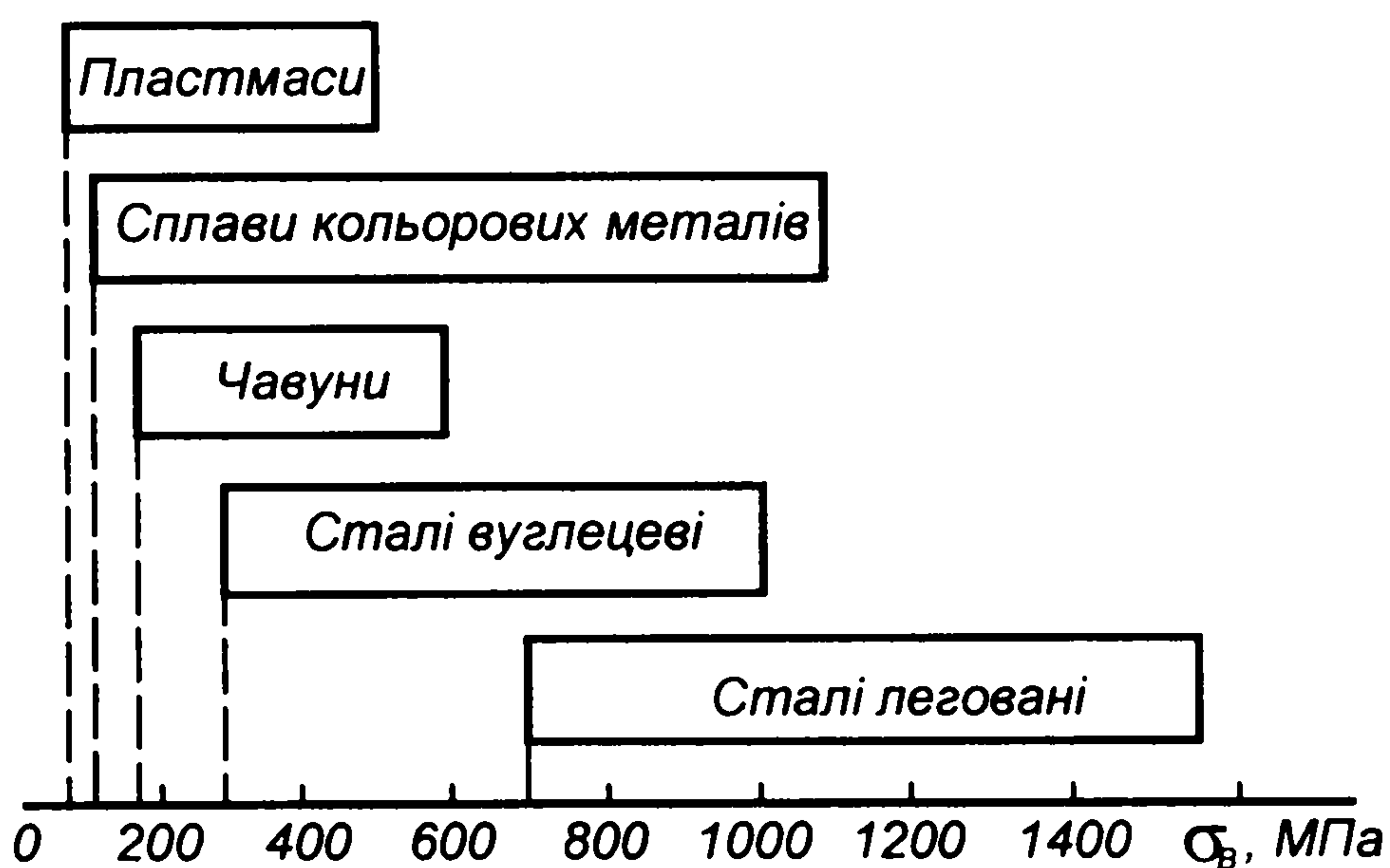


Рис. 17.2. Діаграма взаємного розміщення границь міцності деяких матеріалів

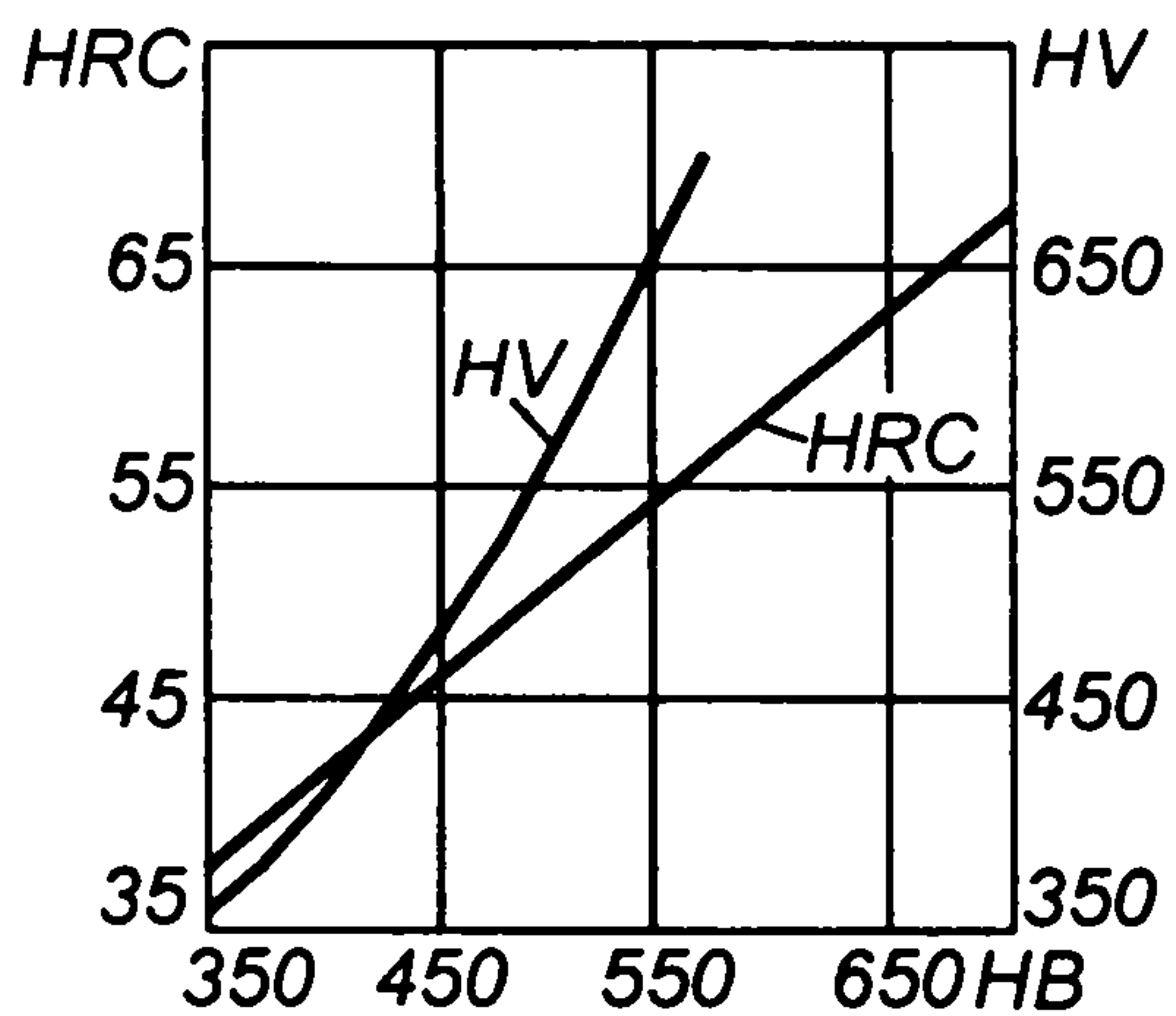


Рис. 17.3. Графіки для переведення одиниць твердості

Твердість матеріалу – дуже важливий показник, оскільки багато механічних характеристик можуть бути обчислені через твердість, а визначення твердості не вимагає руйнування виробу і може бути легко виконане за допомогою стандартних приладів. Одиниці твердості, отримані на відповідних приладах, можна перевести за допомогою графіків (рис. 17.3).

У табл. 17.1–17.4 наведені деякі механічні характеристики основних конструкційних матеріалів.

Таблиця 17.1. Механічні характеристики деяких сталей

Сталь	σ_b , МПа	σ_T , МПа	δ , %	НВ	HRC
Вуглецева звичайної якості:					
Ст2	320-410	215	33	-	-
Ст3	360-460	235	27	-	-
Ст4	400-510	255	25	-	-
Ст5	490-630	285	20	-	-
Вуглецева якісна:					
30	490	294	21	175	-
35	529	314	20	203	-
40	568	321	19	183	-
45	598	363	16	193	-
50	627	373	14	203	-
55	647	382	13	212	-
Легована термооброблена:					
50Г	648	392	13	230-250	-
45Г2	686	402	11	270-300	-
40Х	980	786	10	210-230	-
40ХН	980	588	11	240-270	-
40ХС	1225	1080	12	-	40-45
35ХГСА	1616	1280	9	-	42-48

Таблиця 17.2. Механічні характеристики деяких чавунів

Чавун	σ_b , МПа		НВ
	при розтягу	при згині	
Сірий ливарний:			
СЧ15	150	314	160-224
СЧ18	180	354	167-224
СЧ20	200	397	167-236
СЧ25	250	450	176-245
СЧ30	300	490	177-250
Високоміцний:			
ВЧ35	350	-	140-170
ВЧ40	400	-	140-202
ВЧ45	450	-	140-225
ВЧ50	500	-	153-245
ВЧ60	600	-	192-277
Ковкий:			
КЧ 35-10	350	-	160
КЧ 45-7	450	-	203

Таблиця 17.3. Механічні характеристики деяких сплавів кольорових металів

Сплав	Марка сплаву	НВ	σ_b , МПа
Алюмінієвий: деформівний ливарний	АД31	50	235
	АК6	98	411
	Д16	103	441
	АЛ2	49	147
	АЛ5	64	157
	АЛ8	59	285
	АЛ23	59	216
Латунь: деформівна ливарна	Л63	67	441
	Л70	64	343
	Л90	59	275
	ЛЦ16К4	98	294
	ЛЦ30А3	78	294
	ЛЦ40С	68	215
Бронза: деформівна	БрОФ7-0,2	83-93	372-442
	БрОФ6,5-0,15	54-68	295-372
	БрАЖ9-4	98-118	392-488
	БрА7	64-73	432-490

Сплав	Марка сплаву	НВ	σ_b , МПа
Бронза: ливарна	БрО4Ц7С5	58	176
	БрО10Ф1	88	245
	БрО10С10	73	196
Титановий: деформівний ливарний	BT4	-	686
	BT5	-	935
	BT3-1	-	1130
	BT5Л	-	686
	BT9Л	-	935
	BT21Л	-	980

Таблиця 17.4. Механічні характеристики деяких пластмас

Пластмаси	Назва	НВ	σ_b , МПа			$E \cdot 10^{-3}$, МПа
			при згині	при розтягу	при стиску	
Шаруваті	Текстоліт	34	140-160	85-100	230-250	6-10
	Гетинакс	25-30	100-130	85-100	240-340	10-18
Композитні	Волокніт	25	50	30	20	8,5
	Скловолокніт	30	100	80	125-165	18
Термопластичні ненаповнені	Органічне скло (поліакрилат)	18	95	65	110	2,8
	Фторопласт-4	3-4	11-14	14-20	-	-
	Поліамід С (капрон)	10-12	90	60-65	70-80	-
	Поліамід 12-10	8-10	-	45-55	-	12-15
	Епоксидний полімер	-	150	56	130	-

17.3. Поняття про надійність і довговічність машин

Терміни у питаннях надійності. Термінологія з надійності регламентована відповідними стандартами. Розглянемо тільки деякі основні означення, що стосуються надійності і довговічності.

Надійність – властивість об'єкта виконувати задані функції, зберігаючи в часі значення експлуатаційних показників у заданих межах, що відповідають встановленим режимам та умовам використання, технічного обслуговування, транспортування та зберігання. Надійність виробів характеризується їхньою безвідмовністю, довговічністю, ремонтпридатністю.

Роботоздатність – стан об'єкта, при якому він здатний виконувати властиві йому функції, зберігаючи значення заданих параметрів у межах, що встановлені нормативно-технічною документацією.

Довговічність – властивість об'єкта зберігати роботоздатність до настання крайнього стану при встановленій системі технічного обслуговування та ремонту.

Ремонтопридатність – пристосованість об'єкта до запобігання та виявлення причин його відмов, пошкоджень та усунення їхніх наслідків виконанням ремонтів і технічним обслуговуванням.

Наробка – тривалість роботи або об'єм виконаної об'єктом роботи.

Відмова – втрата роботоздатності об'єкта.

Безвідмовність – властивість об'єкта неперервно зберігати роботоздатність протягом деякого, наперед встановленого, проміжку часу або деякої наробки.

У теорії надійності застосовують різні показники для оцінки та прогнозування надійності виробів на окремих стадіях (від проектного розрахунку до експлуатації), методи випробовування на надійність, системи нагляду за надійністю виробів в експлуатації. Для оцінки надійності машин та їхніх елементів використовують ймовірнісно-статистичні підходи, які доцільні для виробів масового та великосерійного виробництва.

Вибір нормованих показників надійності та їх регламентація залежать від призначення виробу, режимів його використання, наслідків відмов та інших факторів.

Показники надійності та довговічності. До основних показників надійності належать такі:

Ймовірність безвідмовної роботи $P(t)$ – це ймовірність того, що протягом заданого періоду відмова об'єкта не виникає;

Інтенсивність відмов $\lambda(t)$ – умовна щільність ймовірності виникнення відмови об'єкта для певного моменту часу за умови, що до нього відмова не виникала, тобто це число відмов у одиницю часу, віднесене до числа справних виробів у даний момент.

Розглянемо деякі співвідношення для визначення числових показників надійності.

Нехай N_0 – число випробуваних об'єктів, n_t – число об'єктів, що мають відмови за час t , $N_0 - n_t = N_t$ – число справних об'єктів за час t , $F(t)$ – ймовірність відмови. Тоді ймовірність безвідмовної роботи за час t

$$P(t) = N_t / N_0 = 1 - n_t / N_0 = 1 - F(t). \quad (17.1)$$

Графіки ймовірності безвідмовної роботи $P(t)$ та ймовірності відмови $F(t)$ показані на рис. 17.4, а. На рис. 17.4, б зображена крива щільності розподілу нпрацювання об'єкта до відмови:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt}. \quad (17.2)$$

Якщо Δn_t – число об'єктів, що мають відмови від t до $t + \Delta t$, то

$$\Delta F(t) = \Delta n_t / N_0.$$

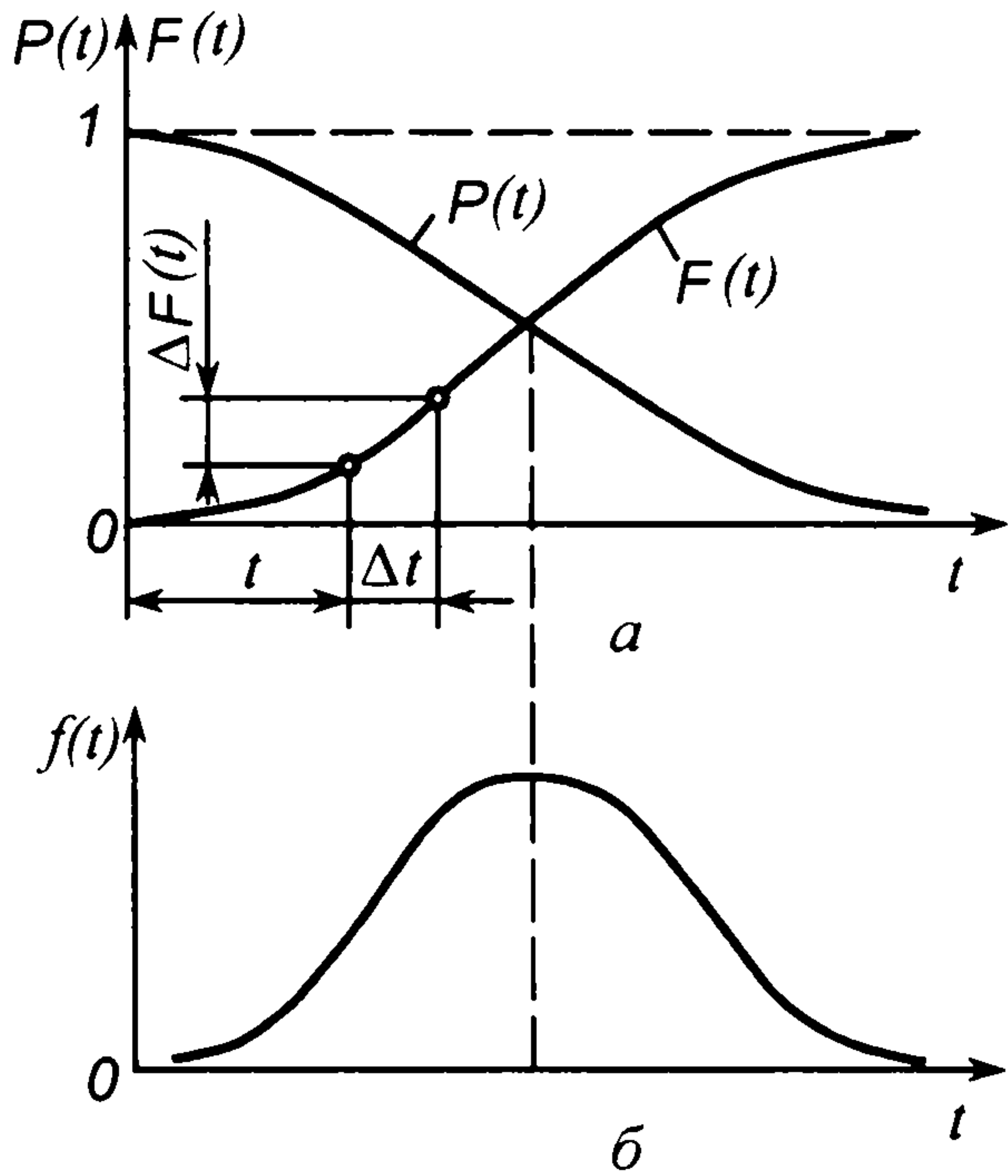


Рис. 17.4. Залежність показників надійності від часу

За умови, що $\Delta t \rightarrow 0$, маємо

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} \approx \frac{\Delta n_i}{N_0 \Delta t}. \quad (17.3)$$

Отже, щільність розподілу $f(t)$ може бути наближено визначена статистично як відношення числа об'єктів з відмовами в одиницю часу до числа випробуваних об'єктів.

Для певного моменту часу інтенсивність відмов

$$\lambda(t) = \Delta n_i / (N_i \Delta t). \quad (17.4)$$

Інтенсивність відмов $\lambda(t)$ наближено може бути визначена статистично як відношення числа відмов в одиницю часу до числа справних об'єктів за час напруження t .

На основі рівностей (17.1-17.4) маємо

$$\lambda(t) = \frac{\Delta n_i}{N_i \Delta t} \frac{N_0}{N_0} = \frac{N_0}{N_i} f(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = - \frac{dP(t)}{dt} \frac{1}{P(t)}.$$

Із записаного виразу після інтегрування від 0 до t отримаємо формулу для визначення ймовірності безвідмовної роботи:

$$P(t) = \exp\left(- \int_0^t \lambda(t) dt\right). \quad (17.5)$$

Записаний вираз – основне рівняння теорії надійності. Він показує зв'язок ймовірності безвідмовної роботи об'єкта з інтенсивністю відмов, тобто дозволяє за інтенсивністю відмов визначити ймовірність безвідмовної роботи.

Залежність $\lambda(t)$, що характерна для машин та їхніх деяких складальних одиниць, показана на рис. 17.5. Період припрацювання t_n характеризується підвищеними значеннями інтенсивності відмов. Надалі настає період t_H

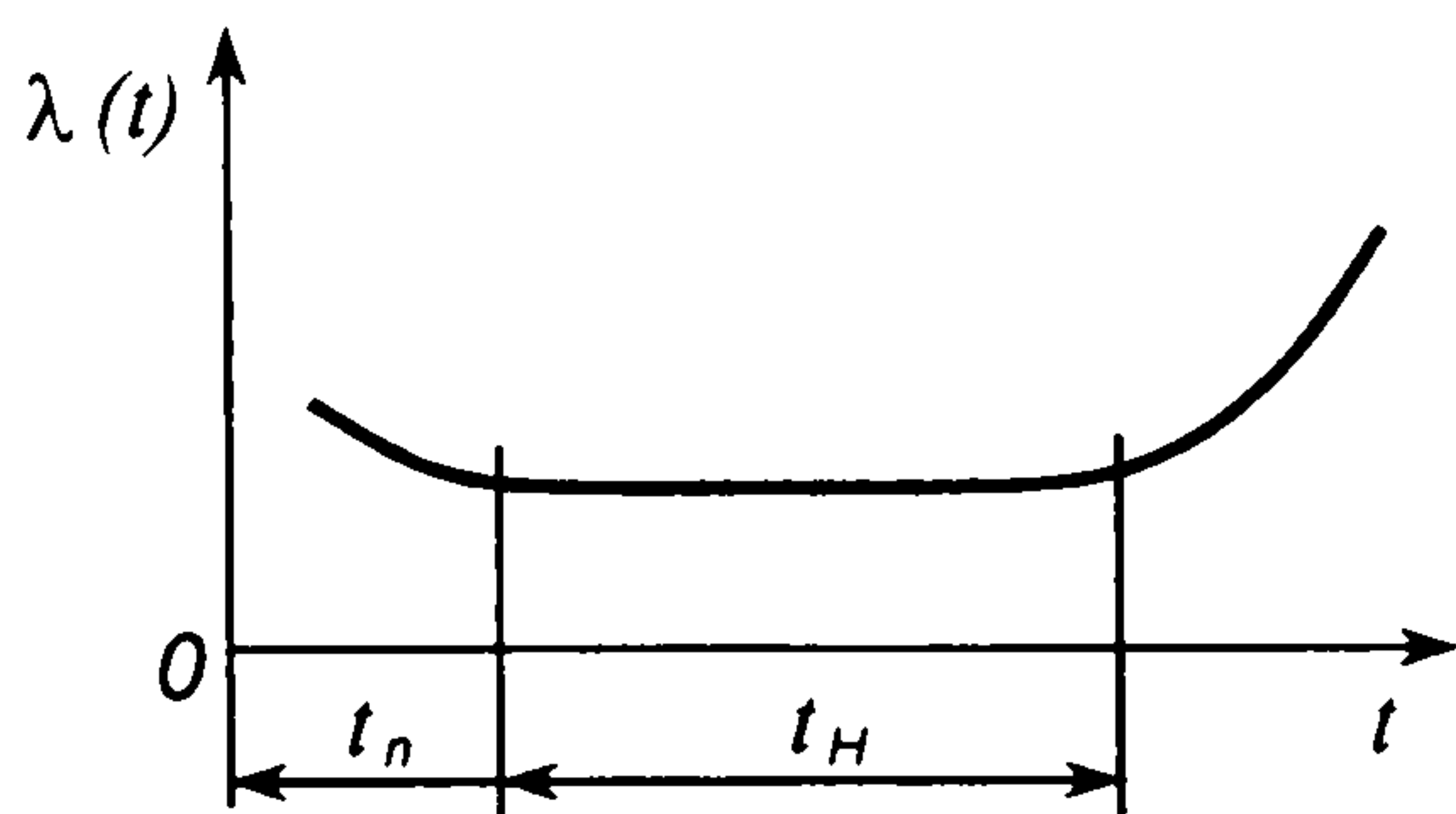


Рис. 17.5. Зміна інтенсивності відмов у часі

нормальної експлуатації. Інтенсивність відмов при цьому значно менша, і ці відмови мають випадковий характер, тобто спричинені непередбаченими змінами умов роботи машини. Величина $\lambda(t)$ у період t_H змінюється мало. Пізніше внаслідок спрацювання, нагромадження втомних пошкоджень, старіння та інших факторів починається швидке збільшення інтенсивності відмов.

Якщо складний об'єкт можна розглядати у вигляді послідовного з'єднання 1, 2, 3, ..., k його елементів, що характерне для більшості механічних передач, то згідно з теоремою множення ймовірностей ймовірність безвідмовної роботи $P(t)$ об'єкта дорівнює добутку ймовірностей безвідмовної роботи $P_i(t)$ окремих його елементів:

$$P(t) = P_1(t)P_2(t)\dots P_k(t) = \prod_{i=1}^k P_i(t). \quad (17.6)$$

Із формули (17.6) випливає, що надійність складного об'єкта при послідовному з'єднанні окремих елементів завжди менша від надійності довільного з цих елементів і знижується із збільшенням числа елементів. Наприклад, якщо число елементів в об'єкті $k = 10$ з однаковою ймовірністю безвідмовної роботи $P_1(t) = 0,97$, то ймовірність безвідмовної роботи всього об'єкта $P(t) = 0,97^{10} = 0,74$.

При паралельному з'єднанні k елементів в об'єкті забезпечується дублювання роботи елементів із відмовами роботою резервних, паралельно встановлених елементів. Відмова системи настає лише у разі відмови всіх елементів. Для такого об'єкта

$$P(t) = 1 - \prod_{i=1}^k [1 - P_i(t)]. \quad (17.7)$$

Якщо число паралельно з'єднаних елементів $k = 2$ з однаковою ймовірністю безвідмовної роботи $P_1(t) = 0,90$, то $P(t) = 1 - (1 - 0,90)^2 = 0,99$.

Метод підвищення надійності об'єктів через установаження додаткових елементів, що не працюють у нормальних умовах, а починають роботу в моменти відмови системи, називається *резервуванням*. Простим прикладом резервування є встановлення на автомобілі запасного колеса (ненавантажений резерв) або використання здвоєних коліс у задніх ведучих мостах автомобілів (навантажений резерв). Резервування широко застосовують в авіабудуванні та космічній техніці.

До важливих показників довговічності належать такі:

ресурс – напрацювання об'єкта від початку експлуатації або від її відновлення після ремонту до настання його критичного стану;

середній ресурс – математичне сподівання ресурсу;

гама-процентний ресурс – це напрацювання, протягом якого об'єкт не досягає крайнього стану із заданою ймовірністю γ у відсотках. Очевидно $\gamma = 100P(t)$. Для багатьох виробів масового виробництва $\gamma = 90\%$, тобто використовують 90 %-й ресурс роботи технічних об'єктів. Це характерне, наприклад, для підшипників кочення.

Під час проектування слід намагатись створювати високонадійні конструкції машин, які розраховані на економічно оптимальну довговічність. Але при цьому коефіцієнти запасу міцності не повинні бути невиправдано високі, а конструкція занадто ускладненою. Мінімальні значення показників надійності вибирають на підставі техніко-економічного аналізу процесу виробництва та експлуатації машин.

Шляхи підвищення надійності машин. Високу надійність машин забезпечують на всіх етапах їх створення та експлуатації. Забезпечення надійності під час проектування досягають численними заходами, які повинен виконувати конструктор, створюючи нові чи модернізуючи вже відомі конструкції машин. Назвемо деякі із заходів, що сприяють підвищенню надійності:

1. Створення таких структурних схем машини, щоб число складових елементів було мінімальним, а надійність кожного елемента була достатньо високою.

2. Використання якісних комплектуючих виробів та матеріалів із стабільними фізико-механічними характеристиками. Комплектуючі вироби повинні бути перевірені у відповідних умовах експлуатації, а матеріали не втрачати своїх властивостей під впливом зовнішнього середовища.

3. Широке застосування уніфікованих елементів, що зарекомендували себе як високонадійні в роботі в інших машинах, а також стандартних виробів, які виготовляють спеціалізовані заводи за прогресивними сучасними технологіями.

4. Резервування, тобто введення у конструкцію додаткових елементів, що не є вкрай потрібними, але дублюють роботу найважливіших робочих елементів машини.

5. Оснащення машини контрольними та сигнальними пристроями, що запобігають виникненню аварійних ситуацій, або таких, що не дозволяють експлуатацію машини з відхиленнями робочих режимів.

6. Розробка та використання відповідних систем технічних оглядів та обслуговування машин протягом усього експлуатаційного періоду. Конструкція машини повинна передбачати зручність контролю та обслуговування найважливіших елементів з найменшими затратами часу.

Фактичні показники надійності (якісні та кількісні) для заново спроектованої та виготовленої машини можуть бути встановлені тільки за результатами довготривалих випробовувань моделей та дослідних зразків. Але заходи, зазначені вище, є важливою і потрібною передумовою створення машини високої надійності.

17.4. Технологічність і економічність машин та їхніх деталей

Технологічною називають таку конструкцію, яку виготовляють з мінімальними затратами праці, часу та засобів у конкретних умовах виробництва і яка забезпечує задані експлуатаційні показники. Технологічність деталі великою мірою визначається її формою, раціональним вибором матеріалу та його термообробки, способом виготовлення заготовки, потрібною точністю виготовлення, шорсткістю поверхонь, що вимагають обробки різанням тощо. Задоволення вимог технологічності є однією з важливих умов створення економічно доцільних виробів.

Технологічність машин та деталей залежить від обсягу виробництва. Тому завжди при конструюванні треба мати на увазі одну із важливих вимог –

відповідність конструкції обсягу випуску та умовам виробництва. Наприклад, деталі ускладненої форми, виготовлені зварюванням окремих елементів, більш технологічні у разі випуску малих партій. Такі самі деталі при великосерійному виробництві доцільно, з точки зору технологічності, виготовляти за допомогою об'ємного штампування або лиття. Складні деталі можуть бути нетехнологічними при використанні універсальних металообробних верстатів. Водночас наявність і можливість використання спеціалізованого обладнання дає можливість цим деталям стати технологічними.

Друга вимога технологічності – простота форми та доцільність конструкції. Простота форми деталей досягається наявністю доступних та простих за формою для механічної обробки поверхонь – циліндричних, конічних або плоских. При цьому доцільність взаємного розміщення поверхонь узгоджується з базуванням деталі під час виготовлення та контролю з метою забезпечення відповідної точності.

Технологічність деталей не повинна оцінюватись окремо від технологічності машини в цілому. У деяких випадках спрощення форми деталей може спричинити значне ускладнення процесу складання машини, створити труднощі при експлуатації та обслуговуванні, збільшити номенклатуру запасних частин, підвищити вартість ремонтних операцій.

Отже, машини та їхні деталі треба завжди конструювати відповідно до подальшої технології виготовлення, обсягу і умов виробництва, умов експлуатації, обслуговування та ремонту.

Технологічність машин та їхніх деталей пов'язана із стандартизацією.

Стандартизація – встановлення спеціальних обов'язкових норм та правил, яким повинні відповідати певні види виробів або окремі їхні параметри. Призначення стандартизації – максимальне спрощення та здешевлення виробництва завдяки використанню найдоцільніших, що зарекомендували себе на практиці, видів виробів, через їхнє виконання, конструктивні форми і розміри, технічні і якісні характеристики тощо.

У машинобудуванні стандартизація має велике технічне та економічне значення. Це державна технічна політика, обов'язкова для всіх галузей, що спрямована на обмеження індивідуалізації виробництва. Стандартизація деталей машин спрощує та прискорює проектування нових машин, створює можливість масового чи великосерійного виробництва стандартних деталей із використанням найпрогресивніших технологій, зменшує затрати праці при виготовленні деталей, скорочує номенклатуру та кількість верстатів, інструментів, знижує витрати машинобудівних матеріалів, полегшує та спрощує ремонт машин. Завдяки стандартизації деталей машин значно зменшується вартість проектування, виготовлення та експлуатації машин.

Найвищий рівень мають міжнародні стандарти. Їх розробляють на основі досягнень науки і техніки в найрозвинутіших країнах. Створенням таких стандартів займається Міжнародна організація зі стандартизації (ISO).

Під час вибору найраціональніших та найдоцільніших варіантів нових виробів слід порівнювати переваги та недоліки різних запропонованих

варіантів за допомогою відповідних техніко-економічних розрахунків, у яких поряд із технічними параметрами є і економічні категорії – затрати матеріалів, енергії та праці; річний обсяг виробництва; економічний ефект; собівартість та ін. Техніко-економічні розрахунки виконують на всіх етапах створення нових виробів, до того ж точність таких розрахунків повинна поступово зростати.

Доцільність створення тієї чи іншої нової машини оцінюють за зведеними затратами та річним економічним ефектом.

Зведені затрати на існуючий та новий зразок машини визначають за формулою

$$Z = Z_v E_n + Z_e, \quad (17.8)$$

де Z_v – затрати на виготовлення машини; E_n – нормативний коефіцієнт ефективності капітальних вкладень; Z_e – затрати при експлуатації машини.

Перевага віддається тому варіанту машини, який має менші зведені затрати.

Річний економічний ефект від виробництва та тривалого використання нових машин із ліпшими якісними характеристиками обчислюють за співвідношенням

$$E_p = (E_v + E_e) A_v, \quad (17.9)$$

де E_v – економія коштів за рахунок більш раціонального виготовлення машини; E_e – те саме через поліпшення експлуатаційних характеристик машини; A_v – річний обсяг виробництва.

Економія коштів E_e залежить від довговічності машини. Тому при малих експлуатаційних затратах коштів і достатній довговічності машини економічний ефект можна мати при більших затратах коштів на виготовлення машини.

Економічне обґрунтування вибору того чи іншого варіанта конструкції машини може бути здійснене за такими техніко-економічними параметрами, як матеріалоемність, трудомісткість, собівартість тощо. Оскільки маса машин в одних випадках відіграє позитивну роль, а в інших – негативну, часто для оцінки різних варіантів машини використовують питомі показники, які є відношенням маси виробу до найхарактернішого його параметра, наприклад продуктивності машини. Трудомісткість виробу виражається нормованою сумою затрат праці (в одиницях часу) на повне його виготовлення. Матеріалоемність та трудомісткість значно впливають на собівартість порівняльних варіантів заново спроектованих машин.

17.5. Точність виготовлення деталей машин

Одним із найважливіших показників якості машини, що істотно впливає на всі критерії роботоздатності та надійності, а також на експлуатаційні параметри, – це точність виготовлення та складання спряжених елементів деталей.

Взаємозамінність. Принцип конструювання та виготовлення деталей, що забезпечує можливість правильного складання чи заміни при ремонтах незалежно виготовлених деталей та складальних одиниць без додаткової обробки і припасування їх із збереженням відповідної якості та надійності з'єднань, називається взаємозамінністю.

Взаємозамінність – характерна риса сучасного машинобудування. Без неї було б неможливим серійне чи масове виробництво машин, а також була б значно ускладнена заміна деталей під час ремонтів.

Взаємозамінність деталей машин забезпечується системою допусків та посадок. Загальні положення і основи побудови системи допусків та посадок для гладких елементів деталей (циліндричних або обмежених паралельними площинами) із номінальними розмірами до 3150 мм встановлені стандартами.

Поняття про розміри та їхні відхилення. Параметри деталей кількісно оцінюють за допомогою розмірів. Виготовляючи деталі машин, неможливо досягти ідеально точних розмірів. Разом з тим для нормальної роботи машини ідеальна точність виготовлення її деталей не потрібна. Щоб спряження деталей відповідало цільовому призначенню, його розміри повинні бути між двома допустимими граничними значеннями.

Розмір – числове значення лінійної величини (діаметра, довжини та ін.) у вибраних одиницях. У машинобудуванні розміри визначають в міліметрах. Розміри бувають дійсні, граничні і номінальні (рис. 17.6).

Дійсний розмір – розмір елемента, що встановлюють вимірюванням.

Граничні розміри – два гранично допустимі розміри елемента, між якими повинен знаходитись (або яким може дорівнювати) дійсний розмір.

Найбільший граничний розмір – найбільший допустимий розмір елемента.

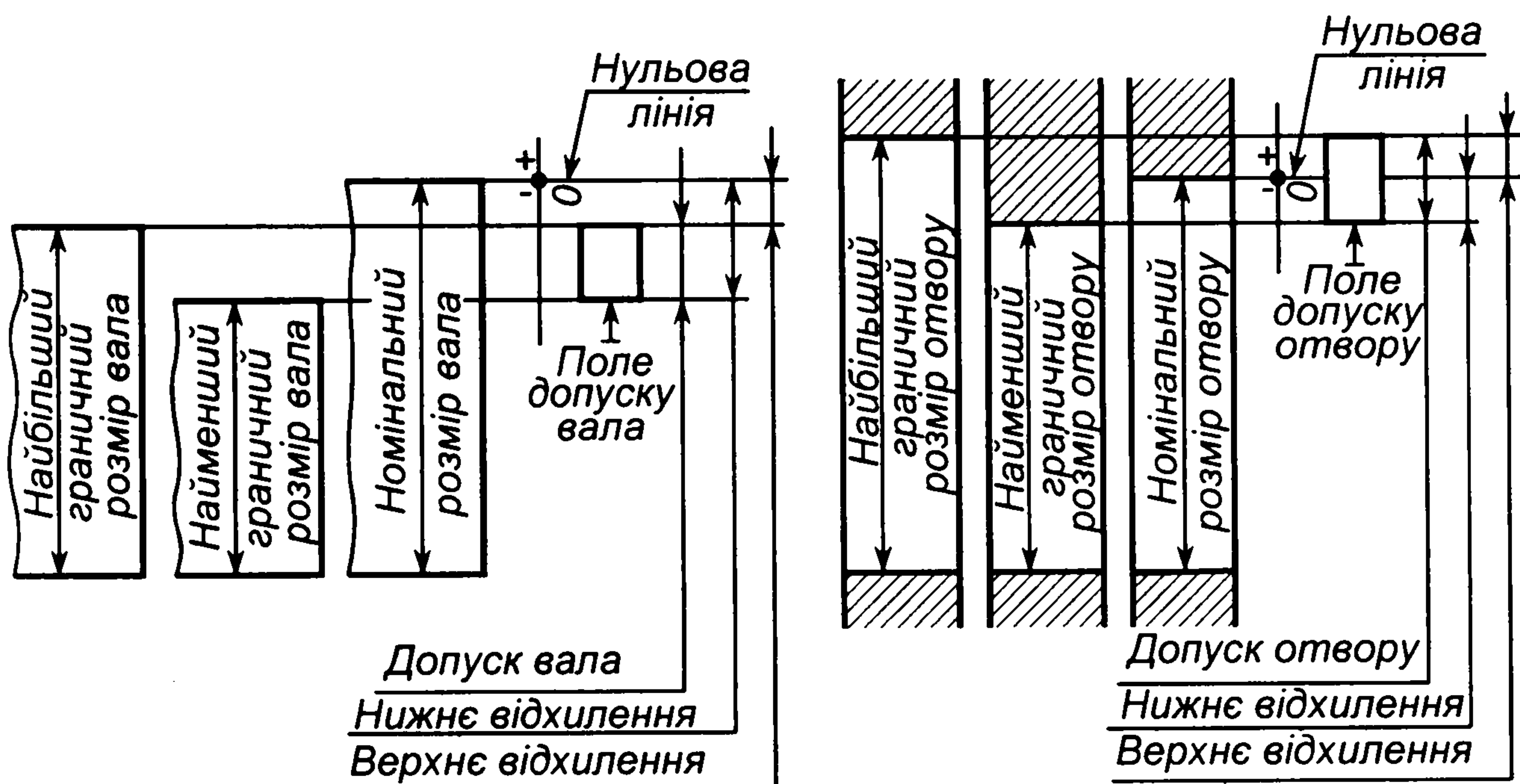


Рис. 17.6. Граничні розміри і поля допусків для вала та отвору

Найменший граничний розмір – найменший допустимий розмір елемента.

Номинальний розмір – розмір, відносно якого визначаються відхилення. Номинальні розміри вибирають під час конструювання на основі розрахунків на міцність або із конструктивних міркувань і проставляють на кресленні деталей або їхньому з'єднанні.

Відхилення – алгебрична різниця між розміром (дійсним або граничним) і відповідним номінальним розміром.

Дійсне відхилення – алгебрична різниця між дійсним і відповідним номінальним розмірами.

Граничне відхилення – алгебрична різниця між граничним і відповідним номінальним розмірами. Розрізняють верхнє і нижнє відхилення.

Верхнє відхилення – алгебрична різниця між найбільшим граничним і відповідним номінальним розмірами.

Нижнє відхилення – алгебрична різниця між найменшим граничним і відповідним номінальним розмірами.

Нульова лінія – лінія, що відповідає номінальному розміру, від якої відкладають відхилення розмірів при графічному зображенні полів допусків і посадок. Якщо нульова лінія розміщена горизонтально, то додатні відхилення відкладають угору від неї, а від'ємні – вниз.

Поняття про допуски та квалітети. Допуск – різниця між найбільшим і найменшим граничними розмірами чи алгебрична різниця між верхнім і нижнім відхиленнями (рис. 17.6).

Поле допуску – поле, що обмежене найбільшим і найменшим граничними розмірами і визначається допуском та його положенням щодо номінального розміру. При графічному зображенні поле допуску обмежене двома лініями, які відповідають верхньому та нижньому відхиленням щодо нульової лінії.

Поля допусків для розмірів спряжених елементів деталей встановлені різними для трьох діапазонів номінальних розмірів: малих – до 1 мм; середніх – від 1 до 500 мм та великих – від 500 до 3150 мм. Найуживанішими у машинобудуванні є середній діапазон номінальних розмірів.

Основне відхилення – одне з двох граничних відхилень (верхнє чи нижнє), що визначає положення поля допуску щодо нульової лінії. В стандартній системі допусків таким є відхилення, що ближче до нульової лінії.

Для задоволення вимог щодо різних деталей та їхніх посадок із певними номінальними розмірами стандартом передбачена гама допусків і основних відхилень, які характеризують положення цих допусків відносно нульової лінії (рис. 17.7).

Розміщення поля допуску щодо нульової лінії, яке залежить від номінального розміру, позначається буквою латинського алфавіту (або в деяких випадках двома буквами) – великою для отворів і малою для валів.

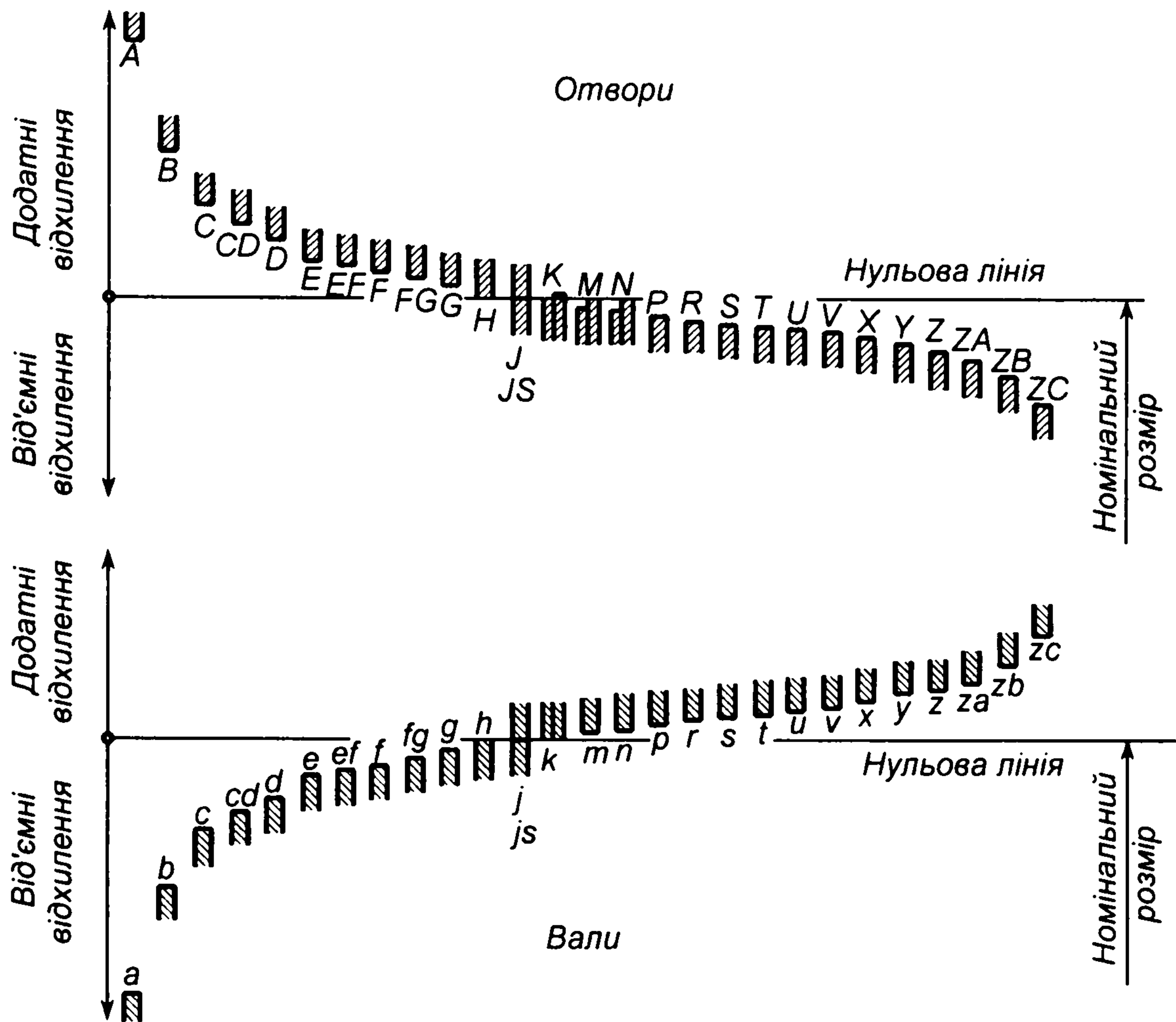


Рис. 17.7. Схема розміщення полів допусків

Чим більший допуск на розмір, тим менші вимоги до точності деталі, простіше та дешевше її виготовлення. Однак більші деталі важче виготовляти порівняно з меншими з однаковими відхиленнями від номінальних розмірів. Тому допуск призначається залежно від розмірів деталі. Крім цього, деталі з одним і тим же номінальним розміром можуть бути виготовлені більш точно (з меншим полем допуску) і менш точно (з більшим полем допуску). Стандарт передбачає 20 квалітетів.

Квалітет (ступінь точності) – сукупність допусків, що відповідають одному рівню точності для всіх номінальних розмірів.

У порядку зменшення точності квалітети позначаються так: 01, 0, 1, 2, 3, ..., 17. Квалітети 01, 0, 1, 2, 3 і 4 призначені для кінцевих мір довжини, калібрів і т.д.; у квалітетах 5...13 даються допуски для розмірів спряжених поверхонь деталей; у квалітетах 14...17 – для розмірів неспряжених поверхонь.

Оскільки поле допуску визначається квалітетом, а його положення щодо нульової лінії позначається буквою, граничні відхилення лінійних розмірів можуть бути вказані на кресленнях деталей умовними позначеннями полів допусків. При цьому за числом, що вказує розмір, йде умовне позначення поля допуску, яке складається з букви та цифри, що позначає квалітет, наприклад 20H7 або 42e8.

Поле допуску і граничні відхилення даються в таблицях стандарту, деколи їх проставляють в дужках після умовного позначення поля допуску:

$20H7 (+0,021); 42e8 \begin{pmatrix} -0,050 \\ -0,089 \end{pmatrix}$. Відхилення, що дорівнюють нулю, у позначенні

не проставляють. Два граничні відхилення можуть бути додатними (якщо два граничні розміри більші від номінального), від'ємними (два граничні розміри менші від номінального) і одне додатним, друге від'ємним (один граничний розмір більший, а другий менший від номінального).

Посадки деталей та системи утворення посадок. Під час складання двох спряжених деталей розрізняють охоплюючу та охоплювану поверхні. Хоча не всі такі поверхні є циліндричними, умовно називають охоплюючу поверхню отвором, а охоплювану – валом.

Згідно зі стандартом встановлена така термінологія:

вал – термін, що умовно вживається для позначення зовнішніх (охоплюваних) елементів деталей, включаючи і нециліндричні елементи;

основний вал – вал, верхнє відхилення якого дорівнює нулю;

отвір – термін, що умовно вживається для позначення внутрішніх (охоплюючих) елементів деталей, включаючи і нециліндричні елементи;

основний отвір – отвір, нижнє відхилення якого дорівнює нулю.

За різницею між розмірами отвору та вала можна судити про вільність відносного руху спряжених деталей або про міцність їхнього нерухомого з'єднання. Характер з'єднання деталей визначається поняттям "посадка".

Посадка – характер з'єднання двох деталей, що визначається різницею їхніх розмірів до складання.

Номінальний розмір посадки – номінальний розмір, спільний для отвору і вала, що утворюють з'єднання.

Залежно від розмірів спряжених поверхонь деталей у з'єднанні може виникнути зазор або натяг,

Зазор – різниця розмірів отвору і вала до складання, якщо розмір отвору більший за розмір вала.

Натяг – різниця розмірів вала і отвору до складання, якщо розмір вала більший за розмір отвору.

Всі посадки поділяють на три групи: посадки із зазором, посадки із натягом і перехідні посадки.

Посадка із зазором – посадка, при якій завжди забезпечується зазор у з'єднанні, тобто найменший граничний розмір отвору більше найбільшого граничного розміру вала чи дорівнює йому (поле допуску отвору розміщене над полем допуску вала).

До посадок із зазором належать також посадки, в яких нижня границя поля допуску отвору збігається з верхньою границею поля допуску вала.

Посадка з натягом – посадка, при якій завжди забезпечується натяг у з'єднанні, тобто найбільший граничний розмір отвору менше найменшого граничного розміру вала чи дорівнює йому (поле допуску отвору розміщене під полем допуску вала).

Перехідна посадка – посадка, при якій можливі як зазор, так і натяг у з'єднанні залежно від дійсних розмірів отвору і вала (поля допусків отвору і вала перекриваються частково чи повністю).

Розрізняють дві системи утворення посадок – систему отвору і систему вала.

Посадки в системі отвору – посадки, в яких потрібні зазори і натяги утворюються з'єднанням різних полів допусків валів із полем допуску основного отвору.

Посадки в системі вала – посадки, в яких потрібні зазори і натяги утворюються з'єднанням різних полів допусків отворів із полем допуску основного вала.

На рис. 17.8 показана схема утворення посадок у системі отвору і в системі вала. Посадки в системі отвору утворюються зміною розміщення полів допусків валів щодо поля допуску основного отвору, а посадки в системі вала – зміною розміщення полів допусків отворів щодо поля допуску основного вала. Для системи отвору і для системи вала на рис. 17.8 цифрами позначені; 1, 2 – поля допусків посадок із зазорами; 3, 4, 5 – поля допусків перехідних посадок; 6 – поля допусків посадок з натягом.

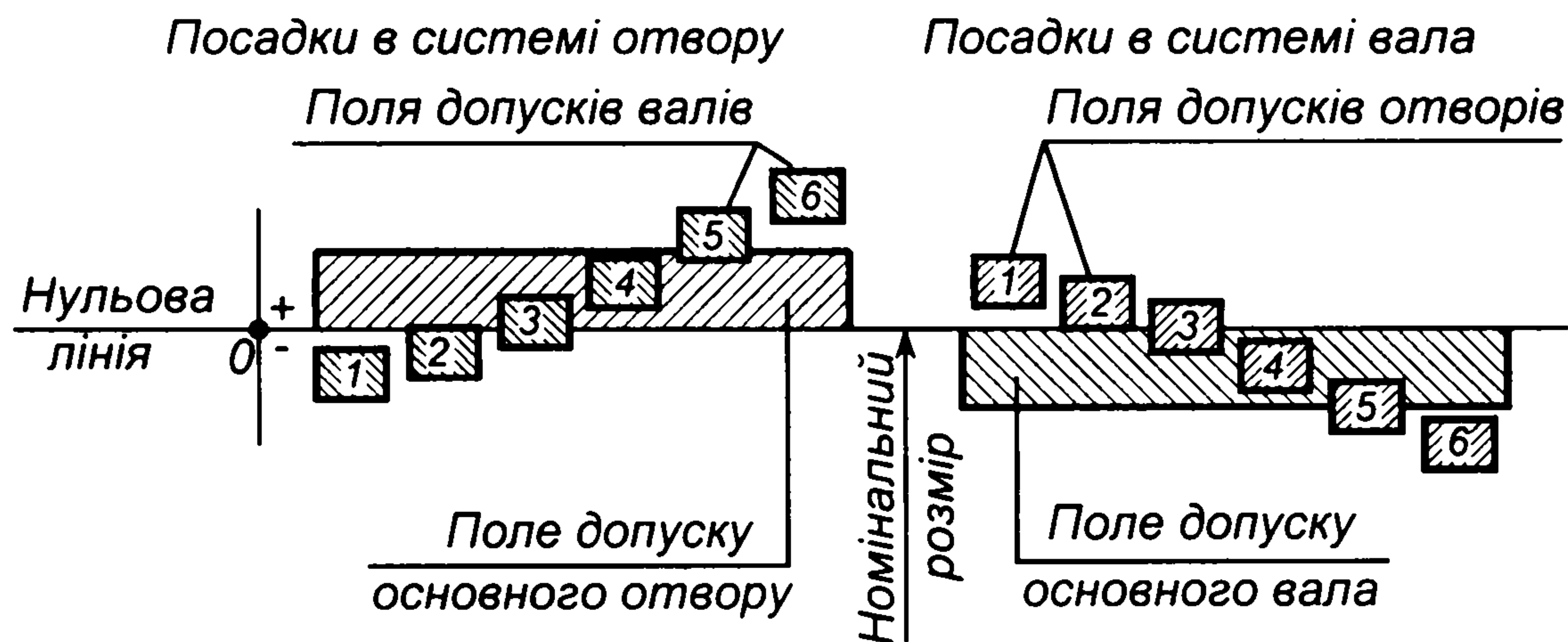


Рис. 17.8. Утворення посадок у системі отвору та у системі вала

Якщо в технічній документації наведено розмір з'єднаних елементів двох деталей, то в позначення посадки в системі отвору входять номінальний розмір і поля допусків кожного елемента, починаючи з отвору, наприклад

$40H7/g6$ або $40H7-g6$ або $40\frac{H7}{g6}$. Поле допуску основного отвору завжди позначають літерою H (див. рис. 17.7).

У системі вала основним є вал, і його поле допуску позначають літерою h . У позначення посадки в системі вала входить номінальний розмір, спільний для двох з'єднаних елементів (отвору та вала), за яким іде позначення полів допусків для кожного елемента, наприклад $30F7/h6$ або

$30F7-h6$, або $30\frac{F7}{h6}$.

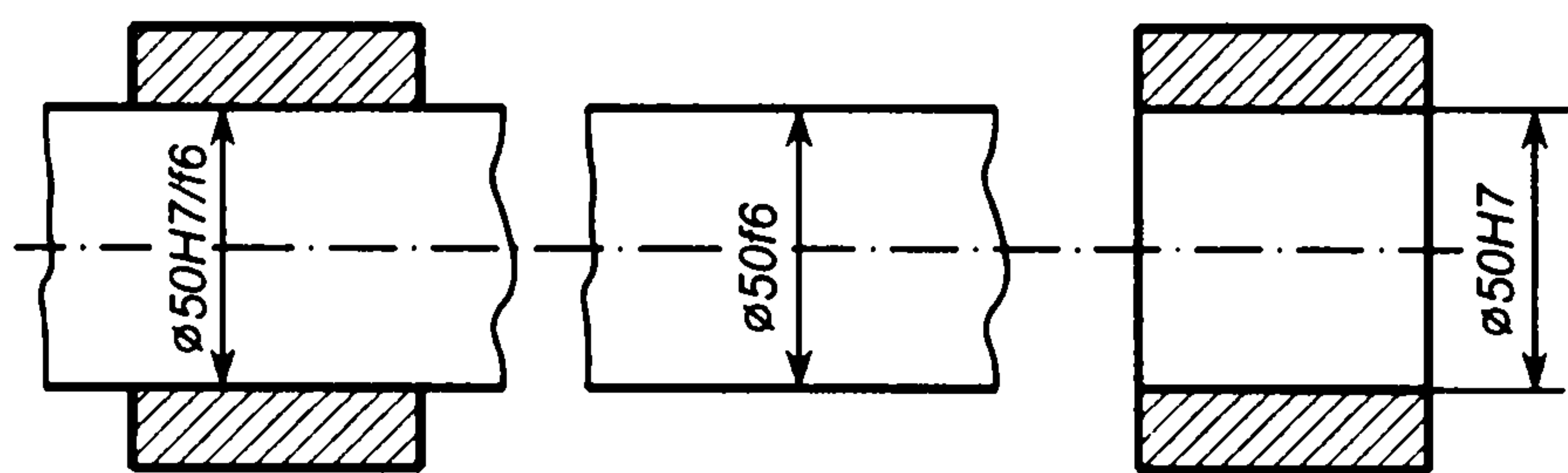


Рис. 17.9. Позначення посадки та поля допуску у технічній документації

допусків на складальних кресленнях та кресленнях деталей показані на рис. 17.9.

Вибір посадок для з'єднання деталей машин. Щоб мати рухоме з'єднання деталей, треба призначити посадки із зазором. При цьому слід використовувати поля допусків валів від *a* до *h* для посадок в системі отвору і поля допусків отворів від *A* до *H* для посадок в системі вала. Для забезпечення високої точності, надійного центрування деталей із достатньо малими зазорами використовують посадки *H7/h5*, *H7/h6*, *H8/h6*. Щоб мати точне обертання з невеликим числом обертів, треба використати з'єднання деталей з посадками *H6/g5*, *H7/g6*, *H7/f7*. Посадку *H9/f9* беруть для з'єднання деталей невисокої точності з вільним поздовжнім переміщенням або обертанням в опорах ковзання. Вільного обертання невідповідальних деталей досягають, використовуючи посадку *H11/d11*.

Перехідні посадки призначені для утворення нерухомих з'єднань, що підлягають періодичному розбиранню та складанню. Вони можуть бути утворені з використанням полів допусків валів *j*, *j_s*, *k*, *m*, *n* при виконанні з'єднань в системі отвору і полів допусків отворів *J*, *J_s*, *K*, *M*, *N*, якщо з'єднання здійснюється в системі вала. Перехідні посадки забезпечують досить високий ступінь центрування деталей. У таких з'єднаннях для запобігання відносному руху деталей слід передбачати фіксуючі пристрої – штифти, шпонки та ін. Найширше використовують перехідні посадки *H7/k6*, *K6/h6*, що вживаються для з'єднання валів із маточинами зубчастих коліс, розміщених на них, шківів та інших деталей, а також посадку *H7/m6* для установлення центрувальних штифтів.

Посадки з натягом використовують для утворення нерухомих нероз'ємних з'єднань деталей, за допомогою полів допусків валів від *p* до *zc* (система отвору) та полів допусків від *P* до *ZC* (система вала). За рахунок натягу ці посадки дозволяють забезпечити нерухоме з'єднання без використання додаткових кріпильних пристроїв. У таких випадках мають переваги такі посадки: *H7/p6*; *H7/r6*; *H7/s6*; *P7/h6*.

Призначаючи поля допусків для посадки деталей, можна вибирати їх з різними квалітетами: для отворів, які обробляти складніше, беруть більший допуск (більший квалітет), ніж допуск вала (різниця не повинна бути більшою, ніж два квалітети). Інколи використовують комбіновані посадки, що утворюються комбінацією полів допусків вала та отвору, взятих із різних систем утворення посадок, наприклад $\varnothing 40F8/e7$.

Обидві системи утворення посадок є рівноправними. Однак система отвору має деякі переваги, що обумовлено використанням певного асортименту різального інструменту для обробки отворів.

Приклади проставлення посадок та полів

Відхилення форми деталей та розміщення поверхонь. Точність виготовлення деталей характеризується також відхиленням від заданої форми та відхиленнями у взаємному розміщенні окремих поверхонь. Такі відхилення обмежуються відповідними допусками, що призначаються залежно від умов роботи спряжених деталей. До відхилень форми деталей з плоскими поверхнями, що підлягають спряженню, належать непрямолінійність та неплоскостність (рис. 17.10).

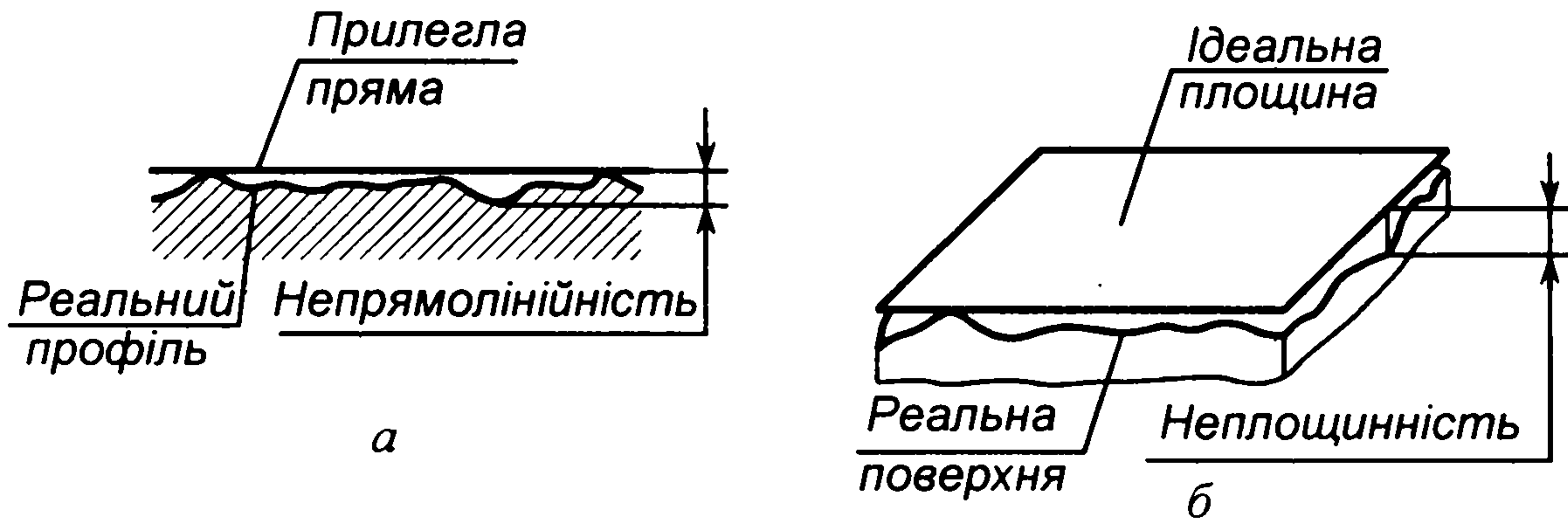


Рис. 17.10. Відхилення форми деталей із плоскою поверхнею

Непрямолінійність – відхилення від прямої лінії профілю перерізу поверхні площиною, нормальною до неї в заданому напрямі.

Неплоскостність – відхилення від прямолінійності в довільному напрямі по поверхні, наприклад випуклість, вигнутість.

Циліндричні поверхні можуть мати відхилення форми в поперечному і в поздовжньому перерізах. У поперечному перерізі можливе відхилення контуру поверхні від правильного кола – некруглість, частковими видами якої є *огранка* та *овальність* (рис. 17.11, а), що характеризується різницею $d_{max} - d_{min}$. У поздовжньому перерізі циліндричних поверхонь можливі такі відхилення форми: *бочкоподібність*, *вигнутість*, *сідлоподібність* та *конусність* (рис. 17.11, б).

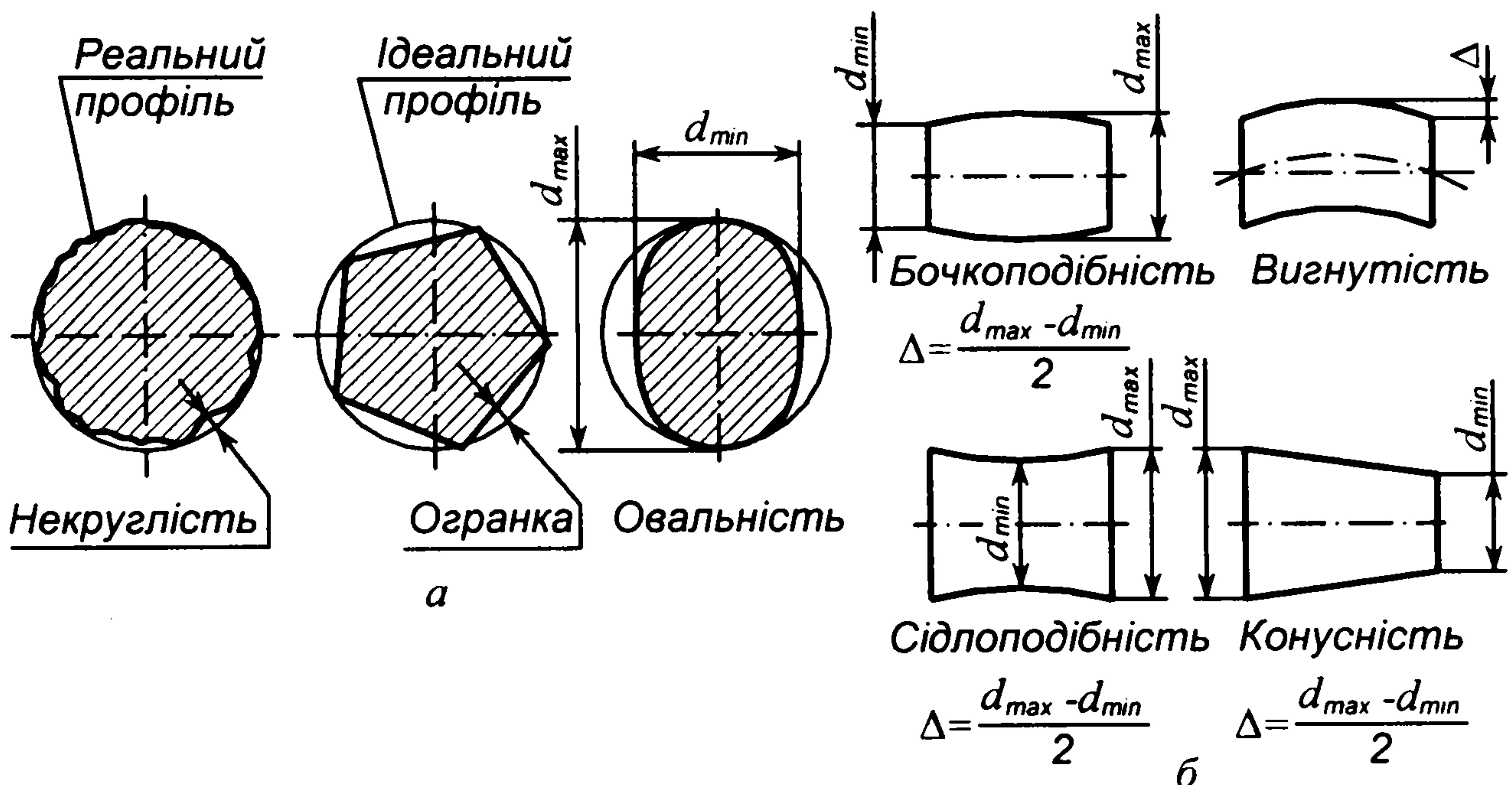


Рис. 17.11. Відхилення форми деталей із циліндричними поверхнями

ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА

Граничні відхилення форми циліндричних поверхонь обмежуються полями допусків на діаметр цих поверхонь.

Стандарт передбачає відхилення розміщення поверхонь деталей:

а) для площин: *непаралельність, перпендикулярність*;
 б) для циліндричних поверхонь: *неспіввісність, радіальне та торцеве биття*;

в) для осей: *перекіс осей, відхилення від правильного розміщення осей, що перетинаються, та мимобіжних осей*.

Граничні відхилення форми поверхонь позначаються на кресленнях згідно зі стандартами. Умовні позначення допусків форми та розміщення поверхонь наведені в табл. 17.5.

Таблиця 17.5. Позначення видів допусків форми та розміщення поверхонь

Група допуску	Вид допуску	Знак
Допуск форми	Допуск прямолінійності	—
	— площинності	
	— круглості	○
	— циліндричності	○
	— профілю поздовжнього перерізу	≡
Допуск розміщення	Допуск паралельності	//
	— перпендикулярності	⊥
	— нахилу	∠
	— співвісності	◎
	— симетричності	≡
	Позиційний допуск	⊕
	Допуск перетинання осей	×
Сумарні допуски форми та розміщення	Допуск радіального биття	
	— торцевого биття	
	— биття в заданому напрямі	
	Допуск повного радіального биття	
	— повного торцевого биття	
	Допуск форми заданого профілю	∩
— форми заданої поверхні	∪	

На кресленнях (рис. 17.12) знак та числове значення відхилення вписують у прямокутну рамку, розділену на дві або три частини. В першій частині (ліворуч) ставлять знак допуску, в другій – числове значення граничного відхилення в міліметрах, а в третій – літерне позначення бази або іншої поверхні. Бази позначають затіненим рівнобічним трикутником або великою літерою. Напрямок відрізка лінії зі стрілкою повинен відповідати напрямку вимірювання відхилення.

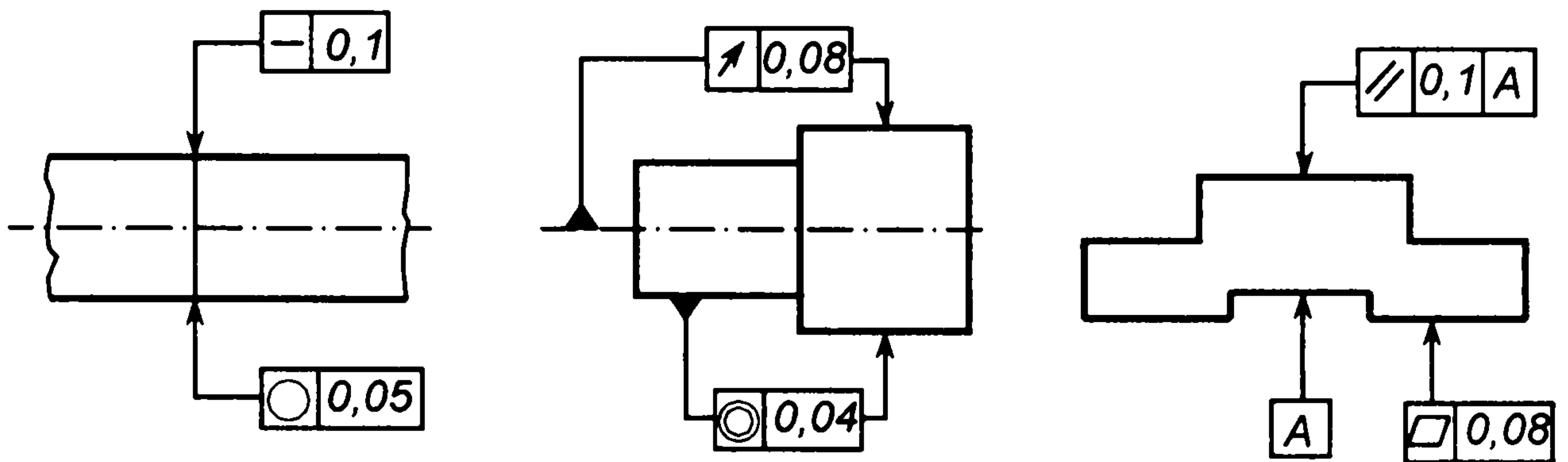


Рис. 17.12. Позначення граничних відхилень форми деталей на кресленнях

Шорсткість поверхонь деталей. На поверхнях деталей є сліди механічної обробки, які проявляються у вигляді сукупності виступів та впадин різних форм і розмірів. Критерій оцінки якості обробки поверхонь – це показник, який називається шорсткістю поверхні.

Згідно зі стандартом шорсткість поверхні оцінюють такими параметрами: R_a – середнє арифметичне відхилення профілю; R_z – висота нерівностей профілю за десятьма точками; R_{max} – найбільша висота нерівностей профілю; S_m – середній крок нерівностей; S – середній крок місцевих виступів профілю; l_p – відносна опорна довжина профілю.

На рис. 17.13 показано профілограму поверхні та її параметри. Середнє арифметичне відхилення профілю R_a – це середнє арифметичне абсолютних значень відхилень профілю в межах базової довжини:

$$R_a = \frac{1}{l} \int_0^l |y(x)| dx \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i|,$$

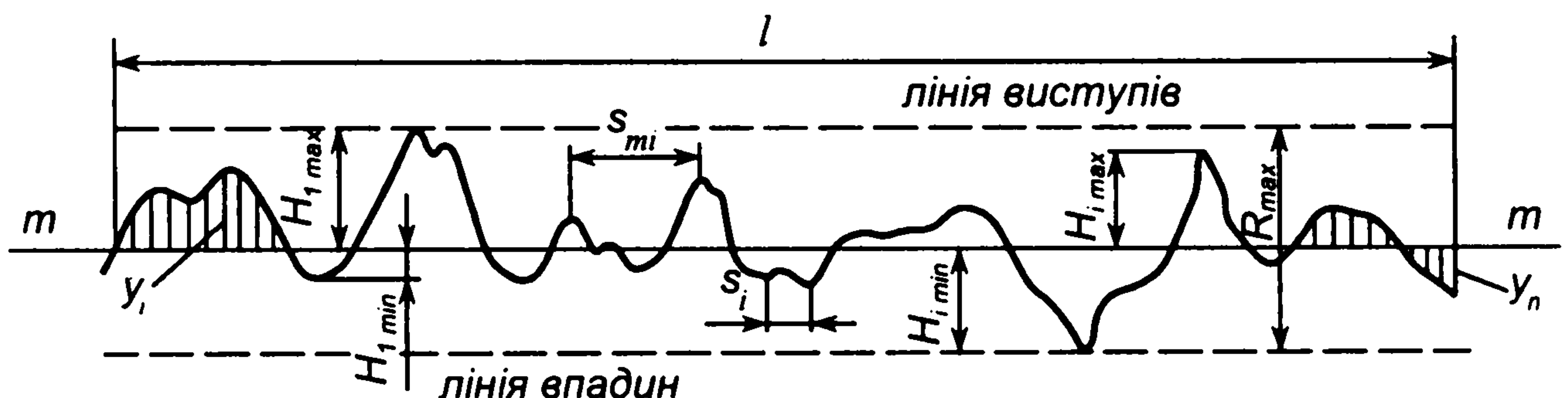


Рис. 17.13. До визначення параметрів шорсткості поверхонь деталей

де n – число вибраних точок профілю в межах базової довжини; y_i – відстань між i -ю точкою профілю та середньою лінією m .

Параметр R_z – сума середніх абсолютних значень висот п'яти найбільших виступів профілю і глибин п'яти найбільших впадин профілю в межах базової довжини:

$$R_z = \frac{1}{5} \left(\sum_{i=1}^5 |H_{i,\max}| + \sum_{i=1}^5 |H_{i,\min}| \right).$$

Вимоги до шорсткості поверхні деталі встановлюють одним або кількома параметрами, якщо це потрібно для забезпечення експлуатаційних властивостей поверхні. Найуживанішими є параметри R_a або R_z ; параметр R_z використовують для грубо оброблених та особливо чистих поверхонь. Надають перевагу параметрам R_z і R_a , поданим у табл. 17.6.

Чисті поверхні з малою шорсткістю підвищують міцність та корозійну стійкість деталей, зменшують тертя та спрацьовування у спряженнях рухомих деталей. Однак при цьому помітно зростає вартість механічної обробки деталей. Тому вибір параметрів шорсткості поверхонь деталей повинен бути економічно обгрунтованим.

Таблиця 17.6. Рекомендовані значення параметрів R_z і R_a

Параметр шорсткості, мкм	Поверхня		
	Грубо оброблена	Чиста	Особливо чиста
R_z	200; 100; 50; 25; 12,5; 10	-	0,80; 0,40; 0,20; 0,100; 0,050; 0,025
R_a	-	3,2; 1,6; 0,80; 0,40; 0,20; 0,100; 0,050; 0,025	-

Безпосереднього зв'язку між квалітетами і точністю розмірів та параметрами шорсткості поверхонь не існує. Але не допускається висока точність розмірів із значною шорсткістю поверхонь, оскільки висота нерівностей може бути співмірною з допуском на розміри. Поверхні деталей, що призначені для з'єднань по посадках, повинні мати параметр шорсткості R_a у межах 3,2–0,20 мкм.

Для позначення шорсткості поверхні на кресленнях деталей використовують один із таких знаків: $\sqrt{\quad}$ – вид механічної обробки конструктором не встановлюється; \surd – поверхня утворена зніманням шару матеріалу (обточування, фрезерування, шліфування); \surd – необроблена поверхня або оброблена без знімання шару матеріалу (кування, штампування, прокатування).

Значення параметра шорсткості вказують так: для параметра R_a – без символу, наприклад $\sqrt{1,6}$, а для параметра R_z – із символом, наприклад $R_z \sqrt{10}$.

Вибираючи параметри шорсткості поверхонь, що вимагають механічної обробки, треба враховувати технологічні можливості різних методів обробки. Деякі орієнтовні дані щодо цього наведені в табл. 17.7.

Таблиця 17.7. Параметри шорсткості поверхонь для деяких методів механічної обробки

Вид поверхні	Метод обробки	Параметр шорсткості									
		R_z					R_a				
		100	50	25	12,5	10	3,2	1,6	0,8	0,4	0,2
Зовнішня циліндр- рична	Обточування: попереднє	×	×	×	×						
	чистове				×	×	×	×			
	тонке								×	×	
	Шліфування: попереднє								×		
	чистове								×	×	
	тонке									×	×
Внутріш- ня циліндр- рична	Розточування попереднє	×	×	×	×						
	чистове				×	×	×	×			
	тонке							×	×	×	
	Розвірчуван- ня								×	×	
	Протягування							×	×		
	Свердління		×	×	×	×					
	Шліфування: попереднє								×		
	чистове								×	×	
Плоска	Стругання: попереднє	×	×								
	чистове			×	×	×					
	Фрезеруван- ня: попереднє	×	×	×							
	чистове				×	×	×				
	Торцеве точіння: попереднє	×	×	×	×						
	чистове				×	×	×				
	Плоске шліфування: попереднє								×	×	
	чистове										×

ГЛАВА 18. РОЗРАХУНОК ТА КОНСТРУЮВАННЯ З'ЄДНАНЬ ЕЛЕМЕНТІВ МАШИН ТА СПОРУД

18.1. Загальні відомості і конструкції різьбових з'єднань

Різьбовими називають такі з'єднання, які виконують за допомогою деталей, що мають різьбу.

Широке використання різьбових з'єднань у машинобудуванні зумовлене їхньою простотою, високою несучою здатністю, надійністю, а також зручністю з'єднання та роз'єднання деталей. Застосуванню різьбових з'єднань сприяють також наявність значної номенклатури спеціальних різьбових деталей, пристосованих до різних конструктивних варіантів з'єднань, їхня широка стандартизація та мала вартість в умовах масового виготовлення.

Використання різьбових з'єднань обмежене через наявність численних концентраторів напружень на поверхнях різьбових деталей, що зменшує їх втомну міцність при дії змінних напружень.

Кріпильні різьби та їхні параметри. Кріпильні різьби застосовують у деталях різьбових з'єднань. Залежно від форми поверхні, на якій нарізана різьба, розрізняють циліндричні та конічні різьби. В основному використовують циліндричні кріпильні різьби. Конічну різьбу застосовують у випадках, коли треба забезпечити герметичність з'єднання.

Кріпильні різьби бувають метричні, трубні та круглі.

Метрична різьба (рис. 18.1, а) є основною кріпильною різьбою. Вона має назву метричної тому, що всі її розміри задають в міліметрах (на відміну від мало розповсюдженої дюймової різьби, розміри якої даються в дюймах). Метрична різьба має трикутний профіль витків із кутом профілю $\alpha=60^\circ$. Вершини витків та впадин притуплені по прямій або по дузі кола, по вершинах та впадинах утворений зазор. Така конструкція полегшує обробку різьби, зменшує концентрацію напружень та запобігає пошкодженням різьби в умовах виконання складальних робіт.

Метрична різьба характеризується такими основними геометричними параметрами: d – зовнішній (номінальний) діаметр різьби; d_1 – внутрішній діаметр; d_2 – середній діаметр (діаметр уявного циліндра, поверхня якого перетинає витки різьби по висоті так, що ширина витка дорівнює ширині

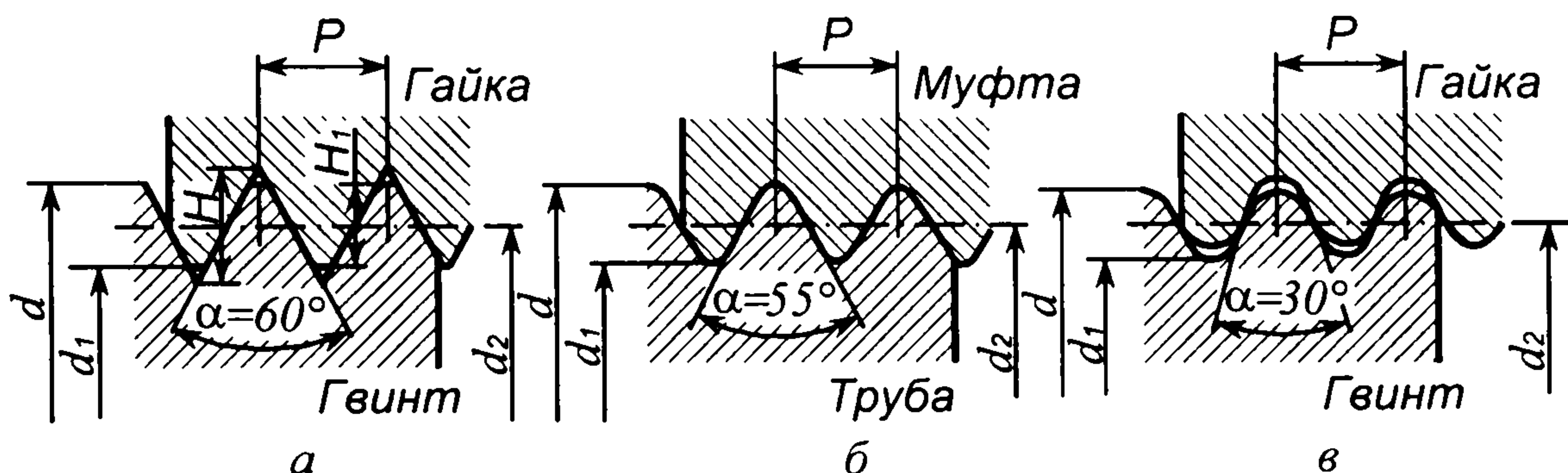


Рис. 18.1. Кріпильні різьби та їхні параметри

впадини); P – крок різьби (відстань між однойменними сторонами двох сусідніх витків, виміряна в напрямі осі гвинта); $H = 0,866P$ – теоретична висота профілю витка різьби; $H_1 = 0,541P$ – робоча висота профілю, на якій дотикаються витки гвинта і гайки; n – число заходів різьби (для кріпильних метричних різьб $n = 1$) і ψ – кут підйому гвинтової лінії різьби по її середньому діаметру, що визначається за співвідношенням

$$\operatorname{tg} \psi = Pn/(\pi d_2). \quad (18.1)$$

Метричні різьби бувають з нормальним або малим кроком. Так, для різьби із зовнішнім діаметром $d = 20$ мм стандартами, крім різьби з нормальним кроком $P = 2,5$ мм, передбачені різьби з малими кроками: 2; 1,5; 1,0; 0,75 і 0,5 мм. При зменшенні кроку відповідно зменшується глибина різьби та кут підйому гвинтової лінії ψ .

Позначення метричної різьби: М20 – метрична різьба з нормальним кроком і зовнішнім діаметром $d = 20$ мм; М20 х 1,5 – метрична різьба з малим кроком витків $P = 1,5$ мм і зовнішнім діаметром $d = 20$ мм.

Основні геометричні параметри метричних різьб регламентовані стандартами (табл. 18.1).

Трубна різьба (рис. 18.1, б) використовується для герметичного з'єднання труб та арматури. Ця різьба має кут профілю витків $\alpha = 55^\circ$, вершини та впадини витків закруглені і відсутній зазор між вершинами та впадинами, що надає з'єднанню деталей високу щільність.

Трубна різьба має малий крок витків, оскільки нарізується на трубі з малою товщиною стінки. За номінальний діаметр трубної різьби беруть умовний внутрішній діаметр труби. Зовнішній діаметр такої різьби насправді більший від номінального на дві товщини стінки труби.

У міжнародному стандарті для трубної різьби зберігається дюймове вимірювання. Позначення трубної різьби в технічній документації таке: G2-V – трубна різьба із номінальним діаметром 2 дюйми за класом точності V.

Таблиця 18.1. Різьба метрична для кріпильних різьбових деталей

Діаметр різьби, мм			Крок різьби нормальний P , мм	Діаметр різьби, мм			Крок різьби нормальний, P , мм
зовнішній d	середній d_2	внутрішній d_1		зовнішній d	середній d_2	внутрішній d_1	
5	4,480	4,134	0,80	20	18,376	17,294	2,50
6	5,350	4,918	1,00	22	20,376	19,924	2,50
8	7,188	6,647	1,25	24	22,051	20,752	3,00
10	9,026	8,376	1,50	27	25,051	23,752	3,00
12	10,863	10,106	1,75	30	27,727	26,211	3,50
14	12,701	11,835	2,00	36	33,402	31,670	4,00
16	14,701	13,835	2,00	42	39,077	37,129	4,50
18	16,376	15,294	2,50	48	44,752	42,587	5,00

Трубну різьбу можна нарізувати також на конічній поверхні для досягнення високої щільності з'єднання. Приклад позначення конічної трубної різьби — $R 3/4$.

Нині замість трубних різьб часто застосовують метричні різьби з малим кроком витків.

Кругла різьба (рис. 18.1, в) зручна для виготовлення накатуванням або витисканням на тонкостінних металевих та пластмасових деталях, а також відливанням на чавунних, скляних, пластмасових та інших виробках. Профіль витків круглої різьби утворюється спряженими дугами кіл, а кут профілю $\alpha = 30^\circ$.

Круглі різьби мають обмежене застосування, і переважно їх використовують для деталей, що часто згвинчуються та відгвинчуються в умовах забруднення (пожежна арматура, вагонні стяжки, цоколі електроламп та ін.).

Кріпильні різьбові деталі. Для з'єднання деталей використовують болти (гвинти з гайками), гвинти або шпильки (рис. 18.2, а-в).

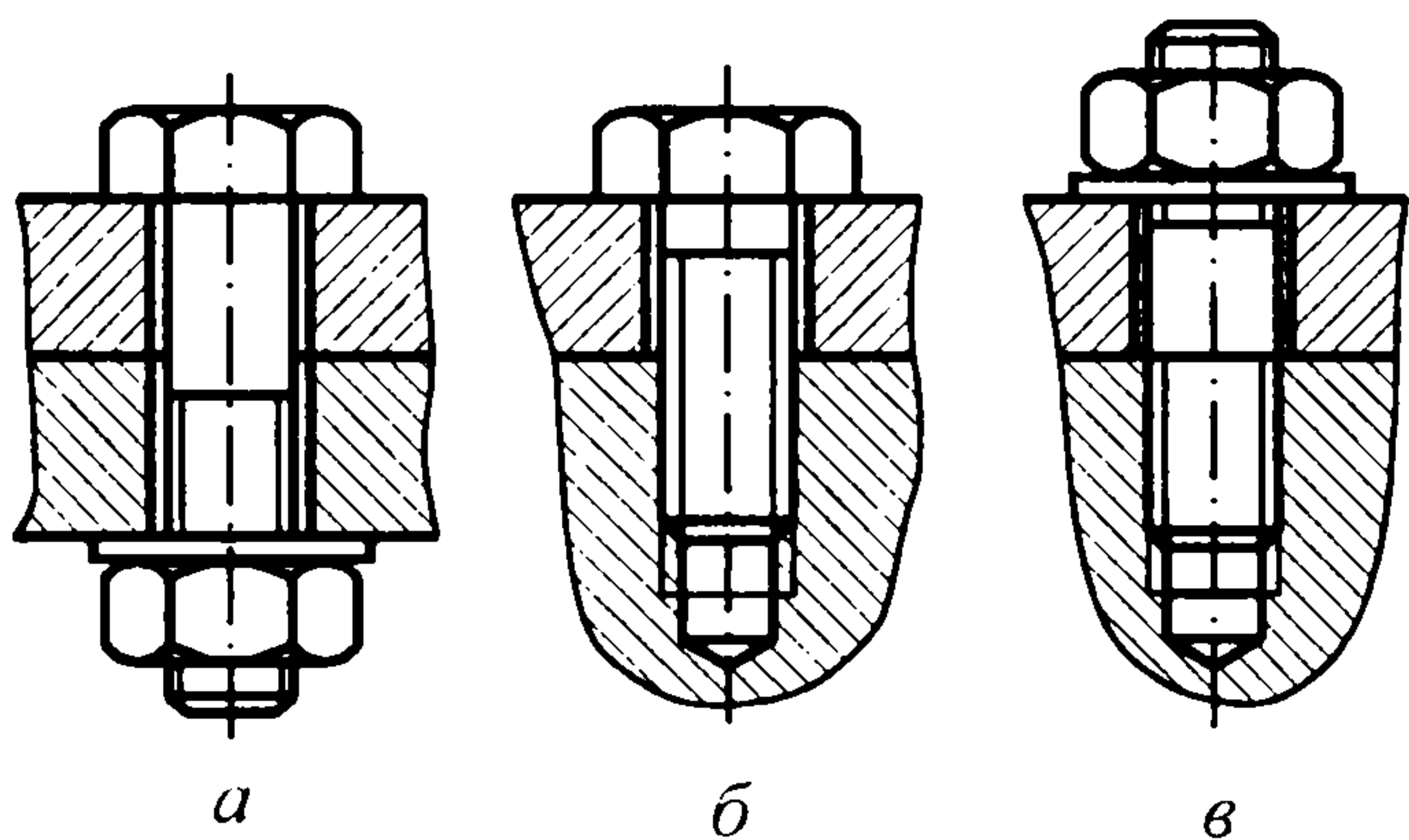


Рис. 18.2. З'єднання за допомогою болта, гвинта і шпильки

Використання болтів для з'єднання деталей не вимагає нарізування в цих деталях різьби. Це особливо важливо, коли матеріал деталі не може забезпечити достатню міцність різьби. Однак у з'єднанні болтом повинен бути передбачений простір для головки гвинта та гайки, а також дещо незручно виконувати складальні операції, бо при загвинчуванні або відгвинчуванні гайки треба утримувати головку гвинта від прокручування. Болтове з'єднання дещо збільшує масу

виробу і деякою мірою спотворює його зовнішній вигляд.

Гвинти та шпильки треба використовувати в тих випадках, коли за конструкцією з'єднання застосування болтів неможливе або нераціональне. Гвинти та шпильки вимагають певної глибини загвинчування в одну із деталей з'єднання. Якщо під час експлуатації з'єднання виникає потреба у багатократному з'єднуванні та роз'єднуванні деталей, то для запобігання можливому руйнуванню різьби деталі перевага надається з'єднанню шпилькою або болтовому з'єднанню.

У деяких випадках (рис. 18.2, а) під гайку або головку гвинта ставлять плоску круглу шайбу. Встановлення такої шайби зменшує пошкодження та змінання гайкою поверхні деталі (якщо деталь виготовлена з м'якого матеріалу — алюмінію, пластмаси, дерева) при загвинчуванні гайки чи гвинта. Плоскі круглі шайби використовують також у випадку збільшеного діаметра отвору під болт або гвинт, або коли отвір не має круглої форми.

Геометричні форми та розміри гвинтів, гайок, шпильок дуже різноманітні і достатньо повно описані у відповідних довідниках та

стандартах різьбових кріпильних деталей. Деякі види широко використовуваних гвинтів, що відрізняються конструкцією головок, показані на рис. 18.3, а різні форми гайок – на рис. 18.4.

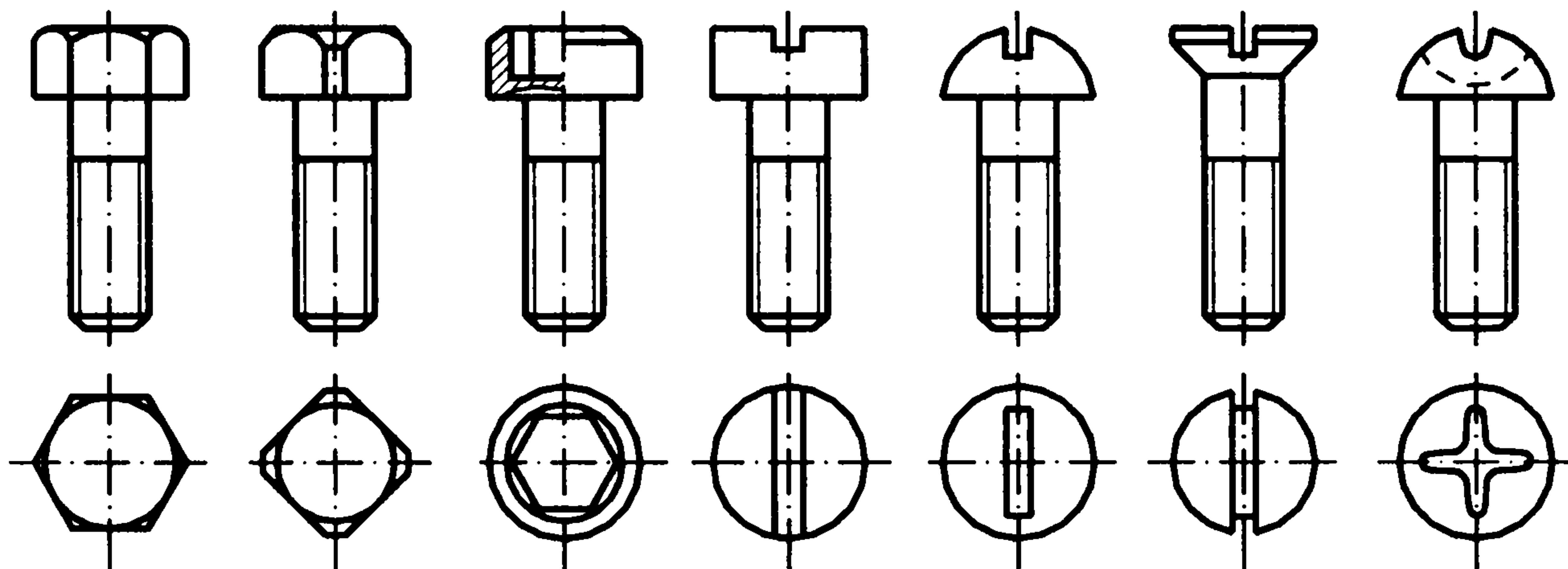


Рис. 18.3. Конструкції гвинтів

Для виготовлення кріпильних різьбових деталей використовують сталі: вуглецеві звичайної якості, якісні конструкційні та леговані конструкційні. Механічні властивості сталевих кріпильних деталей нормуються за стандартом, згідно з яким болти, гвинти та шпильки поділяють на 11 класів, а гайки – на 7 класів міцності.

Клас міцності болтів, гвинтів та шпильок позначається двома числами, розділеними крапкою. Перше число, помножене на 100, вказує мінімальне значення границі міцності σ_b , МПа, матеріалу болта, а друге число, поділене на 10 і помножене на σ_b – границю текучості матеріалу болта. Наприклад, для болта класу міцності 5.6 маємо; $\sigma_{b\min} = 5 \cdot 100 = 500$ МПа; $\sigma_r = 6 \cdot 500/10 = 300$ МПа. Умовне позначення болта, наприклад, із номінальним діаметром

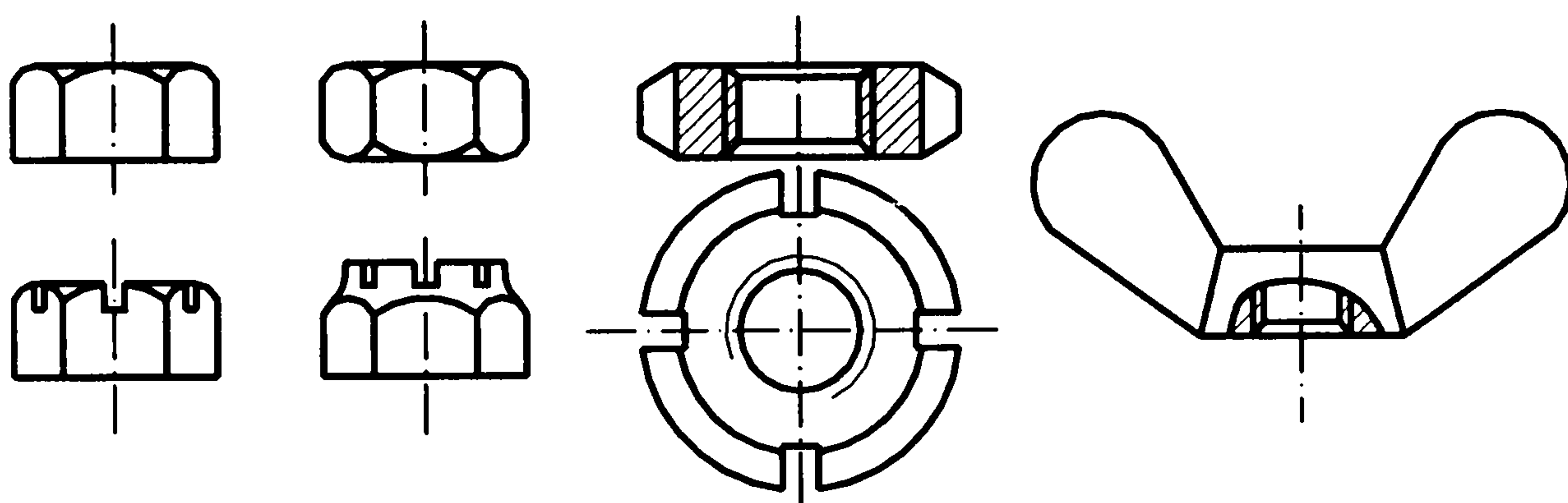


Рис. 18.4. Конструкції гайок

різьби $d = 12$ мм, малим кроком $P = 1,25$ мм, довжиною $l = 60$ мм та класом міцності 4.6 записують: Болт $M12 \times 1,25 \times 60.46$ ГОСТ 7805-70. Найнижчим класом міцності болтів, гвинтів та шпильок є 3.6, а найвищим – 14.9.

Таблиця 18.2. Рекомендації для вибору матеріалу болтів та гайок

Клас міцності болтів	σ_b , МПа		σ_t , МПа	Марка сталі	
	min	max		Болт	Гайка
3.6	300	490	200	Ст3; 10	Ст3
4.6	400	550	240	20	Ст3
5.6	500	700	300	30; 35	10
6.6	600	800	360	35; 45; 40Г	15
8.8	800	1000	640	30Х; 38ХА	20; 35; 45
10.9	1000	1200	900	40Г2; 40Х	35Х; 38ХА

Клас міцності гайок позначають одним числом. Якщо це число помножити на 100, то будемо мати напруження σ_f , МПа, від навантаження випробувань. Наприклад, для гайки нижчого класу міцності 4 маємо $\sigma_f = 4 \cdot 100 = 400$ МПа (сталі марок Ст3, Ст3кп), а для гайки вищого класу міцності 14 – $\sigma_f = 14 \cdot 100 = 1400$ МПа (леговані сталі 35ХГСА, 40ХНМА). Умовне позначення гайки, наприклад, із номінальним діаметром різьби $d = 12$ мм, малим кроком $P = 1,25$ мм та класом міцності 8 записують: *Гайка М12 × 1,25.8 ГОСТ 5915-70*.

Механічні характеристики матеріалів різьбових деталей наведені в табл. 18.2 і 18.3.

Таблиця 18.3. Рекомендації для вибору матеріалу гайок

Клас міцності гайок	Напруження від навантаження випробування σ_f , МПа	Марка сталі
4	400	Ст3
5	500	10
8	800	20; 35; 45
10	1000	35Х; 38ХА

Вибір матеріалів кріпильних деталей пов'язаний з особливостями умов роботи з'єднань, вимогами до габаритів та маси з'єднання.

Під час вибору матеріалу гайки рекомендують брати до уваги таку вказівку: напруження від навантаження випробування повинно відповідати мінімальній границі міцності матеріалу болта, з яким комплектується гайка.

Стопоріння різьбових з'єднань. Занобігання самовідгвинчуванню різьбових деталей є важливим заходом для підвищення надійності з'єднань деталей.

У з'єднаннях деталей із кріпильними різьбами забезпечується самогальмування, оскільки кут тертя між витками різьби гвинта та гайки значно перевищує кут підйому гвинтової лінії. Крім того, самовідгвинчуванню чинять опір сили тертя між деталями та опорними поверхнями гайки **чи**

голівки болта (гвинта). Але самогальмування різьбового з'єднання надійно реалізується тільки при статичному навантаженні. При дії змінних (швращайних чи ударних) навантажень різко знижується коефіцієнт тертя між витками, умови самогальмування порушуються і спостерігається самовідгвинчування різьбових деталей, що може спричинити руйнування з'єднання або навіть аварійний стан у роботі машини.

Щоб запобігти самовідгвинчуванню, слід використовувати стопорні пристрої, робота яких базується або на створенні додаткових сил тертя, або на використанні спеціальних замкових засобів.

Пристрої, що базуються на створенні додаткового тертя, показані на рис. 18.5, а-г. Контргайка (рис. 18.5, а) створює додатковий натяг і додаткові сили тертя в різьбі. Пружинна шайба (рис. 18.5, б) підтримує натяг і додаткові сили тертя в різьбі на деякій ділянці самовідгвинчування (до 1-1,5 оберта гайки). Крім того, пружність шайби значно зменшує вплив швращай на тертя в різьбі. В гайках із завальцьованим кільцем з поліаміду (рис. 18.5, в) додаткове стопоріння здійснюється за рахунок сил зчеплення деформованого при загвинчуванні гайки кільця та витків різьби гвинта. Знаходять застосування також гайки (рис. 18.5, г), додаткове тертя в яких створюється у верхній частині гайки, zdeформованої на еліпс після нарізування різьби.

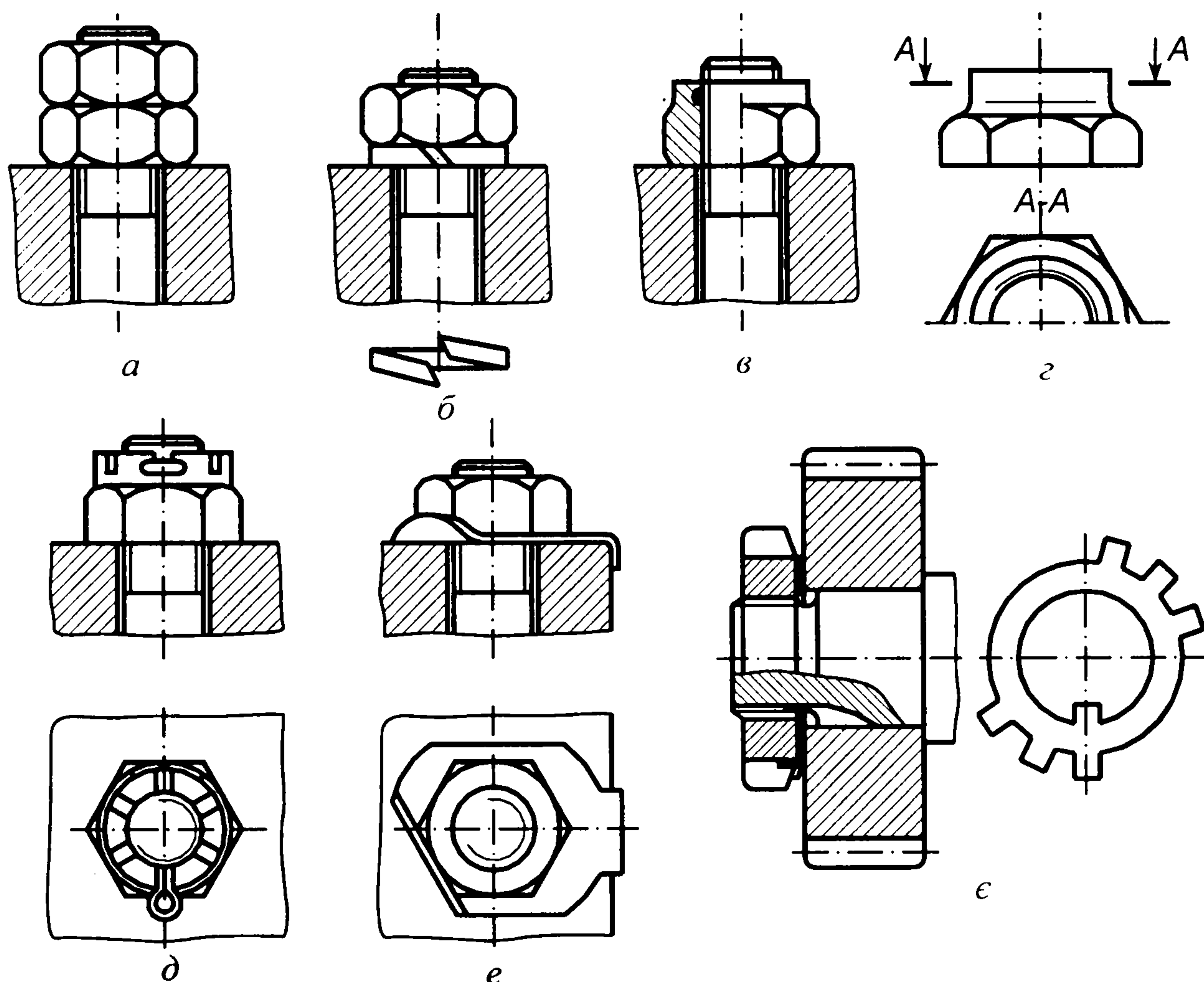


Рис. 18.5. Способи стопоріння різьбових з'єднань

У замкових пристроях для запобігання самовідгвинчуванню використовують стопоріння шплінтами (рис. 18.5, д), загнутими стопорними шайбами (рис. 18.5, е, є) та іншими способами.

На практиці використовують ще й такі способи стопоріння різьбових з'єднань, як зварювання (гайка або головка гвинта приварюються до деталі з'єднання) або пластичне деформування з руйнуванням витка різьби кернуванням.

18.2. Розрахунки різьбових з'єднань на міцність

Основним критерієм роботоздатності з'єднань різьбовими кріпильними деталями є міцність стержнів болтів, гвинтів і шпильок на різьбових ділянках. Стандартні кріпильні різьбові деталі сконструйовані рівноміцними за такими параметрами: за напруженнями зрізу і зминання в різьбі, за напруженнями розтягу в різьбовій частині стержня і в місці переходу стержня в головку. Тому у з'єднаннях стандартними різьбовими деталями розраховують тільки діаметр стержня кріпильної деталі за умовою міцності на розтяг. Розрахунок різьби на міцність виконують лише у випадках застосування нестандартних різьбових деталей.

Небезпечним перерізом стержня болта (гвинта чи шпильки) є поперечний переріз на різьбовій частині, площа якого $A = \pi d_1^2 / 4$. Відповідно умова міцності стержня болта на розтяг

$$\sigma_p = \frac{4F_p}{\pi d_1^2} \leq [\sigma]_p. \quad (18.2)$$

Із записаної умови маємо потрібний внутрішній діаметр різьби

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4F_p}{\pi[\sigma]_p}}. \quad (18.3)$$

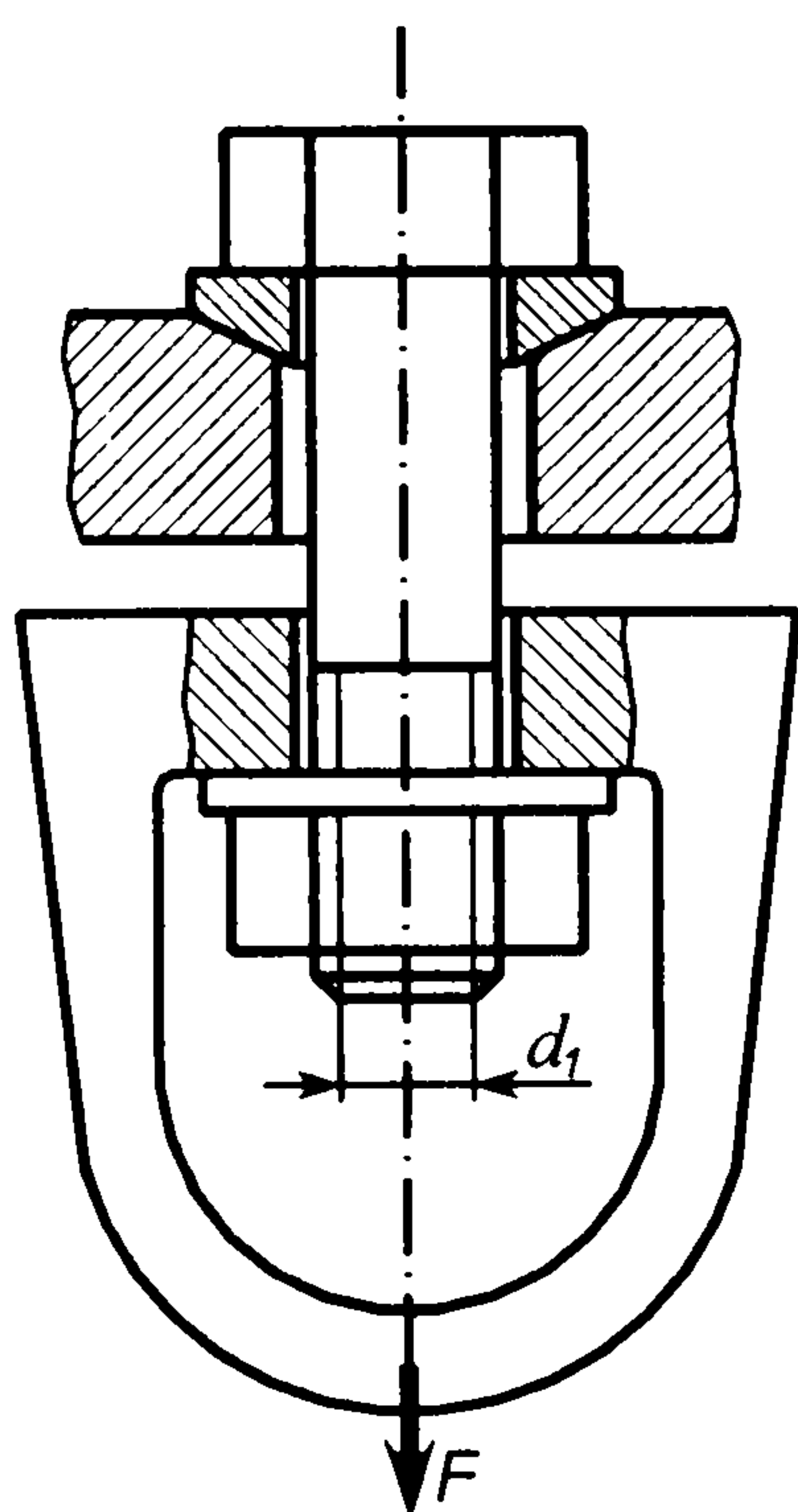


Рис. 18.6. Осьове навантаження незатягнутого болта

Отримане значення d_1 округлюють до стандартного, за яким встановлюють номінальний діаметр d стержня болта (див. табл. 18.1).

Основна трудність у розрахунках полягає у визначенні розрахункової сили F_p , яка навантажує болт (гвинт, шпильку) у з'єднанні. Нижче розглянемо характерні випадки навантаження з'єднань і покажемо, як визначити розрахункову силу F_p .

З'єднання незатягнутим болтом, що навантажене зовнішньою осьовою силою. Прикладом такого з'єднання може бути кріплення вантажної петлі (рис. 18.6). Особливістю цього з'єднання є те, що болт не має попередньої затяжки (між деталями з'єднання є зазор). Під час

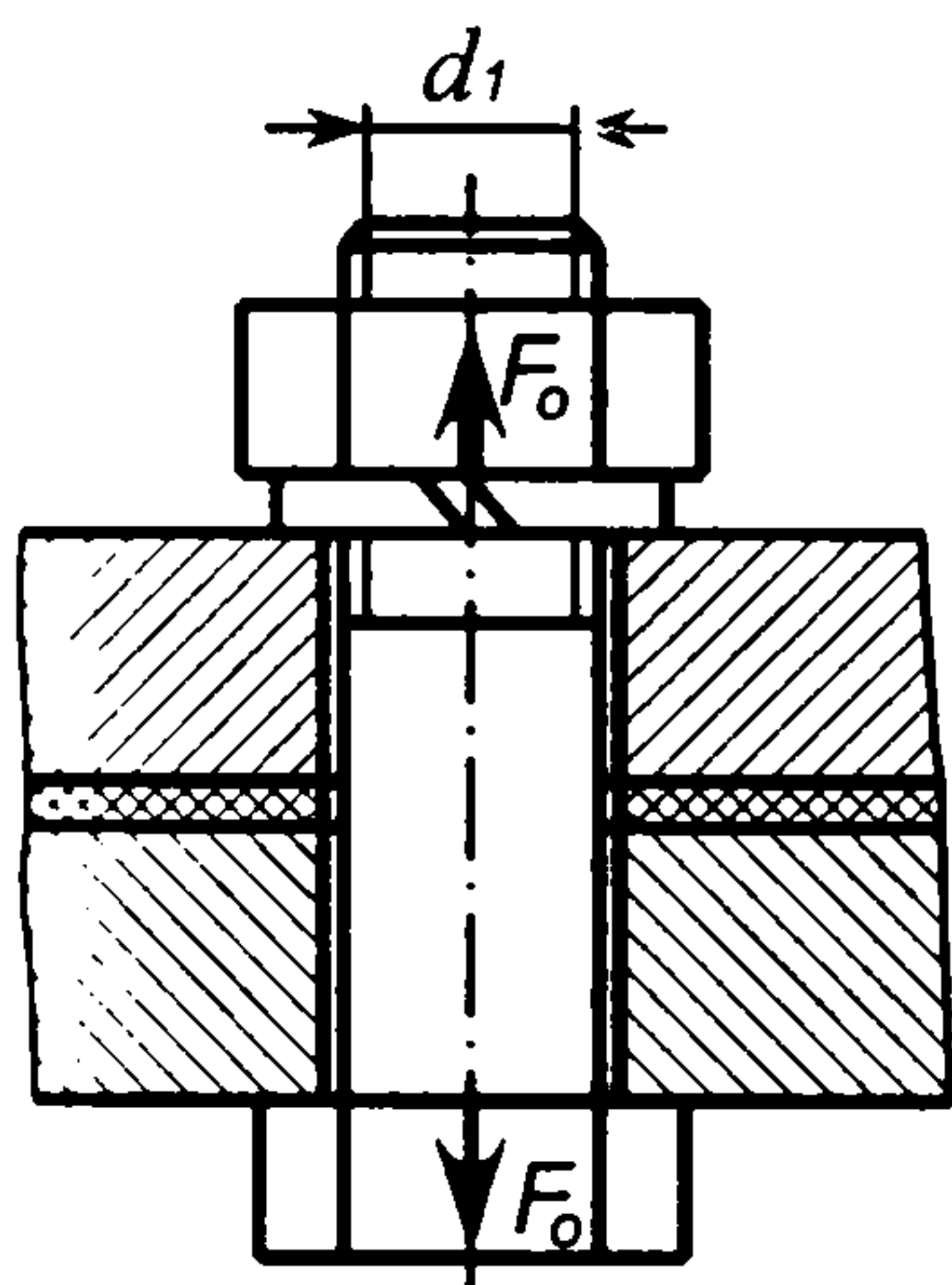


Рис. 18.7. З'єднання затягнутим болтом без зовнішнього навантаження

навантаження петлі силою F в стержні болта виникає деформація розтягу, а розрахункова сила для такого болта $F_p = F$.

З'єднання затягнутим болтом без зовнішнього навантаження. Такі з'єднання використовують, коли треба закріпити деталі, на які не діють зовнішні сили, а з'єднання повинно бути герметичним (наприклад, кріплення різних кришок, люків та ін.). Потрібну силу зтяжки болта F_0 (рис. 18.7) вибирають із умови забезпечення герметичності стику деталей (між деталями знаходиться пружна прокладка).

Під час зтягування з'єднання стержень болта розтягується осьовою силою F_0 і одночасно скручується моментом сил тертя в різьбі.

Скручування болта під час його зтягування враховують коефіцієнтом β , який усереднено для метричних різьб набуває значення 1,3. Якщо сила зтягування болта F_0 (залежить від виду прокладок між деталями з'єднання), то в такому випадку розрахункова сила для болта $F_p = F_0 \beta$.

З'єднання затягнутими болтами, навантажене зовнішньою осьовою силою. Осьове навантаження з'єднань із попередньо затягнутими болтами (напрям дії осьової сили паралельний осі болтів) є найпоширенішими у практиці. Для більшості таких з'єднань треба зберегти певні умови у площині стику деталей (герметичність, нерозкриття стику та ін.) під час дії зовнішнього навантаження. Прикладом з'єднань затягнутими болтами, що навантажені зовнішніми осьовими силами, можуть бути з'єднання фланців трубопроводів, кришок резервуарів підвищеного тиску (рис. 18.8), різних кронштейнів та інших деталей.

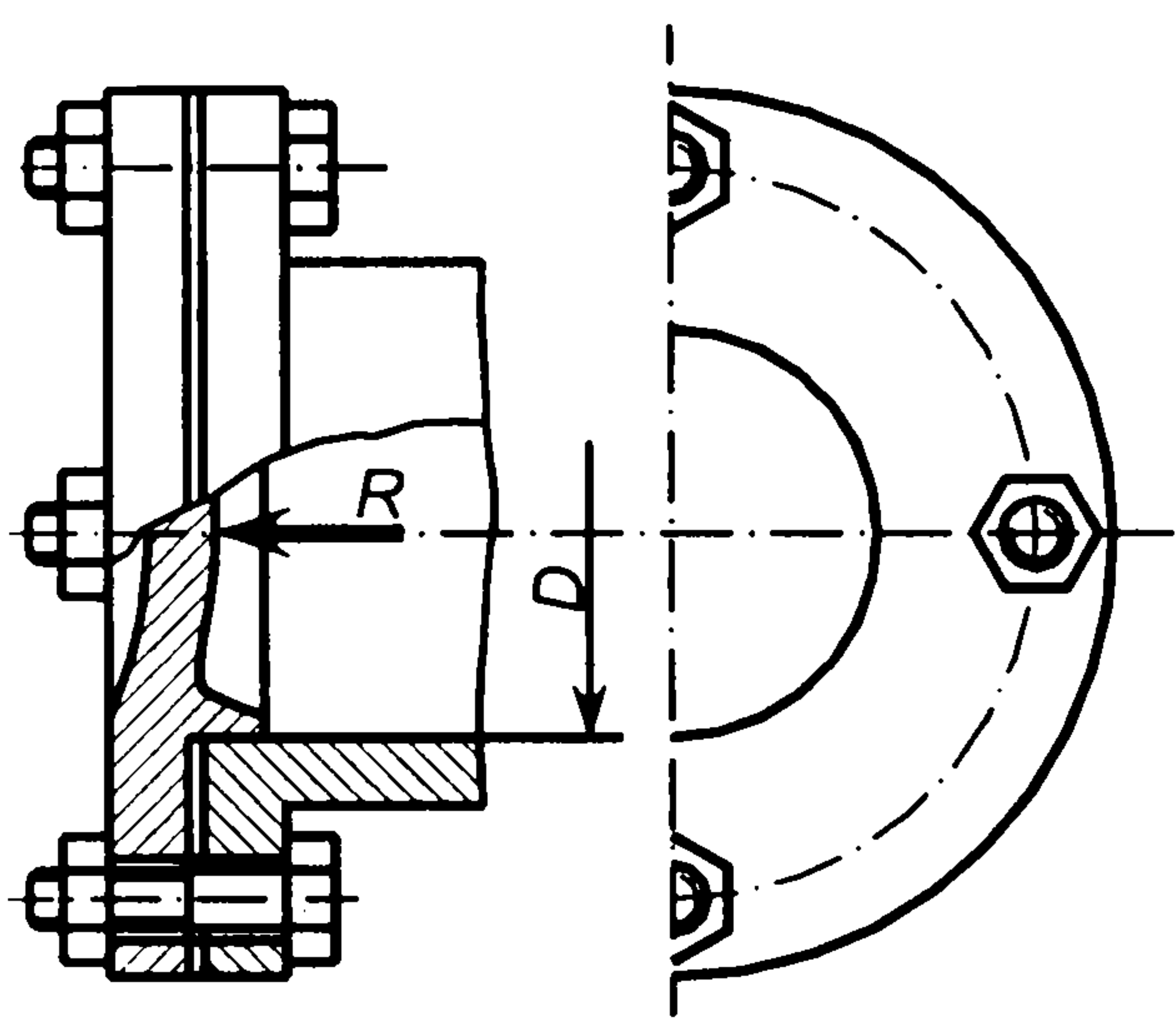


Рис. 18.8. Кріплення болтами кришки резервуара

Для з'єднання, зображеного на рис. 18.8, зовнішня осьова сила, що припадає на один болт, $F = R/z$, де z – кількість болтів у з'єднанні.

Для забезпечення щільності стику з'єднаних деталей необхідну силу попередньої зтяжки кожного болта приймають такою:

$$F_0 = k_3(1 - \chi)F, \quad (18.4)$$

де коефіцієнт зтяжки болта $k_3 = 1,3 \dots 2$ при постійній силі R і $k_3 = 2 \dots 4$ – при змінному в часі навантаженні, а коефіцієнт зовнішнього навантаження $\chi = 0,4 \dots 0,5$ – для з'єднань сталевих і чавунних деталей

з пружними прокладками (пароніт, гума, азбест) і $\chi=0,2...0,3$ – для з'єднань сталевих і чавунних деталей без пружних прокладок між ними.

Розрахункову силу для болтів розглянутого з'єднання з урахування їхнього скручування під час затяжки визначають за формулою

$$F_p = F_0 \beta + \chi F. \quad (18.5)$$

Особливістю затягнутого болтового з'єднання, навантаженого зовнішньою осьовою силою є те, що сприймається болтом не вся зовнішня сила, а тільки частина, яка визначається коефіцієнтом χ , який залежить від податливості стержня болта і деталей з'єднання.

Болтове з'єднання деталей, що навантажені силами зсуву. В такому з'єднанні основною умовою надійності є відсутність відносного зсуву деталей. Розглянемо два варіанти виконання з'єднання.

1. Болт встановлено в отвори деталей із зазором (рис. 18.9, а). Умова відсутності зсуву деталей з'єднання має вигляд

$$F \leq i F_s = i f F_0,$$

де F – зовнішня сила, що діє на деталі з'єднання; F_s – сила тертя в одній парі площин стикування деталей; i – число пар площин стику; F_0 – сила затяжки болта; f – коефіцієнт тертя ковзання в стиках деталей.

Якщо ввести коефіцієнт надійності з'єднання k , то із умови відсутності зсуву деталей можна визначити потрібну силу затяжки болта

$$F_0 = k F / (i f). \quad (18.6)$$

Значення k вибирають: при статичному навантаженні з'єднання $k=1,3... 1,5$; при дії змінного навантаження $k=1,8... 2,0$.

З урахуванням скручування болта під час його затягування розрахункова сила для нього

$$F_p = F_0 \beta = k \beta F / (i f). \quad (18.7)$$

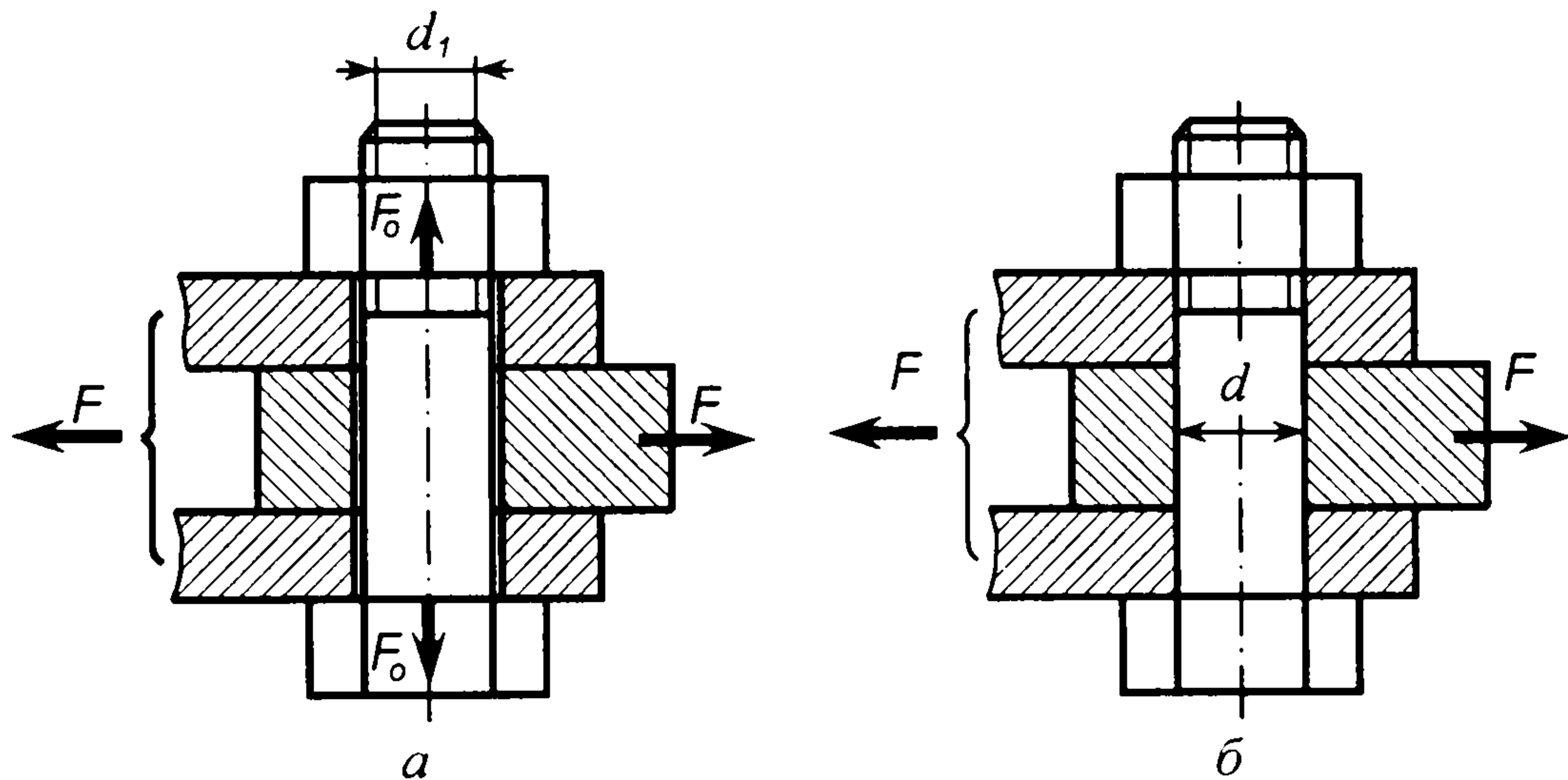


Рис. 18.9. З'єднання болтом, поставленим із зазором і без зазора

У розглянутому з'єднанні зовнішня сила F безпосередньо на болт не передається. Тому болт розраховують тільки на статичну міцність з потрібною силою затяжки навіть при дії змінної в часі зовнішньої сили

2. Болт встановлено в отвори деталей без зазора (рис. 18.9, б). Зовнішня сила F безпосередньо передається на болт, тому сили тертя між деталями не враховуються, а затяжка болта не обов'язкова.

Болт у цьому з'єднанні розраховують за умовою міцності на зріз

$$\tau_{зр} = F/A_{зр} = 2F/(\pi d^2) \leq [\tau]_{зр}. \quad (18.8)$$

Тут зріз болта відбувається у двох площинах, тому

$$A_{зр} = 2\pi d^2/4.$$

Потрібний діаметр стержня болта може бути визначений за виразом

$$d \geq \sqrt{2F/(\pi[\tau]_{зр})}. \quad (18.9)$$

Інколи в розглянутому з'єднанні виконують перевірку міцності деталей за напруженнями зминання по циліндричній поверхні контакту болта з деталями з'єднання.

Порівнюючи два варіанти встановлення болта (із зазором та без зазора), слід зазначити, що перший варіант дешевший, ніж другий, оскільки він не вимагає точних розмірів болта і отвору. Однак при тій самій зовнішній силі F на з'єднання потрібний діаметр болта, встановленого із зазором, істотно більший (за умовою міцності), ніж діаметр болта, встановленого без зазора.

Допустимі напруження та запаси міцності при розрахунках різьбових з'єднань. Допустимі напруження та запаси міцності для різьбових деталей з'єднань залежать від деяких факторів: впевненості у точності розрахункових навантажень з'єднання; характеру зміни навантаження в часі, якості монтажу з'єднань (перекосів опорних площин під гайку чи головку гвинта), точності забезпечення затяжки болтів (контрольована чи неконтрольована затяжка).

Для затягнутих болтів та гвинтів, на які діють статичні навантаження, допустиме напруження беруть $[\sigma]_p = \sigma_t/s$, де коефіцієнт запасу міцності $s = 1,3 \dots 1,5$ при контрольованій затяжці з'єднання. Якщо ж затяжка не контролюється, то s треба вибирати із табл. 18.4.

Таблиця 18.4. Коефіцієнти запасу міцності для болтів та гвинтів

Матеріал болта або гвинта	Значення s для діаметрів болтів d , мм		
	6–16	16–30	30–60
Сталь:			
вуглецева	4–3	3–2	2–1,3
легована	5–4	4–2,5	2,5–2

В розрахунках болтів на зріз допустимі напруження беруть $[\tau]_{зр} = (0,3 \dots 0,4)\sigma_t$ (більші значення для статично навантажених з'єднань).

Із наведених даних випливає, що при неконтрольованій затяжці різьбового з'єднання для болтів малих діаметрів треба брати підвищені коефіцієнти запасу міцності. Це пов'язано з можливістю перенапруження або навіть руйнування болтів малого діаметра при неконтрольованій затяжці.

18.3. Шпонкові з'єднання

Шпонкою називають деталь, яку встановлюють у пази вала і маточини (втулки) для утворення з'єднання, здатного передавати обертовий момент від вала до маточини або від маточини до вала.

На рис. 18.10 зображені деталі шпонкового з'єднання: 1 – шпонка, 2 – вал і 3 – втулка (або маточина шківів, зубчастого колеса).

Завдяки простоті та надійності конструкції, порівняно низькій вартості, а також зручності складання шпонкові з'єднання широко застосовують у машинобудуванні. До недоліків шпонкових з'єднань належить послаблення вала та маточини шпонковими пазами, які зменшують поперечний переріз і спричиняють значну концентрацію напружень, що може викликати втомне руйнування валів.

Конструкції шпонкових з'єднань. Розрізняють ненапружені та напружені шпонкові з'єднання. З'єднання, напружені клиновими шпонками, застосовуються рідко.

Ненапружені шпонкові з'єднання отримують за допомогою призматичних та сегментних шпонок.

Призматичні шпонки бувають звичайні (рис. 18.11, а) та напрямні (рис. 18.11, б). Звичайні призматичні шпонки призначені для нерухомого з'єднання маточини (втулки) з валом. Вони бувають із округленими або плоскими торцями. Направні шпонки застосовують у тих випадках, коли

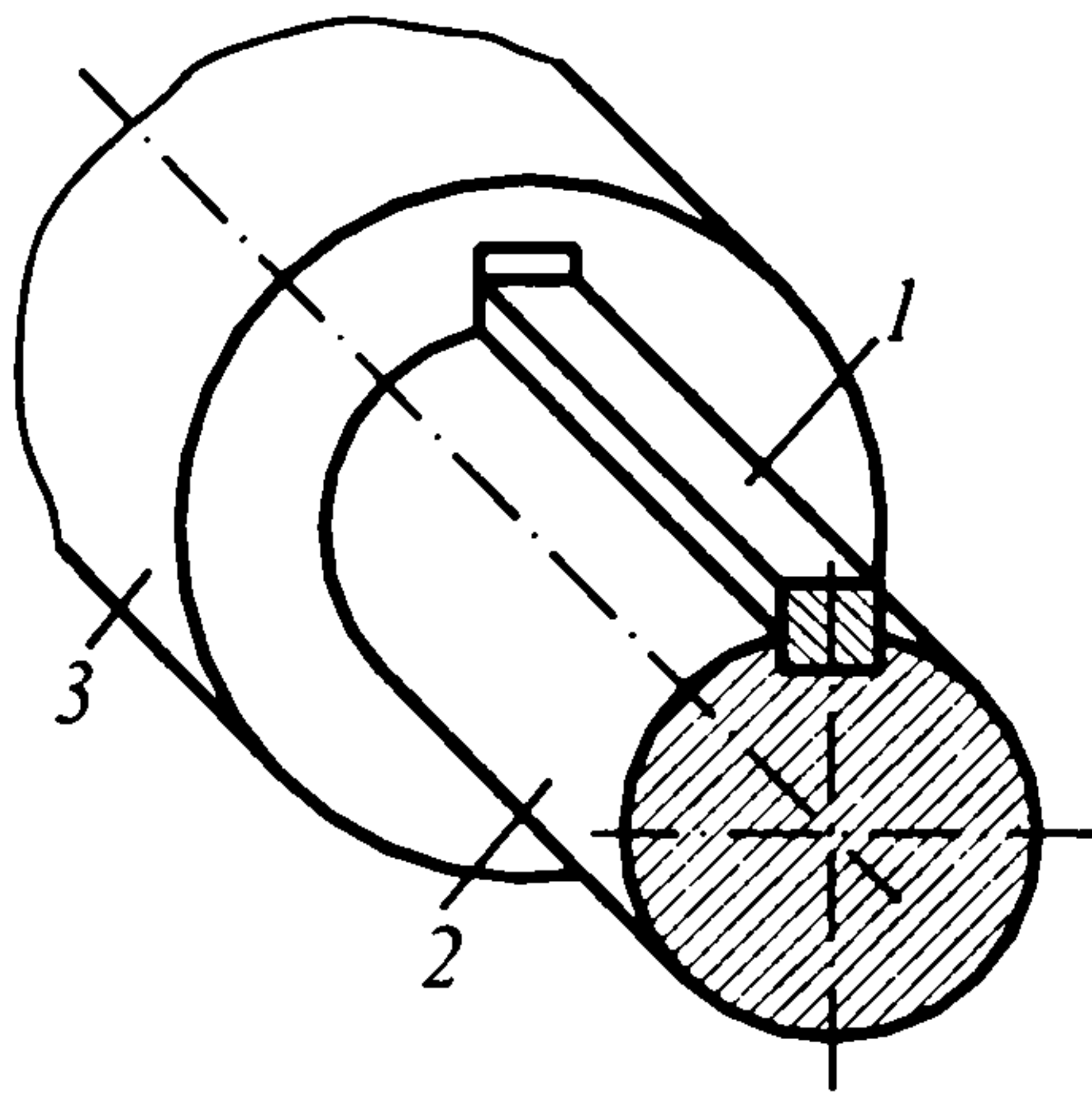


Рис. 18.10. Шпонкове з'єднання

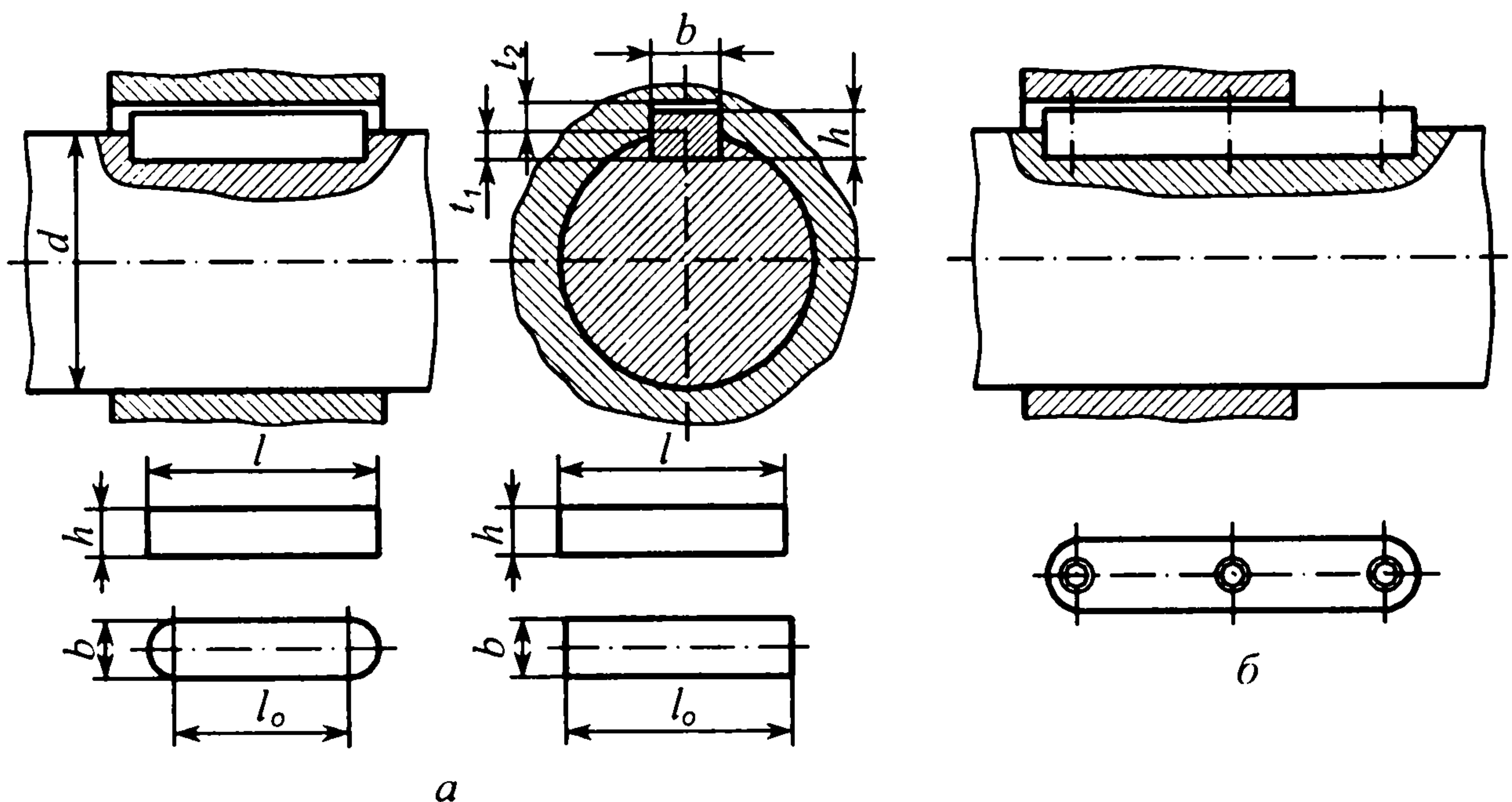


Рис. 18.11. З'єднання призматичними шпонками

деталі, розміщені на валах, можуть рухатись уздовж валів. Напрямну шпонку закріплюють до вала гвинтами.

Згідно із стандартом ширину призматичної шпонки b і висоту h вибирають залежно від діаметра вала d (табл. 18.5). Стандарт також регламентує глибину паза на валу t_1 і у втулці t_2 . Довжину шпонки l вибирають за шириною деталі, розміщеної на валу, перевіряють розрахунком на міцність і також узгоджують зі стандартом. Робочими гранями призматичних шпонок є їхні бічні грані, які контактують з бічними гранями пазів. Робоча довжина призматичної шпонки зі скругленими торцями $l_0=l-b$, а для шпонки з плоскими торцями $l_0=l$ (рис. 18.11, *a*).

Таблиця 18.5. Шпонки призматичні (див. розміри за рис. 18.11, *a*)

Діаметр вала d , мм	Переріз шпонки		Глибина пазів		Гранична довжина	
	b , мм	h , мм	t_1 , мм	t_2 , мм	min	max
Від 12 до 17	5	5	3,0	2,3	10	56
»17 » 22	6	6	3,5	2,8	14	70
»22 » 30	8	7	4,0	3,3	18	90
»30 » 38	10	8	5,0	3,3	22	110
»38 » 44	12	8	5,0	3,3	28	140
»44 » 50	14	9	5,5	3,8	36	160
»50 » 58	16	10	6,0	4,3	45	180
»58 » 65	18	11	7,0	4,4	50	200
»65 » 75	20	12	7,5	4,9	56	220
»75 » 85	22	14	9,0	5,4	63	250
»85 » 95	25	14	9,0	5,4	70	280

Примітка. Ряд довжин шпонок, мм: 10; 12; 14; 16; 18; 20; 22; 25; 28; 32; 36; 40; 45; 50; 56; 63; 70; 80; 90; 100; 110; 125; 140; 160; 180; 200.

Ширина призматичної шпонки та ширина паза в маточині мають поля допуску відповідно $h6$ та $H7$. Ширина паза вала має поле допуску $k6$.

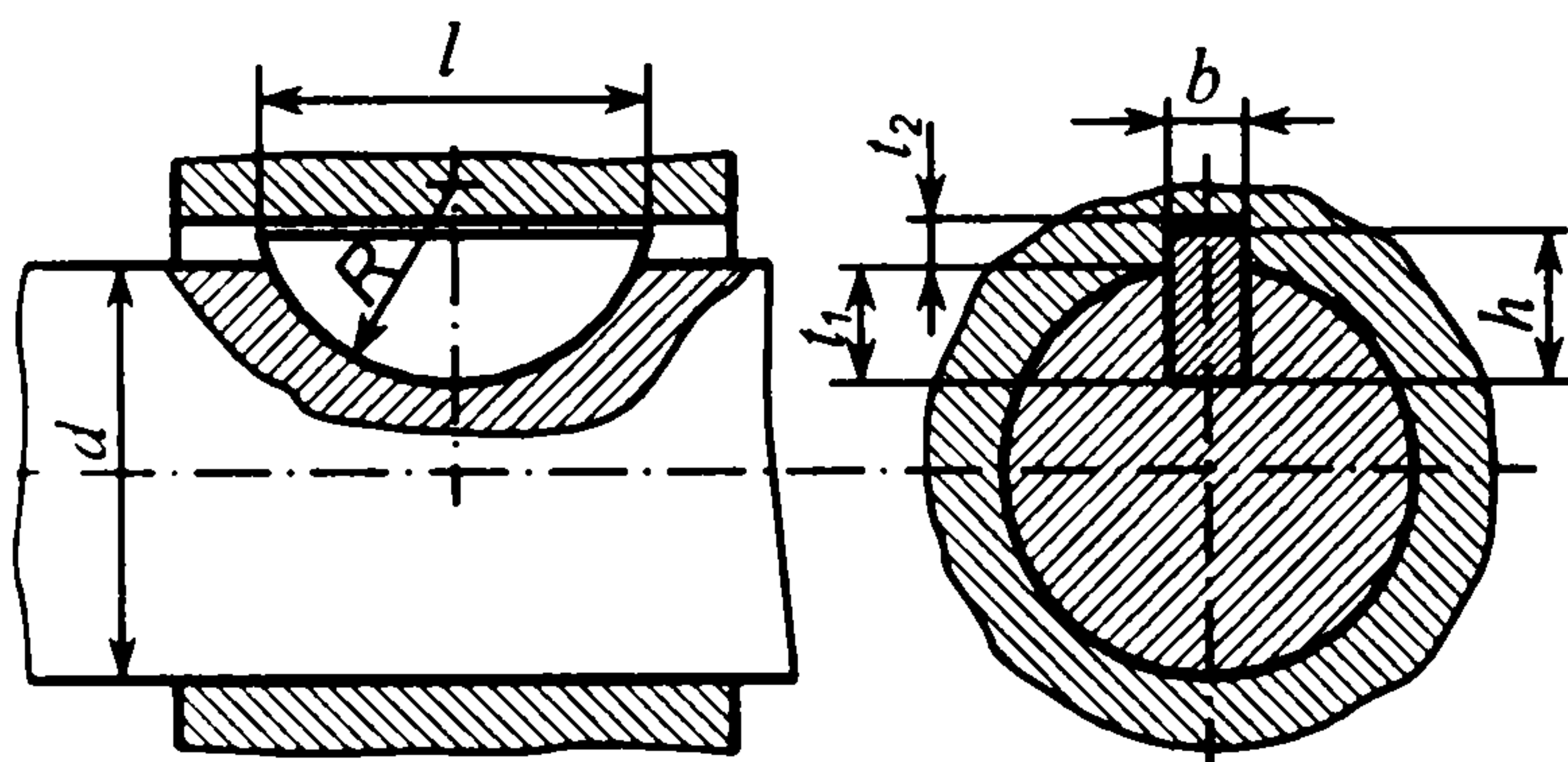


Рис. 18.12. З'єднання сегментною шпонкою

З'єднання за допомогою сегментної шпонки показано на рис. 18.12. Глибока посадка шпонки на валу забезпечує їй більш стійке положення, ніж призматичної шпонки. Це запобігає перекошуванню шпонок під навантаженням. Однак глибокий паз значно послаблює вал, тому сегментні шпонки використовують головним чином для

з'єднання деталей на малонавантажених ділянках валів, наприклад на кінцях валів. З'єднання сегментними шпонками є технологічними, оскільки виготовлення як шпонок, так і пазів на валах досить просте.

Сегментні шпонки стандартизовані. Розміри сегментних шпонок та пазів для них вибирають за стандартом залежно від діаметра вала d (рис. 18.12 та табл. 18.6).

Таблиця 18.6. Шпонки сегментні (див. розміри за рис. 18.12)

Діаметр вала d , мм	Розміри шпонки $b \times h \times R \times l$, мм	Глибина пазів, мм	
		t_1	t_2
від 8 до 10	3 x 5 x 6,5 x 12,6	3,8	1,4
»10»12	3 x 6,5 x 8 x 15,7	5,3	1,4
»12»14	4 x 6,5 x 8 x 15,7	5,0	1,8
»14»16	4 x 7,5 x 9,5 x 18,6	6,0	1,8
»16»18	5 x 6,5 x 8 x 15,7	4,5	2,3
»18»20	5 x 7,5 x 9,5 x 18,6	5,5	2,3
»20»22	5 x 9 x 11 x 21,6	7,0	2,3
»22»25	6 x 9 x 11 x 21,6	6,5	2,8
»25»28	6 x 9 x 11 x 21,6	7,5	2,8

Ненапружені шпонкові з'єднання є найпоширеніші. Їх використовують в поєднанні з перехідними посадками деталей на вал або з посадками із гарантованим натягом. У таких випадках забезпечується достатнє центрування деталей та висока надійність з'єднання.

Розрахунок ненапружених шпонкових з'єднань. Оскільки шпонкові з'єднання стандартизовані і їхні розміри вибирають залежно від діаметра вала за відповідними стандартами, розрахунок шпонкових з'єднань у здебільше виконують як перевірний.

Розрахунок з'єднання призматичною шпонкою. В з'єднанні на рис. 18.13 обертовий момент T передається від вала до маточини деталі, розміщеної на ньому, за допомогою взаємодії бічних вузьких граней шпонки з бічними стінками пазів на валу та маточині. Навантажені поверхні зминаються при незначних мікропереміщеннях спрацьовуються.

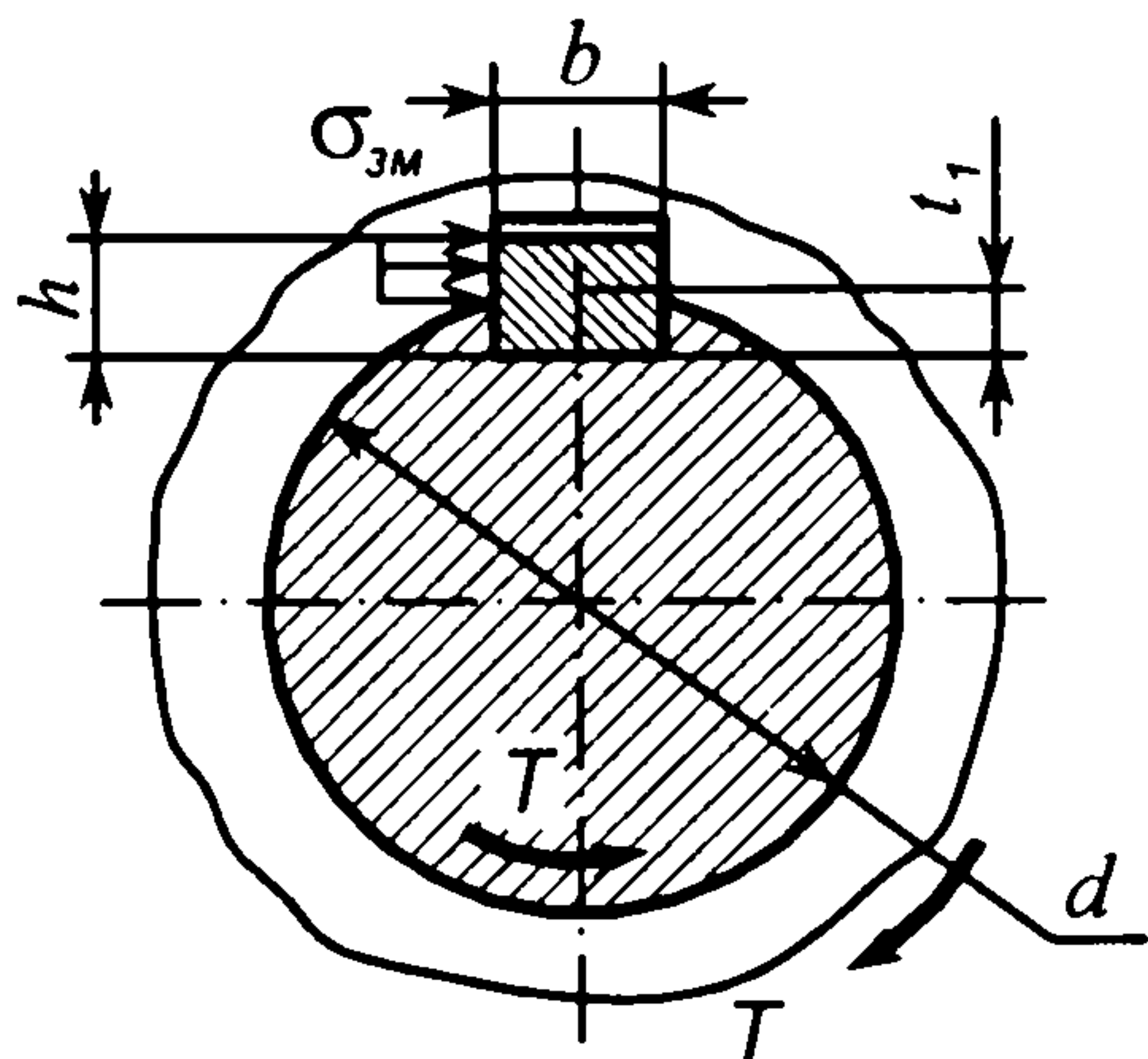


Рис. 18.13. До розрахунку з'єднання призматичною шпонкою

Основним розрахунком з'єднання призматичною шпонкою є розрахунок за умови обмеження напружень зминання $\sigma_{зм} = F/A_{зм} \leq [\sigma]_{зм}$, де F – сила, що діє на навантажені поверхні, $A_{зм}$ – площа поверхні зминання.

Для даного з'єднання маємо наближену $F = 2T/d$, а площа поверхні зминання $A_{зм} = (h - t_1)l_0$, де l_0 – робоча довжина призматичної шпонки.

(див. рис. 18.11, а). Таким чином, умову міцності шпонкового з'єднання вираховуємо у вигляді

$$\sigma_{зм} = 2T / [dl_0(h-t_1)] \leq [\sigma]_{зм}. \quad (18.10)$$

У формулі (18.10) закладена площа навантаженого контакту шпонки з бічною стінкою паза в маточині. Під дією змінання перебуває також поверхня навантаженого контакту шпонки з бічною стінкою паза на валу. Оскільки в стандартному шпонковому з'єднанні площа цієї поверхні більша, розрахунок слід виконувати саме за обмеженням напружень змінання на поверхні контакту шпонки із бічною стінкою паза в маточині. На користь цього обґрунтування може бути і той факт, що розміщена на валу деталь може бути виготовлена з матеріалу, який чинить менший опір змінання, ніж сталеві вал та шпонка. Коли умова міцності (18.10) шпонкового з'єднання не виконується, треба збільшити довжину шпонки l_0 , якщо дозволяє довжина маточини, або передбачити в з'єднанні дві шпонки, взаємно зміщені на 180° (останнє застосовують рідко).

Інколи виконують проектний розрахунок з'єднання призматичною шпонкою. Тоді визначають потрібну робочу довжину шпонки із умови (18.10)

$$l_0 \geq 2T / [d(h-t_1)[\sigma]_{зм}]. \quad (18.11)$$

За значенням l_0 знаходять повну довжину шпонки $l = l_0 + b$, яку приводять у відповідність із стандартним рядом довжин.

На призматичну шпонку в навантаженому з'єднанні також діє деформація зрізу. Але умова міцності на зріз врахована при стандартизації розмірів призматичних та сегментних шпонок. Тому під час проектування шпонкових з'єднань перевірка міцності на зріз не обов'язкова.

Допустимі напруження $[\sigma]_{зм}$ для ненапружених шпонкових з'єднань залежать від режиму навантаження з'єднання, міцності матеріалу вала та шпонки, виду посадки на вал.

Для нерухомих з'єднань беруть: при перехідних посадках втулки на валі $[\sigma]_{зм} = (100 \dots 120)$ МПа (втулка зі сталі) і $[\sigma]_{зм} = (70 \dots 80)$ МПа (втулка з чавуну); при посадках з гарантованим натягом $[\sigma]_{зм} = (160 \dots 180)$ МПа (втулка зі сталі) і $[\sigma]_{зм} = (110 \dots 130)$ МПа (втулка із чавуну).

Менші з наведених значень $[\sigma]_{зм}$ беруть для різко змінних навантажень шпонкового з'єднання.

Для рухомих з'єднань з напрямними призматичними шпонками допустиме напруження значно знижують із метою запобігання задирам та обмеження спрацювання. В такому разі беруть $[\sigma]_{зм} = (20 \dots 30)$ МПа.

Розрахунок з'єднання сегментною шпонкою (рис. 18.14) виконують так, як і розрахунок

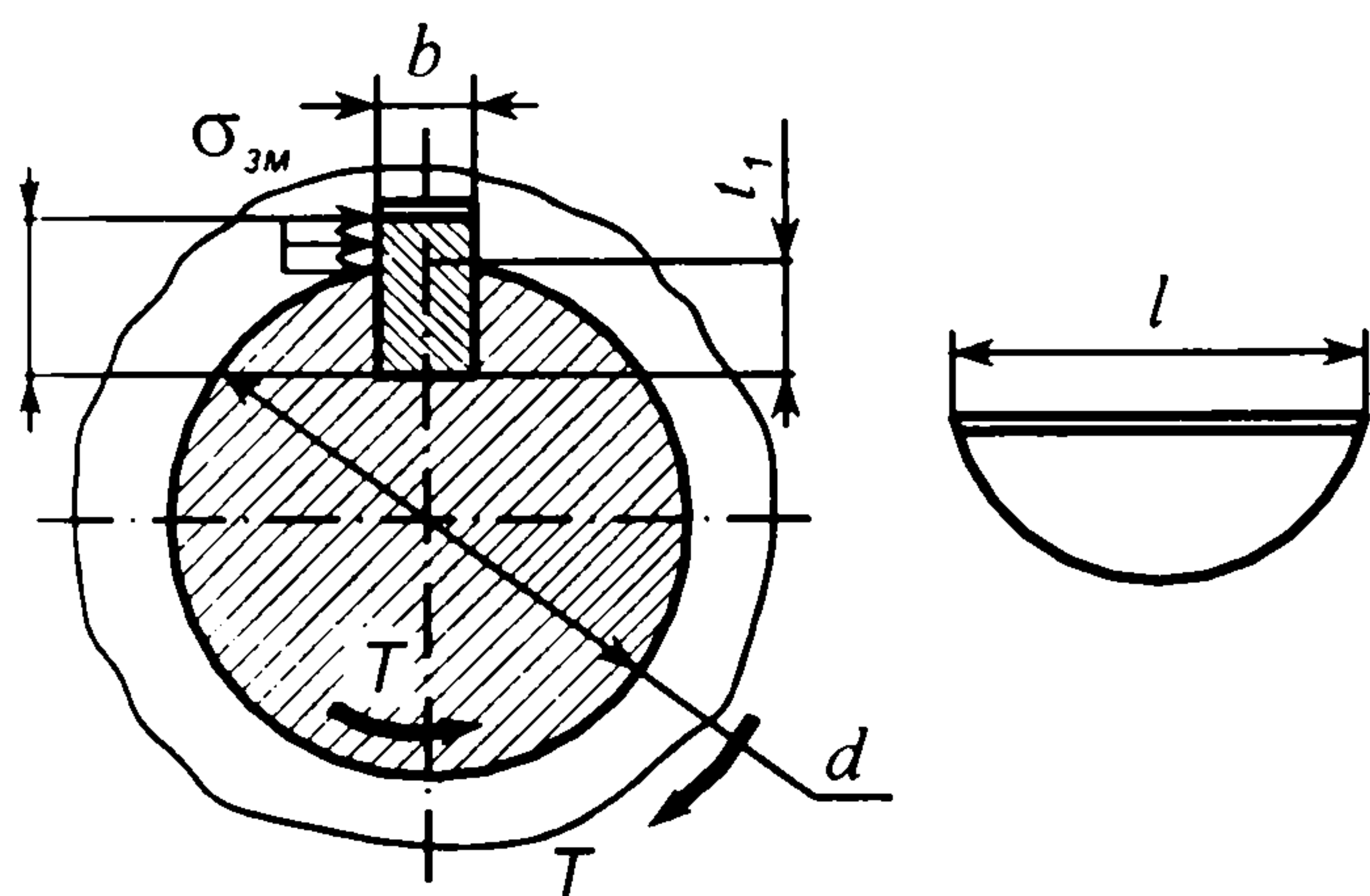


Рис. 18.14. До розрахунку з'єднання сегментною шпонкою

з'єднання призматичною шпонкою, бо умови роботи цих з'єднань аналогічні. Тому умову міцності на зминання для з'єднання сегментної шпонкою згідно з виразом (18.10) та позначеннями на рис. 18.14 записують у вигляді

$$\sigma_{зм} = 2T/[dl(h-t_1)] \leq [\sigma]_{зм}. \quad (18.12)$$

У разі невиконання умови (18.12) у з'єднанні зі значною довжиною маточини можна поставити в ряд по осі вала дві сегментні шпонки.

Допустимі напруження тут беруть такі самі, як і для з'єднань призматичними шпонками.

18.4 Зварні з'єднання

Зварювання – технологічний процес з'єднання деталей, який здійснюється при місцевому нагріванні стику деталей до розплавленого або пластичного стану із подальшим їхнім взаємним деформуванням. Утворення такого типу з'єднання базується на використанні сил молекулярного зчеплення.

Зварні з'єднання є найдосконалішими з нероз'ємних з'єднань, оскільки вони значною мірою наближають з'єднані деталі до цілісних. Зварювання використовують не тільки як спосіб з'єднання деталей, а й як технологічний метод виготовлення самих деталей. Зварені деталі в багатьох випадках із успіхом замінюють деталі ковані, штамповані або виготовлені литтям. Зварюванням виготовляють станини, рами і основи машин, корпуси редукторів, зубчасті колеса, шківни, зірочки, маховики, барабани, ферми, колони, різні резервуари, труби, корпуси річкових та морських суден.

До переваг зварних з'єднань слід віднести відсутність додаткових з'єднувальних елементів, рівномірність шва щодо з'єднуваних елементів деталей, економію матеріалу та зменшення маси виробів, високу продуктивність процесу зварювання.

Основними недоліками зварних з'єднань є поява температурних напружень і пов'язана з цим можливість викривлення деталей після зварювання, значна концентрація напружень в області зварних швів, знижена стійкість проти корозії, складність контролю якості шва та ін.

У машинобудуванні переважно використовують такі способи з'єднання деталей зварюванням: ручне дугове зварювання металевим електродом, автоматичне дугове зварювання металевим електродом під шаром флюсу, електрошлакове зварювання та контактне зварювання – стикове, шовне та точкове. Перші три способи належать до зварювання плавленням, а останній – до зварювання, що здійснюється деформуванням нагрітого до пластичного стану матеріалу деталей, які підлягають з'єднанню.

Ручне дугове зварювання металевим електродом виконують за допомогою електричної дуги, що виникає між деталлю та електродом. Виділена при цьому теплота оплавляє краї деталей і розплавляє електрод, матеріал якого витрачається на формування зварного шва. Ручне дугове

зварювання використовують переважно для з'єднань із короткими або складними за конфігурацією зварними швами, а також в індивідуальному та малосерійному виробництві для з'єднання деталей завтовшки 1–60 мм і більше.

Автоматичне дугове зварювання металевим електродом під флюсом відрізняється від ручного тим, що його виконують зварювальною машиною автоматично і під шаром флюсу. До складу флюсу входять шлакоутворювальні (для захисту шва від впливу зовнішнього середовища), легуючі та розкислювальні компоненти. Таке зварювання забезпечує високу продуктивність та якість зварних швів. Цей метод економічно найдоцільніший для неперервних прямолінійних та кільцевих швів значної довжини, особливо у великосерійному та масовому виробництві. При цьому можливе зварювання деталей завтовшки 2–130 мм і більше.

Електрошлакове зварювання металевим електродом відрізняється від дугового зварювання тим, що в ньому джерелом нагрівання є теплота, що виділяється при проходженні струму від електроду до деталі через шлакову ванну. Цей спосіб дуже продуктивний для зварювання сталевих листів завтовшки 40–50 мм. На сьогодні таким способом зварюють сталеві та чавунні вироби завтовшки до 1 м, наприклад станини прокатних станів, корпуси пресів.

Контактне зварювання здійснюють, нагріваючи стик з'єднуваних деталей теплотою, яка виділяється при проходженні через стик електричного струму. Нагрівання стику деталей здійснюється до температури пластичного стану матеріалу (або до оплавлення) із подальшим деформуванням (стисканням) деталей. Контактне шовне зварювання використовують для утворення герметичних швів, а контактне точкове – для виготовлення конструкцій, в яких герметичність швів не обов'язкова. Контактним зварюванням з'єднують деталі, виготовлені із тонколистових елементів.

Крім розглянутих вище, широко використовують спеціальні способи зварювання. Для з'єднання деталей із високолегованих сталей, різних сплавів та кольорових металів успішно застосовують зварювання в середовищі інертних газів (аргону, гелію). Ті самі матеріали, а також тугоплавкі метали і неметалеві матеріали, наприклад кераміка, доволі добре зварюються у вакуумних камерах електронним променем або дифузійним зварюванням.

Види зварних з'єднань і типи зварних швів. Залежно від взаємного розміщення з'єднуваних елементів деталей розрізняють стикові, напусткові, гаврові та кутові зварні з'єднання.

Стикове з'єднання є найраціональнішим видом зварних з'єднань. Воно утворюється за допомогою дугового або контактного зварювання. Таке з'єднання виконують стиковим зварним швом.

Зварні стикові з'єднання (рис. 18.15) бувають з *прямим* (а), *косим* (б) та *кільцевим* (в) швами. Деталі поблизу стику повинні мати рівну

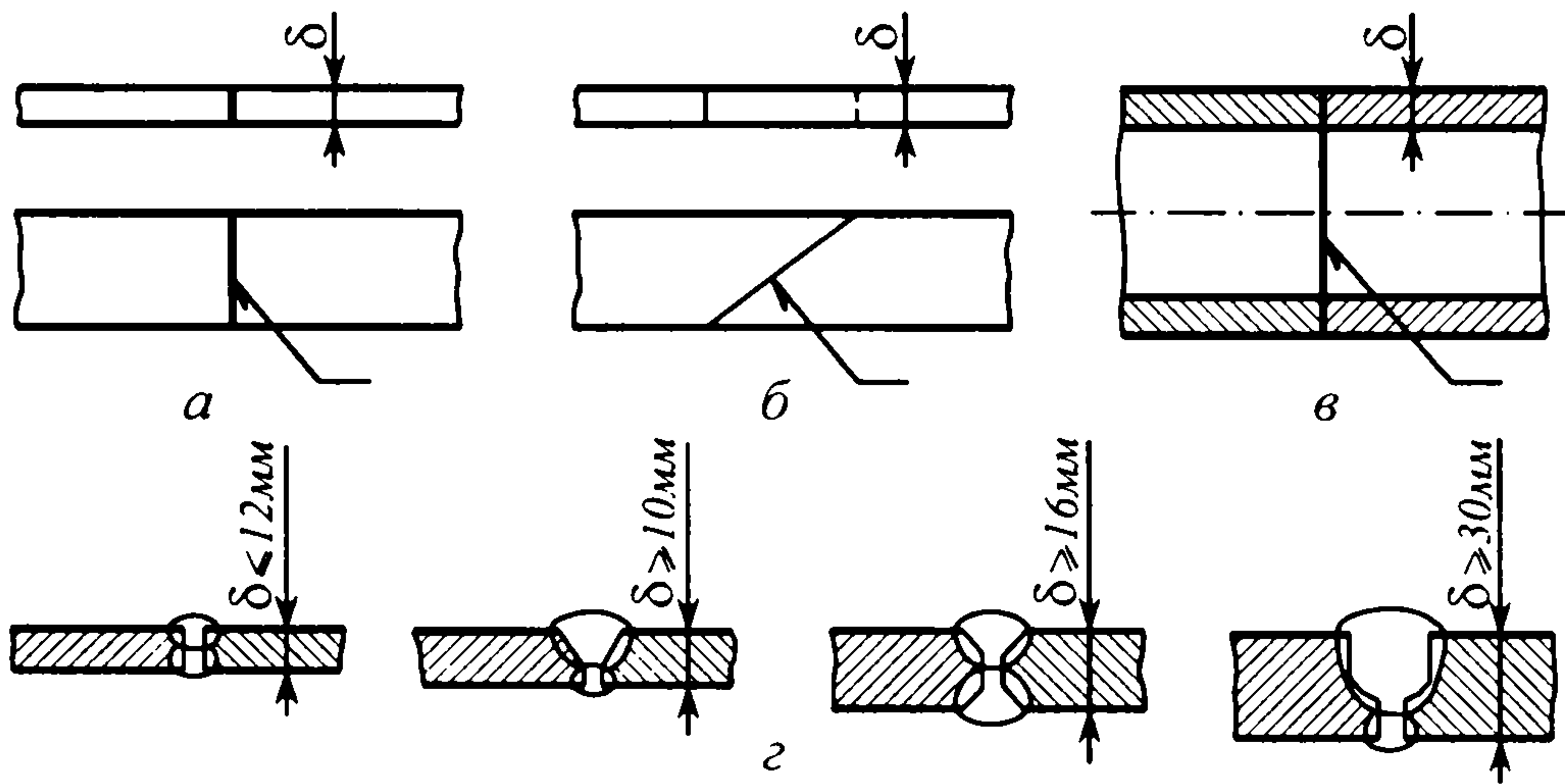


Рис. 18.15. Стикові зварні з'єднання деталей

товщину δ для забезпечення їхнього однакового нагрівання. Залежно від товщини δ зварювані елементи деталей виготовляють із підготовленими або непідготовленими кромками. Форми підготовки кромки деталей наведено на рис. 18.15, г.

Напусткове з'єднання (рис. 18.16) виконують за допомогою кутових (валикових) швів. Залежно від розміщення шва щодо лінії дій

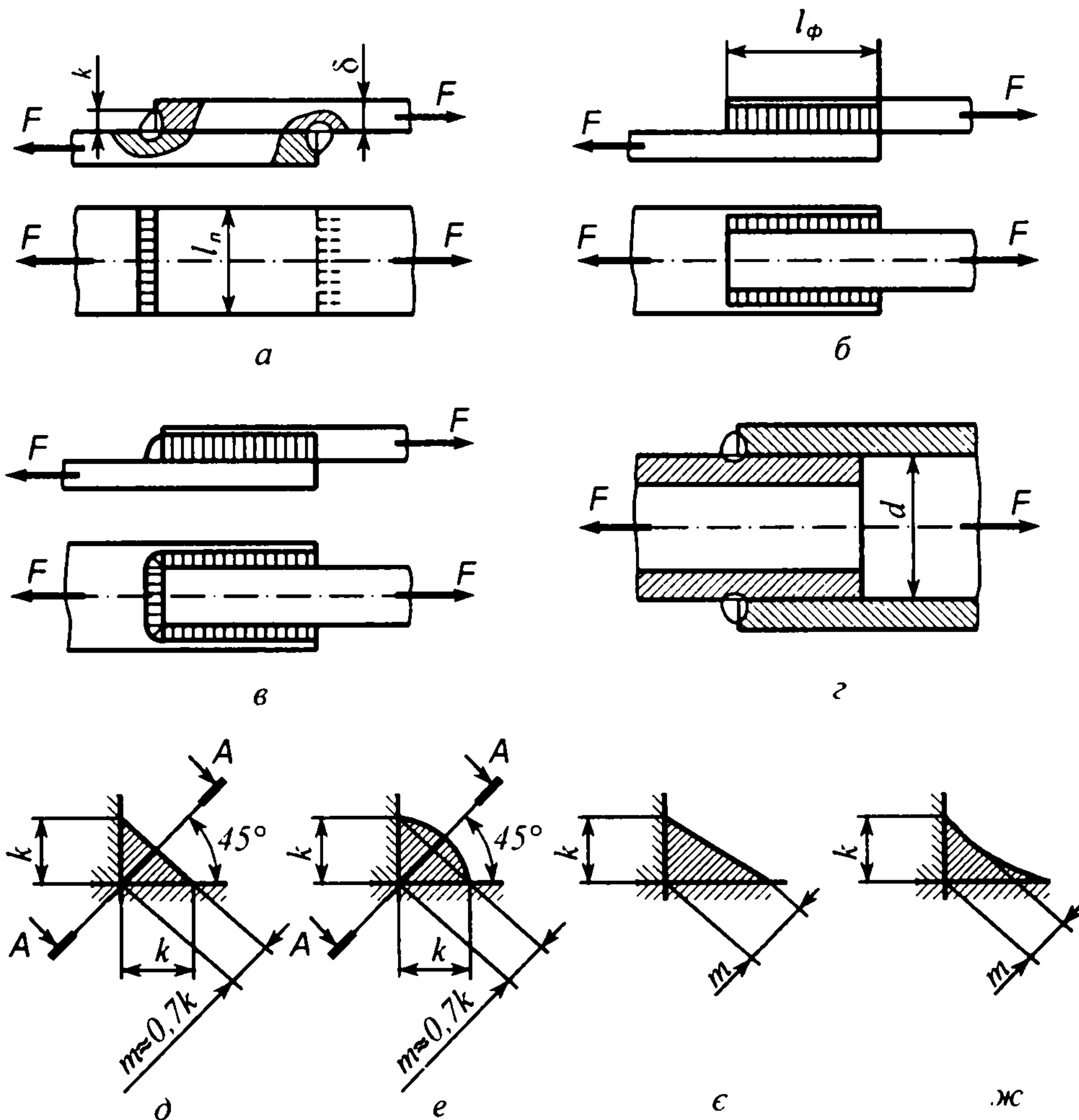


Рис. 18.16. Зварні напусткові з'єднання та форми кутових швів

сили F кутові шви (рис. 18.16) називаються лобовими (а), фланговими (б), комбінованими (в) і кільцевими (г).

Форма поперечного перерізу кутових швів (рис. 18.16) може бути нормальною (д), випуклою (е) або поліпшеною (є, ж). Нормальної та поліпшеної форми зварних швів досягають механічною обробкою їх після зварювання. Випукла форма швів сприяє підвищенню концентрації напружень. Мінімальна концентрація напружень спостерігається у швах поліпшеної форми при відношенні катетів $1 : 1,5$ або $1 : 2$. Катет зварного шва k треба брати $k \leq \delta$ (див. рис. 18.16, а), але не менш ніж 3 мм при товщині з'єднаних елементів деталей $\delta \geq 3$ мм. Розрахункову висоту m кутового шва (рис. 18.16, д-ж) беруть таку, що вона дорівнює висоті перерізу по бісектрисі А-А, до того ж для всіх форм перерізу швів умовно $m = k \sin 45^\circ \approx 0,7 k$.

Довжина лобових швів l_n у напусткових з'єднаннях не обмежується, а довжина флангових швів l_ϕ не повинна бути більш ніж $50k$, оскільки зі збільшенням довжини l_ϕ підвищується нерівномірність розподілення напружень у шві.

Таврове з'єднання використовують при розміщенні з'єднаних деталей у взаємно перпендикулярних площинах (рис. 18.17). Це з'єднання виконують без підготовки кромки деталі (рис. 18.17, а) або з підготовкою

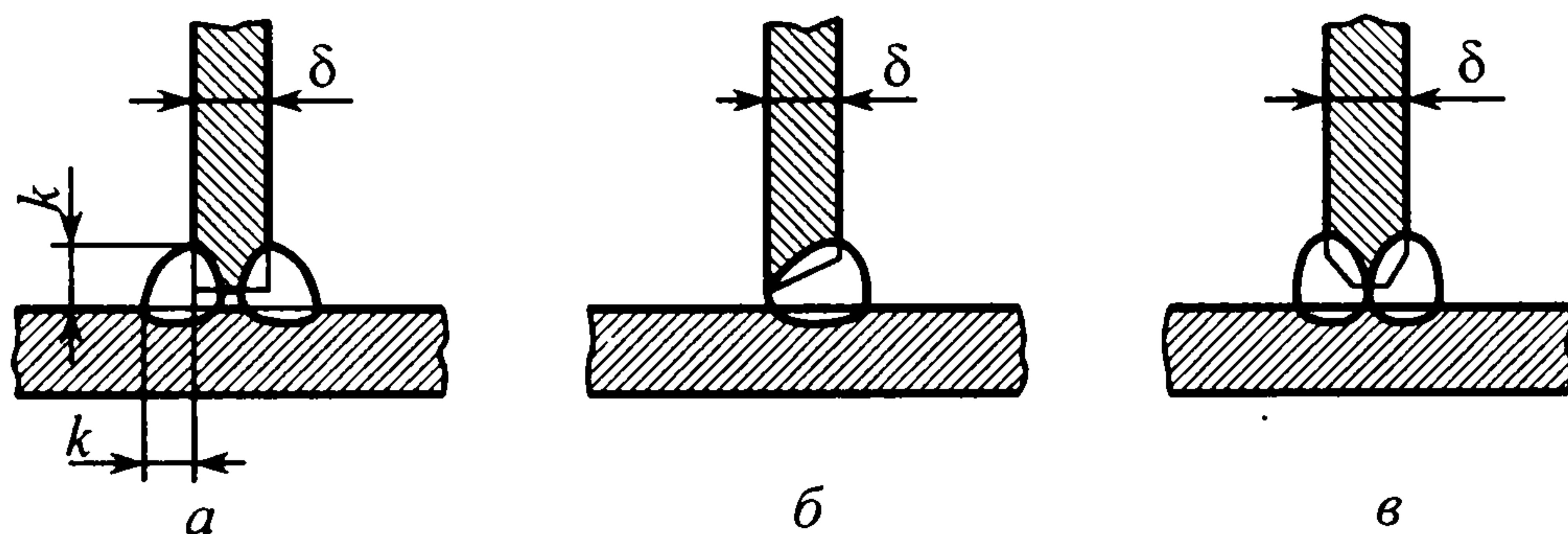


Рис. 18.17. Таврові зварні з'єднання

кромки (рис. 18.17, б, в). При статичному навантаженні з'єднання підготовку кромки можна не робити. Тоді катет k кутових швів не повинен бути більш ніж $1,2\delta$, де δ – найменша товщина зварюваних деталей.

Кутове з'єднання відповідно з рис. 18.18 здійснюють без попередньої підготовки кромки (а, б) і з підготовкою кромки (в, г). Здебільшого такі з'єднання є малонавантаженими і використовуються для забезпечення щільності.

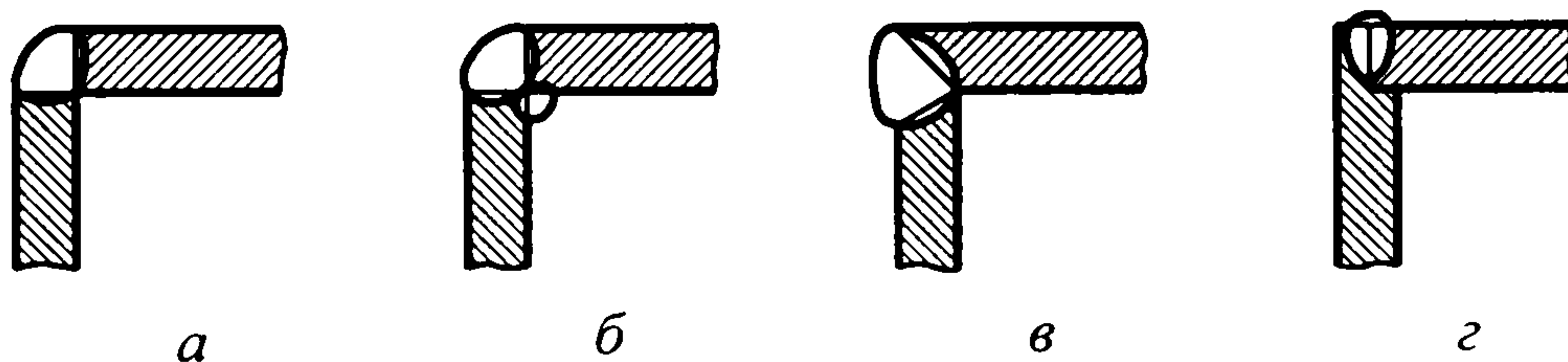


Рис. 18.18. Кутові зварні з'єднання

З'єднання точковим контактним зварюванням (рис. 18.19, а, б) застосовують для плоских листових деталей, сумарна товщина яких не перевищує 8–10 мм.

При товщині $\delta \geq 2$ мм найтонкішого із з'єднуваних сталевих елементів діаметр зварної точки d повинен задовольняти умову $1,2\delta + 4 < d < 1,5\delta + 5$. Крок t зварних точок не повинен перевищувати $3d$, а відстань зварних точок від країв деталей $t_1 \geq 2d$ і $t_2 = 1,5d$.

З'єднання шовним контактним зварюванням (рис. 18.19, в) використовують для тонколистових деталей, до того ж товщина δ деталей не повинна бути більш ніж 2–3 мм.

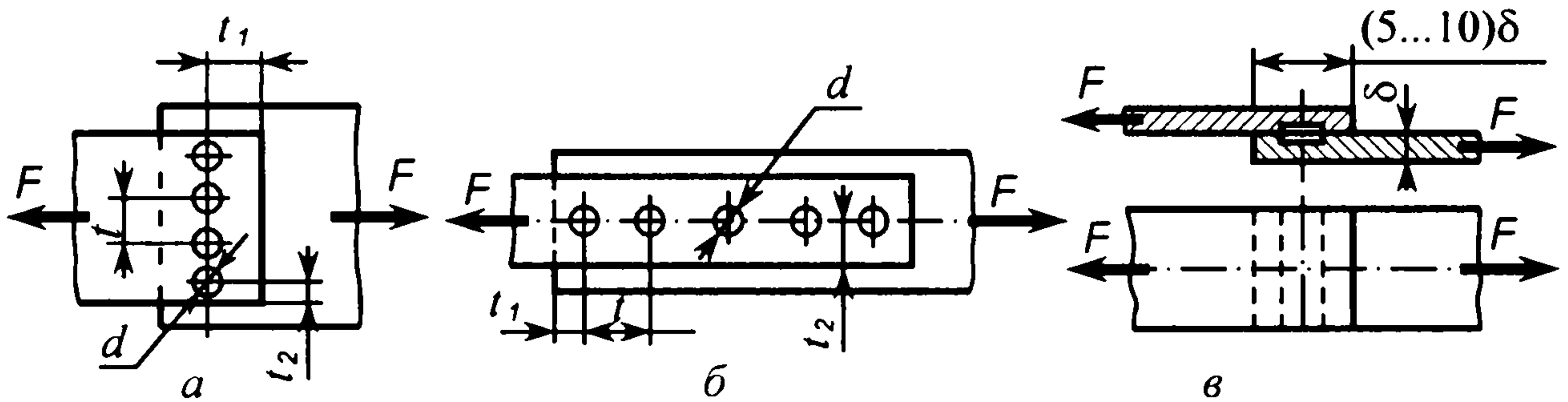


Рис. 18.19. З'єднання деталей контактним зварюванням

Розрахунок зварних з'єднань на міцність. Основною умовою під час проектування зварних конструкцій деталей є забезпечення рівномірності зварних швів та з'єднуваних елементів деталей. Згідно з цією умовою залежно від розмірів та взаємного розміщення зварних деталей встановлюють відповідні розміри швів для даного з'єднання.

Переважно на практиці розміри зварних швів та тип їх визначаються за формою та конструкцією деталей. Тому розрахунок зварних з'єднань в основному виконують як перевірний. Надалі при викладенні методів розрахунків допускається, що якість виконання швів задовольняє відповідні технічні норми.

Розрахунок стикових з'єднань. Стикове з'єднання розраховують на міцність за номінальними напруженнями без урахування підсилення швів (місцевого наплавлення металу) і за тими самими умовами, що й для суцільних елементів деталей. Для схем навантаження

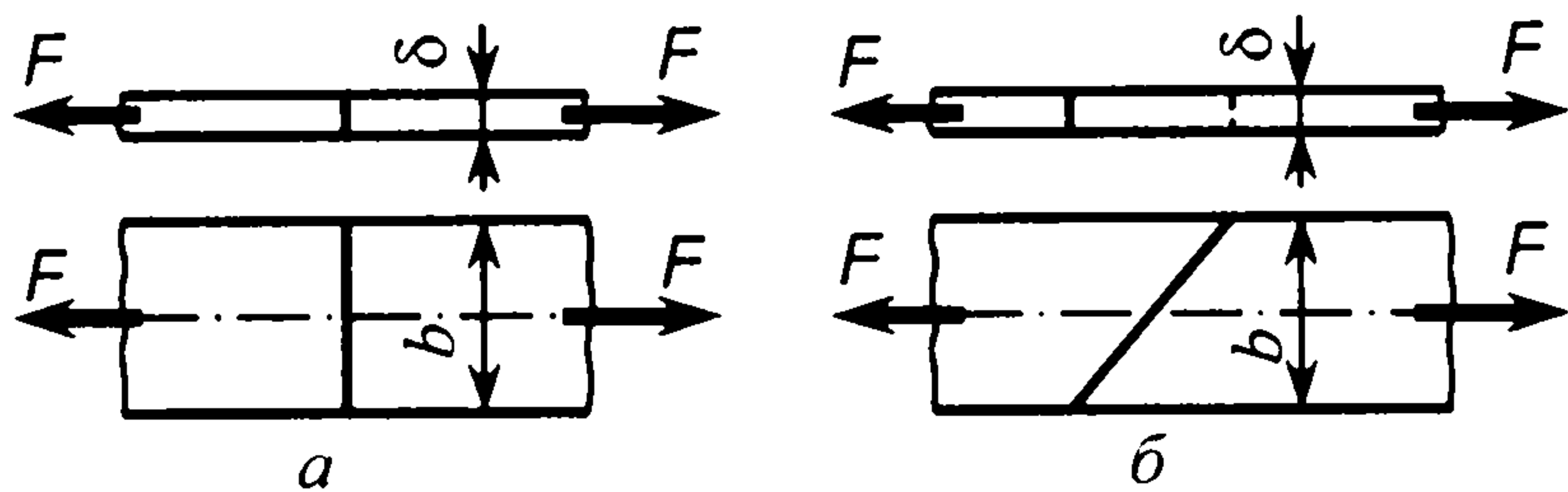


Рис. 18.20. До розрахунку стикових зварних з'єднань

стикових з'єднань із прямим та косим швами (рис. 18.20, а, б) умова міцності має такий вигляд:

$$\sigma = F / (\delta b) \leq [\sigma]', \quad (18.13)$$

де σ – напруження розтягу у шві; F – сила, що навантажує з'єднання; δ , b – товщина та ширина з'єднуваних елементів

відповідно; $[\sigma]'$ – допустиме напруження розтягу стикового зварного з'єднання.

Стикове зварне з'єднання може руйнуватися безпосередньо по шву, місцю сплавлення металу шва з металом деталі або по перерізу деталі в зоні термічного впливу, де внаслідок нагрівання при зварюванні змінюються механічні властивості металу. У розрахунку цю невизначеність беруть до уваги, вибираючи відповідне допустиме напруження $[\sigma]'$ та ураховуючи властивості матеріалу з'єднаних деталей.

Концентрація напружень, що виникає при якісно виконаних стикових швах, здебільше незначна ($K_\sigma \leq 1,6$). Для швів із знятим механічним способом підсиленням $K_\sigma = 1$.

Розрахунок напусткових з'єднань. У напусткових з'єднаннях кутові шви умовно розраховують на зріз за найменшим перерізом, який знаходиться в бісектрисній площині прямого кута в поперечному перерізі шва (див. рис. 18.16, *д*, *е*), де розрахункова висота кутового шва $m = 0,7k$.

Для напусткових з'єднань, навантажених відповідно до схем на рис. 18.21, *а–в*, умову міцності швів записують у вигляді

$$\tau = F / (0,7kl) \leq [\tau]', \quad (18.14)$$

де τ – розрахункове напруження зрізу; F – сила, що навантажує з'єднання; k – катет кутового шва; l – довжина швів; $[\tau]'$ – допустиме напруження зрізу.

Для з'єднань із кількома швами за розмір l беруть сумарну довжину швів, наприклад, для напусткового з'єднання фланговими швами (рис. 18.21, *а*) $l = 2l_\phi$, для з'єднання лобовими швами (рис. 18.21, *б*) $l = 2l_n$, а для з'єднання комбінованими швами (рис. 18.21, *в*) $l = 0,28l_n + 1,5l_\phi$. В останньому випадку зменшену довжину шва l беруть у зв'язку з нерівномірністю розподілення навантаження на лобовий та флангові шви.

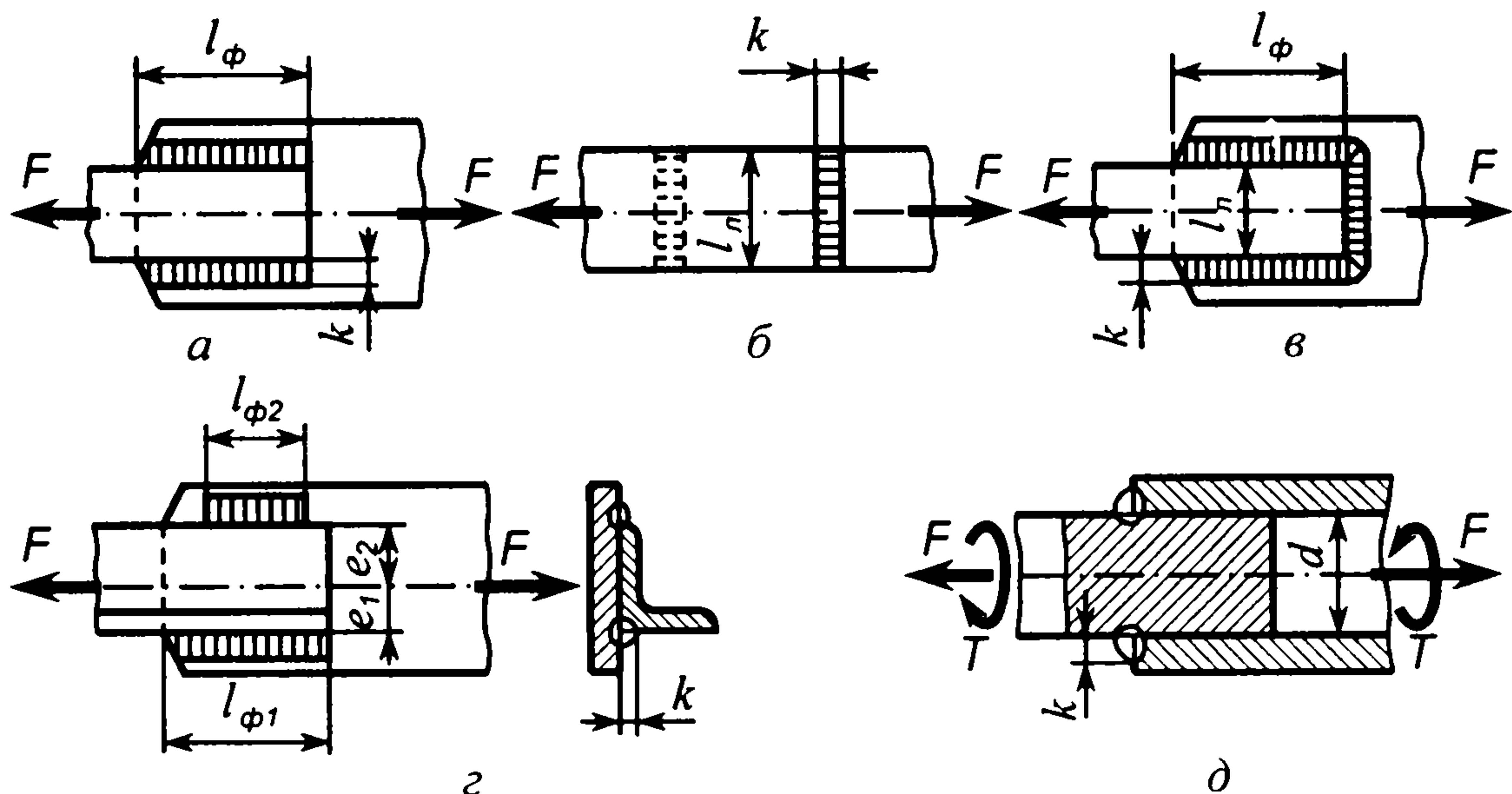


Рис. 18.21. До розрахунку напусткових зварних з'єднань

У зварному з'єднанні з несиметричним розміщенням флангових швів щодо лінії дії сили F (рис. 18.21, z) загальну довжину швів $l=l_{\phi 1}+l_{\phi 2}$ визначають за умовою (18.14). Тоді $l_{\phi 1}$ і $l_{\phi 2}$ беруть відповідно до тих часток сили F , що припадають на окремі шви:

$$l_{\phi 1}=le_2/(e_1+e_2); \quad l_{\phi 2}=le_1/(e_1+e_2).$$

Для напусткового з'єднання із кільцевим кутовим швом, навантаженого відповідно до схеми на рис. 18.21, d , напруження зрізу в шві визначають окремо від сили F і від крутного моменту T . Тоді ці напруження складають геометрично (τ_F і τ_T напрямлені під прямим кутом):

$$\tau_F = F/(0,7\pi d); \quad \tau_T = F_T/A = 2T/(0,7\pi d^2); \quad \tau = \sqrt{\tau_F^2 + \tau_T^2} \leq [\tau]'. \quad (18.15)$$

У цьому випадку від крутного моменту колова сила на шов $F_T=2T/d$, а площа зрізу шва $A=0,7\pi d$.

Якщо з'єднання навантажене моментом M (рис. 18.22, a), то напруження у швах розподіляються по їхній довжині нерівномірно і напрям їх різний (на рис. 18.22, a стрілками вказані напрями напружень зрізу в різних точках швів). Нерівномірність розподілення напружень тим більша, чим більша довжина l швів відносно розміру b . У загальному випадку максимальне напруження на кінцях швів можна визначити за формулою $\tau_M=M/W_p$, де W_p – полярний момент опору перерізу швів у площині їхнього руйнування.

Для порівняно коротких швів ($l < b$), поширених на практиці, наближено можна припустити, що напруження зрізу розподіляються вздовж швів рівномірно (рис. 18.22, b) і спричинені дією на кожний шов сили $F=M/b$. Тоді наближена умова міцності з'єднання може бути записана у вигляді

$$\tau_M = M/(0,7klb) \leq [\tau]'. \quad (18.16)$$

З урахуванням цих допущень можна розглядати наближений розрахунок зварного з'єднання і для більш загальної схеми навантаження (рис. 18.22, $в$), де шви навантажуються силами $F_1=F\cos\alpha$, $F_2=F\sin\alpha$, а також моментом $M=F_2h$. У такому разі більш навантаженим є верхній шов, для якого умова міцності має вигляд (напрям напружень на рис. 18.22, $в$ показано стрілками)

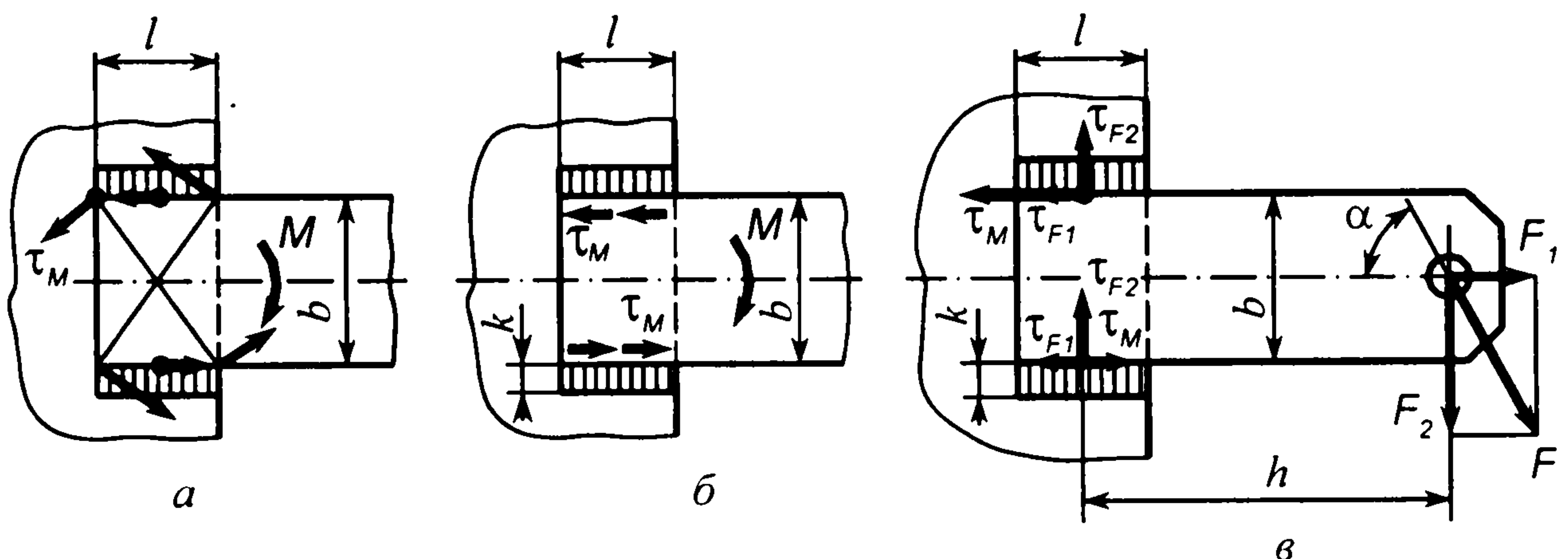


Рис. 18.22. Схеми навантаження напусткових з'єднань

$$\tau_{\max} = \sqrt{(\tau_{F1} + \tau_M)^2 + \tau_{F2}^2} \leq [\tau]', \quad (18.17)$$

де складові напружень зрізу визначають відповідно за формулами:

$$\tau_{F1} = F_1 / (2 \cdot 0,7kl); \quad \tau_{F2} = F_2 / (2 \cdot 0,7kl); \quad \tau_M = M / (0,7klb).$$

Допустимі напруження для зварних з'єднань. Різноманітність факторів, що впливають на міцність зварних з'єднань, а також наближеність та умовність розрахункових формул вимагають експериментального визначення допустимих напружень. Норми допустимих напружень беруть з урахуванням конкретних якісних показників зварювання та характеру навантаження швів.

Допустимі напруження для зварних швів визначають у частках від допустимого напруження розтягу $[\sigma]_p$ для основного металу. В табл. 18.7 наведені дані для визначення допустимих напружень зварних швів з'єднань деталей із низько- та середньовуглецевих сталей і деяких низьколегованих сталей при статичних навантаженнях.

Таблиця 18.7. Допустимі напруження для зварних швів при статичному навантаженні

Вид технологічного процесу зварювання	Допустиме напруження у швах		
	при розтягу $[\sigma]'$	при стиску $[\sigma]'$	при зрізі $[\tau]'$
Автоматичне під флюсом та ручне електродами Э42 А та Э50А. Контактне стикове	$[\sigma]_p$	$[\sigma]_p$	$0,65[\sigma]_p$
Ручне дугове електродами Э42 та Э50	$0,9[\sigma]_p$	$[\sigma]_p$	$0,60[\sigma]_p$

Примітка. Допустиме напруження розтягу для основного металу $[\sigma]_p = \sigma_T / s$, де коефіцієнт запасу міцності $s = 1,35 \dots 1,60$ для вуглецевих та $s = 1,50 \dots 1,70$ для низьколегованих сталей.

Таблиця 18.8. Значення коефіцієнта K_e

Вид зварного шва	Сталь	
	вуглецева	низьколегована
Стикові шви з повним проварюванням	1,2	1,3
Кутові лобові шви:	при ручному зварюванні	2,3
	при автоматичному зварюванні	1,7
Кутові флангові шви, що розміщені паралельно лінії дії сили	3,4	4,4

Допустимі напруження при циклічному навантаженні зварного з'єднання знаходять за формулами:

$$[\sigma]'_R = [\sigma]' \gamma; \quad [\tau]'_R = [\tau]' \gamma, \quad (18.18)$$

де $[\sigma]'$ та $[\tau]'$ вибирають з табл. 18.7.

Коефіцієнт $\gamma \leq 1$ враховує характеристику $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$ або $R = \tau_{\min} / \tau_{\max}$ циклів змінних напружень та ефективні коефіцієнти K_c концентрації напружень у зварних з'єднаннях. Значення γ обчислюють за виразом

$$\gamma = \frac{1}{(0,6K_c \pm 0,25) - (0,6K_c \mp 0,225)R}. \quad (18.19)$$

Верхні знаки в знаменнику цієї формули беруть для дотичних напружень та нормальних, якщо найбільшими за абсолютним значенням є напруження розтягу, а нижні - якщо напруження стиску. У разі рівності абсолютних значень нормальних напружень можна брати або верхні, або нижні знаки.

Значення ефективних коефіцієнтів K_c концентрації напружень для зварних з'єднань наведені в табл. 18.8.

Якщо за формулою (18.19) отримують $\gamma > 1$, то в розрахунок беруть $\gamma = 1$. Це відбувається при $R > 0$ і означає, що для даного циклу напружень вирішального значення набуває не втома, а статична міцність.

Наведені вище рекомендації для визначення допустимих напружень у зварних швах справедливі у разі якісно виконаного зварювання, що задовольняє вимоги стандартів. Усякі дефекти в зварних швах (непровари, подрізи, поруватість, сторонні включення, тріщини) спричинюють різке зниження несучої здатності зварного з'єднання, особливо при циклічному навантаженні.

18.5. Приклади розрахунків з'єднань

Задача 18.1. Визначити діаметр болтів з'єднання кришки з резервуаром (рис. 18.8) за такими даними: тиск газу в резервуарі $p = 1,7$ МПа, діаметр горловини резервуара $D = 400$ мм, кількість болтів $z = 12$. Між кришкою і горловиною передбачена м'яка прокладка.

Розв'язання. Для з'єднання кришки приймемо болти зі сталі Ст 3 ($\sigma_r = 235$ МПа). Якщо взяти коефіцієнт запасу міцності болтів $s = 2,3$ (табл. 18.4), то допустиме напруження розтягу

$$[\sigma]_p = \sigma_r / s = 235 / 2,3 = 102 \text{ МПа.}$$

Загальна сила, що діє на кришку резервуара,

$$R = p\pi D^2 / 4 = 1,7 \cdot 3,14 \cdot 400^2 / 4 = 213628 \text{ Н.}$$

Зовнішня осьова сила, яка припадає на один болт,

$$F = R / z = 213628 / 12 = 17802 \text{ Н.}$$

Необхідна сила затяжки кожного болта за формулою (18.4)

$$F_0 = k_3(1 - \chi)F = 2(1 - 0,45) \cdot 17802 = 19582 \text{ Н.}$$

Тут прийнято коефіцієнт затяжки болтів $k_3 = 2$, а коефіцієнт зовнішнього навантаження при наявності м'якої прокладки $\chi = 0,45$ (див. п. 18.2).

Розрахункова сила для болта при $\beta = 1,3$ (див. формулу (18.5))

$$F_p = F_0\beta + \chi F = 19582 \cdot 1,3 + 0,45 \cdot 17802 = 33467 \text{ Н.}$$

За умовою міцності на розтяг потрібний внутрішній діаметр різьби болта відповідно до формули (18.3)

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4F_p}{\pi[\sigma]_p}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 33467}{3,14 \cdot 102}} = 20,44 \text{ мм.}$$

На основі даних табл. 18.1 можна взяти для даного з'єднання болти М24, для яких $d_1 = 20,752 \text{ мм}$.

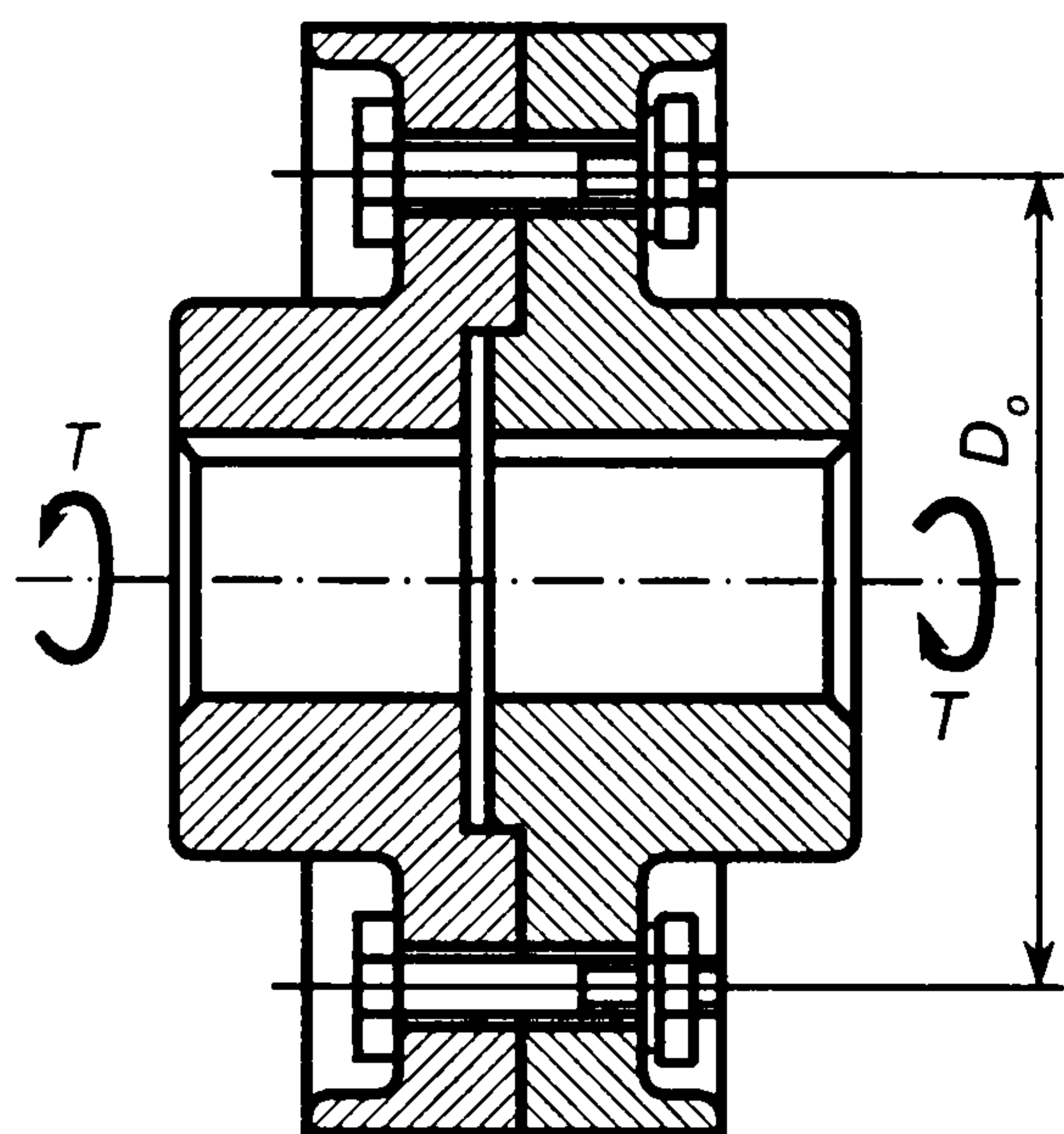


Рис. 18.23. Болтове з'єднання фланців муфти

Задача 18.2. Визначити діаметр болтів, що з'єднують фланці муфти (рис. 18.23). Вихідні дані для розрахунку: обертовий момент, який передає муфта, $T=220 \text{ Н}\cdot\text{м}$; болти розміщені на колі діаметром $D_0=110 \text{ мм}$; кількість болтів $z=4$.

Розв'язання: Для з'єднання фланців муфти передбачено болти, що виготовлені зі сталі 45 ($\sigma_b=600 \text{ МПа}$; $\sigma_r=360 \text{ МПа}$). При коефіцієнті запасу міцності $s=3$ (табл. 18.4) допустиме напруження розтягу для болтів

$$[\sigma]_p = \sigma_r / s = 360 / 3 = 120 \text{ МПа.}$$

Зовнішня поперечна сила на один болт

$$F = 2T / (D_0 z) = 2 \cdot 220 \cdot 10^3 / (110 \cdot 4) = 10^3 \text{ Н.}$$

Розрахункова сила для болта згідно з формулою (18.7)

$$F_p = k\beta F / (if) = 1,5 \cdot 1,3 \cdot 10^3 / (1 \cdot 0,15) = 13000 \text{ Н.}$$

Тут взято: коефіцієнт надійності з'єднання $k=1,5$; коефіцієнт, що враховує скручування болта під час затягування, $\beta=1,3$; число пар площин стику $i=1$; коефіцієнт тертя ковзання $f=0,15$.

З умови міцності на розтяг потрібний внутрішній діаметр різьби болтів

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4F_p}{\pi[\sigma]_p}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 13000}{3,14 \cdot 120}} = 11,74 \text{ мм.}$$

На основі даних табл. 18.1 можна взяти для з'єднання фланців муфти болти М14, для яких $d_1 = 11,835 \text{ мм}$.

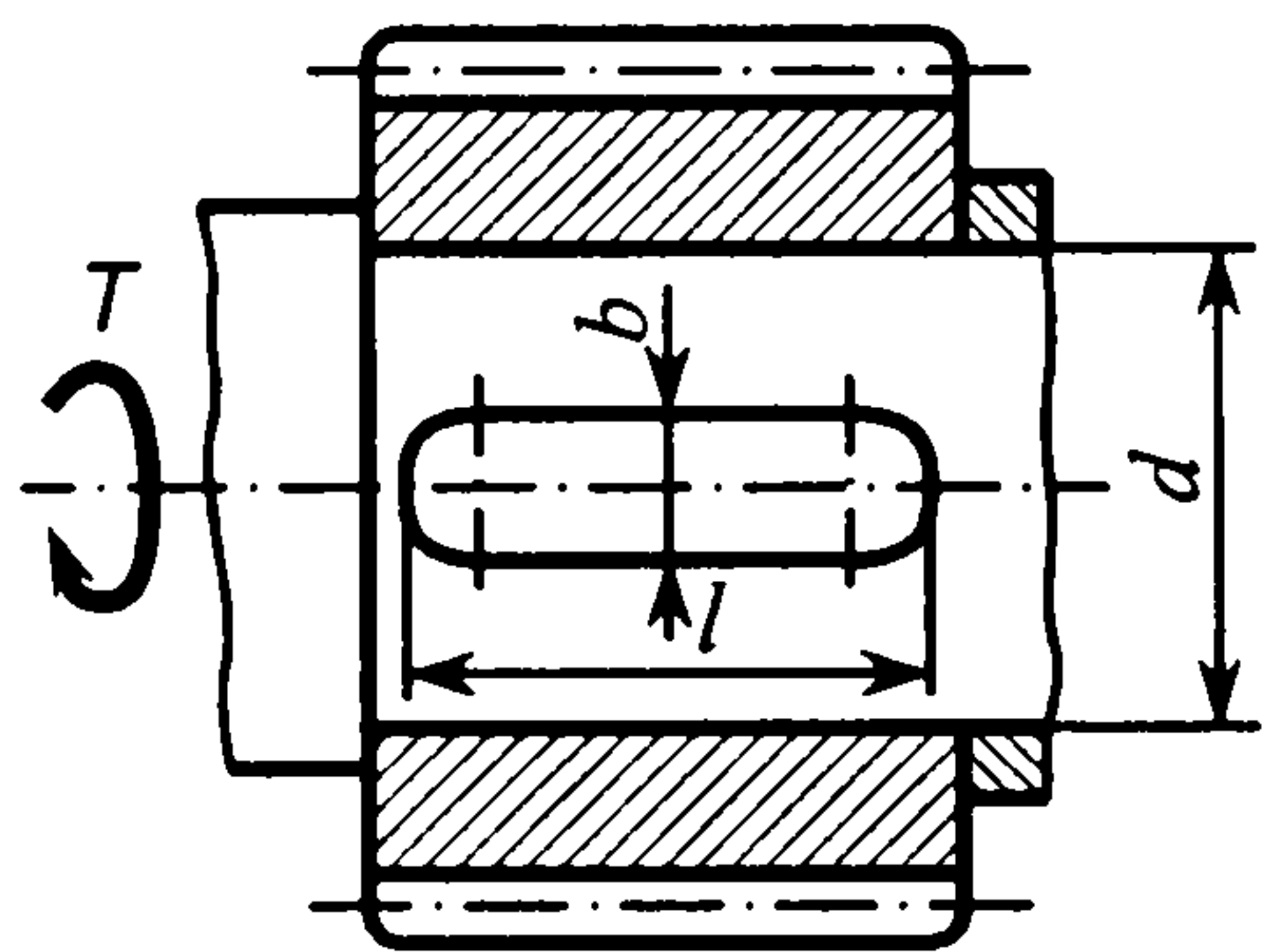


Рис. 18.24. З'єднання вала із зубчастим колесом за допомогою призматичної шпонки

Задача 18.3. Сталеве зубчасте колесо з'єднується з валом за допомогою призматичної шпонки зі скругленими торцями (рис. 18.24). Визначити розміри шпонкового з'єднання за такими даними: номінальний обертовий момент, що передає з'єднання, $T=180 \text{ Н}\cdot\text{м}$; діаметр вала, на якому встановлене зубчасте колесо, $d=36 \text{ мм}$; навантаження на з'єднання з різкими змінами.

Розв'язання. За діаметром вала $d=36 \text{ мм}$ згідно зі стандартом вибираємо такі розміри з'єднання (див. табл. 18.5): ширина шпонки $b=10 \text{ мм}$; висота $h=8 \text{ мм}$; глибина паза на валу $t_1=5 \text{ мм}$ і у маточині колеса $t_2=3,3 \text{ мм}$.

Для сталевих колеса та різко змінного навантаження беремо допустиме напруження зминання $[\sigma]_{зм} = 100 \text{ МПа}$.

За формулою (18.11) обчислюємо потрібну робочу довжину шпонки:

$$l_0 = 2T / [d(h-t_1)[\sigma]_{зм}] = 2 \cdot 180 \cdot 10^3 / [36(8-5)100] = 33,3 \text{ мм.}$$

Повна довжина шпонки

$$l = l_0 + b = 33,3 + 10 = 43,3 \text{ мм.}$$

За стандартом беремо $l = 45 \text{ мм}$.

Отже, задане з'єднання можна виконати призматичною шпонкою $10 \times 8 \times 45 \text{ мм}$.

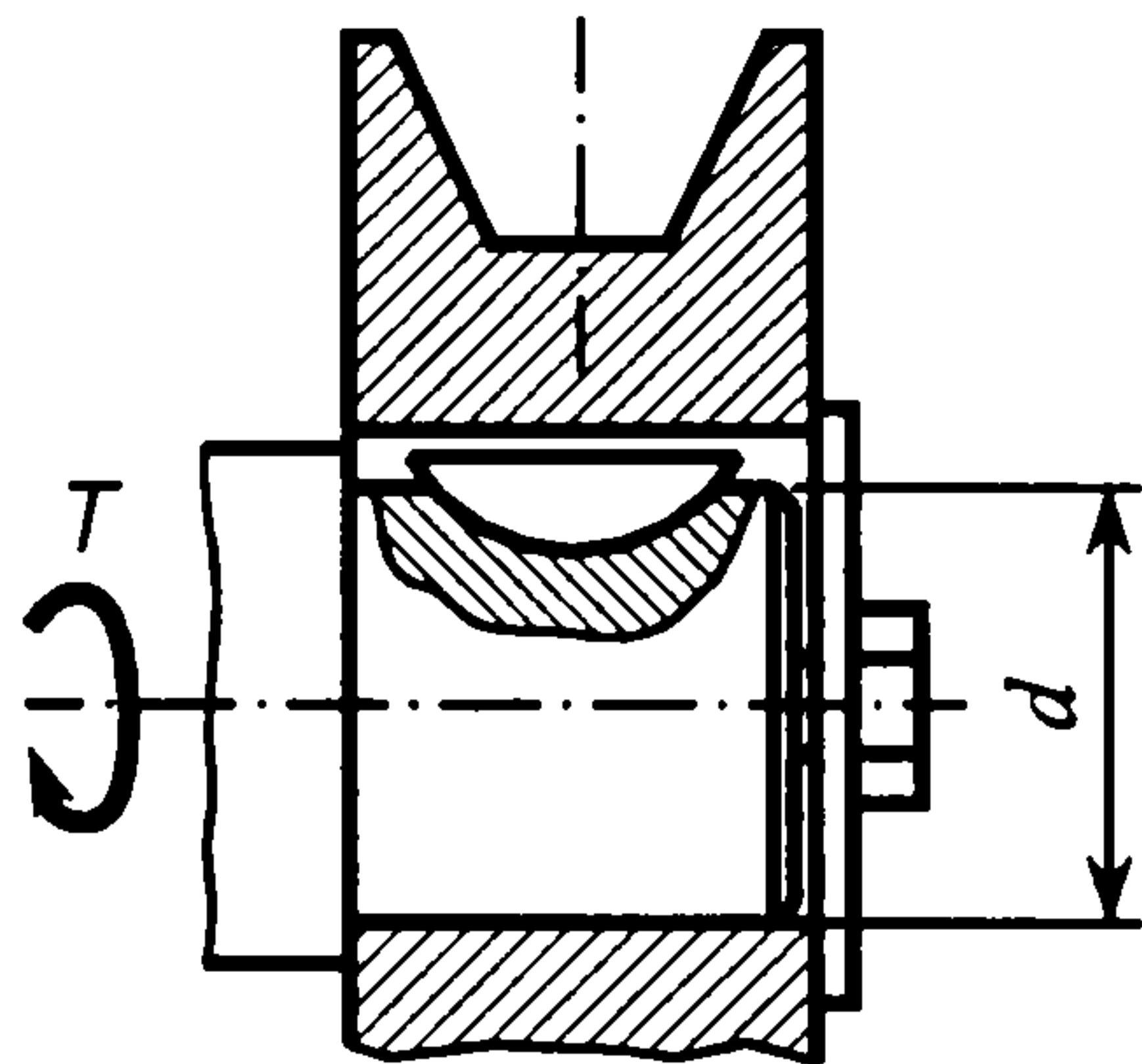


Рис. 18.25. З'єднання вала зі шківом за допомогою сегментної шпонки

Задача 18.4. Чавунний шків закріплено на валу за допомогою сегментної шпонки (рис. 18.25). Вибрати розміри шпонки та перевірити міцність шпонкового з'єднання за такими даними: номінальний обертовий момент, що передає з'єднання, $T=52$ Н·м; діаметр вала $d=24$ мм; навантаження постійне.

Розв'язання. Згідно зі стандартом (див. табл. 18.6) для діаметра вала $d=24$ мм маємо: ширина шпонки $b=6$ мм; висота $h=9$ мм; радіус шпонки $R=11$ мм; довжина $l=21,6$ мм; глибина пазів на валу та у маточині відповідно $t_1=6,5$ мм і $t_2=2,8$ мм.

Для з'єднання з чавунною маточиною та постійним навантаженням беремо допустиме напруження $[\sigma]_{\text{зм}}=80$ МПа.

Перевіряємо міцність з'єднання на зминання за формулою (18.12):

$$\sigma_{\text{зм}}=2T/[dl(h-t_1)]=2 \cdot 52 \cdot 10^3/[24 \cdot 21,6(9-6,5)]=80,2 \text{ МПа.}$$

Міцність з'єднання достатня, бо розрахункове напруження практично дорівнює допустимому для вибраної сегментної шпонки 6x9 мм.

Задача 18.5. Визначити катет k двох зварних швів, якими кронштейн з'єднаний із корпусом згідно з рис. 18.26. Дані для розрахунку: $F=18$ кН; $\alpha=30^\circ$; $a=160$ мм; $h=120$ мм; $l=80$ мм; матеріал деталей з'єднання – сталь Ст3; допустиме напруження, за яким здійснено розрахунок кронштейна, $[\sigma]_p=140$ МПа; шви виконані ручним дуговим зварюванням електродами Э42; зовнішнє навантаження на кронштейн постійне.

Розв'язання. Силу F подамо у вигляді двох складових:

$$F_1=F \sin \alpha=18 \cdot \sin 30^\circ=9 \text{ кН;}$$

$$F_2=F \cos \alpha=18 \cdot \cos 30^\circ=15,6 \text{ кН.}$$

Складові F_1 та F_2 прикладемо у центрі ваги зварних швів і додамо момент (для збереження еквівалентності навантаження кронштейна)

$$M=F_1(h+0,5l)=9 \cdot 10^3(120+0,5 \cdot 80)=144 \cdot 10^4 \text{ Н·мм.}$$

Напруження зрізу у швах від дії F_1 , F_2 та M такі:

$$\tau_{F_1}=F_1/(2 \cdot 0,7kl)=9 \cdot 10^3/(2 \cdot 0,7k \cdot 80)=80/k;$$

$$\tau_{F_2}=F_2/(2 \cdot 0,7kl)=15,6 \cdot 10^3/(2 \cdot 0,7k \cdot 80)=140/k;$$

$$\tau_M=M/(a \cdot 0,7kl)=144 \cdot 10^4/(160 \cdot 0,7k \cdot 80)=160/k.$$

При визначенні напруження τ_M припускалось, що кожний шов навантажується силою $F_M=M/a$, яка діє вздовж швів. Напрями напружень τ_{F_1} , τ_{F_2} та τ_M показані на рис. 18.26.

Максимальне напруження буде в лівому шві:

$$\tau_{\text{max}}=\sqrt{(\tau_{F_2}+\tau_M)^2+\tau_{F_1}^2}=\sqrt{(140/k+160/k)^2+(80/k)^2}=301/k \leq [\tau]'$$

За табл. 18.7 допустиме напруження для зварних швів

$$[\tau]'=0,6[\sigma]_p=0,6 \cdot 140=84 \text{ МПа.}$$

Тоді потрібний катет швів даного з'єднання

$$k \geq 301/[\tau]'=301/84=3,6 \text{ мм.}$$

Таким чином, зварні шви у заданому з'єднанні доцільно виконувати з катетом $k=4$ мм.

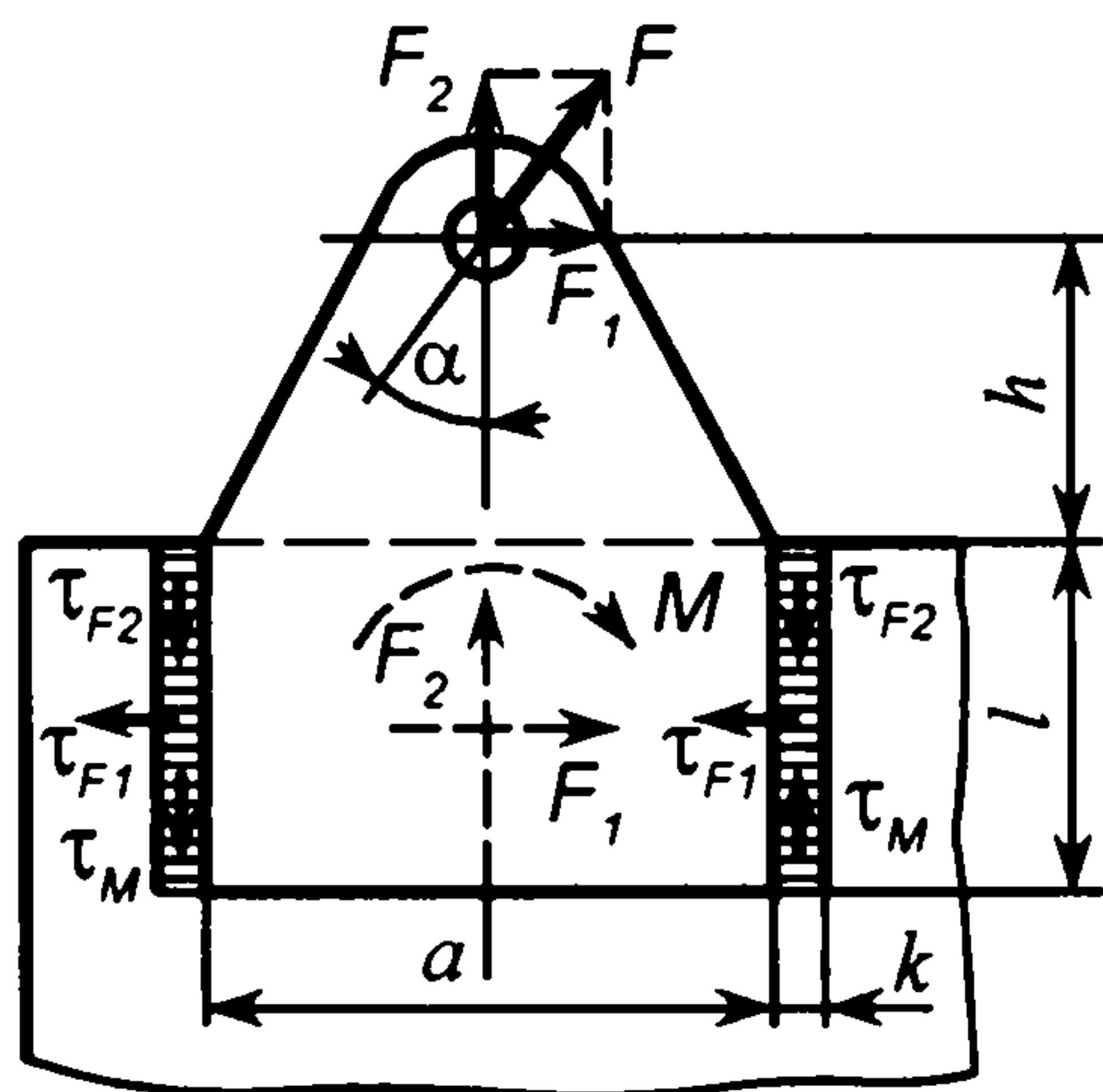


Рис. 18.26. Зварне з'єднання кронштейна з корпусом

ГЛАВА 19. МЕХАНІЧНІ ПЕРЕДАЧІ ОБЕРТОВОГО РУХУ

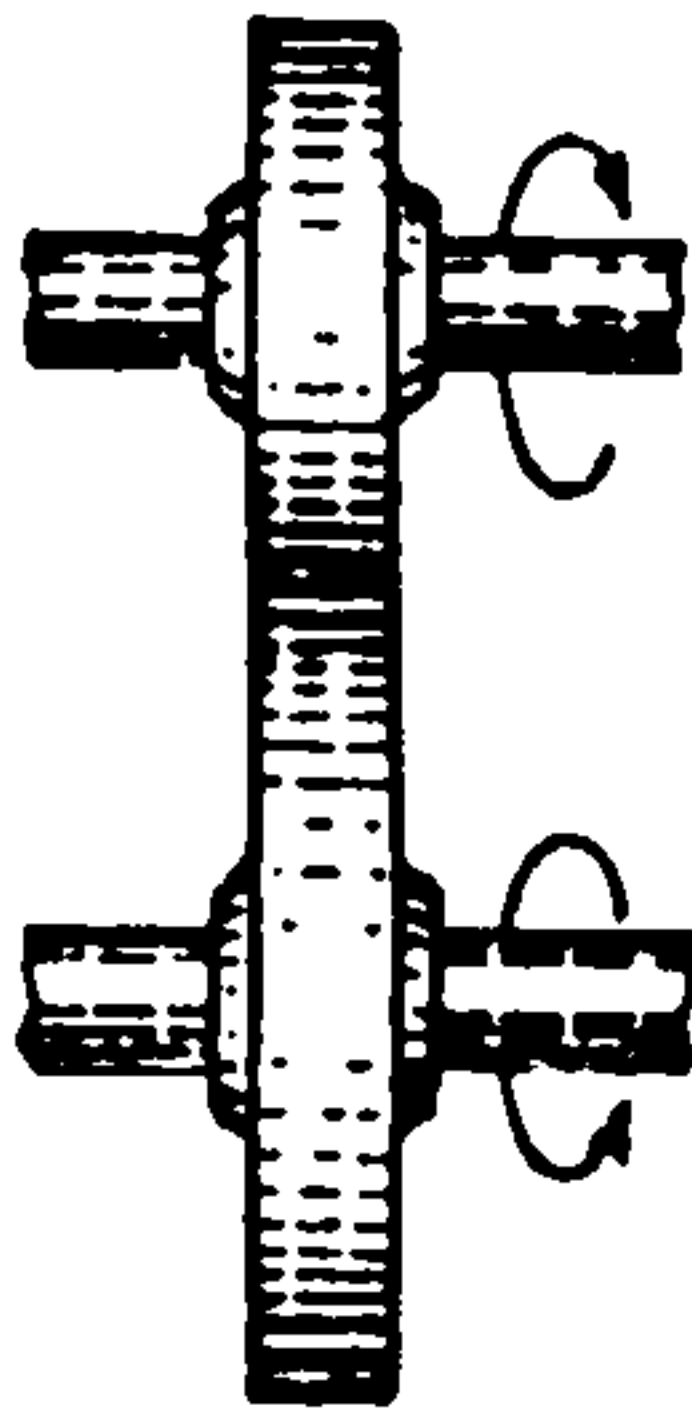
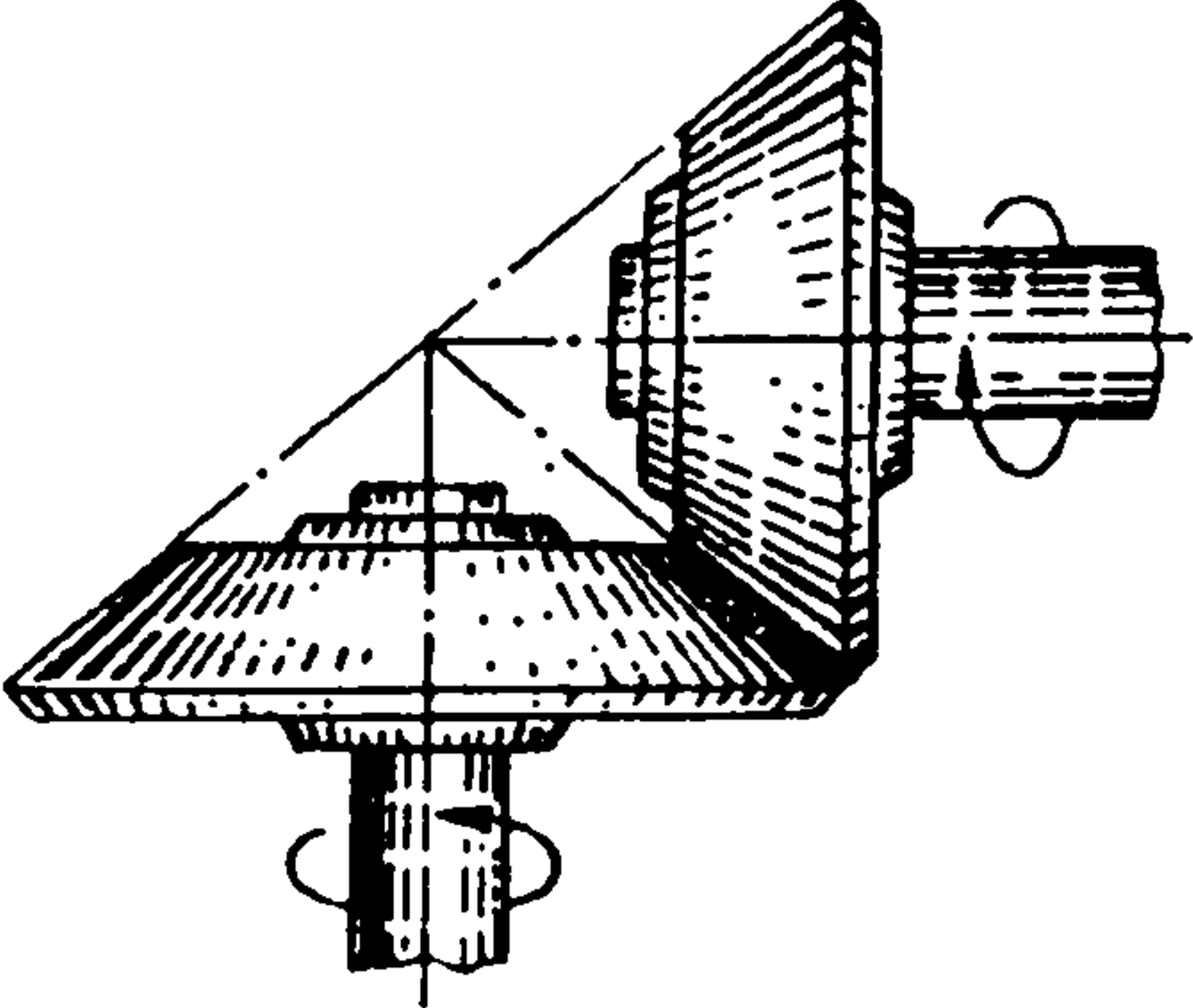
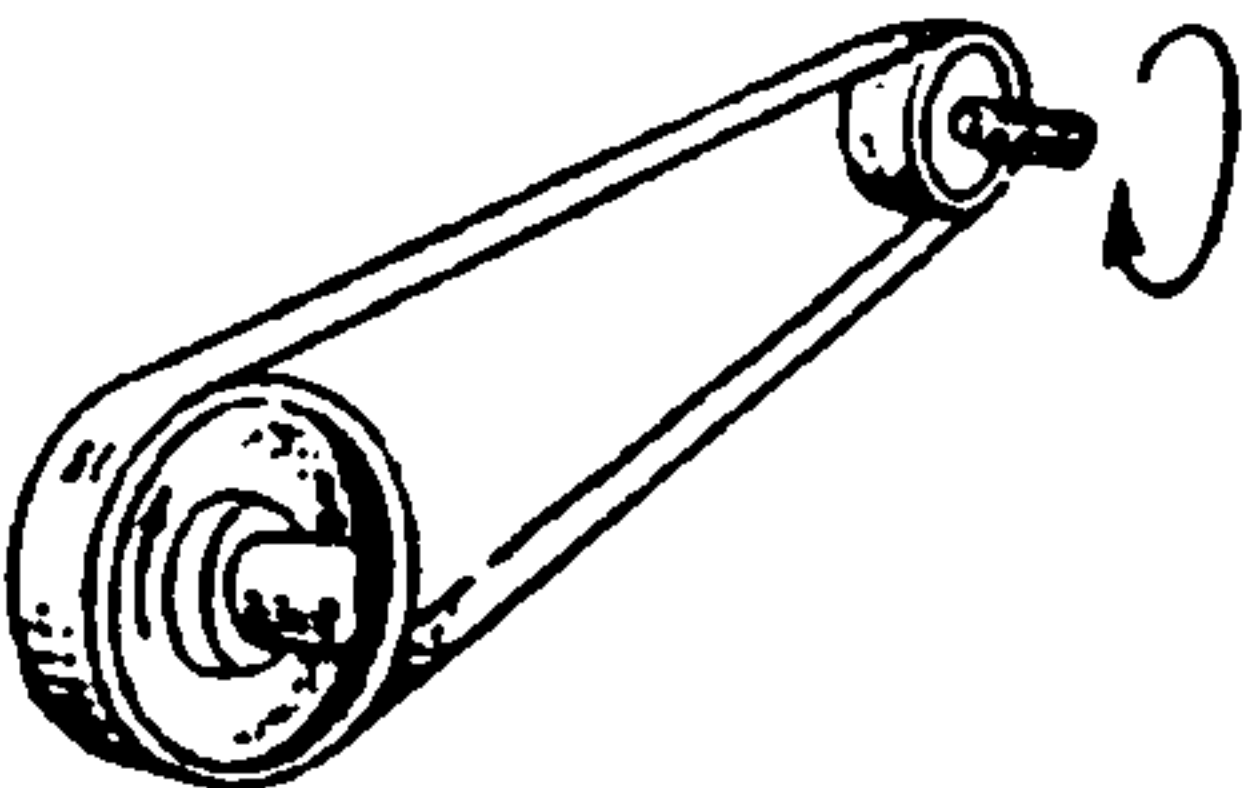
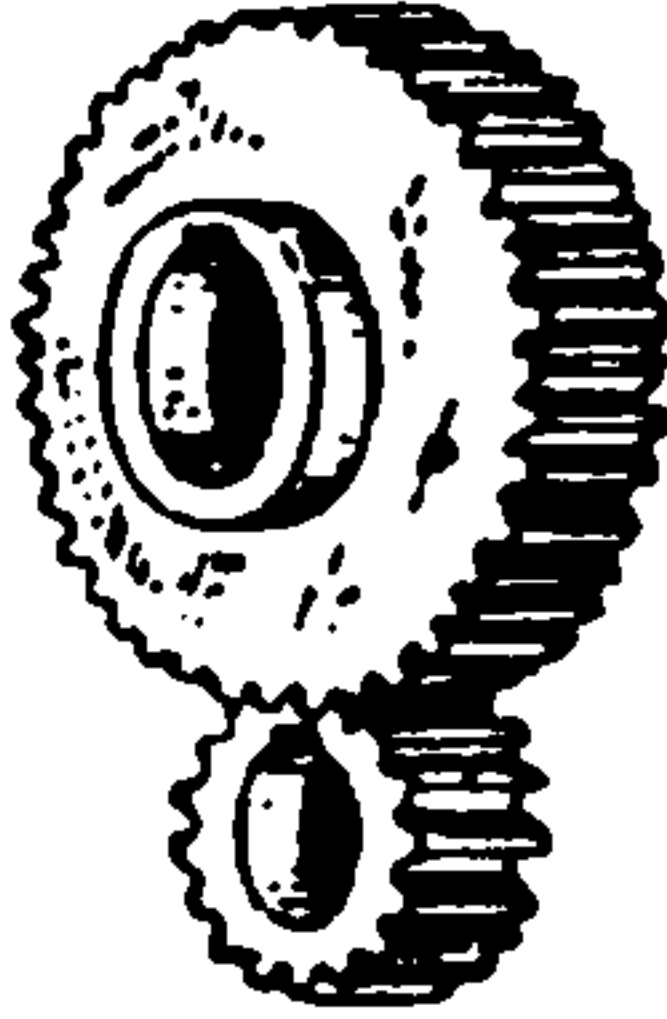
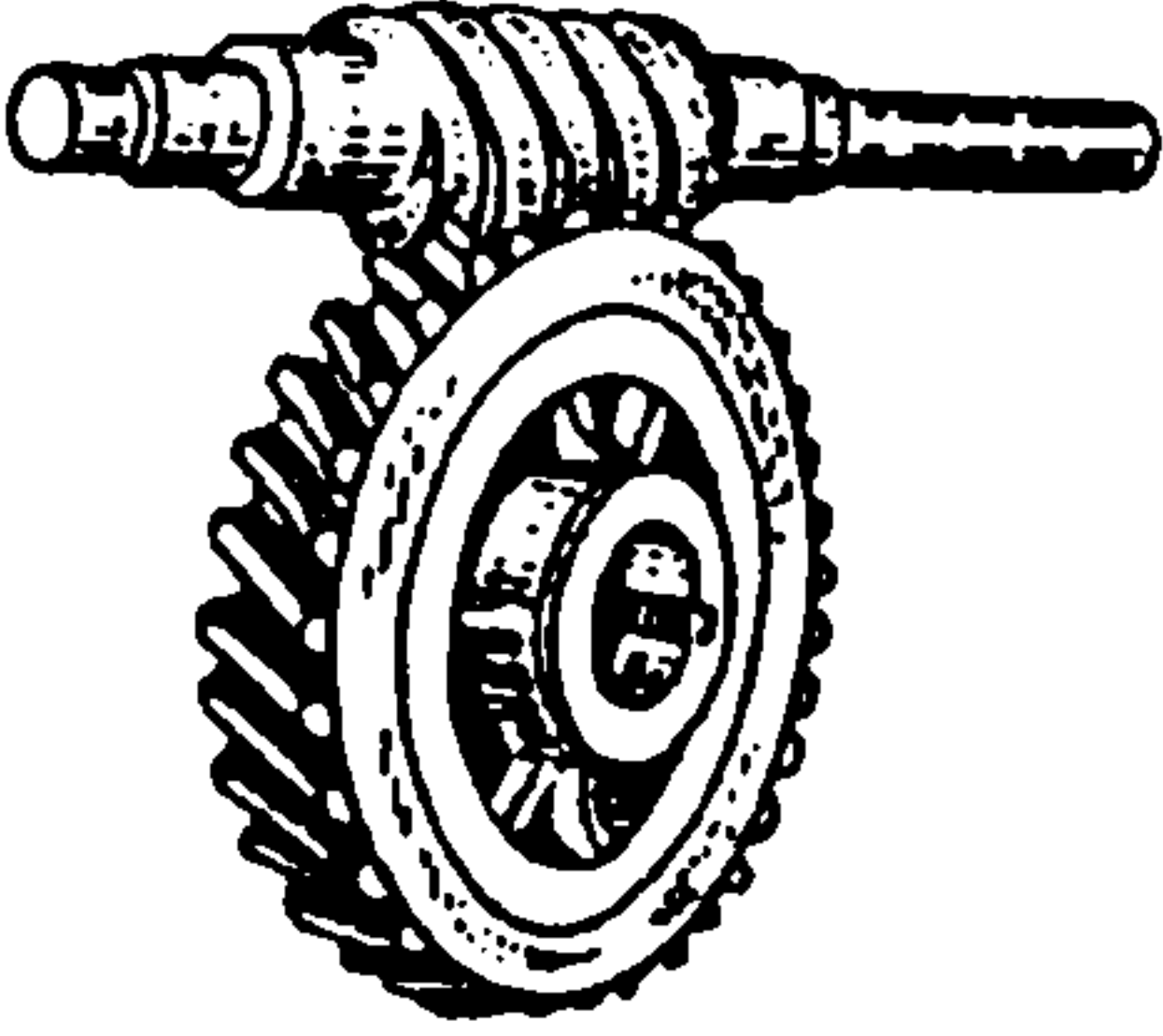
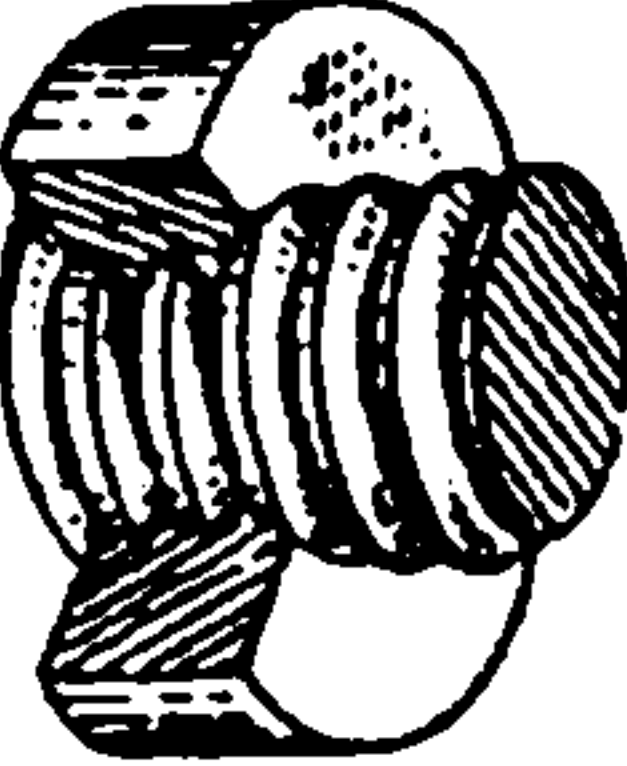
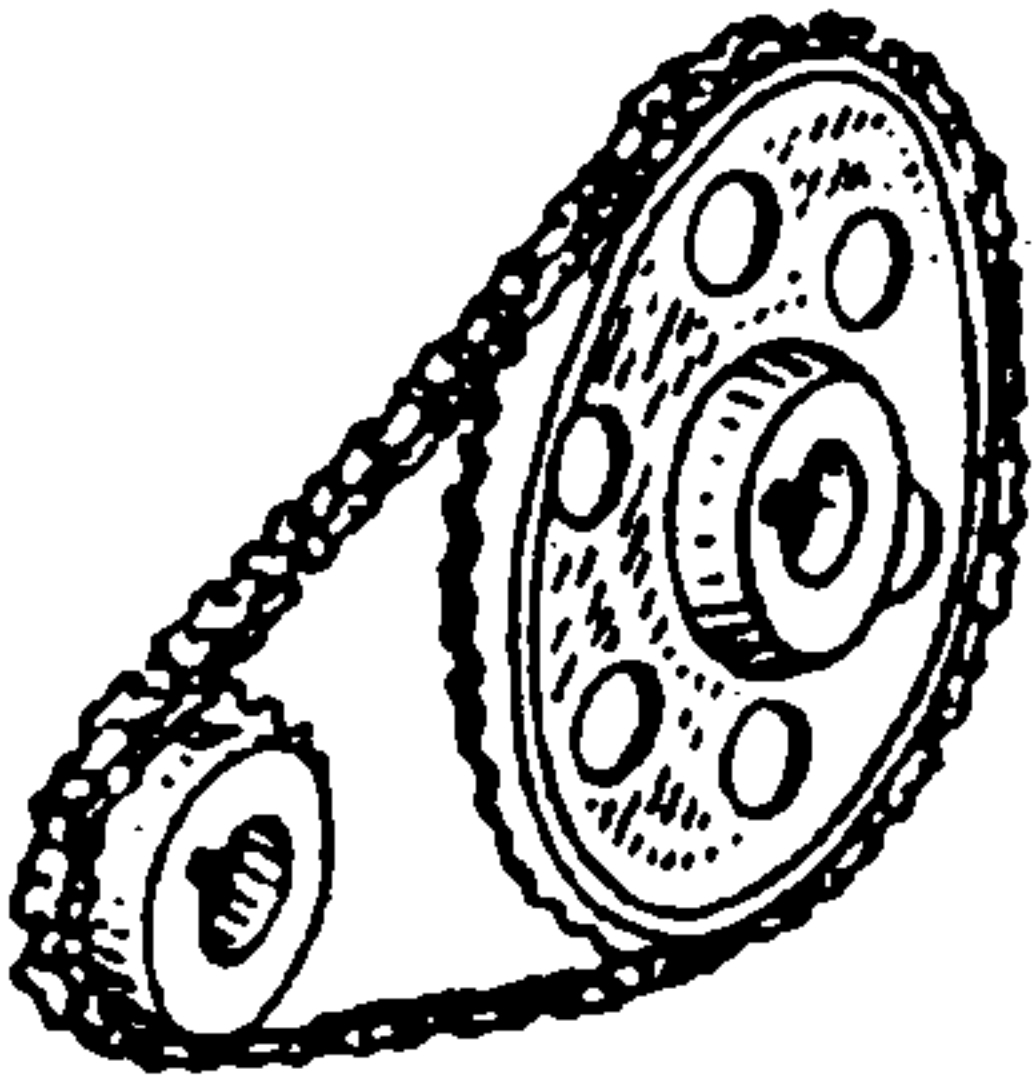
19.1. Призначення, класифікація та кінематичні схеми механічних передач

Механічною передачею називають механізм, що передає енергію від двигуна до робочого органу машини з перетворюванням параметрів руху. Здебільшого механічні передачі перетворюють параметри обертОВОГО руху, змінюючи модуль або напрям швидкості, а інколи і характер руху (обертОВИЙ рух перетворюють у поступальний).

Основне призначення механічних передач – це узгодження параметрів руху робочих органів машини з параметрами руху вала двигуна.

Усі механічні передачі поділяють на дві групи, а саме: передачі, що базуються на використанні сил тертя (пасові, фрикційні) і передачі, що базуються на зачепленні (зубчасті, черв'ячні, ланцюгові, гвинтові).

Таблиця 19.1. Основні групи та види механічних передач

Групи передач	Передачі з безпосереднім дотиканням			Передачі гнучким зв'язком
Передачі тертям	Фрикційна			Пасова
				
Передачі зачепленням	Зубчаста	Черв'ячна	Гвинт-гайка	Ланцюгова
				

У свою чергу, передачі тертям та передачі зачепленням можуть здійснюватись безпосереднім дотиканням ведучого та веденого елементів

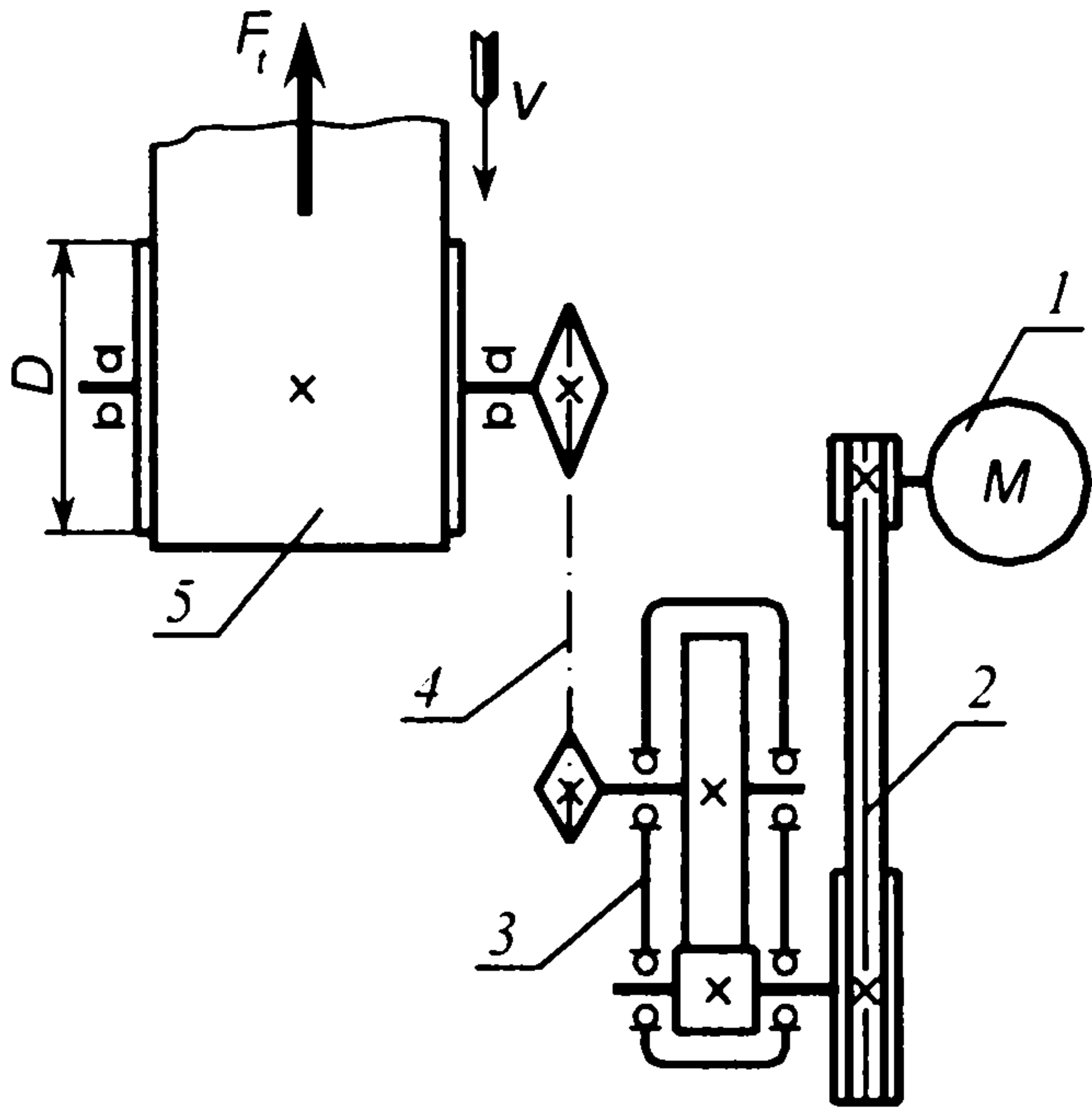


Рис. 19.1. Схема привода стрічкового транспортера

передачі (фрикційні, зубчасті, черв'ячні) і за допомогою проміжної гнучкої ланки – так звані передачі гнучким зв'язком (пасові, ланцюгові).

Основні види механічних передач наведені в табл. 19.1.

Детальніша класифікація механічних передач буде розглянута при вивченні конкретних видів передач.

Механічні передачі у відповідний спосіб зображають на кінематичних схемах різних пристроїв. Наприклад, у кінематичній схемі привода стрічкового транспортера на рис. 19.1 між мотором 1 і самим транспортером 5 зображені такі передачі: 2 – пасова передача; 3 – циліндрична зубчаста передача в окремому корпусі (редуктор); 4 – ланцюгова передача. Такий ряд механічних передач

у приводі потрібний для перетворення високої частоти обертання вала мотора у потрібну низьку частоту обертання вала барабана стрічкового транспортера.

19.2. Кінематичні і силові співвідношення для механічних передач

Розглянемо загальні співвідношення між деякими параметрами всіх механічних передач на прикладі зубчастої передачі (рис. 19.2).

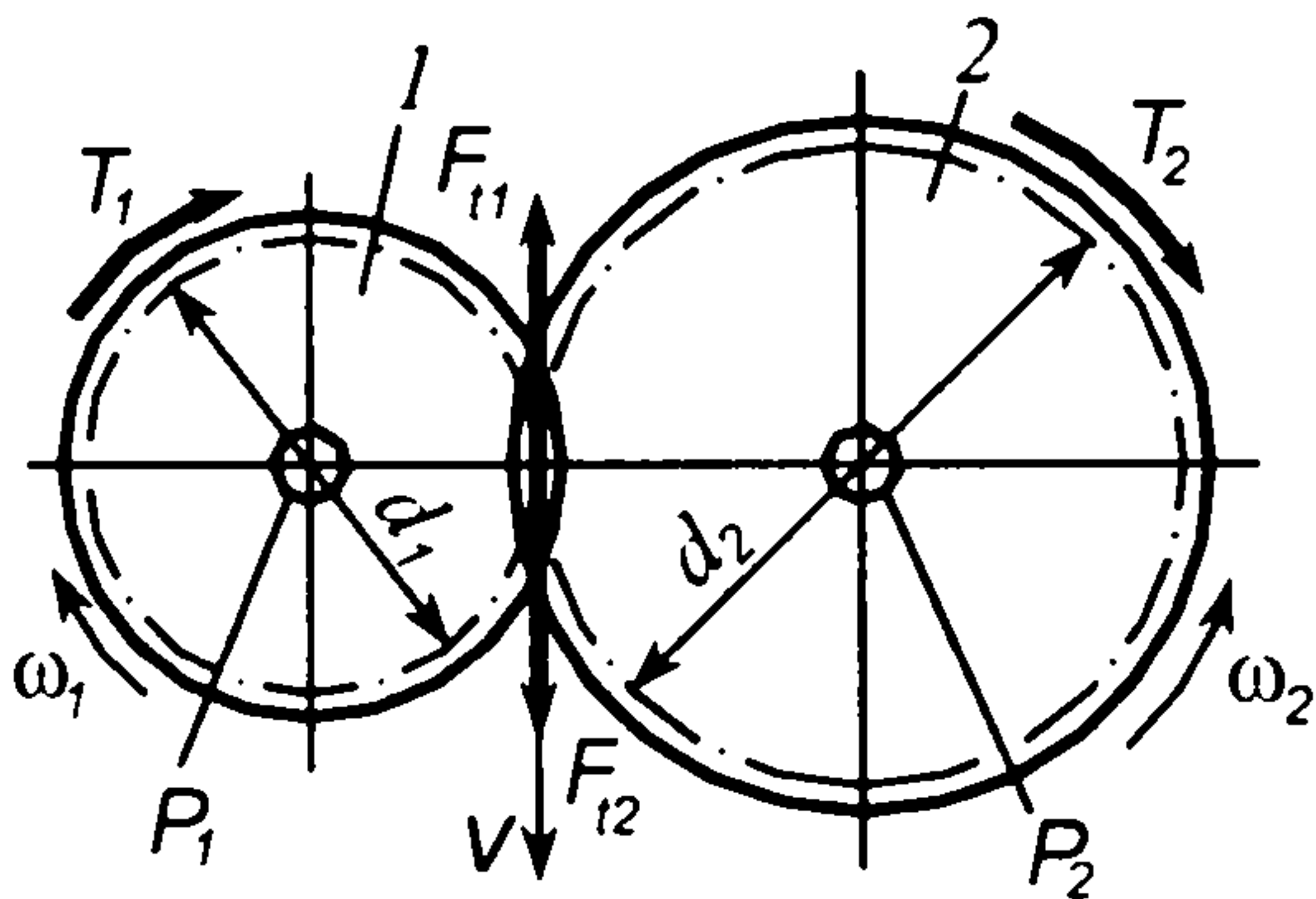


Рис. 19.2. Розрахункові параметри механічної передачі

Усі параметри механічної передачі, що належать до ведучої ланки, позначимо індексом 1, а до веденої ланки – відповідно індексом 2. Під ведучою або веденою ланкою будемо розуміти вал, зубчасте колесо, шків, зірочку тощо.

Переважно ведучі ланки або елементи мають більшу швидкість, а ведені – меншу. Тому перші інколи називають швидкохідними, а другі – тихохідними ланками.

Основний кінематичний параметр механічної передачі – передаточне число

$$u = \omega_1 / \omega_2, \quad (19.1)$$

яке є відношенням кутової швидкості ω_1 ведучої ланки до кутової швидкості ω_2 веденої ланки передачі.

Енергетичними параметрами механічної передачі є передавані потужності на ведучій ланці P_1 і на веденій ланці P_2 , а також коефіцієнт корисної дії (ККД) η , що визначається за співвідношенням

$$\eta = P_2 / P_1. \quad (19.2)$$

ККД характеризує ступінь досконалості механічної передачі і за ним можна оцінити втрати потужності ΔP у передачі:

$$\Delta P = P_1 - P_2 = P_1(1 - \eta). \quad (19.3)$$

Параметри ω_1 і ω_2 , а також P_1 і P_2 є мінімально потрібними для розрахунку будь-якої механічної передачі.

Передавані потужності, Вт, та кутові швидкості, рад/с, визначають обертові моменти, Н·м, на валах передачі:

на ведучому валу

$$T_1 = P_1 / \omega_1; \quad (19.4)$$

на веденому валу

$$T_2 = P_2 / \omega_2. \quad (19.5)$$

Співвідношення між обертовими моментами на валах механічної передачі можна встановити за виразами (19.4) та (19.5) і записати у такому вигляді:

$$T_2 / T_1 = u\eta \quad \text{або} \quad T_2 = T_1 u\eta. \quad (19.6)$$

Інколи швидкості обертання ланок механічної передачі задаються у вигляді частоти обертання n , хв^{-1} . Зв'язок між кутовою швидкістю ω , рад/с, та частотою обертання n , хв^{-1} , виражає співвідношення

$$\omega = \pi n / 30.$$

У розрахунках механічних передач зустрічаються такі параметри, як колова швидкість та колова сила. Колова швидкість v – це лінійна швидкість точок обертової ланки передачі, розміщених на відстані $d_1/2$ або $d_2/2$ від осі обертання (рис. 19.2):

$$v = v_1 = v_2 = \omega_1 d_1 / 2 = \omega_2 d_2 / 2. \quad (19.7)$$

Колова сила F_t – це сила, що діє на ланку передачі, спричинюючи її обертання або створюючи опір обертанню, і напрямлена по дотичній до траєкторії (кола) руху точки її прикладання (рис. 19.2):

$$F_t = F_{t1} = F_{t2} = 2T_1 / d_1 = 2T_2 / d_2. \quad (19.8)$$

Потужність, кВт, що затрачається на рух ланки передачі із швидкістю v , м/с, у напрямі, протилежному дії на ланку зовнішньої сили F , Н, знаходять за формулою

$$P = Fv / 10^3. \quad (19.9)$$

За формулою (19.9) можна визначити потрібну потужність для обертання вала барабана стрічкового транспортера (див. рис. 19.1) за відомою корисною силою натягу стрічки F_t та її швидкістю руху v .

У приводах машин можуть застосовуватись кілька послідовно розміщених механічних передач (рис. 19.3). У такому разі загальне передаточне число u привода та його ККД визначають за наведеними нижче формулами.

$$\omega_2 = \omega_1 / u_1; \quad \omega_3 = \omega_2 / u_2 = \omega_1 / (u_1 u_2); \quad \omega_4 = \omega_3 / u_3 = \omega_1 / (u_1 u_2 u_3).$$

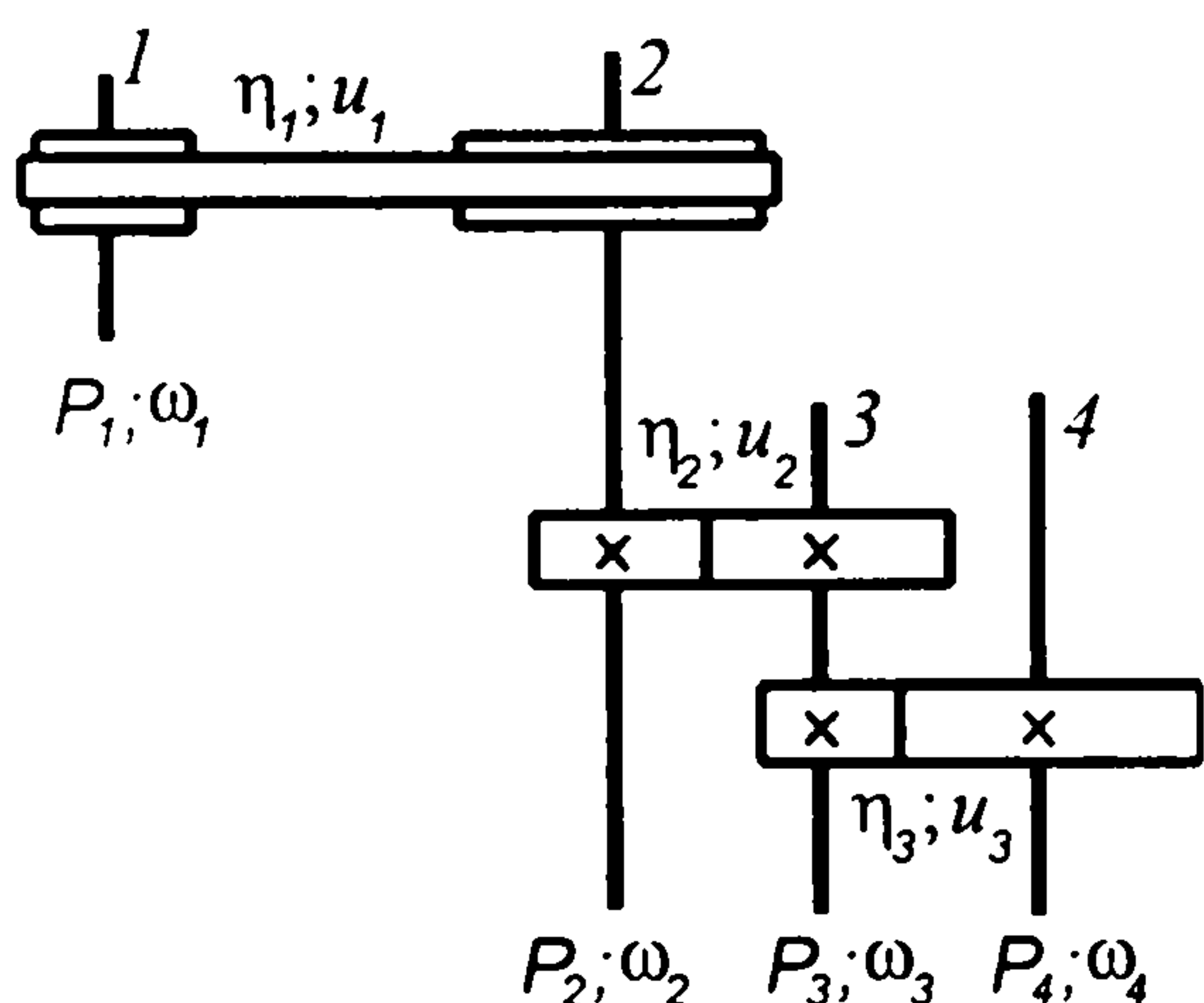


Рис. 19.3. Послідовне розміщення механічних передач

Загальне передаточне число привода

$$u = \omega_1 / \omega_4 = u_1 u_2 u_3.$$

Отже, загальне передаточне число привода, що складається з кількох механічних передач, дорівнює добутку передаточних чисел його складових передач, тобто

$$u = u_1 u_2 \dots u_n. \quad (19.10)$$

Зв'язок між потужностями на окремих валах привода (рис 19.3) запишемо у вигляді:

$$P_2 = P_1 \eta_1; \quad P_3 = P_2 \eta_2 = P_1 \eta_1 \eta_2; \quad P_4 = P_3 \eta_3 = P_1 \eta_1 \eta_2 \eta_3.$$

Відповідно ККД всього приводного механізму

$$\eta = P_4 / P_1 = \eta_1 \eta_2 \eta_3.$$

ККД привода, що складається з кількох послідовно розташованих механічних передач, дорівнює добутку ККД всіх його складових передач, тобто

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \dots \eta_n. \quad (19.11)$$

Навантаження, що передають механічні передачі, можуть бути постійними або у більшості випадків – змінними в часі.

Якщо привід проектують для роботи із заданим режимом навантаженням з обумовленим максимальним діючим навантаженням, то це навантаження беруть за номінальне розрахункове для передач цього привода.

У разі проектування передачі з невідомим режимом навантаження, але із заданим номінальним навантаженням (наприклад, редуктори загального призначення) у розрахунках слід брати найважчий для передачі режим – режим з постійним навантаженням.

Максимальні навантаження T_{\max} у передачах, що обумовлені дією короткочасних або випадкових перевантажень, можуть у кілька разів перебільшувати номінальні розрахункові навантаження. У цьому випадку

$$T_{\max} = T K_{\Pi}, \quad (19.12)$$

де K_{Π} – коефіцієнт короткочасного перевантаження, що беруть за рекомендаціями на підставі досвіду експлуатації конкретних машин.

Якщо рекомендації щодо вибору K_{Π} відсутні, а у приводних пристроях використовують асинхронні електродвигуни, то значення коефіцієнта перевантаження можна брати таким, що дорівнює відношенню пускового моменту до номінального моменту двигуна, яке задається в каталогах електродвигунів.

19.3. Приклад розрахунку кінематичних і силових параметрів передач

Задача. Стрічка транспортера (рис. 19.1) має максимальний корисний натяг $F_1 = 3,5$ кН і рухається зі швидкістю $v = 1,2$ м/с. Привід транспортера обладнаний електродвигуном з частотою обертання $n_{\text{дв}} = 2850$ хв⁻¹. Визначити потрібну потужність електродвигуна, частоти обертання валів зубчастої передачі, її передаточне число і обертові моменти на її валах, якщо діаметр барабана транспортера $D = 500$ мм, ККД пасової, зубчастої і ланцюгової передач відповідно $\eta_{\text{п}} = 0,95$, $\eta_{\text{з}} = 0,97$, $\eta_{\text{л}} = 0,96$, а передаточні числа пасової передачі $u_{\text{п}} = 3,2$ і ланцюгової передачі $u_{\text{л}} = 3,6$.

Розв'язання. Потужність, яка споживається транспортером,

$$P_{\text{тр}} = F_1 v = 3,5 \cdot 10^3 \cdot 1,2 = 4200 \text{ Вт} = 4,2 \text{ кВт}.$$

Загальний коефіцієнт корисної дії привода

$$\eta = \eta_n \eta_r \eta_s = 0,95 \cdot 0,97 \cdot 0,96 = 0,885.$$

Потрібна потужність електродвигуна

$$P_{дв} = P_{тр} / \eta = 4,2 / 0,885 = 4,47 \text{ кВт}.$$

Кутова швидкість і частота обертання барабана транспортера

$$\omega_6 = \frac{2v}{D} = \frac{2 \cdot 1,2}{0,5} = 4,8 \text{ рад/с};$$

$$n_6 = 30\omega_6 / \pi = 30 \cdot 4,8 / 3,14 = 45,8 \text{ хв}^{-1}.$$

Частоти обертання швидкохідного і тихохідного валів зубчастої передачі

$$n_{ш} = n_{дв} / u_n = 2850 / 3,2 = 890,6 \text{ хв}^{-1};$$

$$n_{т} = n_6 u_n = 45,8 \cdot 3,6 = 164,9 \text{ хв}^{-1}.$$

Потужності на швидкохідному і тихохідному валах зубчастої передачі

$$P_{ш} = P_{дв} \eta_n = 4,74 \cdot 0,95 = 4,50 \text{ кВт};$$

$$P_{т} = P_{дв} \eta_n \eta_r = 4,74 \cdot 0,95 \cdot 0,97 = 4,37 \text{ кВт}.$$

Обертові моменти на швидкохідному і тихохідному валах зубчастої передачі

$$T_{ш} = P_{ш} / \omega_{ш} = 30P_{ш} / (\pi n_{ш}) = \frac{30 \cdot 4,50 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 890,6} = 48,2 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_{т} = 30P_{т} / (\pi n_{т}) = \frac{30 \cdot 4,37 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 164,9} = 253 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

ГЛАВА 20. ФРИКЦІЙНІ ПЕРЕДАЧІ

20.1. Загальні відомості та класифікація фрикційних передач

Фрикційна передача в її найпростішому вигляді складається з двох котків (роликів), які притиснуті один до одного деякою силою. Обертання від одного з котків до іншого передається за рахунок сили тертя між котками (рис. 20.1).

Потрібна сила тертя між котками фрикційної передачі досягається примусовим притисканням котків відповідною силою Q . Якщо сила притискання котків недостатня, то між котками може виникнути проковзування (буксування), що порушує нормальну роботу передачі.

Силкові фрикційні передачі за передаваням навантаженням значно поступаються іншим видам механічних передач. Крім того, вони не забезпечують постійного передаточного числа (через можливе проковзування котків) і тому не можуть бути застосованими у точних передаточних

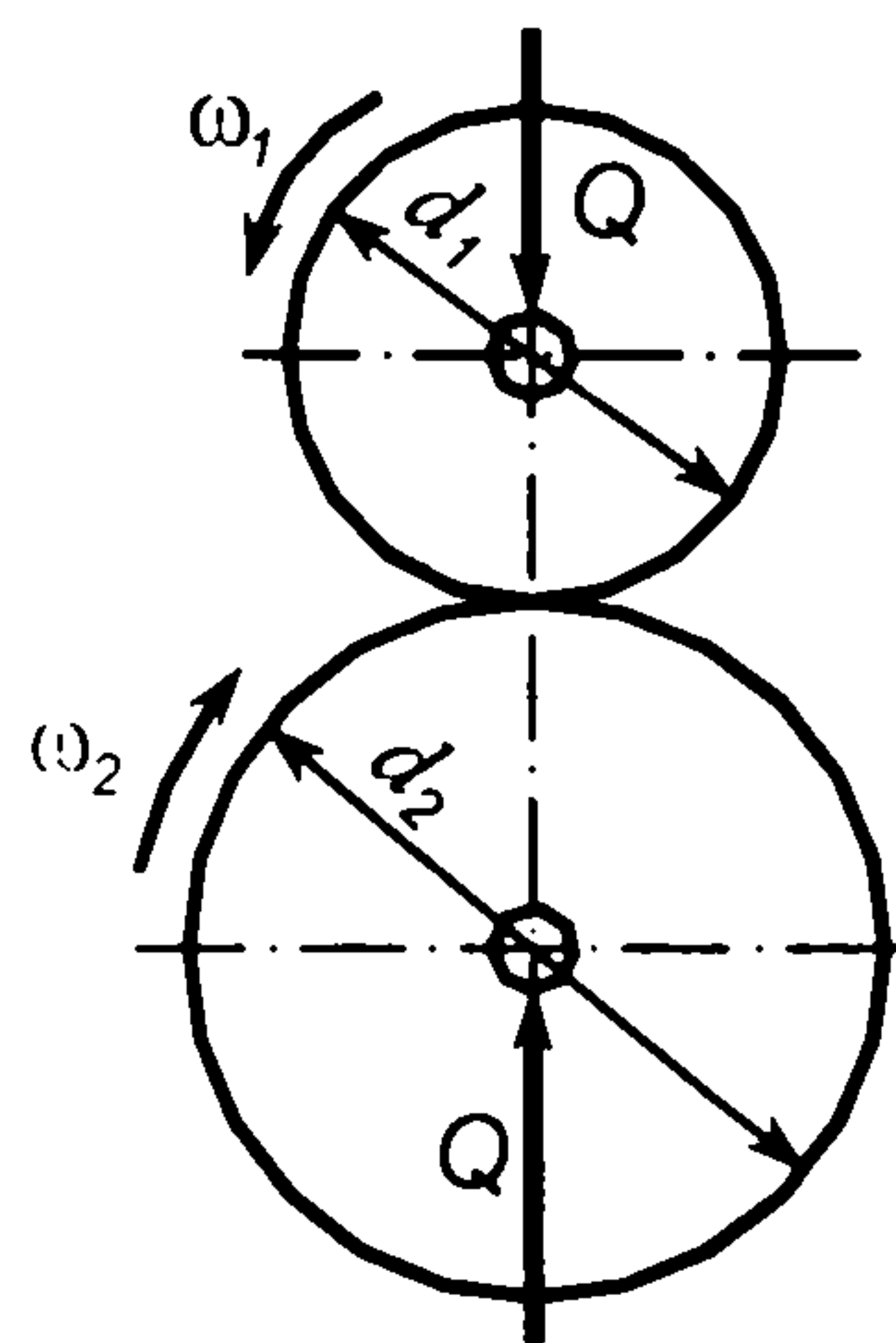


Рис. 20.1. Схема циліндричної фрикційної передачі

механізмах. Фрикційні передачі застосовують у ковальсько-пресовому обладнанні, фрикційних лебідках, деяких верстатах і порівняно рідко їх виготовляють у вигляді швидкохідних редукторів невеликої потужності (до 20 кВт).

Ширше застосовують фрикційні передачі у передаточних механізмах різних приладів, де передавані навантаження незначні. Дуже вигідне

застосування фрикційних передач у варіаторах – механізмах для безступеневого регулювання кутової швидкості.

За допомогою фрикційної передачі можна забезпечити достатньо велике передаточне число, але через обмеження габаритних розмірів передачі рекомендують брати $u \leq 10$. Значення ККД фрикційних передач коливається в межах $\eta = 0,90 \dots 0,95$.

Фрикційні передачі порівняно з іншими механічними передачами мають такі переваги:

- простота та дешевизна виготовлення деталей передачі;
- плавність та безшумність роботи при високих швидкостях;
- передача запобігає поломкам деталей приводного пристрою за рахунок можливого проковзування котків під час перевантажень;
- існує можливість здійснення безступеневого регулювання передаточного числа.

До недоліків фрикційних передач належать:

- несталість передаточного числа через можливе проковзування котків;
- потреба застосування спеціальних натискних пристроїв;
- високі навантаження на вали та опори валів передачі;
- небезпека пошкодження котків при їхньому буксуванні.

Незважаючи на недоліки в деяких конструкціях приводних механізмів машин та приладів, фрикційні передачі є найраціональнішими.

Залежно від призначення фрикційні передачі поділяють на дві групи: передачі з умовно постійним передаточним числом та передачі з мінливим передаточним числом (варіатори).

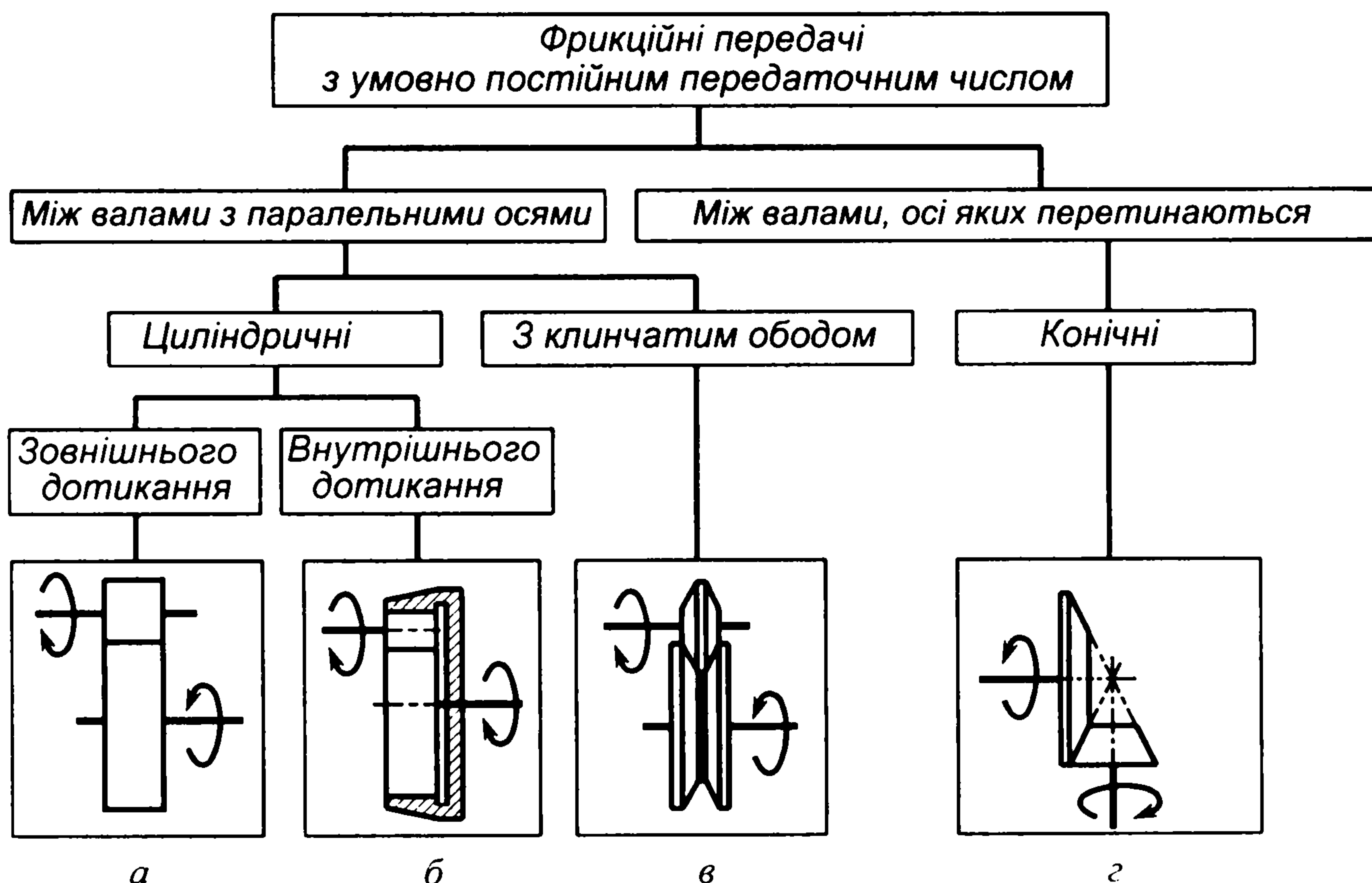


Рис. 20.2. До класифікації фрикційних передач

Передачі з умовно постійним передаточним числом класифікують відповідно до наведених на рис. 20.2, *a-g* ознак. Передачі з мінливим передаточним числом (варіатори) розглядаються у спеціальній літературі.

20.2. Матеріали та конструкції деталей фрикційних передач

Матеріали фрикційних котків повинні задовольняти такі вимоги: високий модуль пружності для зменшення пружного ковзання та втрат потужності на перекочування котків; високий коефіцієнт тертя ковзання; висока контактна міцність та стійкість проти спрацьовування для забезпечення потрібної довговічності передачі.

Найчастіше використовують такі поєднання матеріалів для виготовлення ведучого та веденого котків:

загартована сталь – загартована сталь забезпечує найбільшу контактну міцність котків та високий ККД, але вимагає достатньої точності виготовлення деталей та монтажу передачі. Найліпші результати дає застосування сталей типу ШХ15 із термообробкою поверхні до твердості 50-55 HRC. У тихохідних передачах можуть використовуватись леговані сталі 40Х, 40ХН із гартуванням та середнім відпусканням.

Чавун – чавун (або сталь) також забезпечує доволі високу несучу здатність передачі та малі її габаритні розміри.

Фрикційні передачі з металевими котками можна проектувати для роботи в умовах змащування або без змащування.

Текстоліт, фібра – сталь, чавун мають широке застосування у середньо- та малонавантажених передачах. Завдяки високим значенням коефіцієнта тертя вимагають меншої сили притискання котків.

Шкіра, деревина, гума – сталь, чавун знаходять використання у малонавантажених передачах та кінематичних передачах приладів. Ці матеріали мають низьку стійкість проти спрацьовування, але високий коефіцієнт тертя.

Котки фрикційних передач із неметалевих матеріалів завжди повинні працювати без змащування. Переважно, ведучий коток виготовляють із м'якшого матеріалу, щоб запобігти місцевому спрацьовуванню (утворенню лисок) на робочій поверхні веденого котка при випадковому буксуванні.

Конструкція котків фрикційних передач. Будова та форма котків визначаються здебільшого матеріалами, з яких ці котки виготовлені.

Металеві котки (із сталі чи чавуну) виготовляють дискової форми, а котки малих діаметрів роблять суцільними разом із валом (рис. 20.3, *a, б*). Робочі поверхні металевих котків повинні мати малі параметри шорсткості (Ra 0,63-0,32).

Котки з неметалевих матеріалів виготовляють збірними насадної конструкції (рис. 20.3, *в-е*): маточина з чавуну або сталі призначена для закріплення дисків або кілець із гуми 1, текстоліту 2, деревини чи шкіри 3.

Натискні пристрої фрикційних передач. Створення потрібної сили притискання котків фрикційних передач можна здійснити різними способами. Спосіб притискання має істотне значення для роботи передачі. Постійне

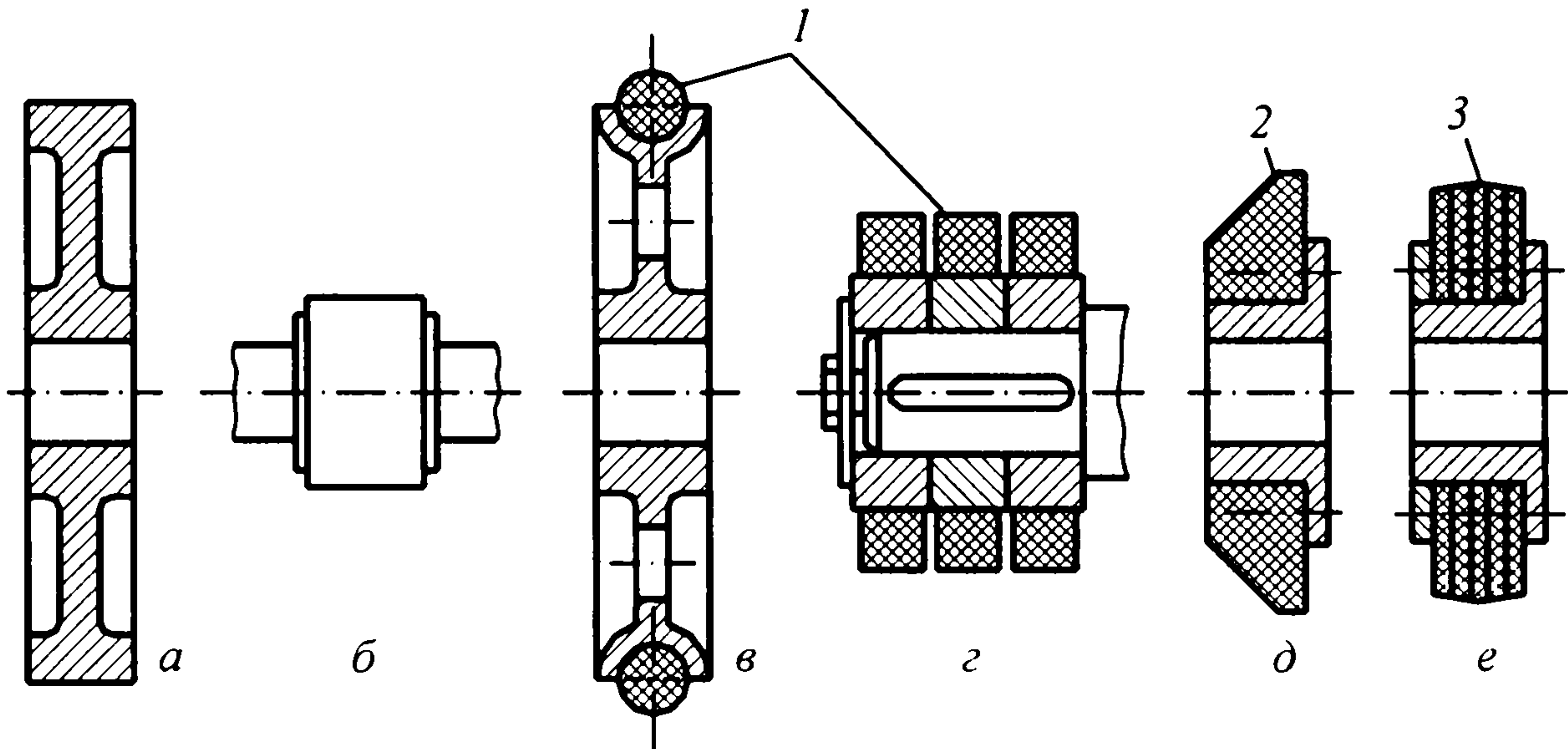


Рис. 20.3. Конструкції фрикційних котків

притискання допустиме тільки у передачах з постійним робочим навантаженням. У тих передачах, що працюють із змінним навантаженням, бажано, щоб сила притискання котків змінювалася автоматично відповідно до навантаження. Довговічність та ККД таких передач більші, оскільки в такому разі не виникають надмірні сили під час передавання малих робочих навантажень.

На рис. 20.4, а, б показані схеми натискних пристроїв, що забезпечують постійну силу притискання котків за допомогою стиснутої пружини і за допомогою ваги спеціального тягарця на важелі.

Гвинтовий натискний пристрій, що забезпечує автоматичне регулювання сили притискання конічних котків, показано на рис. 20.4, в. У такому пристрої

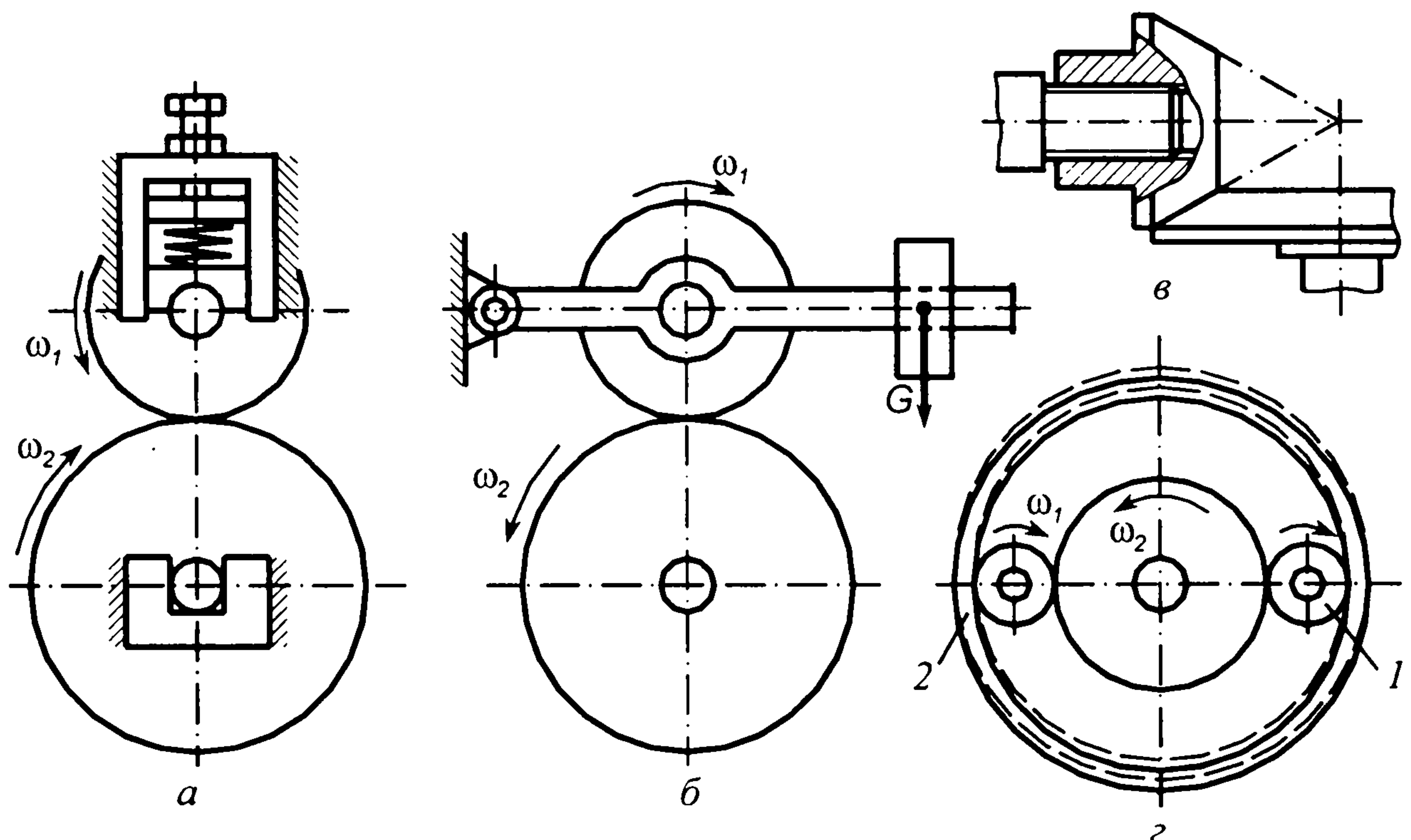


Рис. 20.4. Натискні пристрої для фрикційних передач

слід застосовувати несамогальмівну гвинтову пару. Іншим прикладом автоматично діючого пристрою є передача із самозатяжним кільцем (рис. 20.4, з). Крім основних котків, передача має додатковий неробочий ролик 1 та масивне жорстке кільце 2, що охоплює з невеликим початковим натягом усі три котки.

З іншими схемами натискних пристроїв фрикційних передач можна ознайомитись у спеціальній літературі.

20.3. Принципи розрахунку на міцність фрикційних передач

Як приклад, розглянемо розрахунок циліндричних фрикційних передач із зовнішнім (рис. 20.5, а) та внутрішнім (рис. 20.5, б) дотиканням котків.

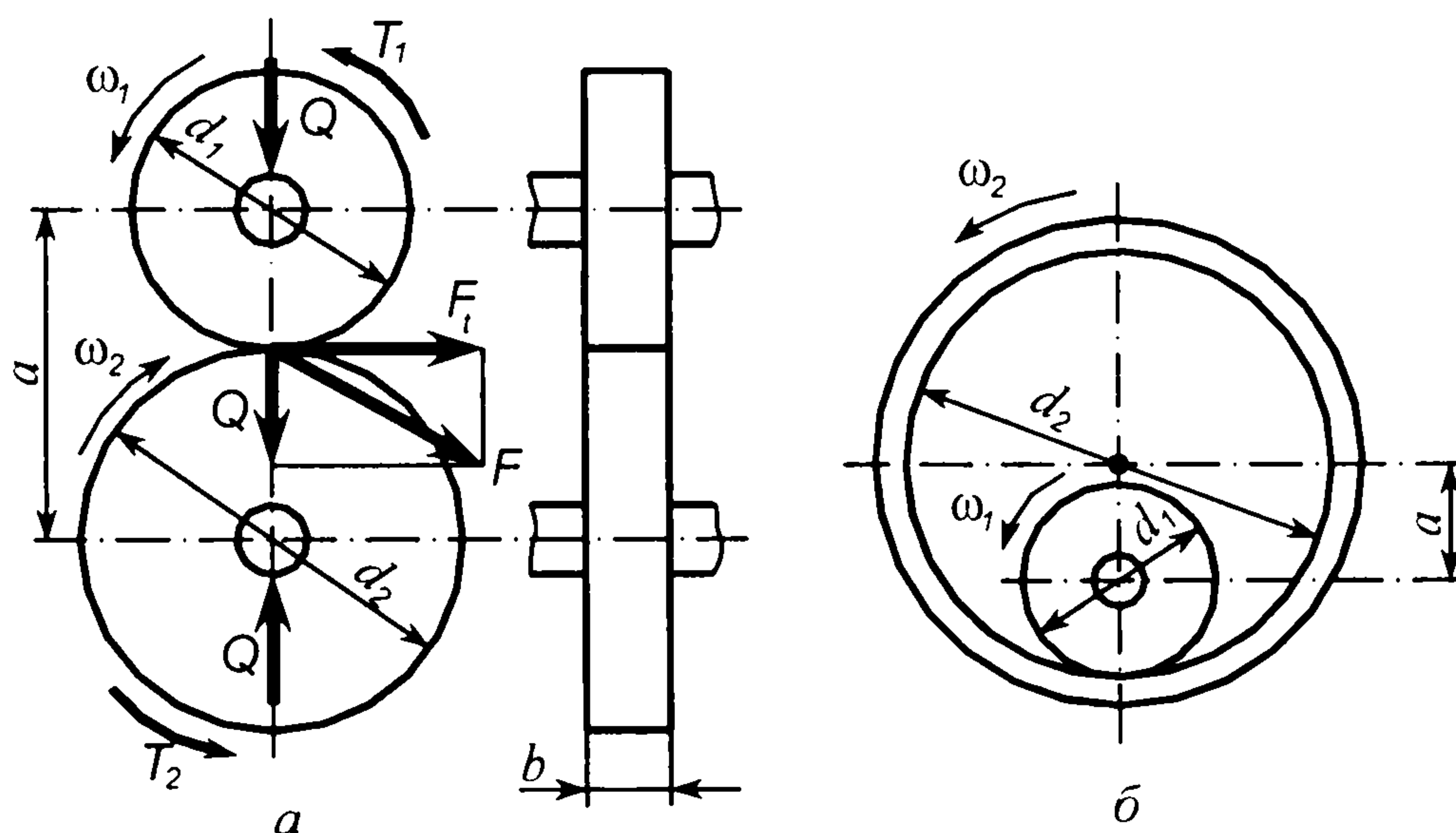


Рис. 20.5. Параметри та навантаження елементів фрикційної передачі

Геометрія та кінематика передачі. Основними розмірами циліндричної фрикційної передачі є діаметри котків d_1 та d_2 , міжосьова відстань a і ширина котків b . Зв'язок між міжосьовою відстанню та діаметрами котків виражається залежністю

$$a = 0,5(d_1 \pm d_2). \quad (20.1)$$

Тут і надалі верхній знак (плюс) належить до передачі із зовнішнім дотиканням котків, а нижній знак (мінус) – до передачі із внутрішнім дотиканням котків.

Ширину котків b вибирають залежно від міжосьової відстані, для чого беруть

$$b = \psi_a a, \quad (20.2)$$

де $\psi_a = 0,20 \dots 0,40$ – коефіцієнт ширини котків. Більші значення ψ_a беруть для точно виготовлених і змонтованих закритих передач, а менші – для менш точних відкритих передач.

У фрикційних передачах колова швидкість v_2 веденого котка дещо менша швидкості v_1 ведучого котка, що пояснюється взаємним проковзуванням, яке зумовлене пружними взаємними зміщеннями точок контакту котків.

Вплив проковзування враховують за допомогою коефіцієнта пружного ковзання

$$\varepsilon = (v_1 - v_2) / v_1, \quad (20.3)$$

Коефіцієнт пружного ковзання ε залежить від пружних властивостей матеріалів котків і визначається дослідним шляхом. Для сталевих котків пружне ковзання незначне $\varepsilon \approx 0,002$; для текстоліту та сталі $\varepsilon \approx 0,01$, а для гуми та сталі $\varepsilon \approx 0,03$.

Оскільки

$$v_1 = \omega_1 d_1 / 2; \quad v_2 = \omega_2 d_2 / 2, \quad (20.4)$$

то передаточне число фрикційної передачі

$$u = \omega_1 / \omega_2 = d_2 / (d_1 (1 - \varepsilon)). \quad (20.5)$$

На практиці для силових фрикційних передач можна приймати $u = d_2 / d_1$.

Інші співвідношення між параметрами циліндричної фрикційної передачі, які будемо використовувати у розрахунках, такі:

$$a = 0,5(d_2 \pm d_1) = 0,5d_1(u \pm 1);$$

$$d_1 = 2a / (u \pm 1); \quad d_2 = 2au / (u \pm 1). \quad (20.6)$$

Зусилля у циліндричній фрикційній передачі. Щоб запобігти буксуванню котків під час передавання зовнішнього навантаження, у фрикційній передачі слід забезпечити умову

$$F_s > F_t, \quad (20.7)$$

де F_s – сила тертя у контакті котків; F_t – колова сила на котках. Враховуючи те, що $F_s = Qf$ і $F_t = 2T_1 / d_1$, а також беручи до уваги коефіцієнт запасу зчеплення котків K , умову (20.7) запишемо у вигляді:

$$Qf = 2T_1 K / d_1, \quad (20.8)$$

де T_1 – обертовий момент на ведучому валу передачі. Рівність (20.8) дозволяє визначити потрібну силу притиску котків Q , яка забезпечує відсутність їхнього проковзування:

$$Q = 2T_1 K / (d_1 f), \quad (20.9)$$

Коефіцієнт тертя ковзання f можна вибрати за таблицею 20.1 залежно від матеріалів котків та умов їхньої роботи. Коефіцієнт запасу зчеплення рекомендують брати: $K = 1,3 \dots 1,5$ – для силових фрикційних передач і $K = 2,5 \dots 3,0$ – для кінематичних фрикційних передач.

Сила, що передається на вали фрикційної передачі, дорівнює сумі сил притиску котків Q та колової сили F_t (див. рис. 20.5):

$$F = \sqrt{Q^2 + F_t^2}. \quad (20.10)$$

Сила F враховується у розрахунку валів, а сила Q – у розрахунку котків на міцність та розрахунку натискного пристрою передачі.

Розрахунок котків на міцність. Сила притискання котків у фрикційних передачах спричинює на їхніх робочих поверхнях значні контактні напруження. Оскільки при обкочуванні котків зона їхнього контакту постійно змінюється, то контактні напруження мають циклічний характер, до того ж у кожній точці робочої поверхні котка один цикл зміни напружень відбувається за один оберт. При такому характері зміни напружень у металевих котках, що

працюють в умовах змащування, руйнування робочих поверхонь відбувається внаслідок втомного викришування. При роботі котків без мастила руйнування здійснюється внаслідок нагрівання та відшаровування частинок матеріалу робочих поверхонь. Щоб запобігти таким формам руйнування металевих котків фрикційних передач, слід обмежувати контактні напруження на робочих поверхнях, що здійснюється відповідним розрахунком котків на міцність за умови:

$$\sigma_H \leq [\sigma]_H, \quad (20.11)$$

Робочі поверхні котків, виготовлених із неметалевих матеріалів, зазнають спрацьовування внаслідок значного пружного ковзання у зоні контакту. Зменшити спрацьовування робочих поверхонь таких котків можна, обмежуючи навантаження, що припадає на одиницю довжини лінії контакту (тиску):

$$q \leq [q]. \quad (20.12)$$

Враховуючи ці умови, можна одержати основні розрахункові залежності. Згідно з формулою Герца (див. п. 10.3) при лінійному дотиканні деталей максимальне контактне напруження

$$\sigma_H = Z_M \sqrt{q / (2\rho_{зв})}. \quad (20.13)$$

Розрахунковий тиск по довжині контакту котків

$$q = QK_\beta / b = 2T_1 K K_\beta / (d_1 f b), \quad (20.14)$$

де $K_\beta = 1,1 \dots 1,3$ – коефіцієнт, що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині котків. Менші значення K_β беруть для точно виготовлених та змонтованих передач з порівняно невеликою шириною котків (малим значенням ψ_u).

Зведена кривина робочих поверхонь котків

$$\frac{1}{\rho_{зв}} = \frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2} = \frac{2}{d_1} \pm \frac{2}{d_2} = \frac{2}{d_1} \left(1 \pm \frac{1}{u} \right) = \frac{2}{d_1} \frac{u \pm 1}{u}. \quad (20.15)$$

Тепер на основі (20.11) та (20.12) запишемо остаточні умови міцності, що використовуються для перевірного розрахунку:
для металевих котків

$$\sigma_H = Z_M \sqrt{[QK_\beta / (b d_1)] (u \pm 1) / u} \leq [\sigma]_H; \quad (20.16)$$

для неметалевих котків

$$q = QK_\beta / b \leq [q]. \quad (20.17)$$

Умови (20.16) та (20.17) можна використовувати у перевірних розрахунках фрикційних котків із відомими розмірами. При цьому коефіцієнт Z_M , що враховує властивості матеріалів котків, треба брати: $Z_M = 275 \text{ МПа}^{1/2}$ – для сталевих котків; $Z_M = 210 \text{ МПа}^{1/2}$ – для чавунних котків і $Z_M = 235 \text{ МПа}^{1/2}$ – для поєднання чавун – сталь. У разі невиконання умов (20.16) і (20.17) слід збільшити ширину b котків.

Формули для проектного розрахунку циліндричних фрикційних передач можна отримати з умов (20.16) і (20.17) підставленням в них сили Q із виразу (20.9) та заміною розмірів b і d_1 через міжосьову відстань

ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА

a за формулами (20.2) та (20.6). У результаті маємо такі формули для проектного розрахунку:

передачі з металевими котками

$$a \geq K_M (u \pm 1) \sqrt[3]{T_1 K_\beta / (u \psi_a f [\sigma]_H^2)}; \quad (20.18)$$

передачі з неметалевими котками

$$a \geq K_H \sqrt{T_1 K_\beta (u \pm 1) / (\psi_a f [q])}. \quad (20.19)$$

Тут $K_M = \sqrt[3]{0,5 \cdot 10^3 K Z_M^2}$ – допоміжний коефіцієнт для металевих котків, що становить (при $K=1,3$): $K_M=370 \text{ МПа}^{1/3}$ – для сталевих котків; $K_M=300 \text{ МПа}^{1/3}$ – для чавунних котків; $K_M=330 \text{ МПа}^{1/3}$ – для поєднання чавун – сталь; $K_H = \sqrt{10^3 K}$ – допоміжний коефіцієнт для неметалевих котків: $K_H=36$ – для силових фрикційних передач ($K=1,3$); $K_H=50$ – для кінематичних передач ($K=2,5$).

У формулах (20.18) та (20.19) T_1 слід підставляти у ньютон-метрах (Н·м), $[\sigma]_H$ – у мегапаскалях (МПа), $[q]$ – у ньютонках на міліметр (Н/мм), міжосьову відстань – у міліметрах (мм).

Залежності (20.18) та (20.19) дозволяють попередньо визначити потрібну мінімальну міжосьову відстань передачі a . За знайденим значенням a підраховують діаметри котків d_1 і d_2 [див. формулу (20.6)], ширину котків b [див. формулу (20.2)] та потрібну силу притискування котків Q [див. формулу (20.9)]. Остаточна перевірка міцності котків за взятими розмірами виконується за умовами (20.16) та (20.17), оскільки перевірний розрахунок передачі є вирішальним.

Деякі рекомендації для визначення допустимих контактних напружень для котків фрикційних передач, що встановлені досвідом експлуатації передач, а також допустимі тиски наведені у табл. 20.1.

Таблиця 20.1. Допустимі контактні напруження $[\sigma]_H$ та тиск $[q]$ для фрикційних передач

Матеріал котків	Умови роботи	Коефіцієнт тертя f	$[\sigma]_H$, МПа	$[q]$, Н/мм
Сталь – сталь	Із мастилом	0,05	(2,5–3,0) НВ	–
Чавун – чавун	Те саме	0,05	$1,5\sigma_B$	–
Сталь – сталь	Без мастила	0,12–0,15	(1,2–1,5) НВ	–
Текстоліт – сталь, чавун	Те саме	0,20–0,25	–	50–80
Фібра – сталь, чавун	» »	0,15–0,20	–	35–40
Шкіра – чавун	» »	0,25–0,35	–	15–25
Гума – сталь, чавун	» »	0,45–0,60	–	10–30

Примітки: 1. Для чавунних котків σ_B – границя міцності при згині.

2. Допустимі контактні напруження наведені для лінійного контакту котків. При точковому контакті $[\sigma]_H$ приблизно у 1,5 рази вищі, ніж дані в таблиці значення.

20.4. Приклад розрахунку фрикційної передачі

Задача. Розрахувати циліндричну фрикційну передачу (див. рис. 20.5, а) за умови, що ведучий коток передає потужність $P_1 = 2$ кВт при кутовій швидкості ($\omega_1 = 100$ рад/с, а потрібна швидкість обертання веденого котка $\omega_2 = 34$ рад/с.

Розв'язання. Для виготовлення котків призначаємо матеріали: ведучий коток із текстоліту, а ведений із сталі 40. При такому поєднанні матеріалів розрахунок передачі ведеться за умови стійкості ведучого котка проти прискореного спрацьовування через обмеження тиску в контактні котків.

Для поєднання матеріалів текстоліт-сталь згідно з табл. 20.1 маємо: коефіцієнт тертя $f = 0,20$; допустимий тиск $[q] = 50$ Н/мм.

Потрібне передаточне число передачі

$$u = \omega_1 / \omega_2 = 100 / 34 = 2,94.$$

За формулою (19.4) на ведучому валу передачі обертовий момент

$$T_1 = P_1 / \omega_1 = 2 \cdot 10^3 / 100 = 20 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Для визначення потрібної міжосьової відстані передачі беремо такі значення розрахункових коефіцієнтів: коефіцієнт ширини котків $\psi_a = 0,3$; коефіцієнт запасу зчеплення $K = 1,3$; коефіцієнт, що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині котків, $K_\beta = 1,2$; допоміжний коефіцієнт $K_H = 36$.

За формулою (20.19) потрібна міжосьова відстань передачі

$$\begin{aligned} a &\geq K_H \sqrt{T_1 K_\beta (u + 1) / (f \psi_a [q])} = \\ &= 36 \sqrt{20 \cdot 1,2 (2,94 + 1) / (0,2 \cdot 0,3 \cdot 50)} = 202,1 \text{ мм}. \end{aligned}$$

За формулами (20.6) діаметри ведучого та веденого котків такі:

$$\begin{aligned} d_1 &= 2a / (u + 1) = 2 \cdot 202,1 / (2,94 + 1) = 102,6 \text{ мм}; \\ d_2 &= d_1 u = 102,6 \cdot 2,94 = 301,6 \text{ мм}. \end{aligned}$$

Беремо округлено $d_1 = 102$ мм; $d_2 = 302$ мм,

Тоді фактичне передаточне число $u = d_2 / d_1 = 302 / 102 = 2,96$.

Фактична міжосьова відстань

$$a = 0,5(d_1 + d_2) = 0,5(102 + 302) = 202 \text{ мм}.$$

Потрібна ширина котків

$$b = \psi_a a = 0,3 \cdot 202 = 60,6 \text{ мм}.$$

Беремо $b = 62$ мм.

За формулою (20.9) потрібна сила притискання котків

$$Q = 2T_1 K / (d_1 f) = 2 \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot 1,3 / (102 \cdot 0,2) = 2549 \text{ Н}.$$

Колова сила на котках

$$F_t = 2T_1 / d_1 = 2 \cdot 20 \cdot 10^3 / 102 = 392 \text{ Н}.$$

За формулою (20.10) сила, що передається на вали фрикційної передачі,

$$F = \sqrt{Q^2 + F_t^2} = \sqrt{2549^2 + 392^2} = 2579 \text{ Н}.$$

Остаточну перевірку стійкості котків проти прискореного спрацьовування виконаємо за умовою (20.17);

$$q = Q K_\beta / b = 2549 \cdot 1,2 / 62 = 49,3 \text{ Н/мм} < [q] = 50 \text{ Н/мм}.$$

Отже, добуті розміри котків можна брати за остаточні.

ГЛАВА 21. ПАСОВІ ПЕРЕДАЧІ

21.1. Загальні відомості та класифікація пасових передач

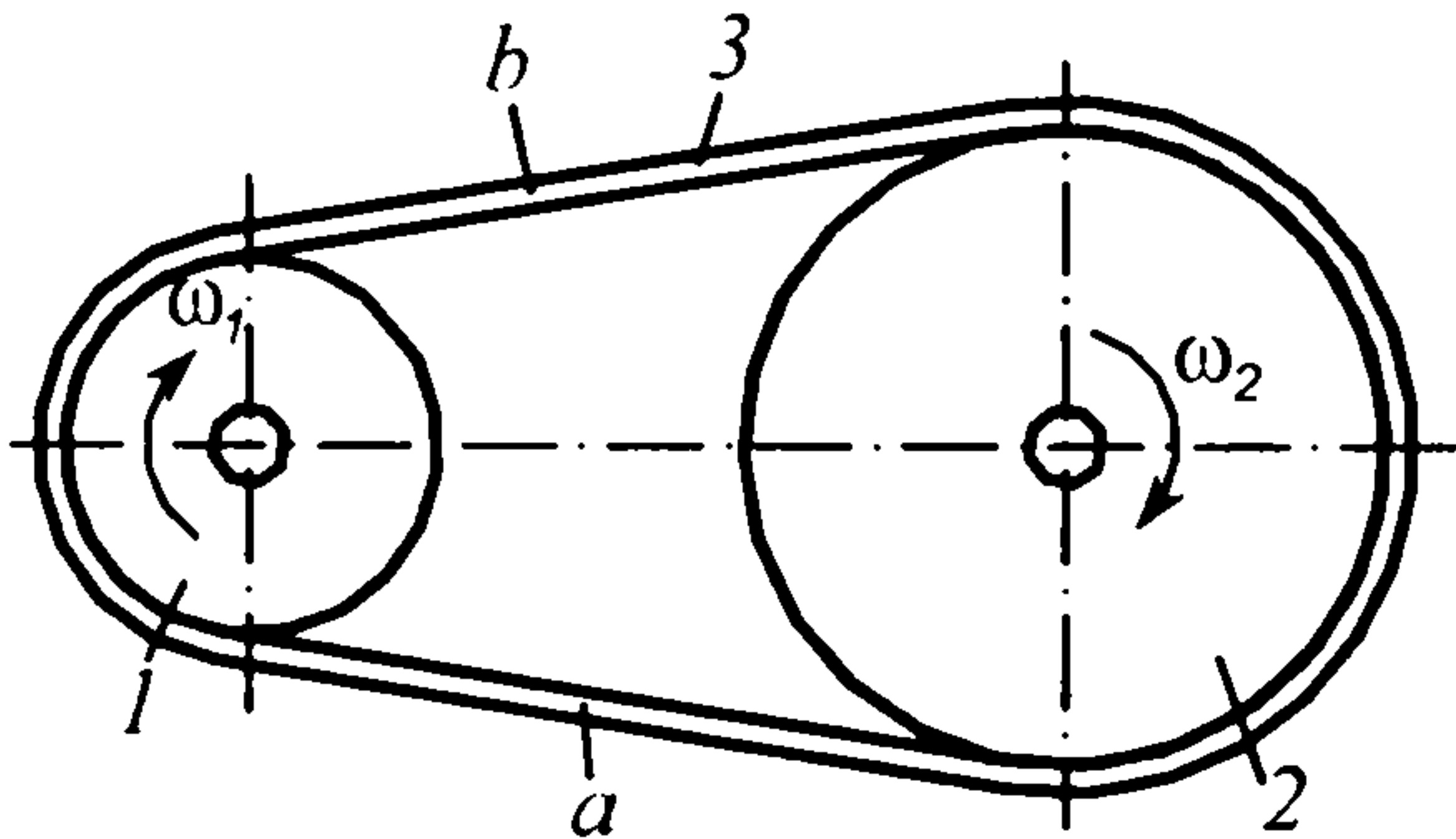


Рис. 21.1. Пасова передача

Звичайна пасова передача (рис. 21.1) складається з ведучого 1 і веденого 2 шківів та замкнутої форми приводного пасу 3, що розміщується на шківах із деяким попереднім натягом. Вільна ділянка *a* пасу, що набігає на ведучий шків, називається *ведучою віткою* паса, а вільна ділянка *b*, що набігає на ведений шків, називається *веденою віткою*. Під час роботи передачі пас передає енергію від ведучого шківа до веденого за рахунок сил тертя, які

виникають між пасом та шківами, тобто сили тертя забезпечують зчеплення паса зі шківами. У пасових передачах попередній натяг пасів створюється за рахунок їхнього пружного розтягу при одяганні на шківів або застосуванням спеціальних натяжних пристроїв.

Пасові передачі переважно використовують для передавання потужностей у діапазоні 0,2–50 кВт. Зустрічаються також передачі для потужностей 500 і навіть 1500 кВт, проте застосування їх має унікальний характер.

Передаточні числа пасових передач сягають 5 – 6 (10). Найчастіше використовують передачі з передаточними числами $u \leq 4$.

Швидкість руху пасів у передачах загального призначення не перевищує 30 м/с. Спеціальні швидкохідні паси допускають при пониженій довговічності швидкості до 50 і навіть до 100 м/с.

ККД пасових передач різних типів становить близько 0,90–0,97.

Порівняно з іншими видами механічних передач пасова передача має деякі специфічні особливості, які визначають доцільність її застосування. Для оцінки пасової передачі порівнюємо її із зубчастою передачею як найпоширенішою. Тоді можна виділити такі основні переваги пасової передачі:

- можливість передавання руху між валами, що знаходяться на значній відстані (до 10 м і більше);
- плавність та безшумність роботи, які зумовлені еластичністю паса;
- запобігання різкому перевантаженню елементів машини внаслідок пружності паса та можливості його проковзування на шківах;
- простота конструкції, обслуговування та догляду під час експлуатації.

До недоліків пасової передачі належать:

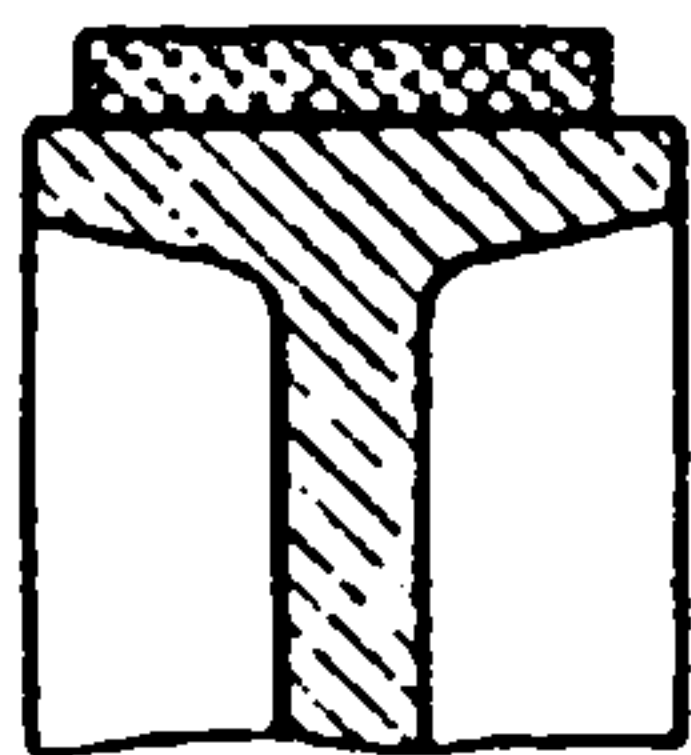
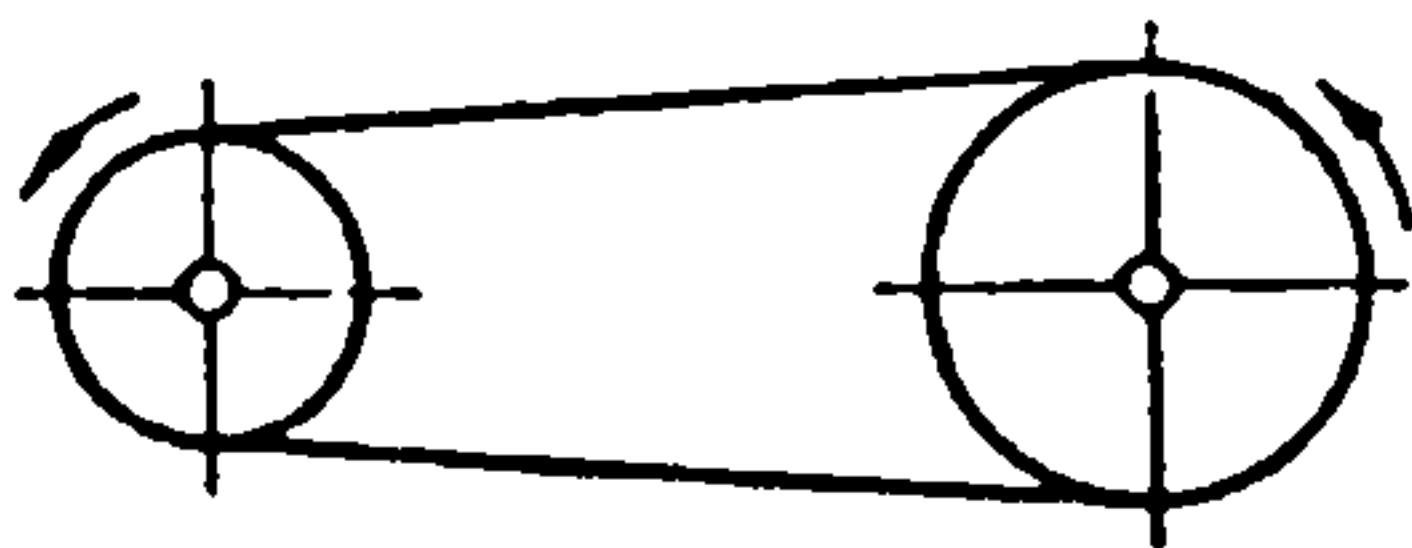
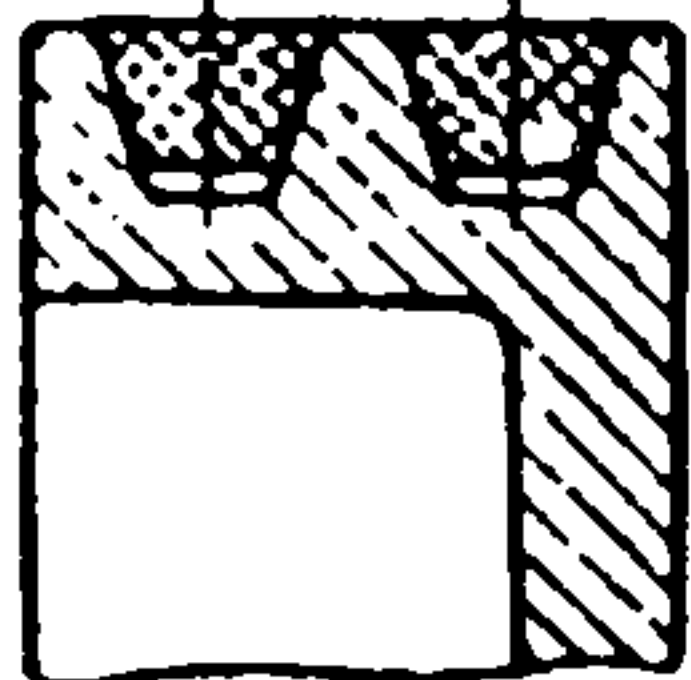
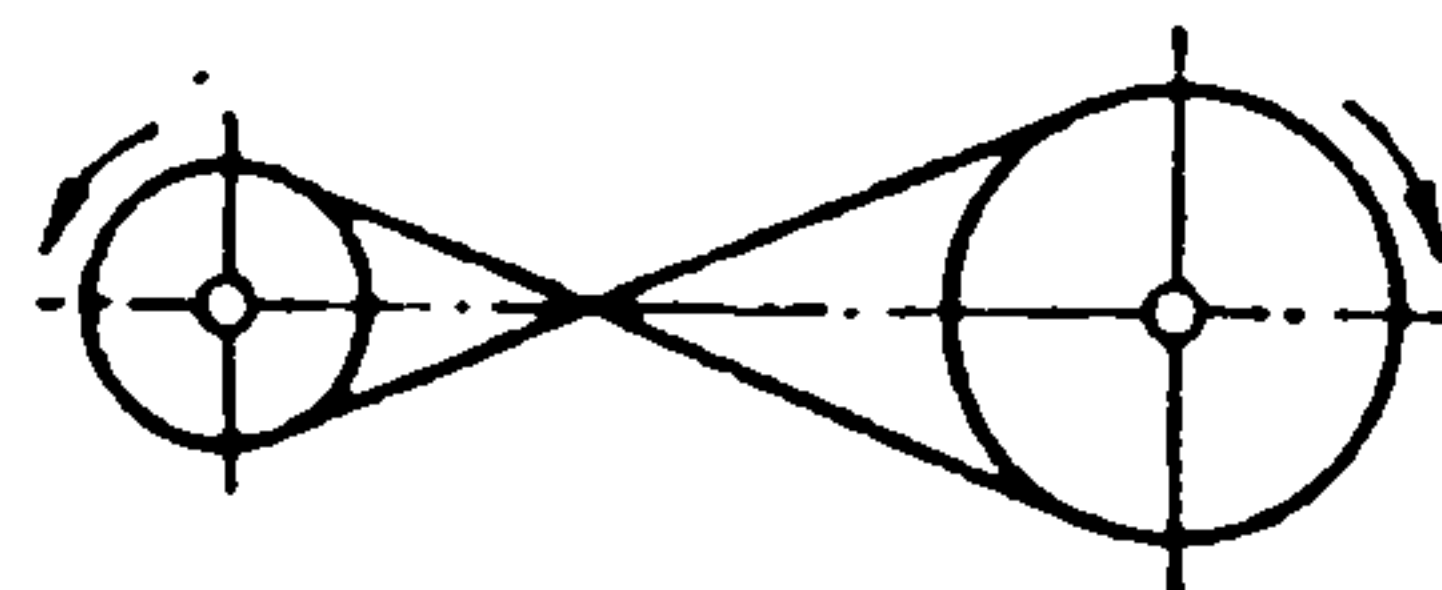
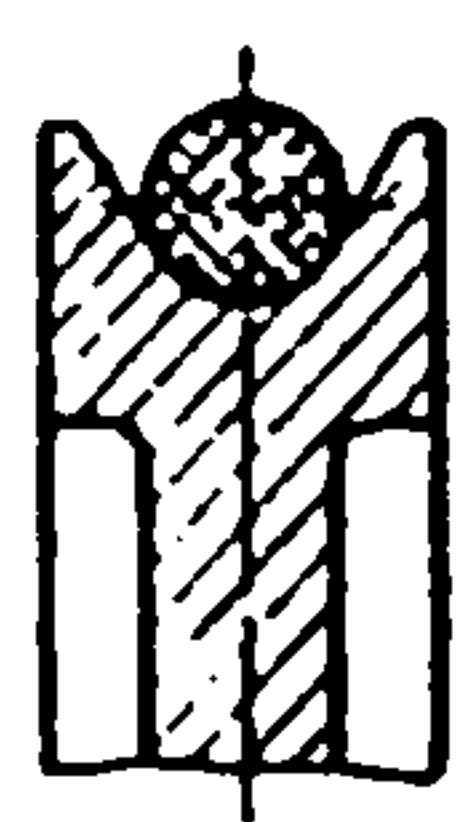
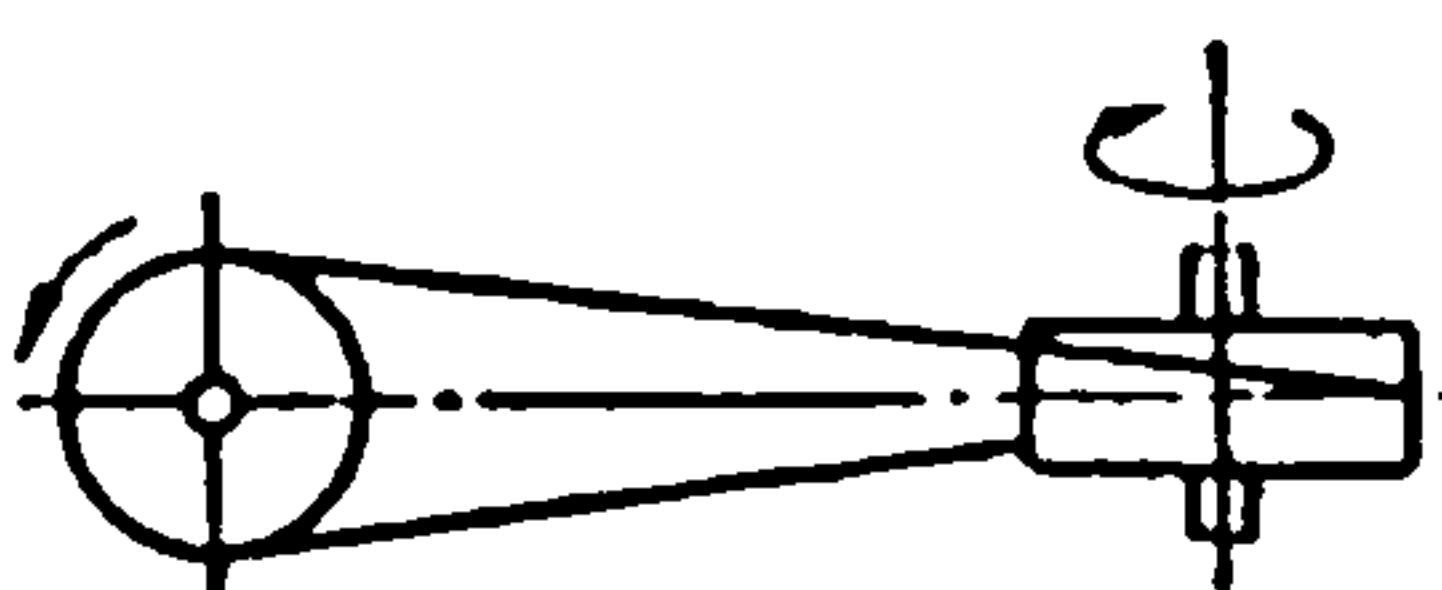
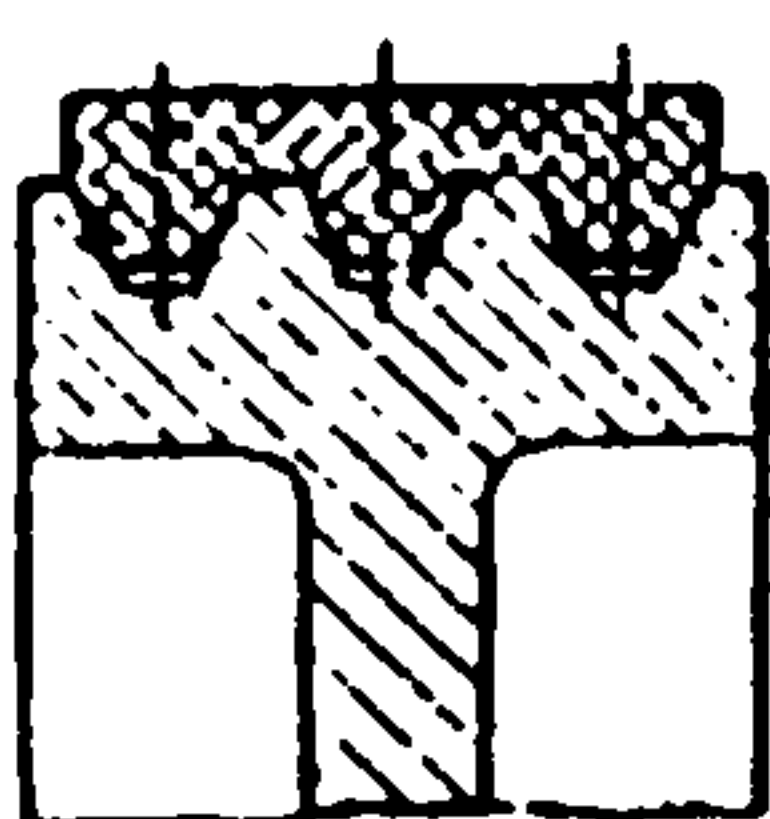
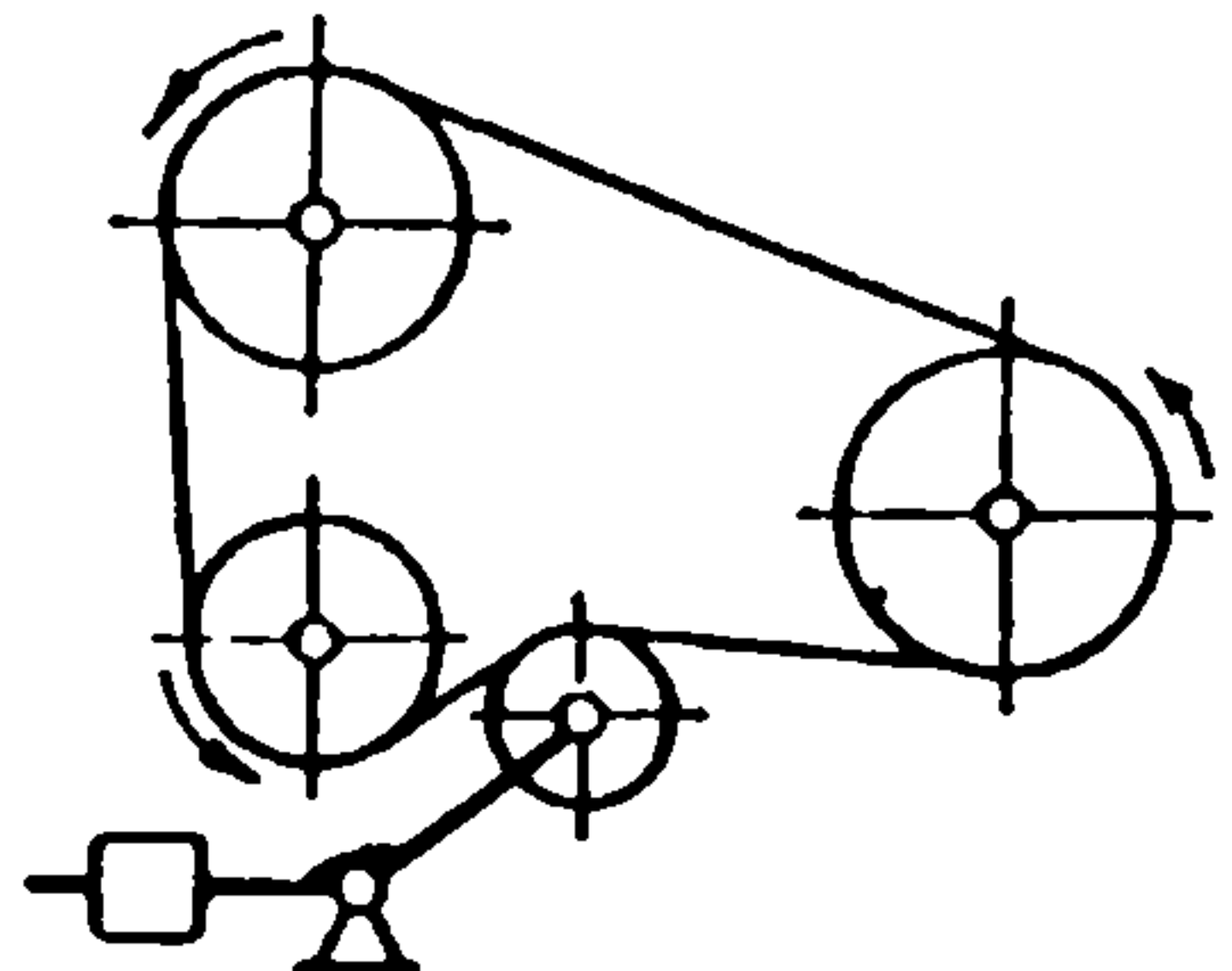
- неможливість виконання малогабаритних передач (для однакових умов навантаження діаметри шківів майже у 5 разів більші, ніж діаметри зубчастих коліс);

- несталість передаточного числа через можливе проковзування паса;
- підвищене навантаження валів та їхніх опор, що пов'язане із потребою доволі високого попереднього натягу паса;
- низька довговічність приводних пасів (у межах 1000-5000 год).

Зазначені недоліки не є перешкодою для застосування пасових передач у приводах електрогенераторів та різних металообробних верстатів, у робочих механізмах текстильної та паперової промисловості, у приводах вентиляційних систем, сільськогосподарських машинах та в різних приладах, наприклад магнітофонах.

Пасові передачі можна класифікувати за різними ознаками. Основні типи пасових передач, що характеризуються формою поперечного перерізу паса, розміщенням валів у просторі та призначенням, наведено в табл. 21.1.

Таблиця 21.1. Основні типи пасових передач

Передача за формою поперечного перерізу паса	За розміщенням валів та призначенням	
	Передача	Призначення
<p>Плоскопасова</p> 	<p>Відкрита</p> 	<p>Використовується при паралельному розміщенні валів та однаковому напрямі їхнього обертання</p>
<p>Клинопасова</p> 	<p>Перехресна</p> 	<p>Застосовується при паралельному розміщенні валів та протилежному напрямі їхнього обертання</p>
<p>Круглопасова</p> 	<p>Напівперехресна</p> 	<p>Використовується у разі передавання руху між валами, осі обертання яких мимобіжні в просторі</p>
<p>З поліклиновим пасом</p> 	<p>Багатошківна із натяжним роликком</p> 	<p>Застосовується для передавання руху кільком паралельно розміщеним валам із можливістю регулювання натягу паса</p>

21.2. Елементи пасових передач

Приводні паси. У пасовій передачі тяговий орган – приводний пас є найважливішим елементом, що визначає роботоздатність та довговічність передачі. До приводних пасів ставлять такі вимоги: висока тягова здатність, тобто достатнє зчеплення зі шківками; достатня міцність, стійкість проти спрацьовування та довговічність; невеликий модуль пружності матеріалу паса; низька вартість.

За матеріалом та конструкцією розрізняють приводні паси кількох типів. Найпоширеніші з них стандартизовані.

Плоскі паси бувають гумотканинні, бавовняні суцільноткані, шкіряні та паси із спеціальних синтетичних матеріалів.

Гумотканинні паси досить часто використовують. Їх виготовляють трьох типів (А, Б і В) із кількох шарів міцної тканини, прогумованої вулканізацією.

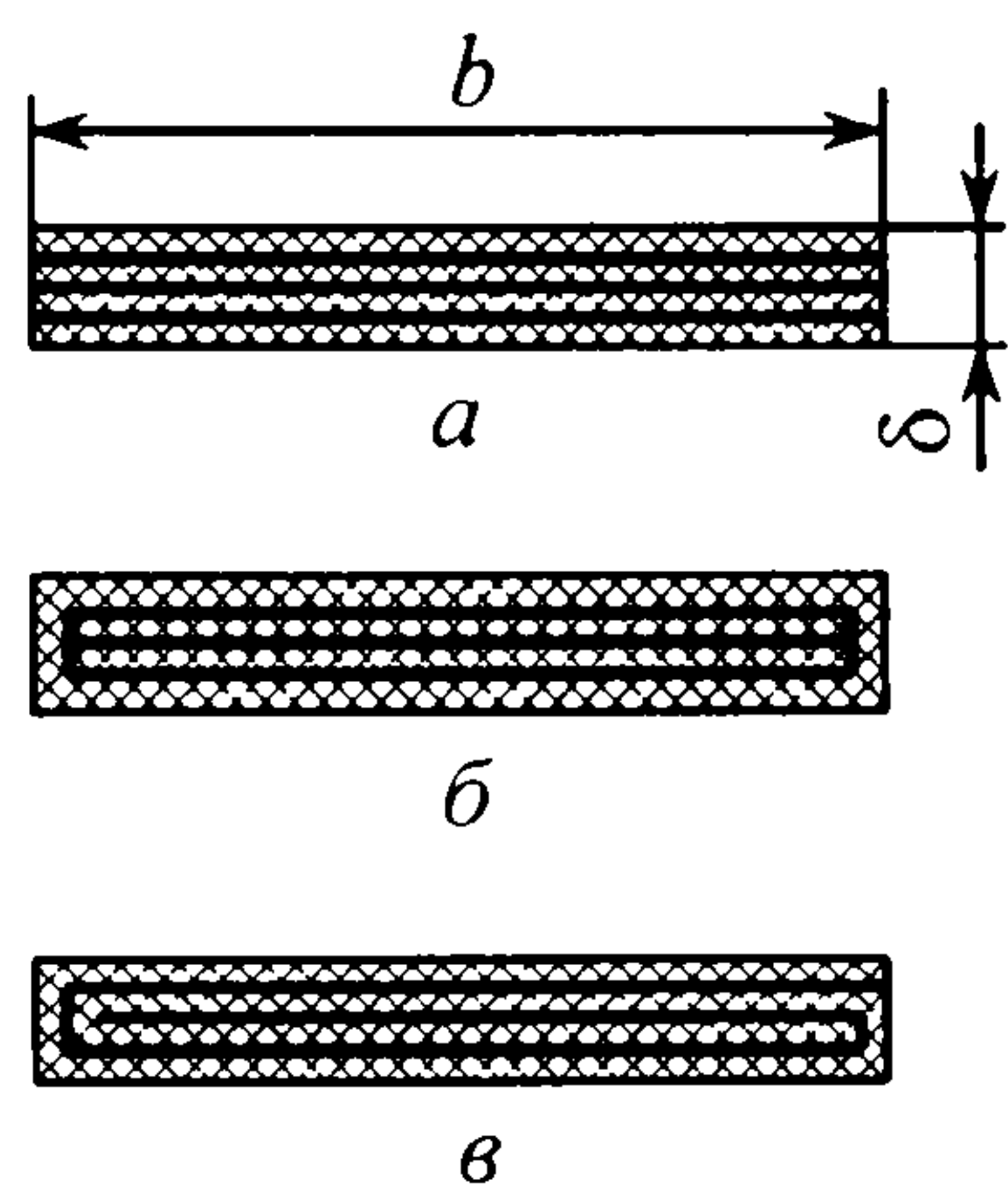


Рис. 21.2. Перерізи плоских гумотканинних пасів

Нарізні паси типу А (рис. 21.2, а) мають кілька шарів плетеної бавовняної тканини (бельтінга), між якими розміщені для підвищення гнучкості прошарки з гуми. Краї пасів типу А покривають водостійкими компонентами.

У пошарово загорнутих пасах типу Б (рис. 21.2, б) прокладки з бельтінга розміщуються таким чином: центральна прокладка охоплюється окремими кільцевими прокладками із взаємно зміщеними стиками. Ці паси виготовляють із гумовими прошарками і без них.

Спірально загорнуті паси типу В (рис. 21.2, в) виготовляють із одного куска бельтінгової тканини без прошарків між прокладками.

Гумотканинні паси виготовляють завширшки 20–1200 мм із числом прокладок 2–9, завтовшки 1,25–2 мм кожна. Їх випускає промисловість у вигляді довгих стрічок. Тільки для підвищених швидкостей та для машин масового випуску гумотканинні паси можуть виготовлятися замкнутої форми (у вигляді кільця) завширшки 30, 40 і 50 мм, завтовшки 1,75, 2,5 і 3,3 мм і завдовжки 500–2500 мм.

Із гумотканинних пасів переважного поширення набули паси типу А як найгнучкіші. Модуль пружності таких пасів $E=200\dots350$ МПа.

Допустима найбільша швидкість для пасів типу А – 30 м/с, типу Б – 20 м/с і типу В – 15 м/с.

Бавовняні суцільноткані паси виготовляють із бавовняної пряжі у кілька переплетених шарів певної ширини 30–250 мм, завтовшки 4,5–8,5 мм.

Для захисту бавовняних пасів від атмосферного впливу, а також для збільшення їхньої довговічності і зменшення збігання у вільному стані їх просочують спеціальним розчином з озокериту та бітуму. Бавовняні паси

найдешевші, але за несучою здатністю та довговічністю поступаються гумотканинним пасам і тому їх застосовують переважно у передачах невеликої потужності при швидкостях до 25 м/с. Для роботи в сирих приміщеннях або у хімічно активних середовищах, а також при температурах вище від 50 °С бавовняні паси не використовують.

Шкіряні паси виготовляють із окремих нарізаних смуг шкіри склеюванням їх спеціальним клеєм або зшиванням.

Стандартні шкіряні паси завширшки 20–300 мм і завтовшки 3–10 мм призначені для передавання малих та середніх потужностей.

Шкіряні паси мають високу тягову здатність, достатньо міцні і тому вони, з точки зору надійності та довговічності, кращі за інші, особливо під час роботи в умовах змінних навантажень. Вони можуть працювати при швидкостях до 45 м/с, однак через високу вартість шкіряні паси застосовують рідко.

Паси із синтетичних матеріалів є найперспективнішими. Вони мають високу статичну міцність та довговічність. Армовані плівкові багат шарові паси на основі синтетичних поліамідних матеріалів можуть працювати при швидкостях до 80 м/с і передавати потужність до 3000 кВт. Для підвищення тягової здатності синтетичних пасів використовують спеціальні фрикційні покриття їхніх робочих поверхонь.

Клинові паси нормального перерізу для приводів загального призначення стандартизовані (ГОСТ 1284.1-89). Їх виготовляють двох типів: кордтканинні та кордшнурові.

Кордтканинні клинові паси (рис. 21.3, а) складаються з кількох шарів прогумованої кордтканини 2, яка є основним елементом, що передає навантаження (вона розміщена приблизно симетрично до нейтрального шару перерізу паса), гумового або гумотканинного шару розтягу 1, який розміщується над кордом, гумового або рідше гумотканинного шару стиску 3 нижче корду, кількох шарів обгорткової прогумованої тканини 4.

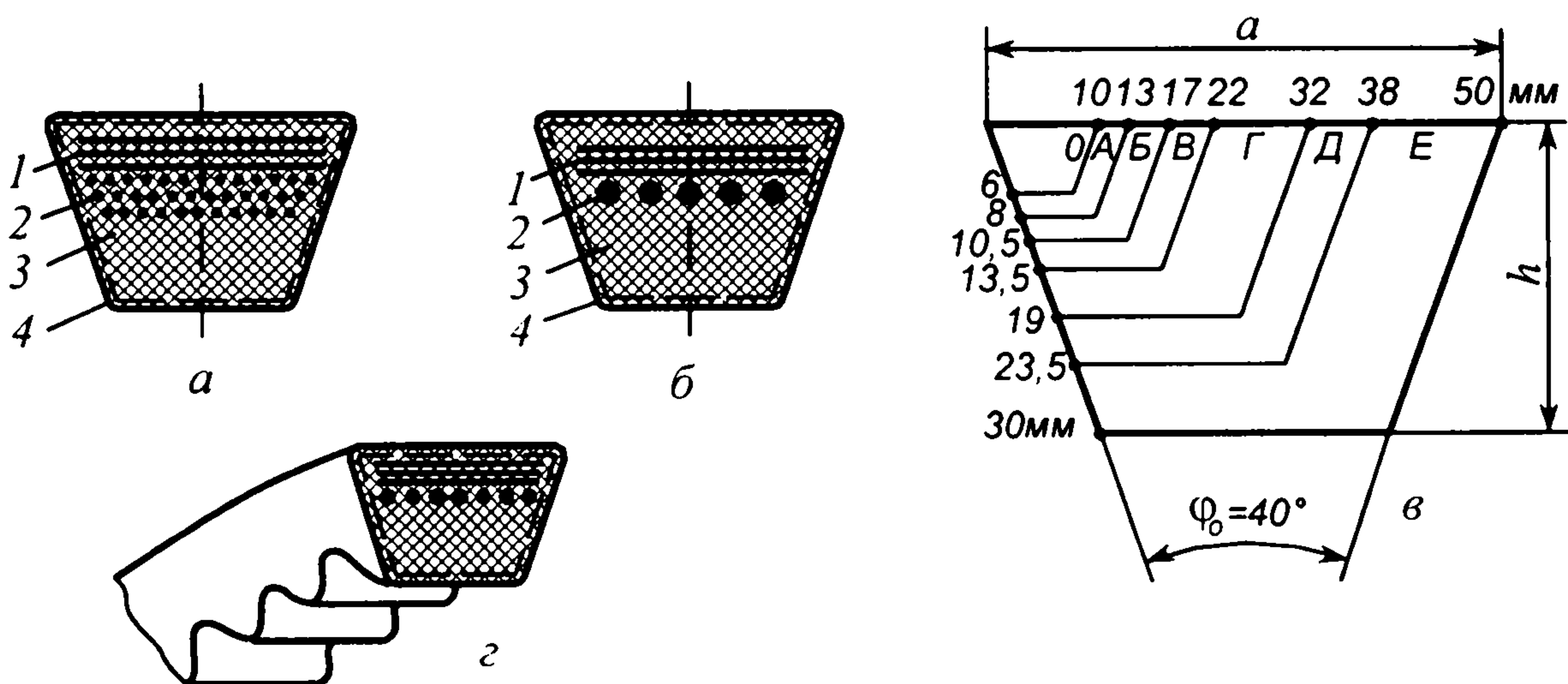


Рис. 21.3. Перерізи клинових пасів

Кордшнурові клинові паси (рис. 21.3, б) відрізняються від кордтканинних тим, що в них на місці шарів кордтканини передбачається один шар кордшнура 2 завтовшки 1,6–1,7 мм, шар розтягу 1 виконаний із гуми середньої твердості, а шар стиску 3 – з твердішої гуми.

Клинові паси виготовляють семи різних за розмірами перерізів, які позначають: О (Z), А (А), Б (В), В (С), Г (D), Д (Е), Е (ЕО). Тут у дужках вказані міжнародні позначення. Основні розміри цих перерізів показані на рис. 21.3, в. Клинові паси виготовляють замкнутої форми з різними стандартними довжинами.

Кордшнурові паси як гнучкіші та довговічніші використовують у більш важких умовах роботи пасової передачі. Допустима максимальна швидкість для клинових пасів з перерізами О, А, Б і В – до 25 м/с, а для перерізів Г, Д і Е – до 30 м/с.

У клинопасових передачах із шківками малих діаметрів використовують клинові паси з гофрами (рис. 21.3, г). Широке застосування мають також вузькі клинові паси з відношенням $a/h \approx 1,2$ (для пасів нормального перерізу $a/h \approx 1,6$). Вузькі паси передають у 1,5 – 2 рази більшу потужність, ніж звичайні такого ж перерізу, і допускають роботу при швидкостях до 40 – 50 м/с. Такі паси умовно позначають: УО, УА, УБ і УВ.

Поліклинові паси мають поздовжні клинові виступи на внутрішній стороні (рис. 21.4), їх виконують замкнутої форми. У плоскій частині паса розміщується кордшнур 1, який сприймає навантаження, і гумовий або гумотканинний шар розтягу 2. Ці паси поєднують переваги клинових пасів (підвищене зчеплення зі шківками) та гнучкість, характерну для плоских пасів, внаслідок чого мінімальний

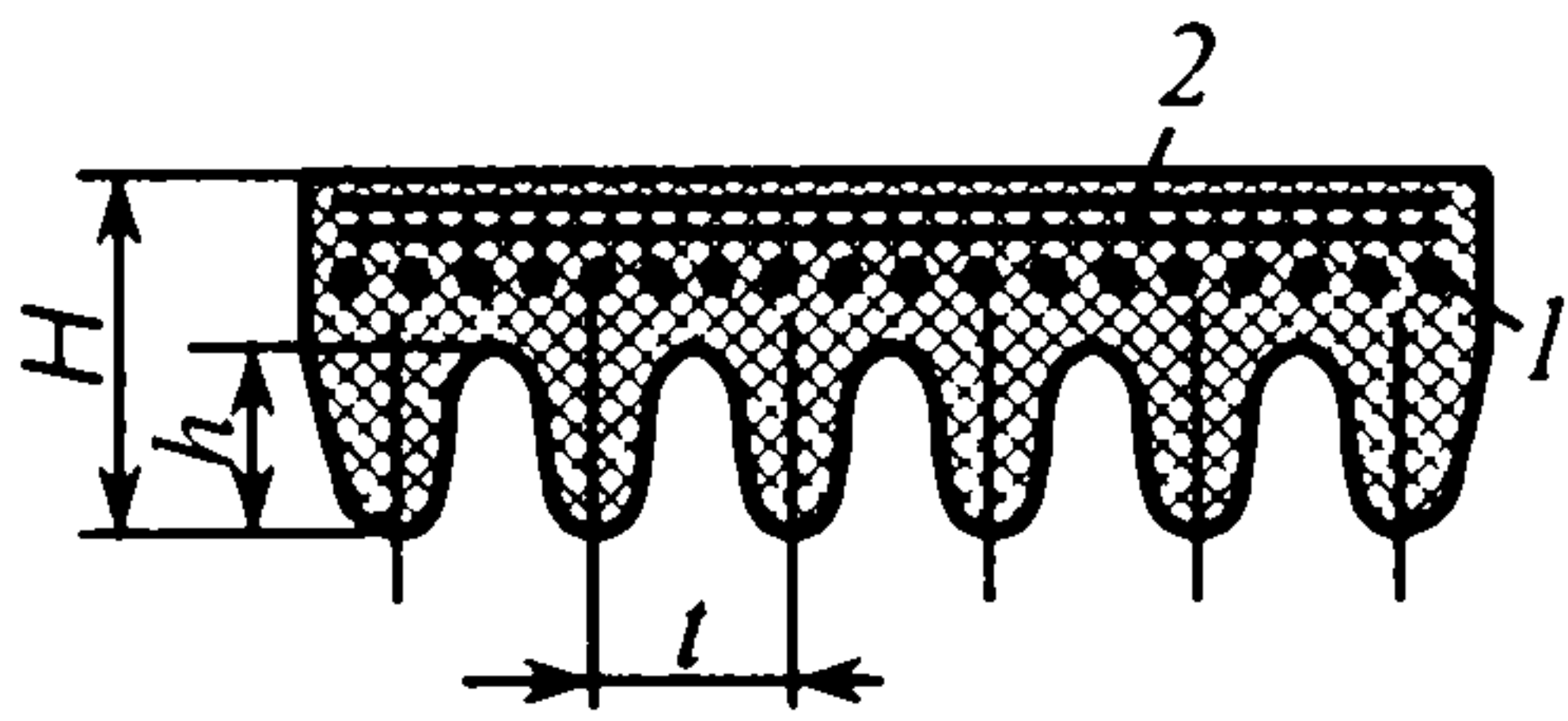


Рис. 21.4. Переріз поліклинового паса

діаметр малого шківки можна призначити меншим і збільшувати передаточне число передачі до 12–15.

Круглі паси виготовляють шкіряними, гумотканинними, бавовняними, капроновими. Найуживанішими є круглі паси діаметром 4–8 мм. Ці паси мають низьку несучу здатність і їх застосовують для передавання невеликих потужностей, найчастіше в різних передавальних пристроях приладів.

Шків пасових передач. Шків пасової передачі (рис. 21.5, а) переважно має обід 1, який безпосередньо несе пас, маточину 3, за допомогою якої шків розміщується на валу, та диск 2 (або спиці), що з'єднує обід із маточиною.

Форма робочої поверхні обода шківки визначається формою поперечного перерізу паса.

Для плоских пасів найбажанішою формою робочої поверхні шківки є гладка полірована поверхня. Для зменшення спрацьовування паса, яке викликається пружним ковзанням, шорсткість робочої поверхні обода повинна мати $R_z < 10$ мкм.

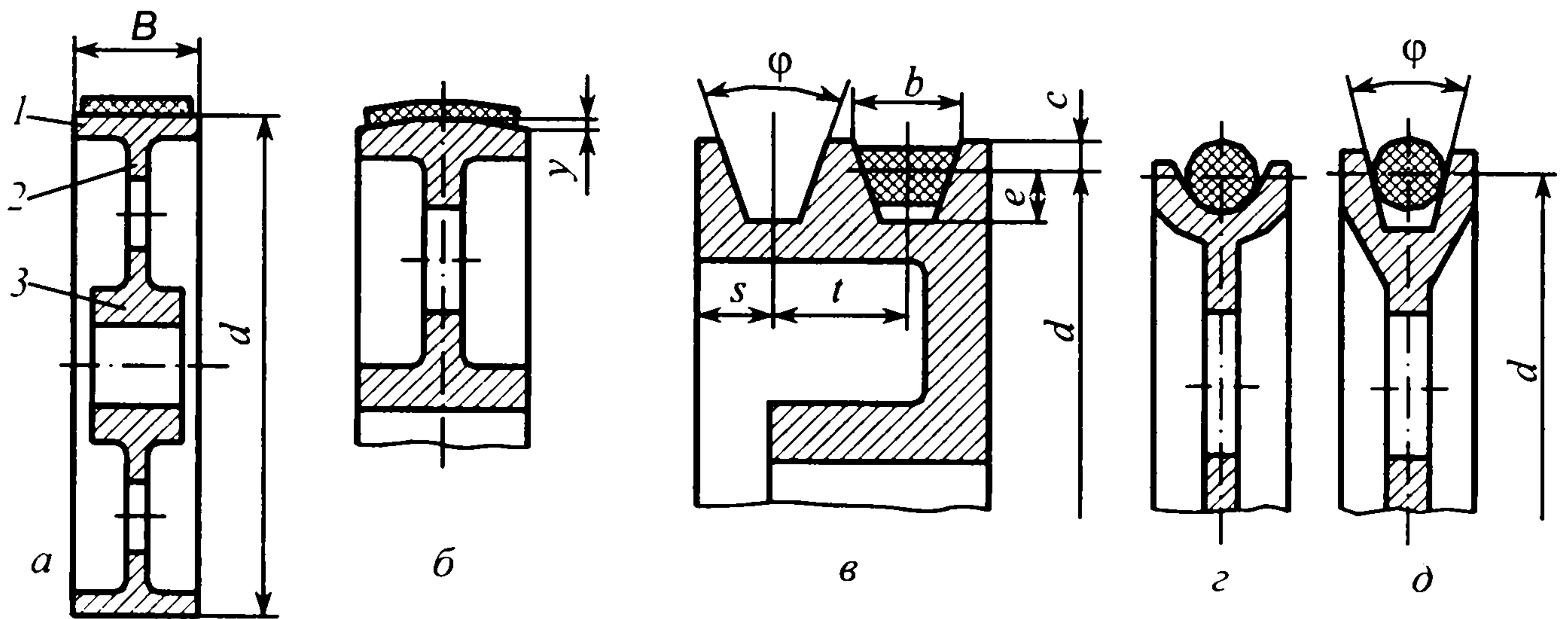


Рис. 21.5. Конструкції шківів

Щоб забезпечити центрування паси, робочу поверхню одного із шківів роблять випуклою (рис. 21.5, б), описаною в осьовому перерізі шківа дугою кола. Основні розміри шківів – діаметр d , ширина b (залежно від ширини паси b), а також стрілка випуклості обода y , регламентовані стандартами. Можна брати: $B \approx 1,1b + (5 \dots 8)$ мм; $y \approx B/200$. Діаметри шківів вибирають із стандартного ряду, мм: 50, 63, 80, 90, 100, 112, 125, 140, 160, 180, 200, 225, 250, 280, 320, 360, 400, 450, 500, 560, 710, 800, 900, 1000, ..., 4000.

Для *клинових пасів* робочою поверхнею є бокові сторони клинових жолобків на ободі шківа. Розміри та кількість жолобків визначаються профілем перерізу паси та кількістю клинових пасів, що одночасно працюють на шківі (рис. 21.5, в). Профіль перерізу клинового паси при згині на шківі спотворюється і тому кут клину паси (рис. 21.5, в) порівняно з початковим ($\varphi_0 = 40^\circ$) змінюється. Отже, кут φ профілю жолобків шківа беруть залежно від його діаметра. Для стандартних клинових пасів розміри жолобків шківів згідно з рис. 21.5, в подані у табл. 21.2.

Таблиця 21.2. Розміри, мм, жолобків шківів для клинових пасів

Переріз паси	c	e	t	s	b
О	2,5	7,5	12	8	10,1
А	3,5	9	15	10	13,1
Б	4,2	11	19	12,5	17,2
В	5,7	14,5	25,5	17	22,8
УО	2,5	10	12	8	13,2
УА	3,3	13	15	10	17,2

Для круглих пасів мінімальний діаметр шківа $d_{\min} \geq 20d_0$, де d_0 діаметр паси. Профіль жолобків на шківі виконують напівкруглим або клиновим із кутом $\varphi = 40^\circ$ (рис. 21.5, г, д).

Розміри жолобків обода шківа для поліклинових пасів вибирають згідно з технічними умовами.

Шківи пасових передач виготовляють із чавуну, сталі, легких сплавів, пластмас.

Натяжні пристрої у пасових передачах застосовують для створення попереднього натягу, компенсації витягування паса в процесі його експлуатації, а також збільшення кутів охоплення шківів, які впливають на тягову здатність.

За конструкцією та принципом роботи натяжні пристрої можна поділити на три групи: полозки та хитні плити; натяжні та відтяжні ролики; пристрої з автоматичним регулюванням натягу паса.

Полозки (рис. 21.6, а) та хитні плити (рис. 21.6, б) є найпростішими натяжними пристроями, що використовуються у пасових передачах із регульованою відстанню між шківами. Ці пристрої прості за конструкцією і забезпечують протягом деякого періоду експлуатації сталість попереднього натягу паса. Тому їх раціонально використовувати у передачах з постійним у часі робочим навантаженням.

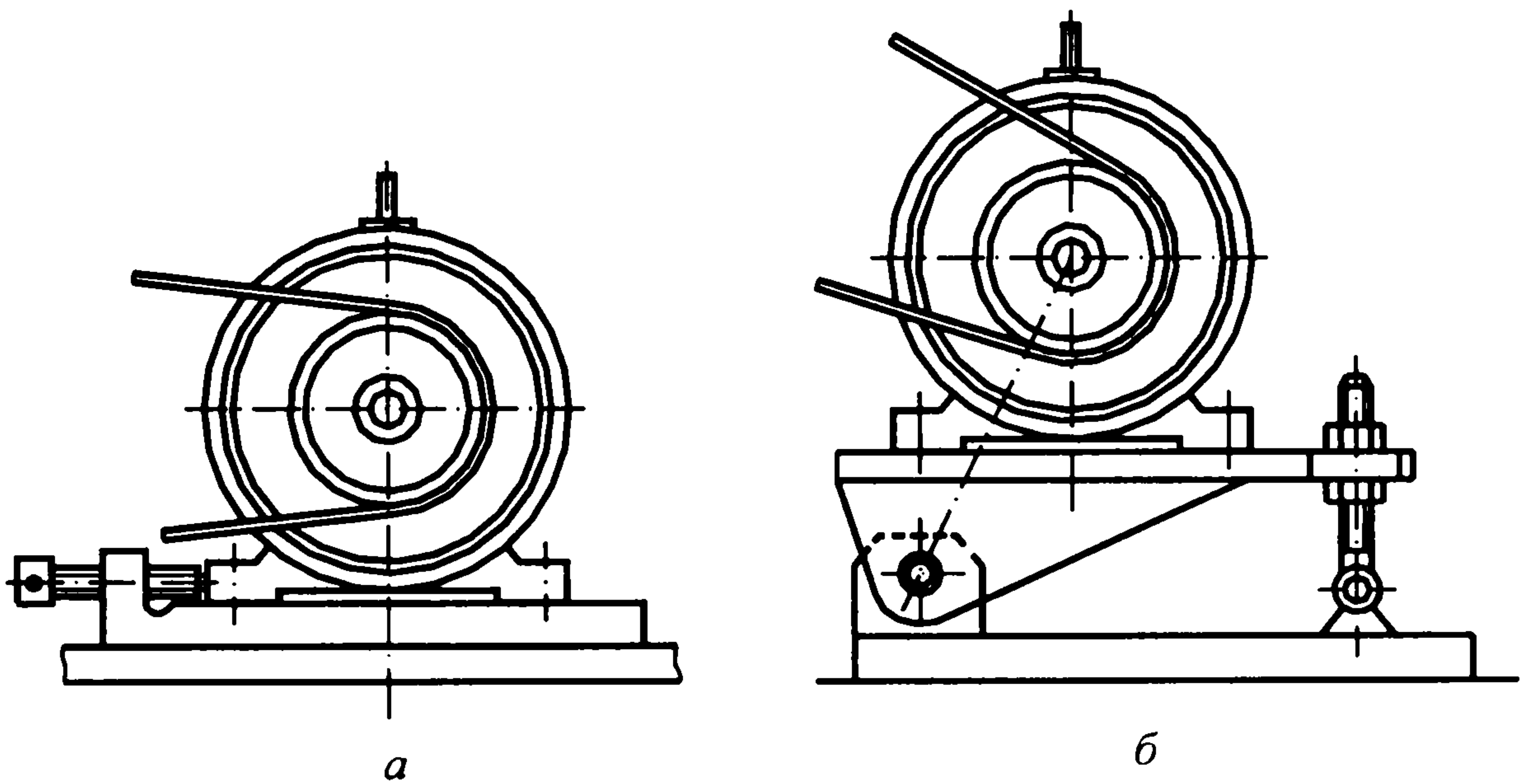


Рис. 21.6. Натяжні пристрої пасових передач

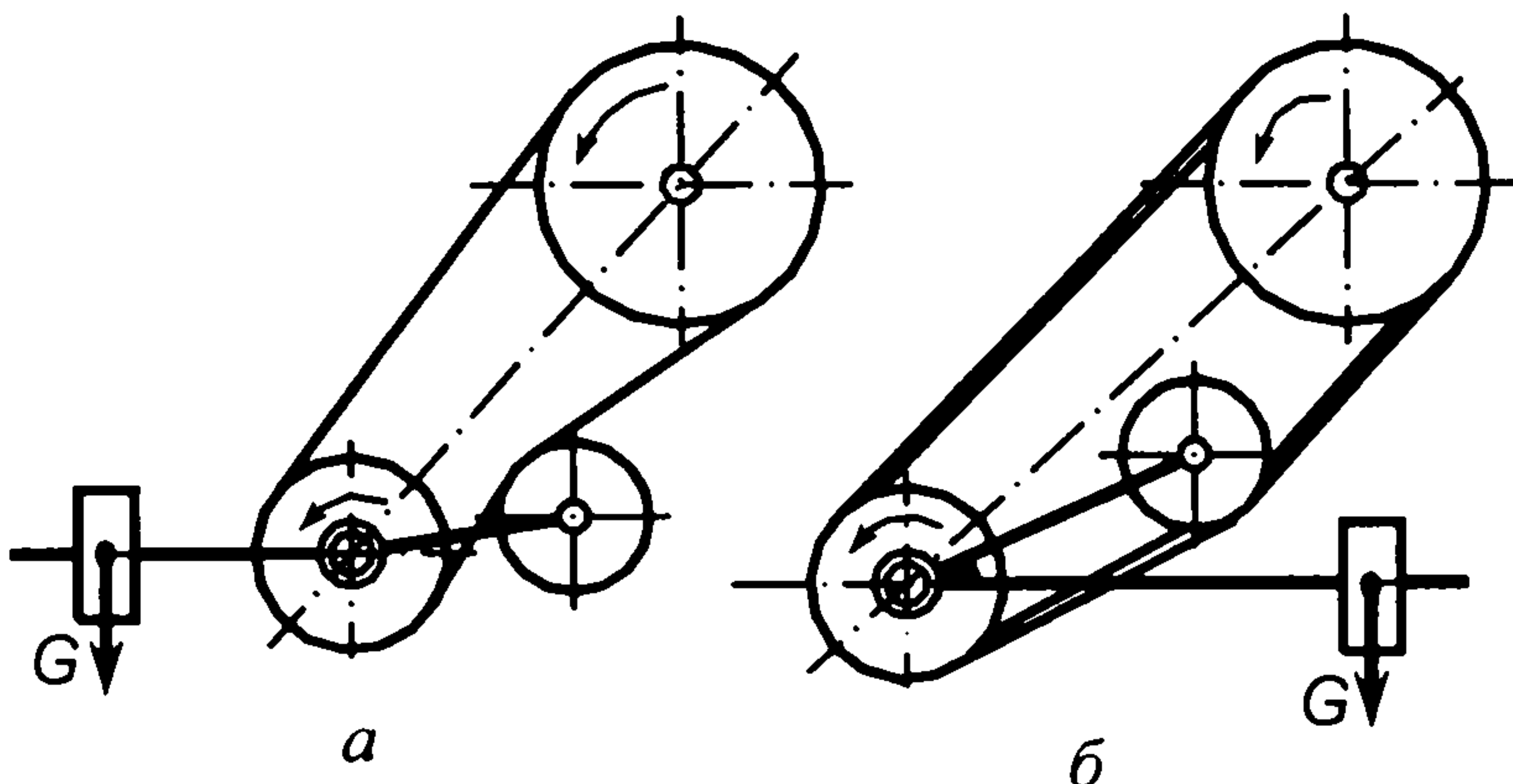


Рис. 21.7. Способи забезпечення натягу приводних пасів

Натяжні ролики застосовують для пасових передач із постійною відстанню між осями шківів. Натяжний ролик – шків з гладким ободом, який притиснутий до зовнішньої поверхні веденої вітки паса близько меншого шківа і вільно обертається (рис. 21.7, а). Притискання ролика до паса може здійснюватись встанов-

леним на важелі тягарцем або натягом відповідної пружини. У передачах з натяжним роликком збільшується кут охоплення малого шківів, поліпшується робота передачі з великим передаточним числом при малій відстані між осями валів. Однак ролик спричинює додатковий (і до того ж в обернену сторону) згин паса, що значно прискорює його руйнування.

Відтяжні ролики застосовують у клинопасових передачах (рис. 21.7, б). Тут пас зазнає лише одностороннього згину, що значно менше впливає на його довговічність, проте зменшуються кути обхвату пасом шківів.

Натяжні та відтяжні ролики також раціонально застосовувати при постійному робочому навантаженні передачі, бо вони забезпечують постійний натяг паса.

Пристрої для автоматичного натягу паса залежно від корисного навантаження та інші способи забезпечення натягу приводних пасів наводяться у відповідній спеціальній літературі.

21.3. Пружне ковзання паса та кінематика пасової передачі

Під час передавання робочого навантаження зусилля у ведучій та веденій вітках пасової передачі не рівні між собою. Порівняно із зусиллям попереднього натягу зусилля у ведучій вітці збільшується, а у веденій зменшується. Тому робота передачі з пружним пасом неминуче супроводжується пружним ковзанням паса на шківів.

За умовою неперервності руху паса відносно пружне ковзання дорівнює різниці відносних видовжень ε_1 і ε_2 відповідно ведучої і веденої віток паса:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2. \quad (21.1)$$

Згідно із законом Гука відносні видовження віток можуть бути виражені через зусилля у вітках F_1 і F_2 , площу перерізу A та модуль пружності матеріалу паса E :

$$\varepsilon_1 = F_1 / (EA); \quad \varepsilon_2 = F_2 / (EA). \quad (21.2)$$

Тому відносне ковзання паса в передачі можна визначити за формулою

$$\varepsilon = (F_1 - F_2) / (EA). \quad (21.3)$$

Швидкість точок паса дорівнює коловій швидкості шківів тільки на дугах спокою. Але протилежні кінці кожної вітки дотикаються шківів у точках із різними коловими швидкостями. Зв'язок між цими швидкостями виражається залежністю

$$v_2 = v_1(1 - \varepsilon). \quad (21.4)$$

Оскільки $v_1 = \omega_1 d_1 / 2$ і $v_2 = \omega_2 d_2 / 2$, передаточне число пасової передачі

$$u = \omega_1 / \omega_2 = d_2 / [d_1(1 - \varepsilon)]. \quad (21.5)$$

Для пасів у правильно відрегульованих пасових передачах відносне ковзання здебільшого не перевищує 0,015-0,020. Тому у силових пасових передачах допускається передаточне число визначати за спрощеною формулою

$$u = d_2 / d_1. \quad (21.6)$$

21.4. Сили та напруження у вітках пасової передачі

Зусилля та напруження в пасі від його попереднього натягу. Для створення умов виникнення сил тертя між пасом та шківом пас треба одягти на шків із деяким попереднім натягом. На рис. 21.8, а показана пасова передача у передпусковому стані, тобто без навантаження ($T_1=T_2=0$) і в стані спокою. В такому разі вітки паса навантажені тільки зусиллям попереднього натягу F_0 , яке спричинює в довільному поперечному перерізі площею A паса напруження попереднього натягу

$$\sigma_0 = F_0/A. \quad (21.7)$$

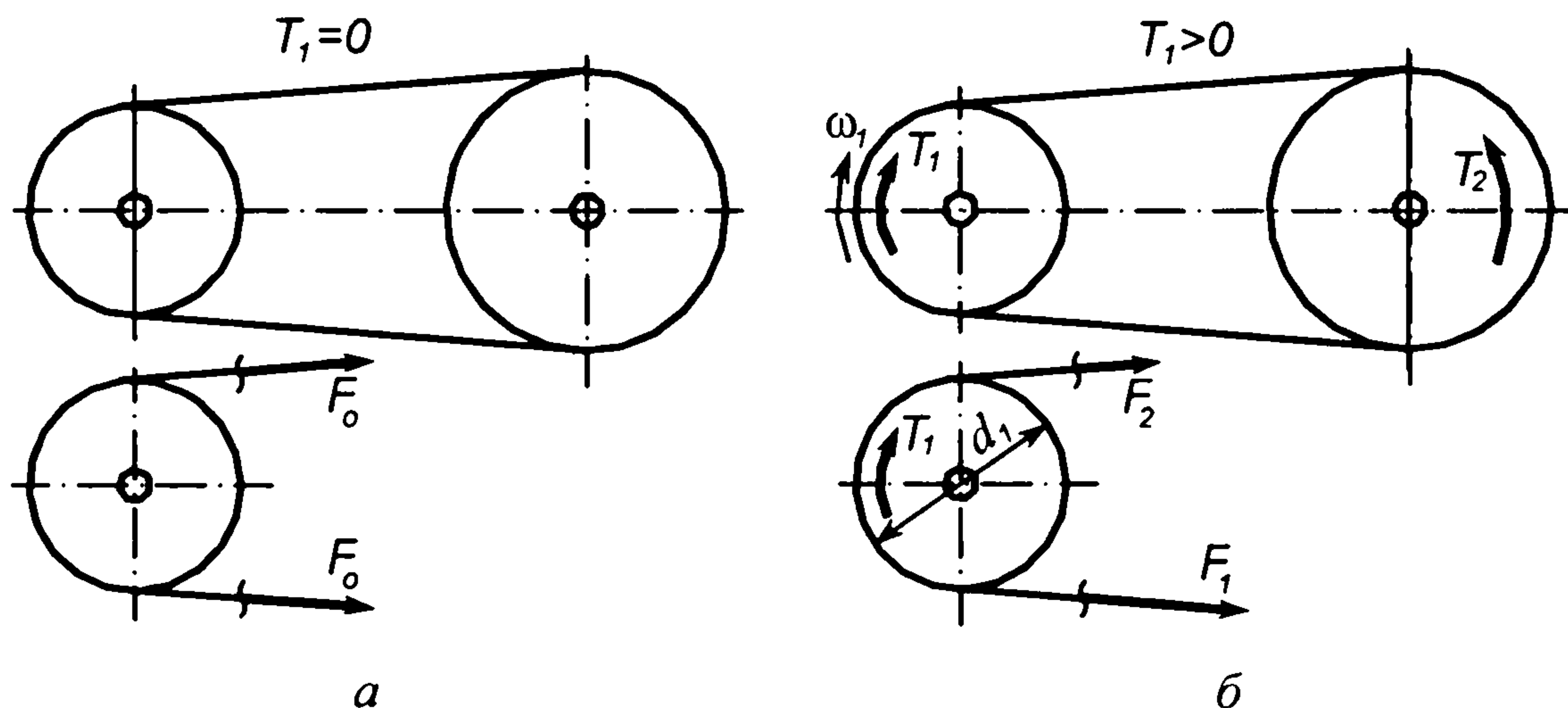


Рис. 21.8. До визначення зусиль у вітках паса

Зусилля та напруження у вітках при передаванні робочого навантаження. Після прикладення робочого навантаження (обертові моменти T_1 на ведучому шківі і T_2 на веденому шківі) зусилля у вітках паса змінюється (рис. 21.8, б): у ведучій вітці зусилля збільшується і стає F_1 , а у веденій зменшується і стає F_2 . За умовою рівноваги шківів маємо:

$$T_1 = (F_1 - F_2)d/2 \quad \text{або} \quad F_1 - F_2 = F_t, \quad (21.8)$$

де $F_t = 2T_1/d_1$ – колова сила на шківі, або корисне навантаження паса.

Зв'язок між F_0 , F_1 та F_2 можна встановити з таких міркувань. Довжина паса не залежить від навантаження і залишається незмінною як у ненавантажених, так і у навантажених передачах. Відповідно додаткове витягування ведучої вітки компенсується однаковим скороченням веденої вітки. Тому збільшення зусилля у ведучій вітці на ΔF забезпечує зменшення зусилля у веденій вітці на ΔF (при лінійній залежності між силою та деформацією), тобто

$$F_1 = F_0 + \Delta F; \quad F_2 = F_0 - \Delta F.$$

Записані два рівняння дозволяють отримати вираз

$$F_1 + F_2 = 2F_0. \quad (21.9)$$

Тепер із рівностей (21.8) та (21.9) випливає

$$F_1 = F_0 + 0,5F_t; \quad F_2 = F_0 - 0,5F_t. \quad (21.10)$$

Ці два рівняння виражають сили натягу ведучої та веденої віток залежно від сили попереднього натягу F_0 та корисного навантаження F_t , але не розкривають тягової здатності передачі, яка пов'язана з силами тертя між пасом та шківом.

Співвідношення сил натягів F_1 ведучої та F_2 веденої віток під час роботи передачі (без урахування дії відцентрових сил) визначають за відомим рівнянням Ейлера, отриманим для гнучкої нерозтяжної нитки, що ковзає по циліндричній поверхні:

$$F_1/F_2 = e^{f\alpha},$$

Отже, маємо співвідношення між зусиллями у вітках паса з урахуванням сили тертя між пасом та шківом:

$$F_1 = F_2 e^{f\alpha}, \quad (21.11)$$

де e – основа натурального логарифму;
 f – коефіцієнт тертя між пасом і шківом;
 α – кут обхвату пасом меншого шківа.

Розв'язуючи спільно рівняння (21.10) та (21.11), матимемо:

$$F_1 = F_t \frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1}; \quad F_2 = F_t \frac{1}{e^{f\alpha} - 1}; \quad F_0 = 0,5 F_t \frac{e^{f\alpha} + 1}{e^{f\alpha} - 1}. \quad (21.12)$$

Формули (21.12) визначають зв'язок сил натягу віток навантаженої силою F_t пасової передачі з факторами тертя f і α .

Напруження в поперечних перерізах ведучої та веденої віток можна знайти, поділивши праві та ліві частини рівнянь (21.10) на площу A перерізу паса:

$$\sigma_1 = \sigma_0 + 0,5\sigma_t; \quad \sigma_2 = \sigma_0 - 0,5\sigma_t, \quad (21.13)$$

де $\sigma_t = F_t / A$ – напруження в пасі від робочого навантаження (корисне напруження в пасі).

Зусилля та напруження в пасі від дії відцентрових сил. Рух паса по криволінійних траєкторіях (на шківом) зумовлює появу відцентрових сил, які додатково навантажують пас.

Додатковий натяг паса від дії відцентрових сил

$$F_c = \rho A v^2, \quad (21.14)$$

а відповідне напруження у поперечних перерізах паса від дії на нього відцентрових сил

$$\sigma_c = 10^{-6} \rho v^2. \quad (21.15)$$

У формулах (21.14) та (21.15): ρ – густина матеріалу паса у кілограмах на кубічний метр ($\text{кг}/\text{м}^3$); v – швидкість паса у метрах на секунду ($\text{м}/\text{с}$); A – у квадратних метрах (м^2); σ_c – у меганаскалях (МПа); F_c – у ньютонках (Н).

Із формул (21.14) та (21.15) видно, що зусилля F_c та напруження σ_c від дії відцентрових сил не залежать від діаметрів шківів і однакові для всіх поперечних перерізів паса.

Відмітимо, що дія відцентрових сил негативно впливає на тягову здатність пасової передачі, оскільки ослаблюється притискання паса до

шківів. Якщо $F_v \geq F_0$ або $\sigma_v \geq \sigma_0$, то зникає взаємодія паса зі шківівими. Критична швидкість паса визначається з умови $\sigma_v = \sigma_0$:

$$v_{кр} = 10^3 \sqrt{\sigma_0 / \rho}. \quad (21.16)$$

Напруження від згину паса на шківівих. При обгинанні шківів у перерізах паса виникають напруження згину. У плоскому пасі нейтральний шар у перерізі збігається з середнім шаром і найбільші напруження згину можна визначити за відомою формулою

$$\sigma_{зг} = E(y_{max} / R).$$

Враховуючи, що радіус кривини нейтрального шару паса $R \approx d/2$, а відстань максимально віддалених точок перерізу паса від нейтрального шару $y_{max} = \delta/2$, отримуємо формулу для визначення напружень згину в пасі:

$$\sigma_{зг} = E\delta/d, \quad (21.17)$$

де E – модуль пружності матеріалу паса.

Таким чином, основним фактором, який визначає напруження згину, є відношення товщини паса δ до діаметра шківів d . Чим менше це відношення, тим менше напруження згину у пасі.

Сумарні напруження в перерізах паса. Вище було встановлено, що в усіх перерізах паса навантаженої передачі діє однакове напруження σ_v ; у перерізах ведучої вітки мають місце напруження σ_1 , а у перерізах веденої вітки – напруження σ_2 , різниця між якими дорівнює напруженню σ_t , від корисного навантаження; у перерізах відрізків паса, розміщених на шківівих, діють відповідні напруження $\sigma_{зг1}$ та $\sigma_{зг2}$. За цими складовими напружень можна побудувати діаграму розподілу напружень по довжині паса (рис. 21.9).

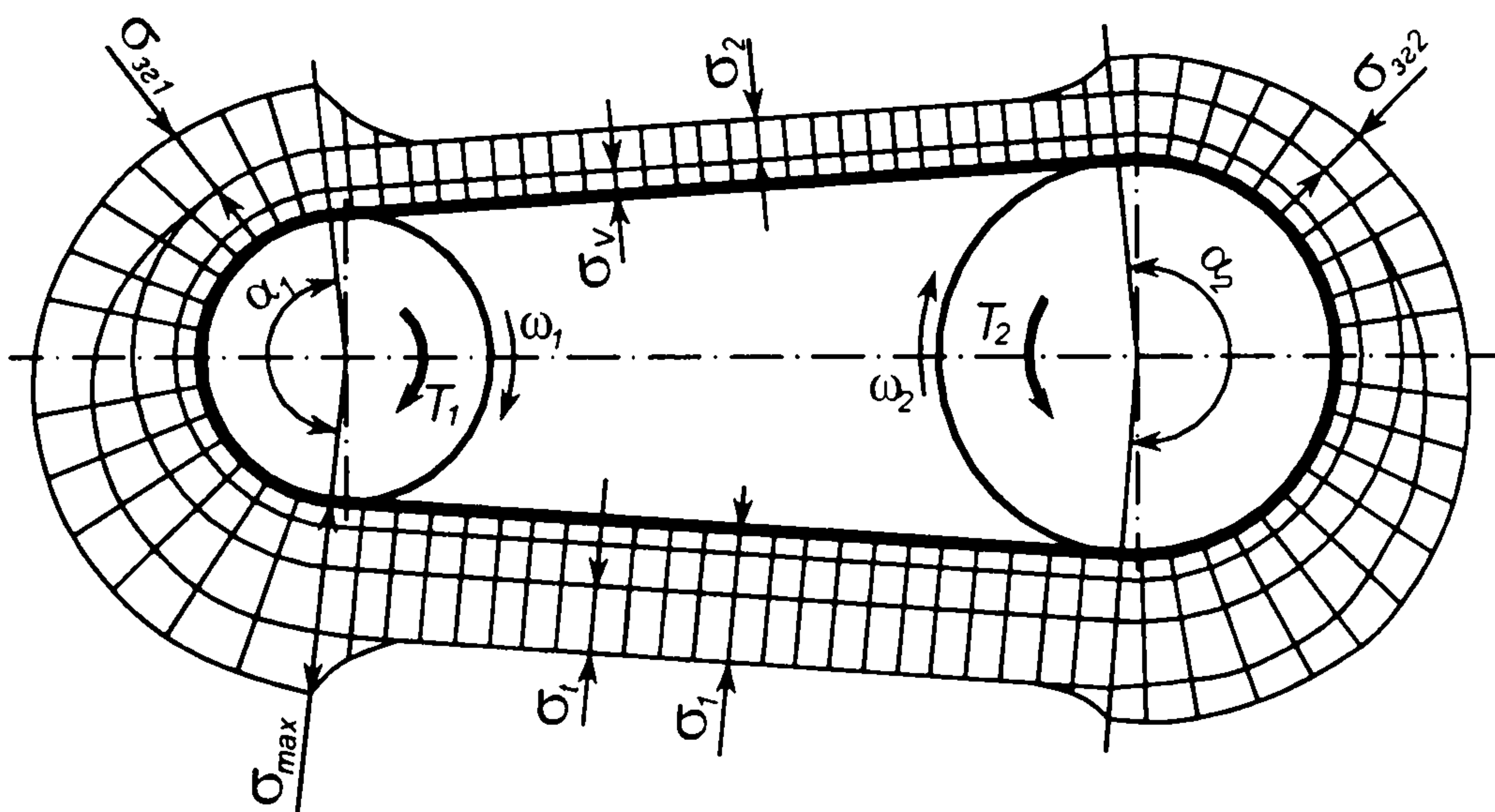


Рис. 21.9. Розподіл напружень у перерізах приводного паса

Із діаграми розподілу напружень видно, що максимальне напруження спостерігається у ведучій (нижній) вітці в тому перерізі паса, який набігає на менший ведучий шків:

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 + \sigma_v + \sigma_{\text{зг1}} = \sigma_0 + 0,5\sigma_t + \sigma_v + \sigma_{\text{зг1}}. \quad (21.18)$$

Мінімальне напруження виникає у перерізах веденої (верхньої) вітки паса:

$$\sigma_{\min} = \sigma_2 + \sigma_v = \sigma_0 - 0,5\sigma_t + \sigma_v. \quad (21.19)$$

Оскільки пас рухається відносно шківів, напруження в його окремому поперечному перерізі не залишається постійним у часі. Характер зміни в часі сумарного напруження у довільному перерізі паса наведено на рис. 21.10.

Навантаження валів пасової передачі. Сили натягу віток паса передаються на вали передачі та їхні опори. Відповідно до рис. 21.11 рівнодійну R сил натягу F_1 та F_2 віток можна визначити за формулою

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos 2\beta} \approx 2F_0 \sin(\alpha/2). \quad (21.20)$$

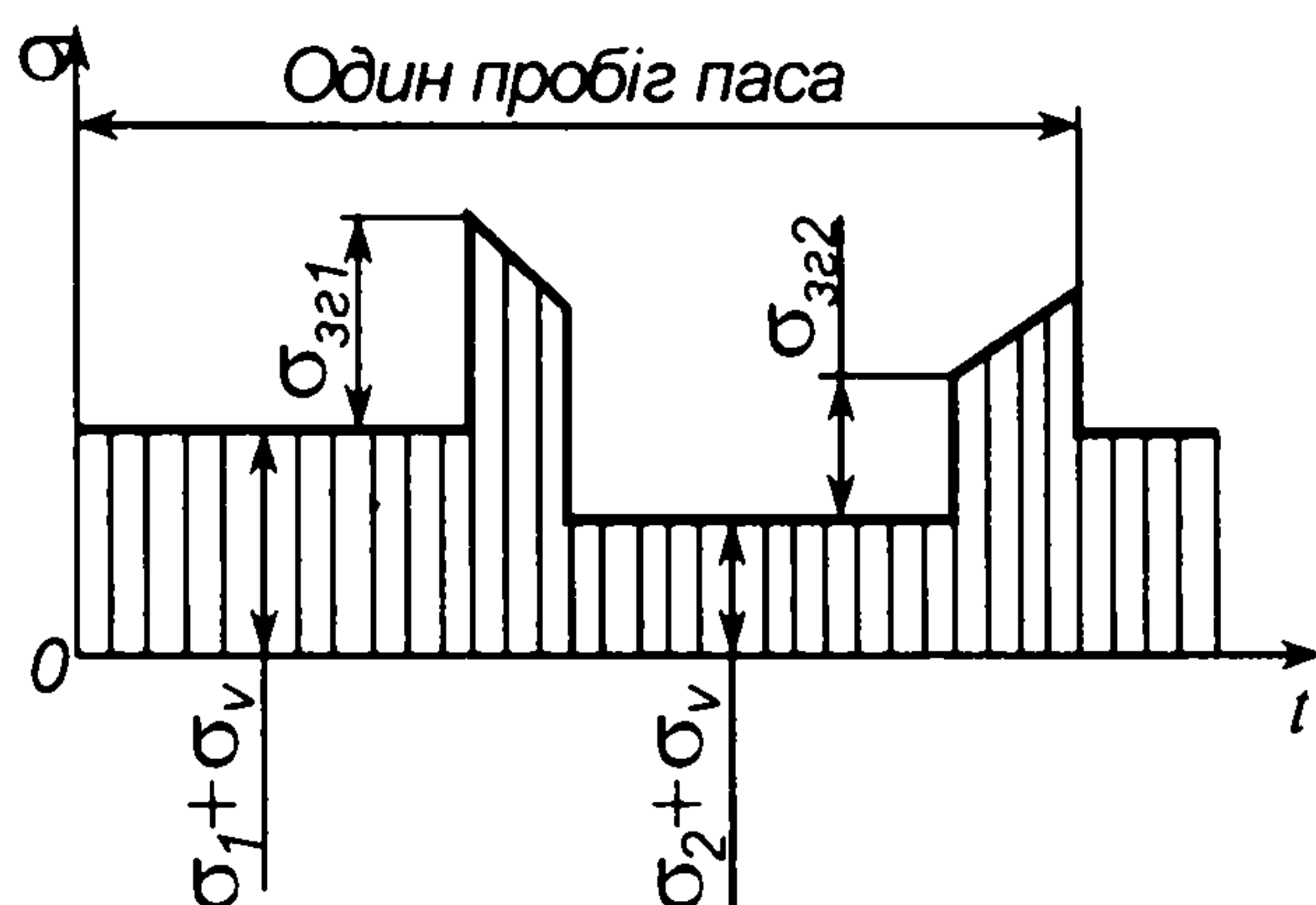


Рис. 21.10. Зміна напружень за час одного пробігу паса

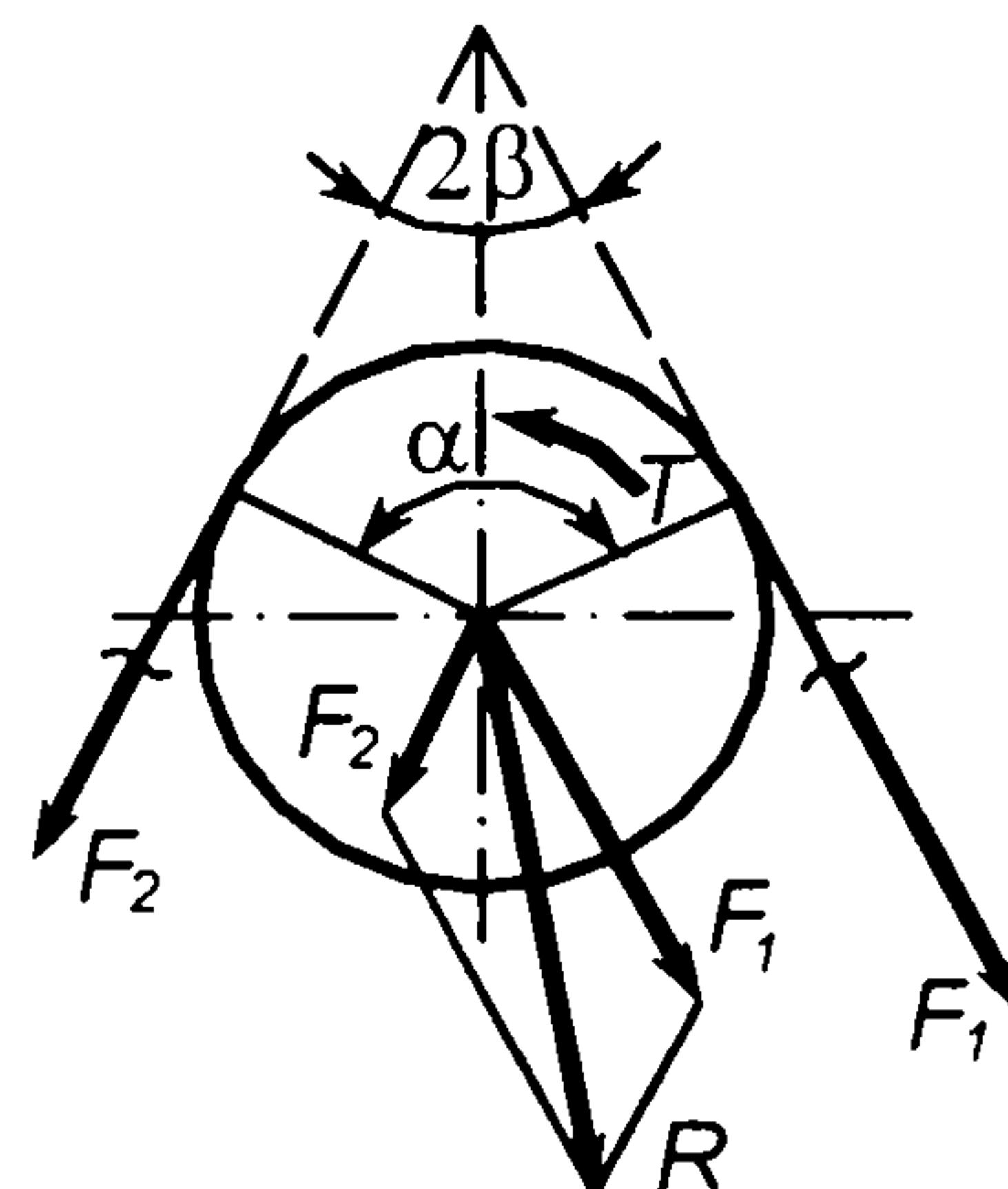


Рис. 21.11. До визначення навантаження валів пасової передачі

Дією відцентрової сили тут у розрахунках можна знехтувати, оскільки при середніх швидкостях паса вона незначна і спричинює лише розвантаження валів (відцентрова сила зрівноважується у пасі).

21.5. Вибір та розрахунок параметрів пасової передачі

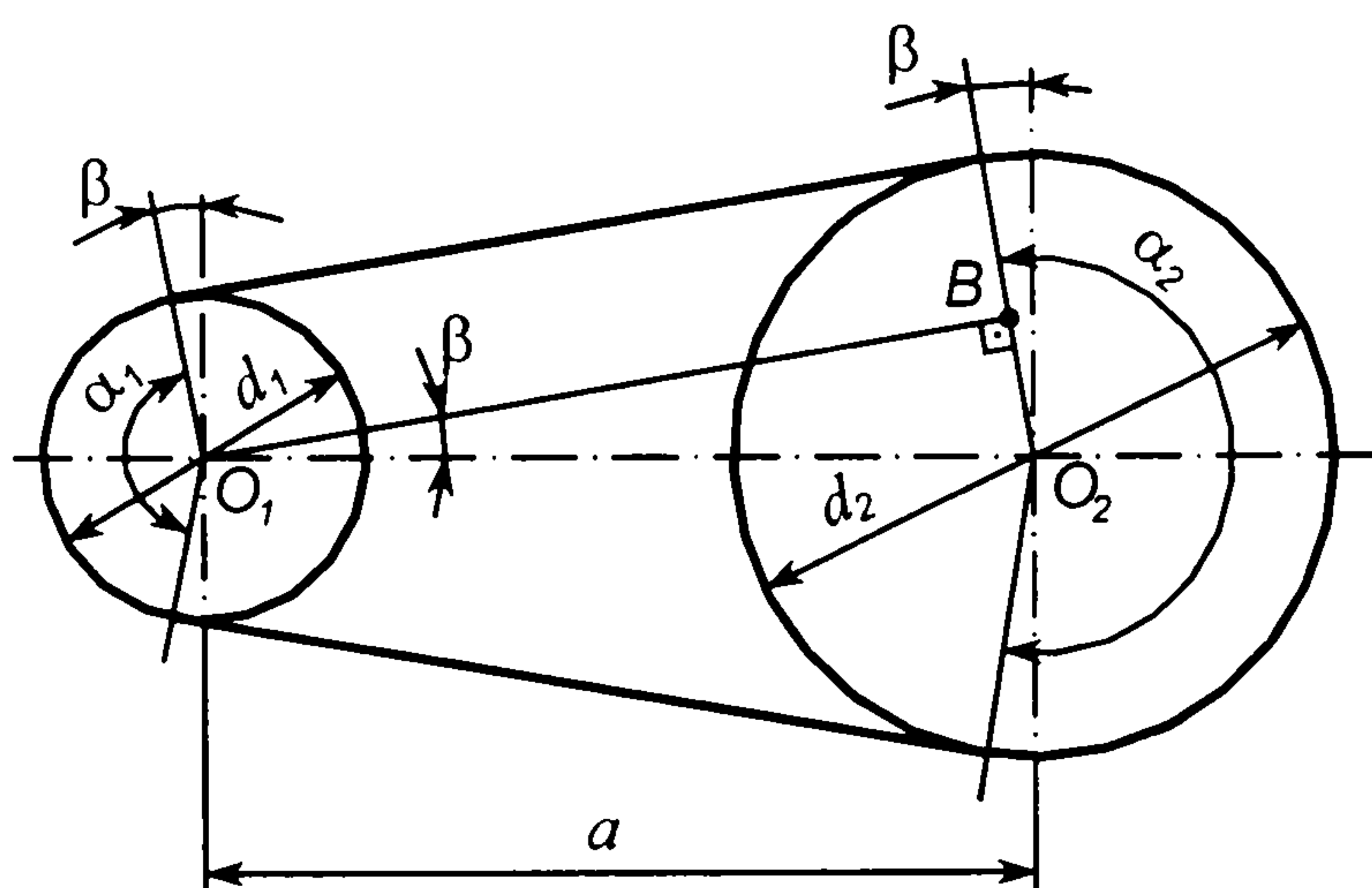


Рис. 21.12. Параметри відкритої пасової передачі

Проектуючи пасові передачі, треба вибрати чи розрахувати такі параметри, що впливають на роботоздатність передач (рис. 21.12): діаметри шківів, міжосьову відстань, кут нахилу віток, кути обхвату шківів, довжину паса.

Діаметр d_1 меншого шківів обмежується напруженнями згину у пасі, які виникають при обгинанні шківів. Для плоских

пасів рекомендують брати такі співвідношення між діаметром d_1 та товщиною паса δ : $d_1/\delta \geq 30 \dots 40$ – гумотканинні паси; $d_1/\delta \geq 25 \dots 30$ – бавовняні паси; $d_1/\delta \geq 25 \dots 35$ – шкіряні паси; $d_1/\delta \geq 70 \dots 80$ – синтетичні паси.

Орієнтовно при проектному розрахунку плоскопасової передачі діаметр d_1 , мм, меншого ведучого шківів можна визначити за емпіричною залежністю

$$d_1 = (520 \dots 610) \sqrt[3]{P_1 / \omega_1}, \quad (21.21)$$

де P_1 – потужність на ведучому шківів, кВт; ω_1 – кутова швидкість, рад/с.

Діаметр d_1 меншого шківів клинопасової передачі беруть за рекомендаціями, наведеними у табл. 21.5 залежно від вибраного типу перерізу паса.

Діаметр d_2 більшого шківів для плоско- і клинопасової передачі визначають за потрібним передаточним числом із співвідношення $d_2 = u d_1$. Остаточні діаметри d_1 та d_2 повинні бути узгоджені з відповідним стандартом.

Міжосьова відстань a пасової передачі залежить від конструкції машини або її привода. Для відкритої плоскопасової передачі доцільно брати $a = (2 \dots 3)(d_1 + d_2)$, а для клинопасової передачі $a = (1 \dots 2)(d_1 + d_2)$. При малих міжосьових відстанях передачі і відповідно малих довжинах паса маємо підвищену частоту пробігів паса, що негативно впливає на його довговічність, а при значних міжосьових відстанях можуть виникати недопустимі поперечні коливання віток паса.

Кут нахилу віток β до лінії центрів шківів (рис. 21.12) визначається із допоміжного прямокутного трикутника O_1BO_2 :

$$\sin \beta = (\overline{BO_2}) / (\overline{O_1O_2}) = (d_2 - d_1) / (2a).$$

Оскільки кут β малий для пасових передач при $u \leq 5$ і рекомендованих міжосьових відстанях, то можна брати $\sin \beta \approx \beta$, тобто

$$\beta = (d_2 - d_1) / (2a). \quad (21.22)$$

Кути обхвату пасом шківів відповідно до рис. 21.12 визначають у радіанах за формулами:

$$\alpha_1 = \pi - 2\beta = \pi - (d_2 - d_1) / a; \quad \alpha_2 = \pi + 2\beta = \pi + (d_2 - d_1) / a; \quad (21.23)$$

у градусах

$$\alpha_1 = 180^\circ - 57^\circ (d_2 - d_1) / a; \quad \alpha_2 = 180^\circ + 57^\circ (d_2 - d_1) / a. \quad (21.24)$$

Кути обхвату шківів впливають на тягову здатність передачі. Тому рекомендують брати: $\alpha_1 \geq 150^\circ$ – для плоскопасової передачі і $\alpha_1 \geq 120^\circ$ – для клинопасової.

Довжину паса l знаходять як суму довжин прямолінійних відрізків та довжин дуг на кутах обхвату (рис. 21.12)

$$l = 2a + \pi(d_1 + d_2) / 2 + (d_1 - d_2)^2 / (4a). \quad (21.25)$$

Міжосьову відстань пасової передачі за взятою довжиною паса та діаметрами шківів на підставі виразу (21.25) визначають за формулою

$$a = [2l - \pi(d_1 + d_2) + \sqrt{[2l - \pi(d_1 + d_2)]^2 - 8(d_2 - d_1)^2}] / 8. \quad (21.26)$$

При розрахунках довжин пасів та міжосьових відстаней клинопасових передач оперують розрахунковими діаметрами шківів, які визначаються розміщенням нейтрального шару паса щодо шківа (див. рис. 21.5, в).

Діаметр натяжного (відтяжного) ролика при $d_1 < d_2$ беруть: для плоскопасової передачі $d_p = (0,8 \dots 1)d_1$, для клинопасової передачі $d_p \geq d_1$.

21.6. Розрахунок пасових передач на тягову здатність та довговічність

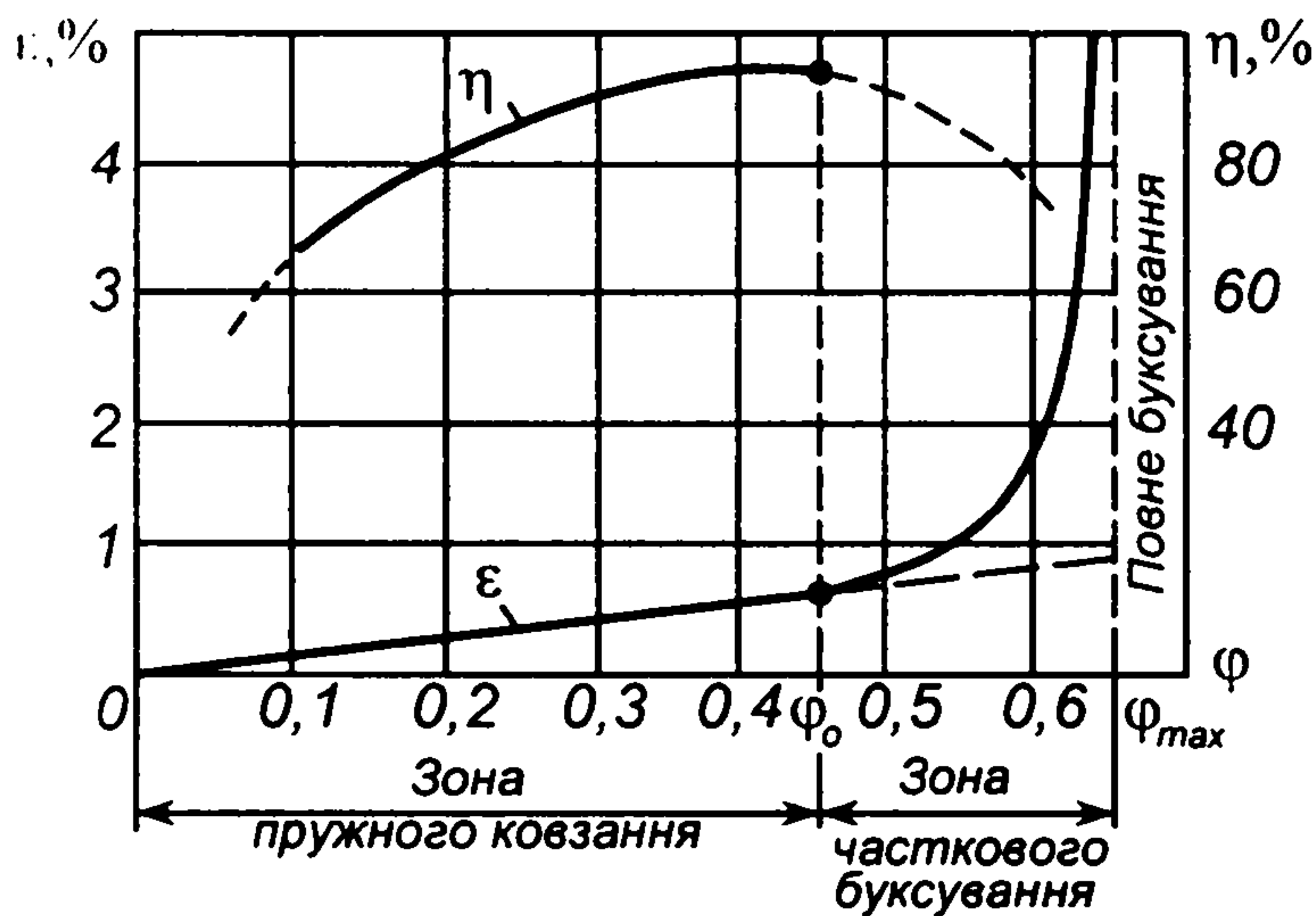


Рис. 21.13. Криві ковзання та ККД пасової передачі

це відношення корисного навантаження паса до суми сил натягу віток передачі:

$$\varphi = F_t / (F_1 + F_2) = F_t / (2F_0) = \sigma_t / (2\sigma_0). \quad (21.27)$$

За цим параметром можна визначити частину попереднього натягу F_0 , яка використовується для передавання корисного навантаження F_t , тобто характеризує ступінь завантаженості передачі.

Графіки, що зображені на рис. 21.13, називаються кривими ковзання та ККД пасової передачі.

Із збільшенням корисного навантаження F_t для деякого заданого попереднього натягу паса F_0 , тобто із збільшенням коефіцієнта тяги φ від 0 до φ_0 , спостерігається тільки пружне ковзання паса у передачі. Подальше збільшення навантаження F_t спричинює часткове буксування паса, а при $\varphi > \varphi_{\max}$ — повне буксування паса на шківах. У межах $\varphi_0 - \varphi_{\max}$ спостерігаються пружне ковзання і буксування паса (пружне ковзання і буксування розділені продовженням штриховою лінією графіком).

Робоче навантаження в передачі рекомендують вибирати близьким до критичного значення коефіцієнта тяги φ_0 . Такому значенню φ відповідає також і максимальне значення ККД η передачі. Для плоскопасових передач $\eta_{\max} = 0,97 \dots 0,98$, а для клинопасових передач $\eta_{\max} = 0,94 \dots 0,96$.

Середні значення критичного коефіцієнта тяги φ_0 , які одержують експериментально, становлять для гумотканинних та шкіряних пасів — 0,6, бавовняних — 0,5, клинових — 0,7.

Основними критеріями роботоздатності пасових передач є тягова здатність або міцність зчеплення паса зі шківами та довговічність.

Розрахунок пасової передачі на тягову здатність базується на експериментальних даних, отриманих для існуючих типів пасів. Дослідним шляхом встановлюють взаємозв'язок відносного ковзання ε паса та ККД передачі η із коефіцієнтом тяги φ (рис. 21.13).

Коефіцієнт тяги φ —

За критичним коефіцієнтом тяги φ_0 можна визначити оптимальне корисне навантаження F_{t0} при певному попередньому натягу F_0 віток (або інші оптимальні параметри, такі як корисне напруження σ_{t0} або потужність P_0 , яку передає один пас):

$$F_{t0} = 2F_0\varphi_0. \quad (21.28)$$

Для різних типів пасів розроблені відповідні рекомендації для вибору F_0 або σ_0 , що забезпечують достатню тягову здатність паса та допустиму його довговічність.

Відмітимо, що наведені вище середні значення критичного коефіцієнта тяги φ_0 визначають на експериментальній передачі з певними конструктивними параметрами та певними умовами передавання навантаження: передаточне число передачі $u=1$ (тобто $d_1=d_2$; $\alpha_1=\alpha_2=180^\circ$); швидкість паса $v=10$ м/с; передача горизонтальна, тобто кут нахилу лінії центрів шківів до горизонту $\gamma=0$; корисне навантаження передачі не змінюється в часі.

Реальні умови експлуатації пасових передач значно відрізняються від наведених вище. Тому критичні коефіцієнти тяги для різних типів пасів приводять до конкретних параметрів передачі та заданих умов її експлуатації за допомогою ряду коефіцієнтів (див. п. 21.7 та 21.8).

Розрахунок пасових передач на довговічність. Пас працює при змінних напруженнях, до того ж один цикл зміни напружень відповідає повному пробігу паса (див. рис. 21.10). Усереднена оцінка довговічності паса може бути зроблена за умовою обмеження числа пробігів паса i в одиницю часу, s^{-1} :

$$i = v/l \leq [i], \quad (21.29)$$

де v – швидкість паса, м/с; l – довжина паса, м.

Допустиме число пробігів паса рекомендують брати: $[i] = (5...6) s^{-1}$ для плоских гумотканинних пасів; $[i] = (12...15) s^{-1}$ для клинових пасів.

Якщо умова (21.29) виконується, то вважають довговічність паса у конкретній передачі задовільною. Підвищити довговічність паса можна збільшенням міжосьової відстані передачі, тобто довжини паса.

Поки що відсутні достатні та точні дані, які потрібні для визначення строку служби паса в конкретній передачі. Проте відомо, що руйнування пасів зумовлене явищами втоми і для матеріалів пасів справедливе відоме рівняння кривої втоми (див. п. 11.2)

$$\sigma_{\max}^m N = \sigma_N^m N_0, \quad (21.30)$$

де σ_{\max} – максимальне напруження у пасі при роботі передачі; N – загальне число циклів зміни напружень до руйнування паса; σ_N – обмежена границя витривалості паса при базі випробувань $N_0=10^7$; m – показник степеня кривої втоми паса.

Якщо позначити строк служби (ресурс) паса h , год, та припустити, що за один пробіг паса число циклів напружень n (n – число шківів у передачі), то загальне число циклів зміни напружень до руйнування паса

$$N=3600inv, \quad (21.31)$$

де v - коефіцієнт, що враховує різний ступінь впливу напружень згину в пасі на малому та більшому шківках: $v=1$ при $u=1$; $v=0,8$ при $u=1,5$; $v=0,6$ при $u=2$; $v=0,5$ при $u=3$.

Підставляючи вираз (21.31) у рівняння (21.30), знайдемо строк служби паса:

$$h=10^7(\sigma_N/\sigma_{\max})^m/(3600inv). \quad (21.32)$$

Максимальне напруження у пасі при роботі передачі визначається за формулою (21.18). Залежність (21.32) є наближеною, але вона дозволяє зробити порівняльну оцінку довговічності пасів різних варіантів пасових передач та проаналізувати вплив окремих складових максимального напруження на довговічність пасів.

Деякі усереднені довідкові дані, що потрібні для виконання розрахунків пасових передач, наведені у табл. 21.3.

Таблиця 21.3. Параметри для розрахунку пасових передач

Параметр	Тип паса			
	Гумотка- нинний	Бавовняний	Шкіряний	Клиновий
Границя міцності паса σ_b , МПа	45	35	22	60
Модуль пружності E , МПа	300	250	200	400
Густина матеріалу паса ρ , г/см ³	1,15	0,95	1,05	1,15
Обмежена границя витривалості σ_N , МПа, при $N_0=10^7$	7	4	10	9
Показник степеня m кривої втоми	6	5	7	8
Напруження попереднього натягу паса σ_0 , МПа	1,6—2,0	1,6—2,0	1,6—2,0	1,2—1,6

Строк служби (ресурс) пасів при усереднених режимах навантаження становить у середньому 2000 годин.

21.7. Особливості розрахунку плоскопасових передач

Розрахунок плоскопасових передач базується на використанні залежності (21.28). Якщо у цій залежності розділити ліву і праву частини на ширину паса b та число прокладок i_{11} , то дістанемо

$$f_{t0} = 2f_0\phi_0, \quad (21.33)$$

де $f_{t0} = F_{t0}/(bi_{11})$ – оптимальне питоме корисне навантаження, що може передаватись одиницею ширини однієї прокладки паса; $f_0 = F_0/(bi_{11})$ – питома сила попереднього натягу паса, що припадає на одиницю ширини однієї прокладки.

Для гумотканинних пасів рекомендують такі значення f_0 , Н/мм: 2 – для передач із попереднім натягом паса за рахунок його пружності при відносно малій міжосьовій відстані та куті нахилу передачі більш ніж 60° ; 2,25 – те саме, при великій міжосьовій відстані та куті нахилу передачі менш, ніж 60° ; 2,5 – при автоматичному регулюванні натягу віток паса.

Знаючи усереднене значення критичного коефіцієнта тяги ϕ_0 для різних типів плоских пасів, за формулою (21.33) можна знайти f_{t0} .

Допустиме питоме корисне навантаження визначають за допомогою коефіцієнтів, які враховують конкретні параметри пасової передачі та задані умови її експлуатації:

$$[f_{t0}] = f_{t0}C_\gamma C_\alpha C_v C_p. \quad (21.34)$$

Коефіцієнт C_γ враховує нахил передачі до горизонту: $C_\gamma = 1$, якщо кут нахилу лінії центрів шківів до горизонту $\gamma = (0 \dots 60)^\circ$; $C_\gamma = 0,9$ при $\gamma = (60 \dots 80)^\circ$; $C_\gamma = 0,8$ при $\gamma = (80 \dots 90)^\circ$.

Коефіцієнт C_α враховує кут обхвату пасом малого шківа:

$$C_\alpha = 1 - 0,003(180^\circ - \alpha_1),$$

а C_v – вплив на роботу передачі відцентрових сил,

$$C_v = 1,04 - 0,0004v^2.$$

Коефіцієнт C_p враховує режим роботи передачі. Для однозмінної роботи передачі коефіцієнт C_{p1} має такі значення: $C_{p1} = 1$ – при спокійному навантаженні; $C_{p1} = 0,9 \dots 0,8$ – при незначних коливаннях навантаження; $C_{p1} = 0,8 \dots 0,7$ – при значних коливаннях навантаження, $C_{p1} = 0,7 \dots 0,6$ – при ударному та різкозмінному навантаженні. Для дво- та тризмінної роботи коефіцієнти режиму відповідно беруть:

$$C_{p2} = 0,87C_{p1}; \quad C_{p3} = 0,72C_{p1}.$$

Знаючи корисне навантаження F_t , яке повинен передавати пас, та допустиме питоме корисне навантаження $[f_{t0}]$, можна визначити потрібну ширину паса:

$$b = F_t / (i_{11}[f_{t0}]), \quad (21.35)$$

яку узгоджують із стандартними значеннями ширини пасів.

Для деяких плоских гумотканинних пасів значення $i_{11}f_{t0}$ та інші параметри наведені у табл. 21.4.

Таблиця 21.4. Розрахункові параметри для гумотканинних пасів із бельтінга БКНЛ-65 та Б-820

Число прокладок паса i_n	Товщина паса δ , мм	Стандартна ширина b , мм	Діаметр малого шківа d_1 , мм	Оптимальне питоме корисне навантаження $i_n f_{10}$, Н/мм, при f_0 , Н/мм		
				2	2,25	2,5
2	3	20; 25; 30; 40; 45	80	5,0	5,4	5,8
			100	5,2	5,6	6,0
			125	5,3	5,7	6,1
3	4,5	20; 25; 30; 40; 45; 50; 60; 70; 75; 80; 85; 90; 100; 125; 150; 200; 250	125	7,1	8,3	8,8
			160	7,3	8,5	9,1
			200	7,5	8,7	9,3
4	6	150; 200; 250	180	10,2	11,1	12,0
			224	10,5	11,4	12,3
			280	10,7	11,6	12,5
5	7,5	150; 200; 250	250	12,7	14,0	15,1
			315	13,0	14,4	15,5
			400	13,2	14,6	15,8

За добутими значеннями товщини δ та ширини b плоского паса визначають площу його поперечного перерізу $A=b\delta$, а також потрібну силу попереднього натягу віток паса:

$$F_0 = f_0 b i_n. \quad (21.36)$$

Користуючись даними табл. 21.4, можна застосовувати такі формули:

$$b = F_t / [i_n f_{10}],$$

де $[i_n f_{10}] = i_n f_{10} C_\gamma C_\alpha C_v C_p$.

21.8. Особливості розрахунку клинопасових передач

Клинопасові передачі можна застосовувати при порівняно малих міжосьових відстанях та великих передаточних числах, тобто у випадках малих значень кутів обхвату шківів, коли плоскостасові передачі працюють незадовільно. Клинова форма паса дозволяє збільшити його зчеплення зі шківом приблизно у три рази.

Розрахунок клинопасових передач (із пасами нормального перерізу чи з вузькими або поліклиновими пасами) на тягову здатність базується на використанні виразу (21.28). Якщо помножити ліву та праву частини цього виразу на швидкість паса, то дістанемо відповідні потужності. Тому розрахунок клинопасових передач виконують не за допустимим корисним

ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА

натягом паса, а за допустимою потужністю $[P]$ для одного клинового паса або одного клина поліклинового паса:

$$[P]=P_0C_\alpha C_l C_p C_z. \quad (21.37)$$

Тут P_0 – допустима потужність для одного клинового паса певного перерізу у дослідних умовах ($d_1=d_2$; $\alpha_1=\alpha_2=180^\circ$; базова довжина l_0 паса; спокійне навантаження); C_α , C_p – див. п. 21.7; $C_l = \sqrt[6]{l/l_0}$ – коефіцієнт фактичної довжини l паса; C_z – коефіцієнт кількості z пасів, що працюють паралельно у одній передачі ($C_z=0,95$ при $z=2\dots3$; $C_z=0,90$ при $z=4\dots6$; $C_z=0,85$ при $z>6$).

Таблиця 21.5. Значення P_0 для клинових пасів

Переріз паса та базова довжина l_0 , мм	Площа перерізу A , мм ²	Діаметр меншого шківа d_1 , мм	P_0 , кВт, при швидкості паса v , м/с			
			5	10	15	20
О 1320	47	63	0,49	0,82	1,03	1,11
		71	0,56	0,95	1,22	1,37
		80	0,62	1,07	1,41	1,60
А 1700	81	90	0,84	1,39	1,75	1,88
		100	0,95	1,60	2,07	2,31
		112	1,05	1,82	2,39	2,74
Б 2240	138	125	1,39	2,26	2,80	–
		140	1,61	2,70	3,45	3,83
		160	1,83	3,15	4,13	4,73
В 3750	230	200	2,77	4,59	5,80	6,33
		224	3,15	5,35	6,95	7,86
		280	3,48	6,02	7,94	9,18
УО 1600	56	63	0,95	1,50	1,68	1,85
		71	1,18	1,95	2,35	2,73
		80	1,38	2,34	2,92	3,50
УА 2500	95	90	1,56	2,57	3,60	–
		100	1,89	3,15	4,35	–
		112	2,17	3,72	4,60	5,61
УБ 3550	158	140	2,95	5,00	7,01	–
		160	3,45	5,98	7,60	9,10
		180	3,80	6,70	8,80	10,6

Примітка. Стандартний ряд довжин клинових пасів, мм: 400; 450; 500; 560; 630; 710; 800; 900; 1120; 1400; 1600; 1800; 2000; 2240; 2500; 2800; 3150; 3550; 4000;...

За знайденою допустимою потужністю для одного клинового паса можна визначити потрібне число z клинових пасів (або число клинів поліклинового паса), що працюють у одній пасовій передачі:

$$z = P_1 / [P], \quad (21.38)$$

де P_1 – потужність, на передавання якої розраховується передача.

Для клинопасових передач рекомендують $z \leq 8$ через відхилення пасів у довжині та нерівномірність їхнього навантаження. При ретельному доборі пасів за довжиною можна брати $z = 10 \dots 12$. Для зменшення z беруть клинові паси більшого поперечного перерізу.

Силу попереднього натягу віток комплекту клинових пасів, H , визначають за формулою

$$F_0 = 0,85 P_1 C_l / (v C_\alpha C_p), \quad (21.39)$$

де P_1 – потужність, Вт, v – швидкість паса, м/с.

У зв'язку з обмеженою кількістю стандартних перерізів клинових пасів стандарт дає значення P_0 для цих пасів залежно від швидкості паса v та діаметра d_1 меншого шківа. У табл. 21.5 наведено значення P_0 для деяких перерізів клинових пасів.

Попередній вибір перерізу клинових пасів можна зробити залежно від обертового моменту T_1 на ведучому шківі при його кутовій швидкості $\omega > 25$ рад/с:

$T_1, \text{Н} \cdot \text{м}$	<10	10–30	30–120	120–350	<150	150–500	500–1700
Переріз паса	0	А	Б	В	УО	УА	УБ

Повний розрахунок пасових передач із клиновими або поліклиновими пасами як найбільш поширеними наводиться у прикладі розрахунку наприкінці глави.

21.9. Зубчасто-пасові передачі

У зубчасто-пасовій передачі плоский пас на внутрішньому боці має зубці трапецієвидної форми, а шків – відповідні їм зубці на ободі (рис. 21.14). Отже, передача працює за принципом зачеплення, а не тертя. До пасових передач вона належить умовно тільки за назвою та формою тягового органу.

Зубчасто-пасові передачі мають малі габаритні розміри, в них відсутнє ковзання паса на шківах, можна забезпечити великі передаточні числа ($u \leq 12$), ККД досягає 0,92...0,98, на вали передаються значно менші навантаження.

Використання принципу передачі руху зубчастим пасом було запропоновано давно, але його практичне використання стало можливим тільки з появою нових матеріалів – високоякісних пластмас. Зубчасті паси виготовляють із еластичної маслостійкої гуми або пластмаси і армують

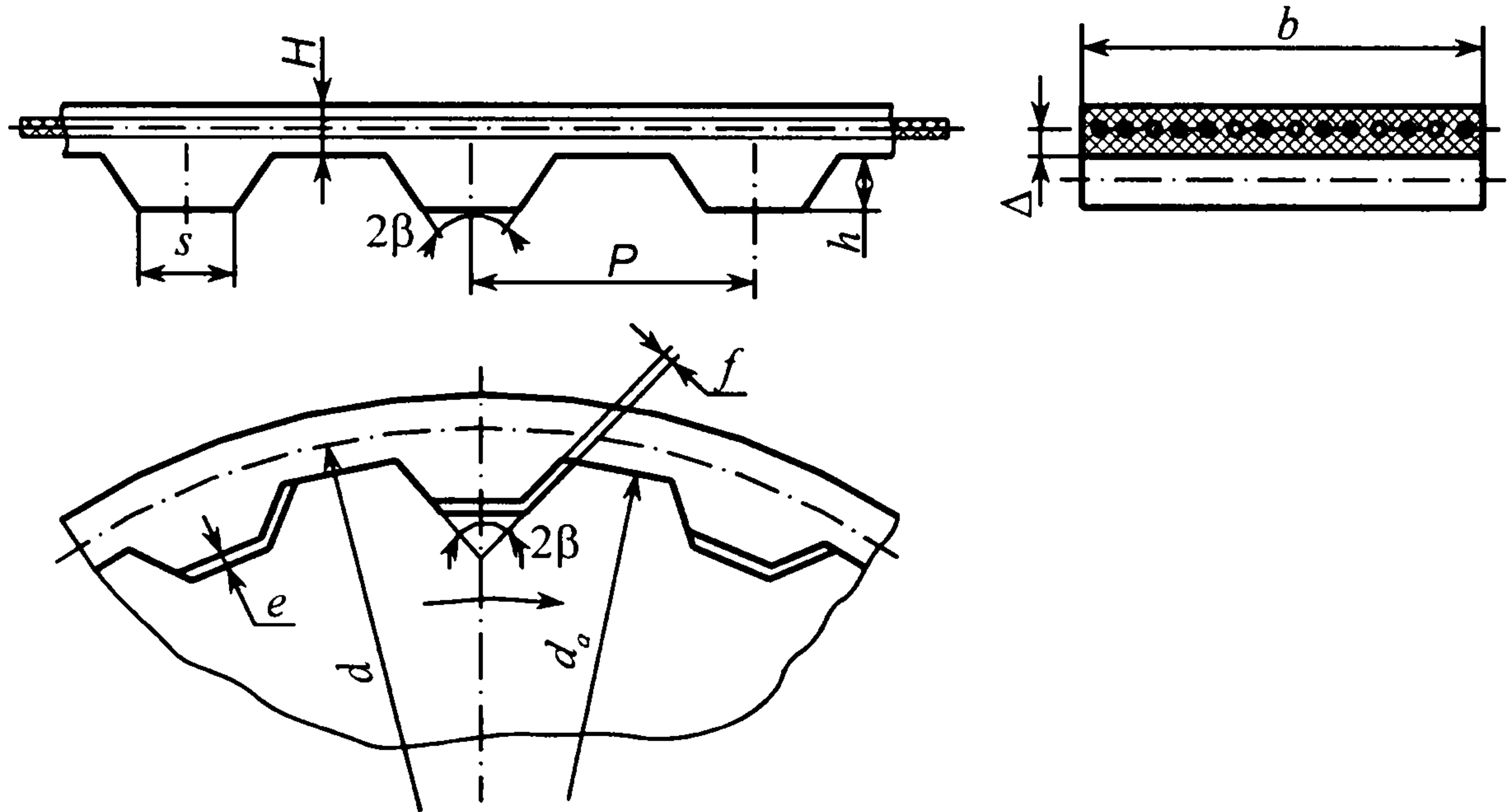


Рис. 21.14. Параметри зубчато-пасової передачі

сталевими тросиками або поліамідними нитками (рис. 21.14). Шків можна виготовляти із сталі, чавуну, легких сплавів та пластмас.

Згідно з чинними галузевими стандартами основні параметри зубчато-пасової передачі беруть такі [8]: модуль зубців $m=P/\pi$, де P – крок зубців паса; висота зубців $h=0,6m$; найменша товщина зубців $s=m$; кут профілю зубців $2\beta=50$ або 40° ; товщина паса у впадинах $H=m+1$ мм; розрахункова довжина паса $l=\pi m z_n$, де z_n – число зубців паса. Рекомендують такі значення модулів m , мм: 2; 3; 4; 5; 7 і 10. Мінімальні числа зубців меншого шківа: $z_1 = 16...20$ при $m = (2...5)$ мм; $z_1 = 20...26$ при $m = (7...10)$ мм.

Діаметри ділільних кіл шківів

$$d_1=mz_1; \quad d_2=mz_2 \quad (21.40)$$

Зовнішні діаметри шківів для зубчастих пасів

$$d_{a1}=d_1-2\Delta; \quad d_{a2}=d_2-2\Delta, \quad (21.41)$$

де при діаметрі тросика 0,3...0,4 мм $\Delta=0,6$ мм, а при діаметрі тросика 0,65...0,80 мм $\Delta=1,3$ мм.

Між пасом та шківом рекомендуються зазори: бічний $f=(0,25...0,40)m$ і радіальний $e=(0,25...0,35)m$.

Розрахунок зубчато-пасових передач на тягову здатність можна виконувати у такій послідовності.

Модуль m зубців паса вибирають залежно від потужності P_1 , яку передає передача:

P_1 , кВт	0,4	0,4...3	3...5,5	5,5...10	10...22	22...30
m , мм	2; 3	3; 4	4; 5	4, 5; 7	5; 7	7; 10

За вибраним числом зубців меншого шківа z_1 та передаточним числом u передачі визначають число зубців більшого шківа $z_2=uz_1$. Далі за формулами (21.40) знаходять діаметри ділільних кіл шківів.

Міжосьову відстань зубчасто-пасової передачі можна назначати у межах

$$a=(0,5\dots 2,0)(d_1+d_2). \quad (21.42)$$

Довжину паса l' орієнтовно визначають за формулою (21.25). За l' обчислюють потрібне число зубців паса $z_n=l'/(\pi m)$, яке округляють до нормалізованих значень z_n : 32; 40; 50; 63; 80; 100; 125; 160. Остаточна довжина зубчастого паса

$$l=\pi m z_n. \quad (21.43)$$

Розрахункову міжосьову відстань визначають за формулою (21.26). Число зубців паса, що знаходяться у зчепленні із малим шківом,

$$z_{n1}=z_1\alpha_1/360^\circ, \quad (21.44)$$

де α_1 – кут обхвату меншого шківа за формулою (21.24). Рекомендують брати $z_{n1}\geq 6$.

При розрахунку зубчастого паса на тягову здатність його ширину b обчислюють за виразом

$$b \geq 2T_1 / (d_1 [q]), \quad (21.45)$$

де $[q]$ – допустима колова сила для одиниці ширини паса при $z_{n1}\geq 6$ та числі шківів $n=2$,

$$[q]=q_0 C_p. \quad (21.46)$$

Тут q_0 – номінальна колова сила для одиниці ширини паса; C_p – коефіцієнт режиму роботи передачі.

Нижче наведено значення q_0 для зубчастих пасів.

m , мм	2	3	4	5	7	10
q_0 , Н/мм	5	10	25	30	32	42

Знайдену ширину паса треба узгодити із значенням ширин нормалізованого ряду, мм: 8; 10; 12,5; 16; 20; 25; 32; 40; 50; 63; 80.

Попередній натяг у зубчасто-пасовій передачі потрібен тільки для усунення зазорів у зачепленні та правильного набігання на шків. Він повинен бути дещо більшим від натягу, який виникає від дії на пас відцентрових сил [див. формулу (21.14)]:

$$F_0=(1,1\dots 1,3)F_v. \quad (21.47)$$

Навантаження, що передається на вали зубчасто-пасової передачі (при швидкостях паса $v\leq 20$ м/с), можна брати

$$R=(1,0\dots 1,2)F_t=(2,0\dots 2,4)T_1/d_1. \quad (21.48)$$

Детальніші відомості про зубчасто-пасові передачі можна знайти у відповідній довідковій літературі.

21.10. Приклад розрахунку пасової передачі

Задача. Розрахувати горизонтальну клинопасову передачу від електродвигуна до вала вентилятора системи вентиляції виробничого приміщення за такими даними: потужність, яку передає передача, $P_1=7$ кВт при кутовій швидкості ведучого шківа $\omega_1=150$ рад/с; кутова

ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА

швидкість вала вентилятора $\omega_2 = 60$ рад/с; передача працює в одну зміну при постійному навантаженні.

Розв'язання. Передаточне число передачі

$$u = \omega_1 / \omega_2 = 150 / 60 = 2,5.$$

На ведучому шківі обертовий момент

$$T_1 = P_1 / \omega_1 = 7 \cdot 10^3 / 150 = 46,7 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Відповідно до рекомендацій у 21.8 будемо орієнтуватися на клинові паси нормального перерізу Б. Для таких пасів за табл. 21.5 маємо площу поперечного перерізу $A = 138 \text{ мм}^2$, базову довжину $l_0 = 2240 \text{ мм}$ і призначаємо розрахунковий діаметр меншого ведучого шківів $d_1 = 140 \text{ мм}$.

Діаметр веденого шківів

$$d_2 = u d_1 = 2,5 \cdot 140 = 350 \text{ мм}.$$

За стандартом беремо розрахунковий діаметр веденого шківів $d_2 = 360 \text{ мм}$.

Фактичне передаточне число передачі

$$u = d_2 / d_1 = 360 / 140 = 2,57.$$

Швидкість пасів

$$v = \omega_1 d_1 / 2 = 150 \cdot 140 \cdot 10^{-3} / 2 = 10,5 \text{ м/с}.$$

Орієнтовно беремо міжосьову відстань передачі

$$a' = 1,5(d_1 + d_2) = 1,5(140 + 360) = 750 \text{ мм}.$$

За формулою (21.25) потрібна довжина пасів

$$\begin{aligned} l' &= 2a' + \pi(d_1 + d_2)/2 + (d_2 - d_1)^2 / (4a') = \\ &= 2 \cdot 750 + 3,14(140 + 360)/2 + (360 - 140)^2 / (4 \cdot 750) = 2302 \text{ мм} \end{aligned}$$

За стандартом (див. табл. 21.5) беремо розрахункову довжину пасів $l = 2500 \text{ мм}$. Дійсна міжосьова відстань [див. формулу (21.26)], яка відповідає вибраній довжині пасів,

$$\begin{aligned} a &= \left\{ 2l - \pi(d_1 + d_2) + \sqrt{[2l - \pi(d_1 + d_2)]^2 - 8(d_2 - d_1)^2} \right\} / 8 = \{ 2 \cdot 2500 - 3,14(140 + 360) + \\ &+ \sqrt{[2 \cdot 2500 - 3,14(140 + 360)]^2 - 8(360 - 140)^2} \} / 8 = 850 \text{ мм} \end{aligned}$$

Оцінка довговічності пасів за числом його пробігів

$$\begin{aligned} i &= v/l = 10,5 \cdot 10^3 / 2500 = 4,2 \text{ с}^{-1}, \\ &\text{що менше } [i] = 12 \text{ с}^{-1}. \end{aligned}$$

Кут охоплення меншого шківів

$$\alpha_1 = 180 - 57(d_2 - d_1)/a = 180 - 57(360 - 140)/850 = 165^\circ.$$

Допустиму потужність $[P]$ для одного пасів перерізу Б визначаємо за формулою (21.37). Для цього за табл. 21.5 маємо $P_0 = 2,70 \text{ кВт}$.

Коефіцієнт

$$C_\alpha = 1 - 0,003(180 - \alpha_1) = 1 - 0,003(180 - 165) = 0,955;$$

$$C_l = \sqrt[l/l_0] = \sqrt[2500/2240] = 1,02.$$

Коефіцієнт $C_p = 1$, а коефіцієнт $C_z = 0,95$ (при орієнтовному значенні $z = 3$).

$$[P] = P_0 C_\alpha C_l C_p C_z = 2,70 \cdot 0,955 \cdot 1,02 \cdot 1 \cdot 0,95 = 2,498 \text{ кВт}.$$

За формулою (21.38) потрібне число пасів, що працюють паралельно на шківів передачі,

$$z = P_1 / [P] = 7 / 2,498 = 2,8.$$

Беремо число пасів $z = 3$.

Силу попереднього натягу віток комплекту клинових пасів визначаємо за формулою (21.39):

$$F_0 = 0,85 P_1 C_l / (v C_\alpha C_p) = 0,85 \cdot 7 \cdot 10^3 \cdot 1,02 / (10,5 \cdot 0,955 \cdot 1) = 605 \text{ Н}.$$

За формулою (21.20) навантаження на вали пасової передачі

$$R = 2 F_0 \sin(\alpha_1 / 2) = 2 \cdot 605 \sin(165^\circ / 2) = 1200 \text{ Н}.$$

ГЛАВА 22. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО ЗУБЧАСТІ ПЕРЕДАЧІ

22.1. Застосування зубчастих передач та їхня класифікація

Зубчасті передачі є найрозповсюдженішими механічними передачами у сучасному машино- та приладобудуванні. Їх застосовують як у механізмах найточніших приладів, де розміри коліс вимірюються кількома міліметрами, так і в найпотужніших машинах із розмірами коліс до 10 м. Зубчасті передачі здатні працювати в різноманітних умовах із коловими швидкостями від зовсім малих до 150 м/с і більше.

Зубчаста передача складається з двох коліс, на ободах яких розміщені зубці. Зубці цих коліс входять у зачеплення між собою і завдяки їхній взаємодії забезпечують передавання обертового руху від одного колеса до другого. Менше з двох спряжених коліс називають шестірнею, більше – колесом; термін "зубчасте колесо" належить до обох коліс передачі.

Переважно зубчаста передача призначена для передавання обертового руху, але її можна використовувати і як передачу для перетворення обертового руху в поступальний (передача зубчасте колесо – рейка).

Зубчасті передачі можуть використовуватись для передавання обертового руху між довільно розміщеними у просторі валами, мають високий ККД ($\eta=0,94\dots 0,99$), їх можна легко та зручно компонувати у окремі агрегати для серійного виробництва (редуктори), вони забезпечують достатній діапазон передаточних чисел ($u\leq 20$).

Порівняно з іншими механічними передачами зубчасті передачі мають такі переваги: сталість передаточного числа; високу надійність та довговічність роботи; великий діапазон навантажень та компактність конструкції; незначні навантаження на вали передачі та їхні опори.

До недоліків зубчастих передач належать такі: порівняно високі вимоги до точності виготовлення та монтажу; шум при роботі з високими швидкостями; потреба у постійному змащуванні; неможливість безступеневої зміни передаточного числа.

У зв'язку з великою відмінністю умов використання зубчастих передач форма елементів зубчастих зачеплень та конструкції зубчастих коліс дуже різноманітні. Тому зубчасті передачі та колеса можна класифікувати за цілим рядом ознак.

За формою профілю зубців розрізняють евольвентні зубчасті передачі, що мають переважне поширення, та неевольвентні передачі. До останніх відносять зубчасті передачі із круговим профілем зубців (передачі із зачепленням Новікова) та передачі із циклоїдальним профілем зубців, які здебільшого застосовують у приладах та годинникових механізмах.

За взаємним розміщенням осей валів зубчасті передачі бувають:

- із паралельними осями валів – циліндричні передачі зовнішнього зачеплення (рис. 22.1, *а, б, в*), передачі типу зубчасте колесо - рейка (рис. 22.1, *г*) та циліндричні передачі внутрішнього зачеплення (рис. 22.1, *д*);
- із валами, осі яких перетинаються, – конічні зубчасті передачі (рис. 22.2, *а, б*);
- із мимобіжними у просторі осями валів – гвинтові зубчасті передачі (рис. 22.2, *в*).

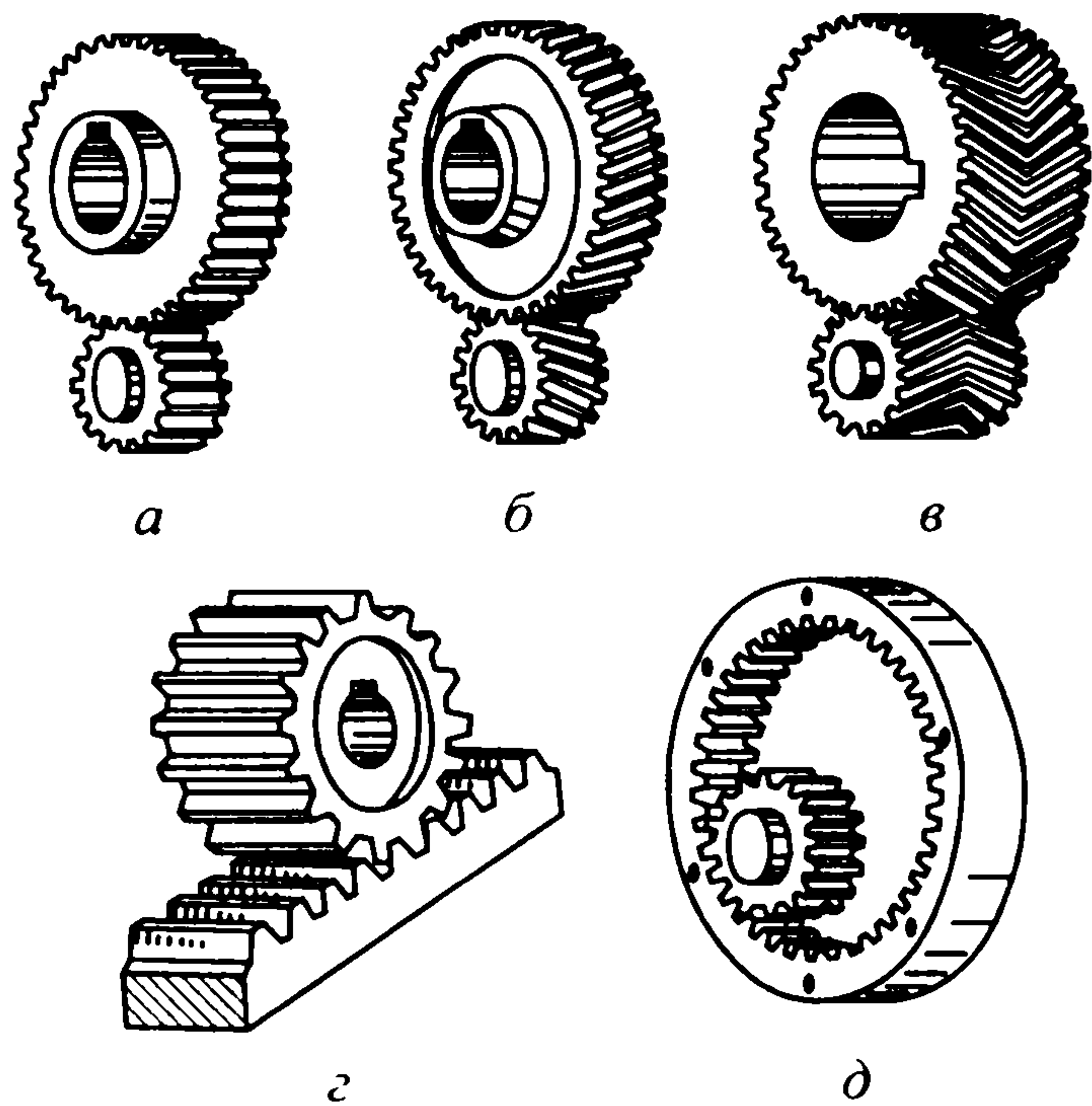


Рис. 22.1. Зубчасті передачі з паралельними осями валів

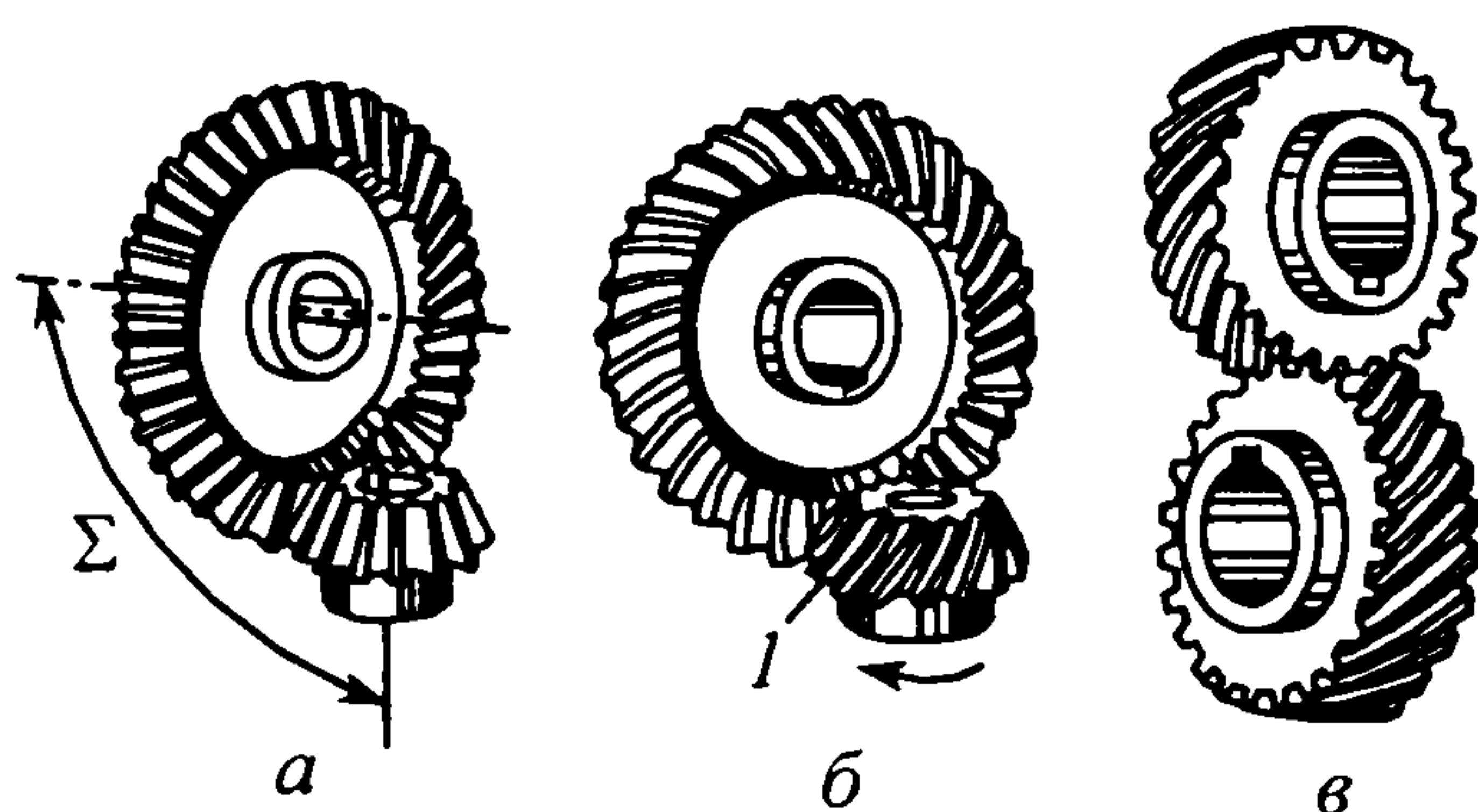


Рис. 22.2. Зубчасті передачі з мимобіжними осями валів та осями що перетинаються

За розміщенням на ободі та формою зубців розрізняють передачі та колеса: прямозубі (див. рис. 22.1, *а, г, д*), косозубі (див. рис. 22.1 *б*), шевронні (див. рис. 22.1, *в*) та з круговими зубцями (див. рис. 22.2, *б*).

За конструктивним оформленням зубчасті передачі бувають: закриті (розміщені у спеціальному корпусі та забезпечені постійним змащуванням) і відкриті (працюють без мастила або змащуються періодично).

За коловою швидкістю зубчастих коліс передачі поділяють на тихо- ($v \leq 3$ м/с), середньо- ($v = (3 \dots 15)$ м/с) та швидкохідні ($v > 15$ м/с).

22.2. Основи теорії зубчастого зачеплення

Основною кінематичною умовою для профілів зубців зубчастих коліс є умова сталості миттєвого передаточного числа. Цю умову задовольняють

багато кривих, за допомогою яких можуть бути окреслені профілі зубців. Однак профілі зубців повинні бути такими, щоб сприяти найпростішому виготовленню зубчастих коліс із різним числом зубців та забезпечувати високий ККД передачі, достатній міцності зубців тощо. Цим вимогам найбільше відповідає евольвентне зачеплення, і тому його широко застосовують у зубчастих передачах загального машинобудування.

Евольвентне зачеплення, ідея якого належить Л. Ейлеру, має істотні технологічні та експлуатаційні переваги: простота побудови евольвентних профілів зубців; евольвентні зубці як прямозубих, так і косозубих коліс можуть бути точно нарізані простим інструментом рейкового типу; одним інструментом можна нарізати колеса з різним числом зубців, оскільки профіль евольвентного зубця окреслюється однотипною кривою; правильність евольвентного зачеплення не порушується при відхиленнях міжосьової відстані коліс від розрахункового значення; евольвентне зачеплення допускає виправлення (коригування) робочого профілю зубців із метою вибору оптимальних відрізків евольвенти, що забезпечує кращу роботоздатність, ККД та інші характеристики передачі.

Зубці з евольвентним профілем можуть бути нарізані на зубчастих колесах як зовнішнього, так і внутрішнього зачеплення.

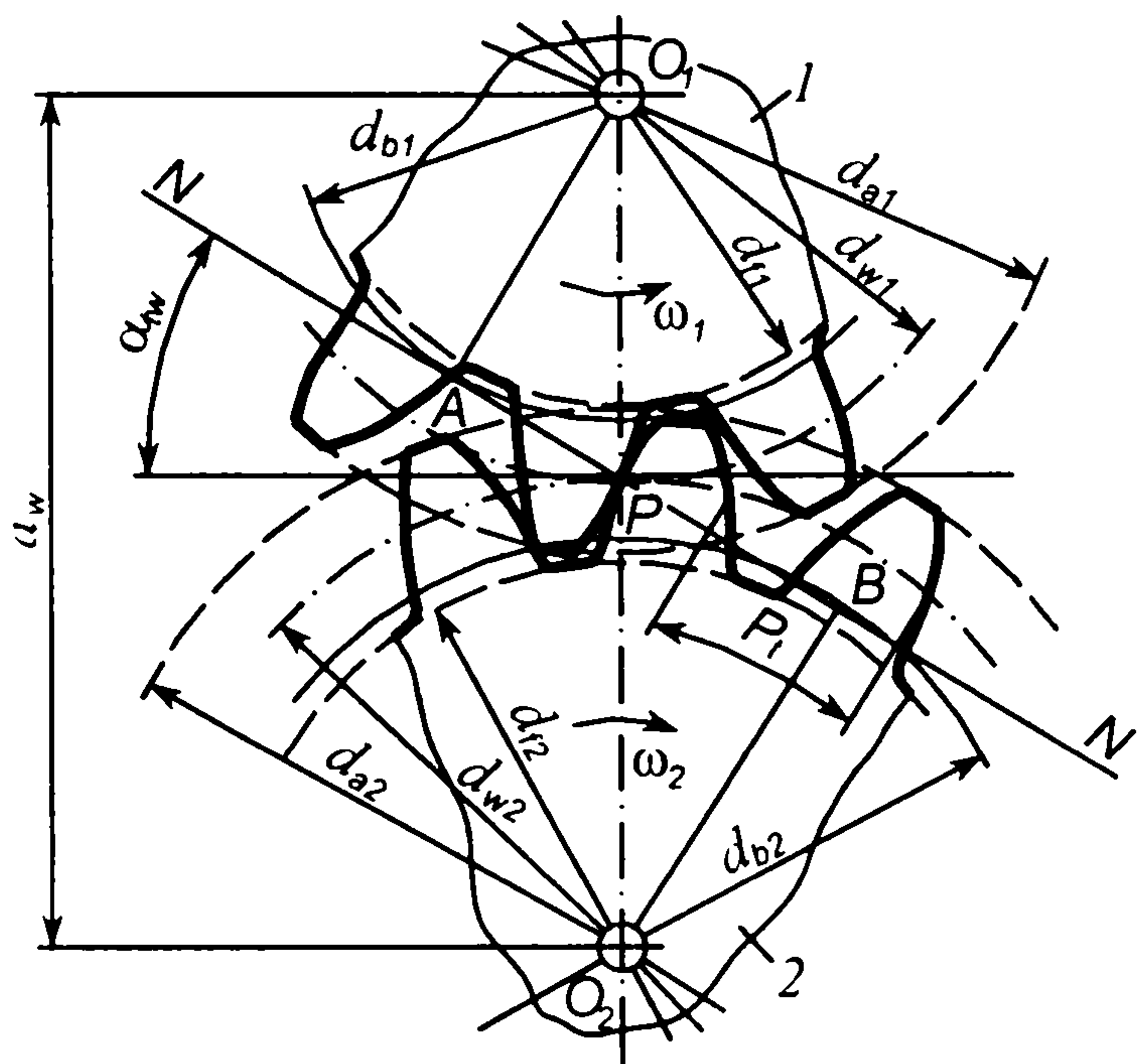


Рис. 22.3. Параметри зубчастої передачі

На рис. 22.3 показане зачеплення зубців з евольвентним профілем двох зубчастих коліс. При перекочуванні прямої NN без ковзання по колу діаметром d_{b1} точка P , що належить прямій NN , описує евольвенту, яка є профілем зубця колеса 1, а при перекочуванні прямої NN по колу діаметром d_{b2} точка P описує евольвенту, яка є профілем зубця колеса 2. Пряма NN називається відтворюючою, а кола діаметром d_{b1} та d_{b2} називаються основними. Точка P перетину спільної відтворюючої прямої NN із лінією центрів O_1O_2 зубчастих коліс називається полюсом зачеплення. Пряма NN є спільною нормаллю у точці P до

евольвент, що описують профілі зубців коліс 1 і 2, а відрізки AP і BP є відповідними радіусами кривини профілів зубців у точці P їхнього дотикання.

При обертанні зубчастих коліс точка дотикання профілів зубців постійно знаходиться на лінії NN , тобто спільна нормаль до профілів зубців займає постійне положення.

Основний закон зачеплення стверджує, що профілі зубців двох коліс повинні бути такими, щоб спільна нормаль до них у довільній точці

дотикання профілів проходила через полюс зачеплення P , який ділить міжосьову відстань O_1O_2 на відрізки, обернено пропорційні кутовим швидкостям зубчастих коліс.

Отже, евольвентне зачеплення відповідає вимогам основного закону зачеплення, оскільки точка P займає постійне положення на лінії центрів O_1O_2 . Відповідно до основного закону зачеплення

$$\omega_1 / \omega_2 = (\overline{PO_2}) / (\overline{PO_1}) = d_{w_2} / d_{w_1} = u. \quad (22.1)$$

Рівність колових швидкостей зубчастих коліс [$\omega_1 d_{w_1} = \omega_2 d_{w_2}$ за виразом (22.1)] свідчить про те, що при обертанні зубчастих коліс кола діаметрами d_{w_1} та d_{w_2} перекочуються одне по одному без ковзання. Ці кола називаються початковими колами, а відповідні їм циліндри у циліндричній і конуси у конічній зубчастих передачах називаються початковими циліндрами і початковими конусами. Діаметри d_{w_1} та d_{w_2} називаються початковими діаметрами зубчастих коліс.

Єдиним параметром, що визначає форму евольвенти, є діаметр основного кола d_b , оскільки кожному конкретному колу відповідає одна певна евольвента. Зі збільшенням діаметра d_b евольвента стає більш пологою, а при $d_b = \infty$ перетворюється у пряму лінію. У такому разі зубчасте колесо перетворюється у зубчасту рейку, яка має прямолінійний профіль зубців.

Із наведеного вище випливає, що відтворююча пряма (спільна нормаль NN) є лінією зачеплення, тобто геометричним місцем точок контакту спряжених зубців при обертанні зубчастих коліс.

Кут α_{tw} , між лінією зачеплення та прямою, перпендикулярною до міжосьової лінії, називається кутом зачеплення.

Співвісна циліндрична поверхня зубчастого колеса, яка є базою для визначення розмірів елементів зубців, називається ділильною поверхнею (ділить зубець на дві частини – головку та ніжку).

Концентричне коло, що лежить у торцевому перерізі колеса і належить ділильній поверхні, називається ділильним колом. Діаметри ділильних кіл позначають d_1 і d_2 і називають ділильними діаметрами зубчастих коліс. На рис. 22.3 ділильні та початкові кола збігаються.

За висотою зубці обмежені поверхнею вершин зубців та поверхнею впадин. Концентричне коло, що належить поверхні вершин, називається колом вершин зубців, а концентричне коло, що належить поверхні впадин, називається колом впадин. Діаметри кіл вершин зубців позначаються d_{a_1} і d_{a_2} (відповідно для шестірні та колеса на рис. 22.3) і називаються діаметрами вершин зубців. Відповідно діаметри кіл впадин позначаються d_{f_1} і d_{f_2} і називаються діаметрами впадин.

Відстань між одноіменними профілями двох сусідніх зубців по дузі концентричного кола зубчастого колеса називається коловим кроком зубців і позначається P_t (рис. 22.3 і 22.4, *a*). Розрізняють ділильний, початковий та інші колові кроки зубців, що відповідають ділильному, початковому та іншим концентричним колам зубчастого колеса. Для косих

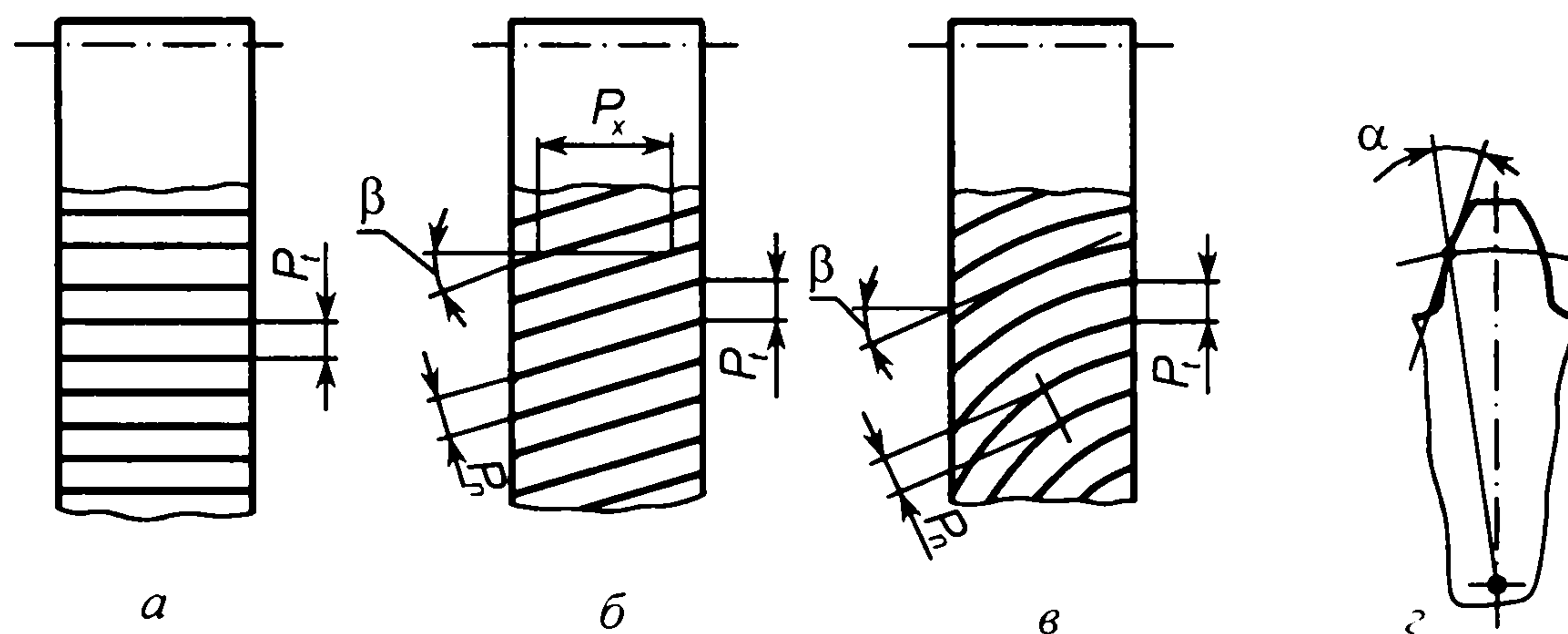


Рис. 22.4. Форма та розміщення зубців зубчастих коліс

та криволінійних зубців (рис. 22.4, б, в), крім колового кроку P_t , розрізняють нормальний крок зубців P_n , який є найкоротшою відстанню по ділильному або однотипному співвісному колу зубчастого колеса між одноіменними профілями двох сусідніх зубців, а також осьовий крок зубців P_x .

Центральний кут концентричного кола зубчастого колеса, який дорівнює $2\pi/z$, де z – число зубців зубчастого колеса, називається кутовим кроком зубців і позначається τ .

Лінія перетину бічної поверхні зубця з ділильною, початковою або іншими співвісними поверхнями зубчастого колеса називається лінією зубця.

Гострий кут між лінією зубця та лінією перетину співвісної поверхні, якій належить ця лінія зубця, з площиною, що проходить через вісь зубчастого колеса, називається кутом нахилу лінії зубця, або кутом нахилу зубця. Кут нахилу зубця позначається β (рис. 22.4, б, в).

Із рис. 22.4, б маємо зв'язок між P_n та P_t і P_x :

$$P_n = P_t \cos \beta; \quad P_x = P_n / \sin \beta. \quad (22.2)$$

Кут повороту зубчастого колеса від моменту входу зубця в зачеплення до моменту виходу його із зачеплення називається кутом перекриття і позначається φ_γ .

Відношення кута перекриття зубчастого колеса передачі до його кутового кроку називається коефіцієнтом перекриття і позначається ε_γ :

$$\varepsilon_\gamma = \varphi_\gamma / \tau. \quad (22.3)$$

Коефіцієнт перекриття визначає середнє число пар зубців, що одночасно знаходяться у зачепленні. Якщо $\varepsilon_\gamma = 1,6$, то це означає, що 0,4 періоду зачеплення одного зубця у зачепленні знаходиться одна пара зубців, а 0,6 періоду зачеплення того самого зубця у зачепленні знаходяться дві пари зубців.

Із збільшенням коефіцієнта перекриття підвищуються плавність роботи та несуча здатність передачі, зменшуються динамічні навантаження та шум передачі. Тому у швидкохідних та високонавантажених передачах

замість прямозубих використовують косозубі, шевронні колеса або колеса з криволінійними зубцями, які забезпечують більші коефіцієнти перекриття.

Коефіцієнт перекриття завжди повинен бути більшим за одиницю, інакше під час роботи зубчастої передачі можуть виникнути моменти, коли у зачепленні не буде знаходитися жодна пара зубців і передача буде працювати з ударами.

Лінійна величина, що в π разів менша за коловий крок зубців, називається коловим модулем зубців m_t , а лінійна величина, що в π разів менша за нормальний крок зубців, називається нормальним модулем зубців m_n :

$$m_t = P_t / \pi; \quad m_n = P_n / \pi. \quad (22.4)$$

Для косих та криволінійних зубців на основі формул (22.2) та (22.4) маємо співвідношення

$$m_n = m_t \cos \beta, \quad (22.5)$$

а для прямих зубці $m_n = m_t = m$.

Модулі зубців стандартизовані (у прямозубих колесах колові $m_t = m$, а в косозубих нормальні m_n). У ГОСТ 9563-60 наведено значення модулів, починаючи від 0,05 до 100 мм. Стандартні модулі від 1 до 18 мм такі:

1-й ряд	1	1,25	1,5	2	2,5	3	4	5	6	8	10	12	16
2-й ряд	1,125	1,375	1,75	2,25	2,75	3,5	4,5	5,5	7	9	11	14	18

Модуль зубців є основною характеристикою розмірів вінців зубчастих коліс. Надалі стандартний модуль зубців прямозубих коліс будемо позначати m (без індексу), а при визначенні розмірів косозубих коліс будемо використовувати стандартний нормальний модуль m_n .

Довжина ділильного кола зубчастого колеса

$$\pi d = z P_t = z P_n / \cos \beta.$$

Із записаного співвідношення визначається ділильний діаметр косозубого колеса

$$d = m_n z / \cos \beta. \quad (22.6)$$

Для прямозубого зубчастого колеса при $\beta = 0$ відповідно маємо

$$d = m z. \quad (22.7)$$

До параметрів евольвентного зачеплення належить також кут профілю зубця. Гострий кут у поперечному перерізі зубця між дотичною до профілю зубця у даній точці та лінією, яка проходить через цю точку і центр колеса, називається кутом профілю зубця (рис. 22.4, *г*). Розрізняють ділильний α , початковий α_w , та інші кути профілю зубця, які відповідають точкам на ділильній, початковій та інших співвісних циліндричних поверхнях. У разі збігання початкових та ділильних кіл початковий кут профілю зубця α_w дорівнює куту зачеплення α_{tw} .

Не можна змішувати поняття початкового та ділильного кіл зубчастих коліс. Ділильне коло – постійна геометрична фігура даного зубчастого колеса, діаметр якого залежить тільки від модуля та числа зубців. Початкове

коло – поняття кінематичне і у окремо взятого колеса такого кола не має. Про початкові кола говорять, коли розглядають колеса, що знаходяться у зачепленні. Як зазначалось вище, ці кола стикаються у полюсі зачеплення і при обертанні зубчастих коліс перекочуються одне по одному без ковзання.

Якщо міжосьова відстань зубчастої передачі

$$a_w = (d_1 + d_2) / 2 = m_n (z_1 + z_2) / (2 \cos \beta), \quad (22.8)$$

то ділильні і початкові кола зубчастих коліс збігаються. У разі зміни міжосьової відстані a_w , передачі ділильних кіл лишаються такими самими, а діаметри початкових кіл змінюються пропорційно зміні a_w . Тоді

$$d_{w1} = 2a_w / (u + 1); \quad d_{w2} = 2a_w u / (u + 1); \quad (22.9)$$

де u – передаточне число зубчастої передачі за співвідношенням (22.1). Його також визначають і як відношення чисел зубців зубчастих коліс:

$$u = z_2 / z_1. \quad (22.10)$$

22.3. Конструкції зубчастих коліс та їхня точність

Конструкція зубчастих коліс залежить від їхніх розмірів, матеріалу, способу і технології виготовлення заготовки, експлуатаційних вимог. Якщо діаметр кола впадин мало відрізняється від діаметра вала, шестірню виготовляють із валом як одну деталь (рис. 22.5, а, б). Зубчасті колеса, що допускають посадку та закріплення на валу, як правило, виготовляють насадними. Це дає змогу підбирати різні найвигідніші матеріали і термообробку для вала і колеса, спрощує технологію виготовлення та дає можливість після спрацювання зубців колеса зробити його заміну, зберігаючи при цьому вал. Однак вали, виготовлені разом із зубчастими колесами,

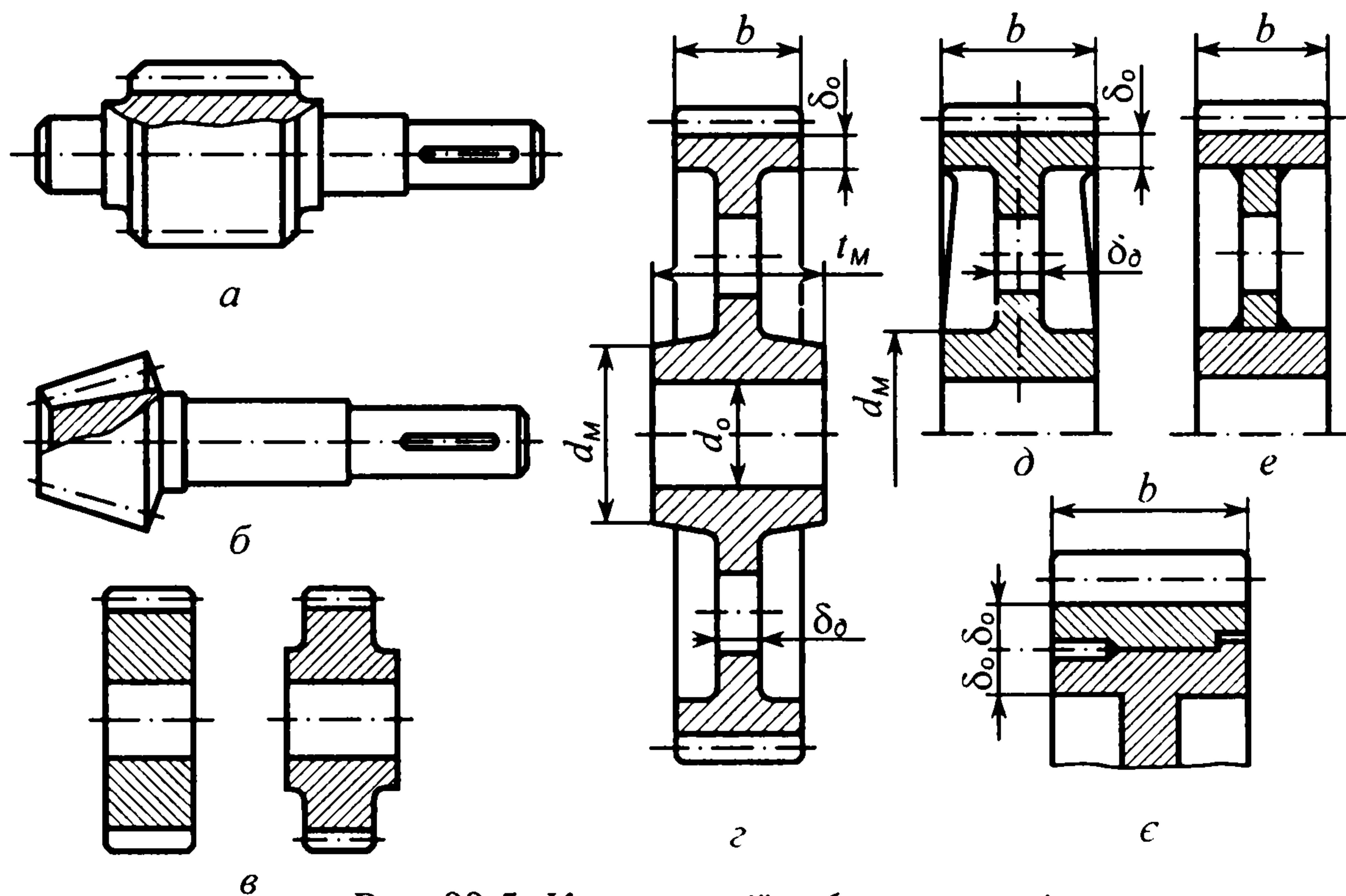


Рис. 22.5. Конструкції зубчастих коліс

мають більшу жорсткість, що позитивно впливає на роботу зубчастої передачі.

Зубчасті колеса невеликого діаметра ($d \leq 200$ мм) можуть виготовлятися із круглого прокату, кованих або штампованих заготовок у вигляді суцільного диска без маточини або з маточиною (рис. 22.5, в).

Колеса середніх діаметрів ($d \leq 600$ мм) виготовляють із заготовок куванням, штампуванням або литтям. Здебільшого такі колеса мають дискову конструкцію (рис. 22.5, г, д). Наближені розміри елементів цих коліс такі: діаметр маточини $d_M = (1,8 \dots 2,0)d_0$; довжина маточини $l_M = (1,0 \dots 1,2)b$; товщина диска $\delta_d = (0,25 \dots 0,35)b$; товщина обода $\delta_0 = (3 \dots 4)t$.

Для великогабаритних передач заготовки для зубчастих коліс виготовляють литтям (рис. 22.5, д) або зварюванням (рис. 22.5, е). При використанні для зубчастих вінців високоякісних сталей інколи застосовують бандажовані зубчасті колеса (рис. 22.5, є). У такому разі зубчастий вінець насаджують на центральну колісну частину з гарантованим натягом і додатково закріплюють гвинтами.

Одним із основних показників якості зубчастих передач є їхня точність. Точність виготовлення зубчастих коліс та передач визначає не тільки їхні кінематичні та експлуатаційні показники, а й такі характеристики, як інтенсивність шуму та вібрацій, а також істотно впливає на показники міцності передачі, довговічність її роботи, втрати на тертя тощо.

Основними показниками точності евольвентних зубчастих передач згідно зі стандартом є такі: кінематична точність; плавність роботи; контакт зубців; бічний зазор.

Кінематична точність характеризує найбільшу похибку кута повороту зубчастого колеса в межах його одного оберту, а для передачі – за певний цикл зміни відносного положення зубчастих коліс пари.

Плавність роботи оцінюють складовими повної похибки кута повороту зубчастого колеса, що багатократно повторюються за один його оберт.

Контакт зубців визначає точність (повноту) прилягання робочих поверхонь зубців спряжених в передачі коліс.

Бічний зазор регламентує гарантований (найменший) зазор між неробочими поверхнями зубців передачі і можливі межі його коливання. Бічний зазор оцінюється шістьма видами спряження зубчастих коліс – А, В, С, D, Е, Н. У спряженні виду Н мінімальний зазор дорівнює нулю, а у спряженні виду А мінімальний зазор найбільший. Найчастіше використовують спряження виду В і С.

За нормами кінематичної точності, плавності роботи та контакту зубців зубчасті передачі і колеса поділяють на 12 ступенів точності (із збільшенням номера ступеня точності точність зменшується). Найбільше розповсюдження у машинобудуванні мають зубчасті передачі зі ступенем точності 6, 7, 8, 9. Зубчасті передачі з прямими зубцями, що мають колову швидкість до 15 м/с, а з непрямими зубцями до 25 м/с виготовляють за 6-м

ступенем точності. Якщо коліві швидкості відповідно до 6 м/с і 10 м/с, то рекомендується ступінь точності 8.

Стандартами на допуски зубчастих передач встановлена система умовних позначень точності та вимог до бокового зазору зубчастих передач і зубчастих коліс.

При однаковому ступені точності за нормами кінематичної точності, плавності роботи та контакту зубців для відповідного виду спряження умовне позначення складається з цифри та літери, розділених тире. Цифра означає ступінь точності, а літера – вид спряження зубців, наприклад:

6–В ГОСТ 1643-81 – для циліндричної зубчастої передачі;

7–С ГОСТ 1758-81 – для конічної зубчастої передачі.

22.4. Матеріали для виготовлення і термообробка зубчастих коліс

Зубчасті колеса виготовляють із різноманітних матеріалів. Основним із них є сталь, яка допускає зміцнювальну термічну або хімікотермічну обробку. Сталеві зубчасті колеса забезпечують високу несучу здатність та довговічність зубчастої передачі.

Для виготовлення зубчастих коліс найбільше застосування мають якісні вуглецеві сталі 40, 45, 50, сталі з підвищеним вмістом марганцю 40Г2, 50Г, леговані сталі 40Х, 40ХН, 40ХНМА, 35ХГСА та ін.

Залежно від твердості після термообробки сталеві зубчасті колеса умовно можна поділити на дві основні групи:

а) зубчасті колеса з твердістю $H \leq 350$ НВ після нормалізації та поліпшення;

б) зубчасті колеса з твердістю $H > 350$ НВ після об'ємного гартування, гартування СВЧ, цементації, азотування.

Із твердістю $H \leq 350$ НВ зубчасті колеса нарізають після термообробки заготовки. При цьому досягається достатня точність виготовлення зубчастих коліс без використання дорогих фінішних операцій. Колеса цієї групи добре припрацьовуються, а зубці не піддаються крихкому руйнуванню при динамічних навантаженнях. Для ліпшого припрацьовування зубців твердість шестірні рекомендують призначати більшою від твердості колеса ($H_1 \geq H_2 + 25 \dots 30$ НВ).

У косозубих та шевронних зубчастих передачах інколи призначають твердість зубців шестірні значно вищою, ніж твердість зубців колеса (приблизно на 100 одиниць НВ). Цим досягається деяке підвищення несучої здатності зубчастих передач із косими зубцями.

Технологічні переваги сталей із твердістю $H \leq 350$ НВ забезпечили їм широке застосування в умовах індивідуального та малосерійного виробництва, у мало- та середньонавантажених передачах, якщо не ставляться жорсткі обмеження стосовно габаритних розмірів зубчастих передач. Такі сталі можуть бути використані для виготовлення великогабаритних зубчастих коліс, термообробка яких утруднена.

Сталі з твердістю $H > 350$ НВ застосовують для високонавантажених зубчастих коліс порівняно невеликих розмірів. Спеціальні види термообробки дають змогу отримати твердість $H = 50 \dots 60$ HRC. Однак висока твердість створює деякі труднощі у виготовленні зубчастих коліс. Нарізування зубців при високій твердості заготовки неможливе або дуже утруднене. Тому термообробку здійснюють після нарізування зубців. Деякі види термообробки (об'ємне гартування, цементация) супроводжуються значним коробленням зубців. Тому для виправлення форми зубців потрібні додаткові дорогі фінішні операції (шліфування, притирання та ін.). Ці труднощі простіше перебороти в умовах великосерійного та масового виробництва зубчастих коліс, де значно легше окупаються спеціальні обладнання, інструменти, верстати.

Крім того, зубчасті колеса з високою твердістю погано припрацьовуються (немає потреби в різниці твердості), що вимагає підвищеної точності виготовлення та монтажу передачі, значно більшої жорсткості валів та їхніх опор.

Сталеве литво використовують для виготовлення великогабаритних зубчастих коліс ($d > 500$ мм). При цьому застосовують сталі 40Л, 45Л, 50Л, які треба нормалізувати.

Механічні характеристики деяких марок сталей, що використовуються для виготовлення зубчастих коліс, наведені у табл. 22.1.

Для виготовлення шестірні та колеса можна брати однакові або різні марки сталей. У табл. 22.2 наведено рекомендації щодо вибору різних варіантів матеріалів для шестірні і колеса та доцільних видів термообробки і твердості.

Крім сталей для виготовлення великогабаритних тихохідних зубчастих коліс використовують чавуни. Чавунні зубці достатньо стійкі проти заїдання та спрацювання, але мають низьку міцність на згин. Вони також не можуть працювати в умовах ударного навантаження. Для виготовлення зубчастих коліс переважно застосовують сірі чавуни марок СЧ 18–СЧ 35.

Останнім часом у малонавантажених передачах широко застосовуються зубчасті колеса з неметалевих матеріалів. Такі колеса виготовляють із шаруватих пластиків, текстоліту або поліамідів (капрон, нейлон). Вони здебільшого працюють у парі із сталевими зубчастими колесами. Передачі з пластмасовими колесами менш чутливі до неточностей виготовлення та монтажу, добре припрацьовуються, створюють менший шум, але поступаються металевим колесам за несучою здатністю та довговічністю. Поліамідні колеса достатньо стійкі при роботі в агресивному корозійному середовищі.

Таблиця 22.1. Механічні характеристики деяких сталей для виготовлення зубчастих коліс

Марка сталі	Вид заготовки	Граничні розміри заготовки, мм		Термообробка	Твердість зубців		Границя	
		діаметр	ширина		серцевини	поверхні	міцності σ_b , МПа	текучості σ_T , МПа
40Л	Литво	—	—	Нормалізація	163—207 HB	163—207 HB	550	320
45	Поковка	125	80	Поліпшення »	235—262 HB	235—262 HB	780	540
		80	50		269—302 HB	269—302 HB	890	650
40Х	Поковка	280	125	Поліпшення » Поліпшення та гартування СВЧ	235—262 HB	235—262 HB	790	640
	»	125	80		269—302 HB	269—302 HB	900	750
	»	125	80		269—302 HB	45—50 HRC	300	750
40ХН 35ХМ	Поковка	320	200	Поліпшення » Поліпшення та гартування СВЧ	235—262 HB	235—262 HB	800	630
	»	200	125		269—302 HB	269—302 HB	920	750
	»	200	125		269—302 HB	48—53 HRC	920	750
40ХНМА	Поковка	125	80	Поліпшення та азотування	269—302 HB	50—56 HRC	980	780
20Х 20ХМН	Поковка	200	125	Поліпшення, цементация та гартування	300—400 HB	56—63 HRC	1000	800

Таблиця 22.2. Рекомендації щодо вибору варіантів матеріалів для шестірні та колеса

Варіант	Шестірня			Колесо		
	Марка сталі	Термообробка	Твердість	Марка сталі	Термообробка	Твердість
1	40X, 45, 40XH	Поліпшення	269—302 HB	40X, 45, 40XH	Поліпшення	235—262 HB
2	40X, 40XH, 35XM	Поліпшення та гартування СВЧ	40—53 HRC	40X, 40XH, 30XM	Поліпшення	269—302 HB
3	40X, 40XH, 35XM	Поліпшення та гартування СВЧ	45—53 HRC	40X, 40XH, 35XM	Поліпшення та гартування СВЧ	45—53 HRC
4	20X, 20XHM	Поліпшення, цементация та гартування	57—63 HRC	40X, 40XH, 35XM	Поліпшення та гартування СВЧ	45—53 HRC
5	20X, 20XHM	Поліпшення, цементация та гартування	56—63 HRC	20X, 20XHM	Поліпшення, цементация та гартування	56—63 HRC

22.5. Види руйнування зубців та критерії розрахунку на міцність зубчастих передач

Під час роботи зубчастої передачі зубці коліс періодично взаємодіють між собою. При цьому лінія контакту зубців постійно міняє своє положення на активній поверхні зубців за час знаходження їх у контакті. Наявність ковзання активних поверхонь призводить до виникнення сил тертя між навантаженими зубцями. Такий складний характер навантаження контакту зубців зубчастих коліс є причиною певних руйнувань як поверхневого шару зубців, так і зубців взагалі.

Практика експлуатації зубчастих передач показує, що найбільш характерними є такі види руйнування зубців: втомне викришування активних поверхонь, поломка зубців, відшаровування поверхневих шарів зубців, абразивне спрацювання, пластична деформація та заїдання зубців.

Втомне викришування активних поверхонь зубців пов'язане з дією циклічно змінних контактних напружень. Ці напруження спричинюють виникнення втомних тріщин у поверхневих шарах матеріалу зубців, подальший розвиток яких призводить до викришування частинок металу. На рис. 22.6, *а* показані сліди втомного викришування на поверхні ніжок зубців поблизу полюсної лінії.

Відмітимо особливості втомного руйнування активних поверхонь зубців у передачах із косозубими колесами. При нахиленому розміщенні контактної лінії (рис. 22.6, *б*) викришування, що почалось на ніжках зубців, може не викликати порушень правильності зачеплення, оскільки головки зубців залишаються роботоздатними, сприймаючи більшу частину навантаження. У зв'язку з цим під час експлуатації косозубих коліс можна допускати викришування ніжок зубців. Косозубу передачу вважають спрацьованою, якщо викришування поширилося і на головки зубців.

У передачах, що працюють із великим спрацюванням активних поверхонь зубців, наприклад в умовах недостатнього змащування та абразивного забруднення, втомне викришування не спостерігається, оскільки

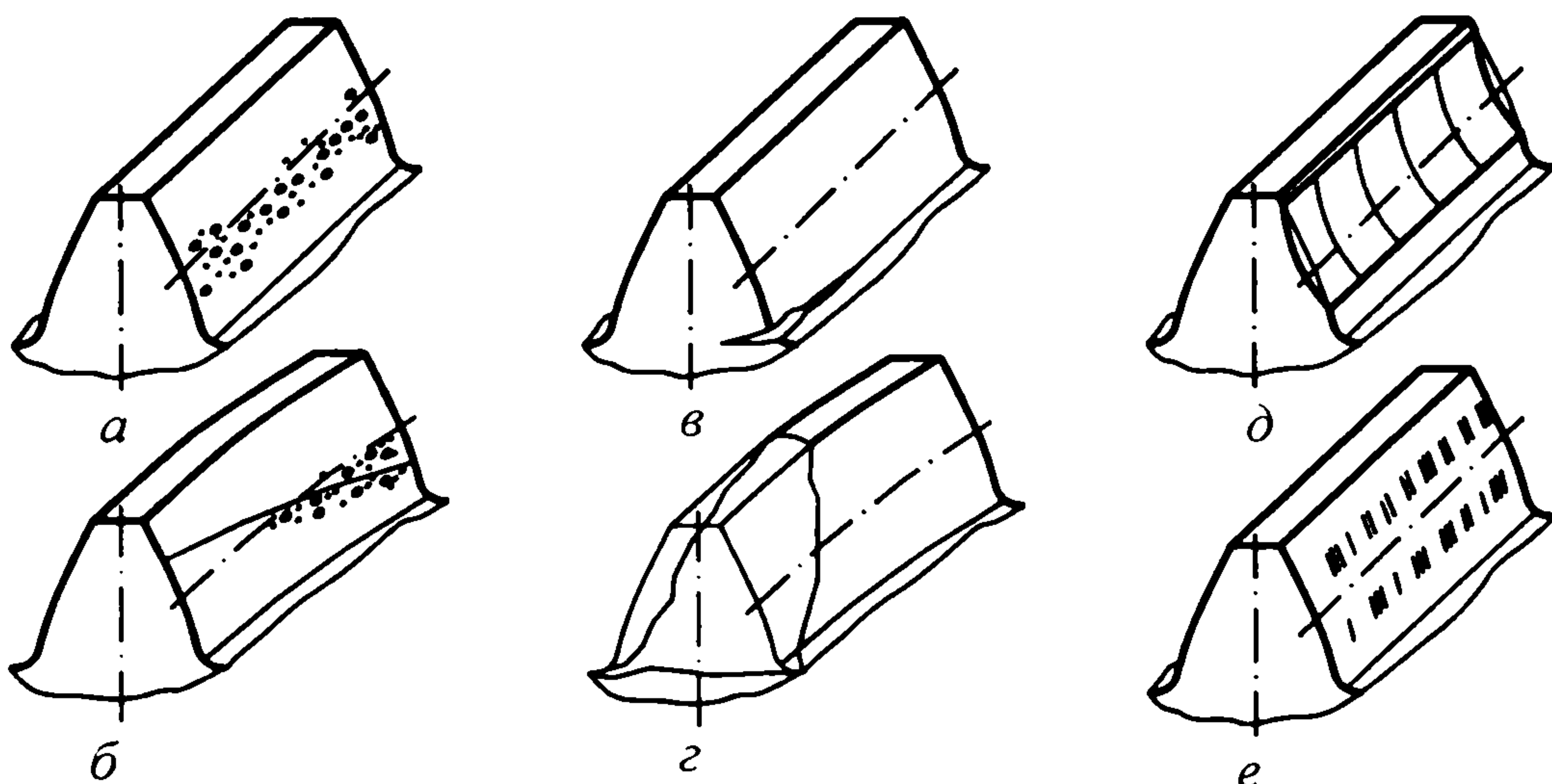


Рис. 22.6. Види руйнування зубців зубчастих коліс

поверхневі шари матеріалу зубців стираються раніше, ніж появляються тріщини втоми.

Основні заходи для запобігання викришуванню активних поверхонь зубців такі: обмеження контактних напружень за допомогою розрахунків розмірів передачі; підвищення твердості матеріалів зубчастих коліс термообробкою; підвищення точності виготовлення зубчастих коліс та монтажу передачі.

Поломка зубців внаслідок раптового характеру появи є дуже небезпечним видом їхнього руйнування. Розрізняють два види поломки зубців зубчастих передач:

- а) поломка від великих перевантажень статичної або ударної дії;
- б) втомна поломка, що відбувається внаслідок дії змінних напружень згину протягом порівняно тривалого строку експлуатації передачі.

Довгочасно діючі змінні напруження, спричинені деформацією згину зубців, сприяють появі мікротріщин, що виникають у зоні концентрації напружень, здебільшого в області переходу зубців у обід колеса (рис. 22.6, в). Мікротріщини під час подальшої роботи передачі поширюються в глибину зубця по нормалі до перехідної кривої. Поломка зубців найчастіше відбувається в чавунних зубчастих колесах і колесах із високою твердістю зубців. У зубчастих колесах із середньою та низькою твердістю поломки виникають значно рідше, оскільки в такому разі гранична несуча здатність зубців визначається стійкістю їхніх активних поверхонь проти втомного викришування.

При поломці зубців косозубих коліс тріщина виникає біля торцевої поверхні колеса в основі зубця (рис. 22.6, г) і поширюється похило по довжині зубця до його вершини.

Загальні заходи щодо запобігання поломці зубців: збільшення модуля зубців; термообробка та зміцнення поверхонь зубців у зоні дії максимальних напружень; підвищення точності виготовлення та монтажу передачі; захист передачі від великих перевантажень.

А б р а з и в н е с п р а ц ю в а н н я з у б ц і в – основна причина виходу з ладу зубчастих передач із недостатнім змащуванням зубців. Суть його полягає в стиранні активних поверхонь зубців, яке залежить від тиску, швидкості ковзання зубців, можливості потрапляння в зону зачеплення абразивних частинок та ін. Спрацювання зубців (рис. 22.6, д) може бути у відкритих передачах та у недостатньо захищених від забруднення закритих передачах гірничого обладнання, сільськогосподарських машин та ін.

У передачах із спрацьованими зубцями збільшуються зазори у зачепленні, виникає шум, зростають динамічні навантаження. Одночасно міцність спрацьованого зубця зменшується внаслідок зміни його поперечного перерізу.

Розрахунку зубців із умови запобігання спрацюванню на сьогодні не існує, бо закономірності спрацювання дуже складні і залежать від багатьох випадкових факторів. Однак можна перелічити основні заходи, що сприяють підвищенню стійкості зубців проти спрацювання: збільшення твердості

активних поверхонь, надійний захист передачі від потрапляння твердих абразивних частинок, використання мастил із відповідними властивостями.

Пластична деформація зубців може виникнути в зоні контакту зубців, де їх матеріал знаходиться під дією значного всебічного стиску. Сили тертя спричинюють переміщення поверхневих шарів матеріалу у напрямі вектора швидкості ковзання. При цьому на поверхні ведучих зубців поблизу полюсної лінії утворюється впадина, а на поверхні ведених зубців – виступ. Особливо значні пластичні деформації виникають у зубчастих колесах, виготовлених із матеріалів з невеликою твердістю активних поверхонь зубців. Щоб запобігти пластичним деформаціям, треба збільшити твердість зубців та використати мастила підвищеної в'язкості.

Заїдання спостерігається переважно у високонавантажених та високошвидкісних зубчастих передачах. У зоні контакту зубців цих передач розвивається висока температура, яка сприяє розриву масляної плівки і утворенню безпосереднього металевого контакту зубців. Тут відбувається зчіплювання частинок металу з подальшим відривом їх від менш міцної поверхні. Нерівності, що утворились при цьому, задирають робочі поверхні зубців у напрямі ковзання (рис. 22.6, е). Ударні навантаження, особливо кромковий удар, сприяють заїданню зубців.

Заходи проти заїдання такі самі, як і проти спрацювання зубців. Ефективними є азотування та ціанування зубців. Бажане використання зубців із модифікованим профілем та інтенсивне охолодження мастила. Позитивні результати дає застосування протизадирних мастил із підвищеною в'язкістю.

Розглянуті види руйнування зубців зубчастих передач донині неоднаковою мірою вивчені. Найглибше теоретично і практично досліджені явища втомного викришування активних поверхонь зубців, що спричинені контактними напруженнями σ_H , та явища втомної поломки зубців, які є результатом циклічної дії напружень згину σ_F у зубцях (позначення контактних напружень σ_H та напружень згину σ_F для зубців зубчастих передач узгоджені з позначеннями, взятими в іноземній літературі). Вибір норм допустимих напружень $[\sigma]_H$ та $[\sigma]_F$ сприяє запобіганню появи інших видів руйнування зубців зубчастих передач.

У сучасній методиці розрахунку зубчастих передач на міцність із двох напружень σ_H та σ_F за основне переважно беруть контактне напруження, оскільки в межах заданих габаритних розмірів зубчастих коліс σ_H залишається постійним, а σ_F можна зменшити, збільшуючи модуль зубців.

ГОСТ 21354-87 рекомендує такі основні види розрахунків на міцність зубців циліндричних евольвентних передач:

1. *Розрахунок на контактну витривалість*; виконується, щоб запобігти втомному викришуванню активних поверхонь зубців.

2. *Розрахунок на контактну міцність при дії максимального навантаження* (розрахунок на контактну міцність); виконується, щоб запобігти залишковій деформації або крихкому руйнуванню поверхневого шару зубців.

3. *Розрахунок на витривалість при згині*; виконується, щоб запобігти втомній поломці зубців.

4. *Розрахунок на міцність при згині максимальним навантаженням*; виконується, щоб запобігти залишковим деформаціям або крихкій поломці зубців.

У розрахунках зубчастих передач треба враховувати умови навантаження зубців. Під час однобічного обертання коліс (нереверсивні передачі) зубці навантажуються тільки з одного боку, а під час обертання у двох напрямках (реверсивні передачі) – із двох боків. Тому, перевіряючи на контактну витривалість активні поверхні зубців реверсивних зубчастих передач, якщо умови їхньої роботи (навантаження, його тривалість, швидкість обертання) при зміні напрямку обертання міняються, треба для кожного робочого боку зубців зубчастих коліс виконувати два самостійні розрахунки. Перевірку зубців на витривалість при згині виконують за допустимими напруженнями, які є різними у разі одно- і двобічного навантажень зубців.

22.6. Допустимі напруження у розрахунках зубчастих передач

Допустимі контактні напруження. При розрахунках активних поверхонь зубців на контактну витривалість в передачах з нерегламентованою довговічністю допустиме контактне напруження визначають за такою формулою (тут і далі при розрахунках зубчастих передач на міцність уведено спрощення щодо ГОСТ 21354-87):

$$[\sigma]_H = (\sigma_{H \lim b} Z_R) / s_H, \quad (22.11)$$

де $\sigma_{H \lim b}$ – границя контактної витривалості поверхонь зубців; Z_R – коефіцієнт, що враховує шорсткість спряжених поверхонь зубців (беруть спільним для пари коліс, але для більш грубої поверхні одного з них: $Z_R=1$ при $R_a=1,25 \dots 0,63$; $Z_R=0,95$ при $R_a=2,5 \dots 1,25$ і $Z_R=0,9$ при $R_a=40 \dots 10$); s_H – коефіцієнт запасу (для зубчастих коліс із однорідною структурою $s_H=1,1$, а для коліс із поверхневим зміцненням зубців $s_H=1,2$).

Таблиця 22.3. Границі контактної витривалості зубців

Сталі	Термообробка або хімікотермічна обробка зубців	Твердість поверхонь зубців	$\sigma_{H \lim b}$, МПа
Вуглецеві та леговані	Нормалізація або поліпшення	$H \leq 350$ HB	$2 H_{HB} + 70$
	Об'ємне гартування	38–50 HRC	$18 H_{HRC} + 150$
	Поверхнєве гартування	40–50 HRC	$17 H_{HRC} + 200$
Леговані	Цементация або нітроцементация	$H \geq 56$ HRC	$23 H_{HRC}$
	Азотування	550–750 HV	1050

Границю контактної витривалості поверхонь зубців $\sigma_{H \lim b}$ знаходять залежно від виду термічної обробки зубців та їхньої твердості за табл. 22.3.

У розрахунках прямо- і косозубих передач за розрахункове допустиме напруження $[\sigma]_{H1}$ беруть менше із двох значень $[\sigma]_{H1}$ та $[\sigma]_{H2}$, розрахованих для зубців шестірні та колеса. Для косозубих передач, якщо твердість зубців хоча б одного колеса $H < 350$ НВ і $H_1 - H_2 \geq 70$ НВ, то за розрахункове допустиме контактне напруження беруть

$$[\sigma]_{H1} = 0,45([\sigma]_{H1} + [\sigma]_{H2}) \quad (22.12)$$

із виконанням умов: $[\sigma]_{H1} \leq 1,23[\sigma]_{H1\min}$ – для циліндричних зубчастих передач; $[\sigma]_{H1} \leq 1,15[\sigma]_{H1\min}$ – для конічних зубчастих передач. Тут $[\sigma]_{H1\min}$ менше з двох значень $[\sigma]_{H1}$ і $[\sigma]_{H2}$.

Допустиме граничне контактне напруження $[\sigma]_{H\max}$ в розрахунках на контактну міцність залежить від виду термічної або хіміко-термічної обробки зубчастих коліс. Для зубців зубчастих коліс після нормалізації, поліпшення або об'ємного гартування з низьким відпусканням (в тому числі і після нагрівання СВЧ) $[\sigma]_{H\max} = 2,8\sigma_T$, де σ_T – границя текучості матеріалу при розтягу. Для зубців після цементації, а також після контурного гартування при нагріванні СВЧ $[\sigma]_{H\max} = 40H_{HRC}$.

Допустимі напруження на згин. У розрахунках зубців на витривалість при згині в передачах з нерегламентованою довговічністю допустиме напруження визначають окремо для зубців шестірні $[\sigma]_{F1}$ та зубців колеса $[\sigma]_{F2}$ за формулою

$$[\sigma]_F = \sigma_{Flimb} / s_F, \quad (22.13)$$

де σ_{Flimb} – границя витривалості зубців при згині; s_F – коефіцієнт запасу, який беруть: $s_F = 1,75$ – при ймовірності неруйнування зубців 0,90; $s_F = 2,2$ – при ймовірності неруйнування більше від 0,99.

Границя витривалості зубців при згині залежить від виду термічної або хіміко-термічної обробки сталевих зубчастих коліс. Деякі дані для визначення σ_{Flimb} наведені у табл. 22.4.

Таблиця 22.4. Границі витривалості зубців при згині

Сталі	Термообробка або хіміко-термічна обробка зубців	Твердість зубців		σ_{Flimb} , МПа
		поверхні	серцевини	
Вуглецеві та леговані 40, 45, 40Х, 40ХН	Нормалізація, поліпшення	180–300 НВ	180–300 НВ	$1,8H_{НВ}$
Леговані 40Х, 40ХН, 40ХФА	Об'ємне гартування	45–55 HRC	45–55 HRC	600
Леговані 20Х, 12ХН3А, 20ХГТ	Цементація	56–62 HRC	24–40 HRC	800
Леговані 40Х, 40ХФА, 38ХМЮА	Азотування	550–700 НВ	24–40 HRC	$300 + 12H_{HRC}$

У випадку двобічного прикладання до зубців навантаження (реверсивні передачі) допустиме напруження $[\sigma]_F$ зменшують приблизно на 30%.

Граничне допустиме напруження на згин $[\sigma]_{F_{\max}}$, що використовується у розрахунках зубців на міцність при згині максимальним навантаженням, визначають за формулою

$$[\sigma]_{F_{\max}} = \sigma_{F_{\lim M}} / S_F. \quad (22.14)$$

Тут граничне напруження $\sigma_{F_{\lim M}}$, що не спричинює залишкових деформацій або крихкої поломки зубців, рекомендують брати таким: $\sigma_{F_{\lim M}} = 4,8 H_{HB}$ (МПа) – для вуглецевих та легованих сталей після нормалізації або поліпшення; $\sigma_{F_{\lim M}} = 6 H_{HB}$ (МПа) – для вуглецевих та легованих сталей після гартування з нагріванням СВЧ.

ГЛАВА 23. ЦИЛІНДРИЧНІ ЗУБЧАСТІ ПЕРЕДАЧІ

23.1. Розмірні параметри прямо- та косозубих зубчастих передач

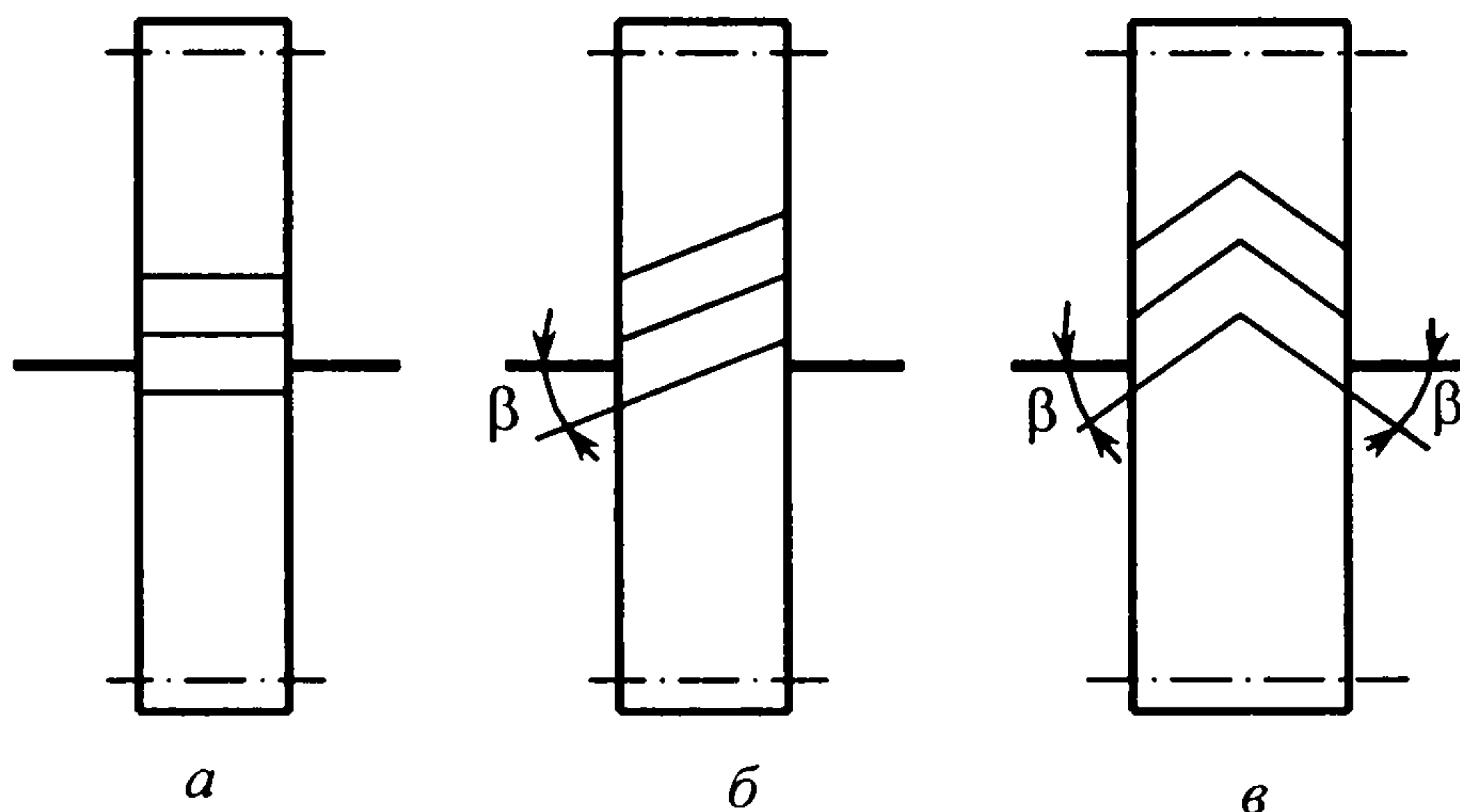


Рис. 23.1. Розміщення зубців на прямозубому, косозубому та шевронному колесах

Основні розміри прямо- і косозубих зубчастих передач без коригування визначаються за подібними залежностями. Відмінністю косозубих коліс порівняно з прямозубими є те, що у косозубих лінія зубців нахилена під деяким кутом β до твірної ділильного циліндра (рис. 23.1, а, б). Різновидністю косозубих коліс є шевронні зубчасті колеса (рис. 23.1, в).

Шевронне зубчасте колесо складається якби з двох косозубих коліс, суміщених торцями так, щоб зубці мали протилежний нахил.

Кут нахилу зубців прямозубих коліс $\beta=0$, косозубі колеса використовують із кутом нахилу зубців $\beta=8^\circ \dots 20^\circ$, а у шевронних колесах беруть $\beta=20^\circ \dots 40^\circ$.

Зважаючи на те, що косозубі (шевронні) зубчасті колеса можуть нарізуватись таким самим стандартним інструментом, як і прямозубі, кут профілю зубців таких коліс у їх нормальному перерізі $\alpha_n = \alpha = 20^\circ$. За стандартний модуль зубців косозубих (шевронних) коліс беруть модуль m_n також у нормальному перерізі зубців. У прямозубих колесах нормальний та коловий модулі однакові: $m = m_n = m_t$.

Розміри зубців циліндричних зубчастих коліс (рис. 23.2) визначають за формулами, що наведені у табл. 23.1. Ряд стандартних модулів подано у п. 22.2.

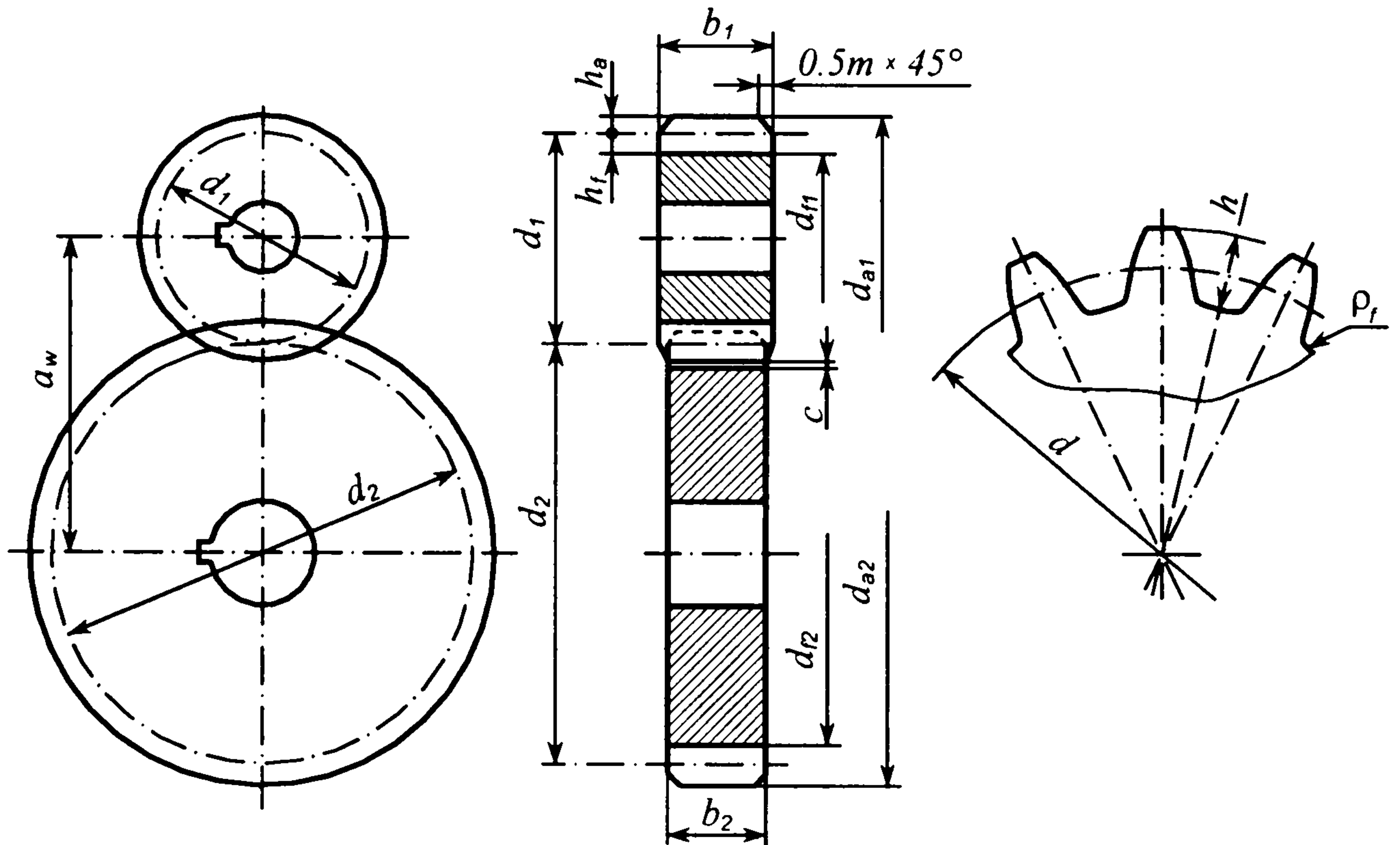


Рис. 23.2. Параметри циліндричної зубчастої передачі

Таблиця 23.1. Розміри елементів зубців циліндричних зубчастих коліс

Елементи зубця	Колесо	
	прямозубе	косозубе (шевронне)
Висота:		
- головки	$h_a = m$	$h_a = m_n$
- ніжки	$h_f = 1,25m$	$h_f = 1,25m_n$
- зубця	$h = h_a + h_f = 2,25m$	$h = h_a + h_f = 2,25m_n$
Радіальний зазор	$c = 0,25m$	$c = 0,25m_n$
Радіус кривини перехідної кривої	$\rho_f = 0,38m$	$\rho_f = 0,38m_n$

Формули для розмірів вінців циліндричних зубчастих коліс із числами зубців z_1 і z_2 , що утворюють зубчасту передачу згідно з рис. 23.2., подані у табл. 23.2.

Таблиця 23.2. Розміри вінців пари циліндричних зубчастих коліс

Діаметри вінців	Передача	
	прямозуба	косозуба (шевронна)
Ділильні	$d_1 = mz_1;$ $d_2 = mz_2$	$d_1 = m_n z_1 / \cos\beta;$ $d_2 = m_n z_2 / \cos\beta;$
Вершин зубців	$d_{a1} = d_1 + 2h_a = d_1 + 2m;$ $d_{a2} = d_2 + 2h_a = d_2 + 2m;$	$d_{a1} = d_1 + 2h_a = d_1 + 2m_n;$ $d_{a2} = d_2 + 2h_a = d_2 + 2m_n;$
Впадин	$d_{f1} = d_1 - 2h_f = d_1 - 2,5m;$ $d_{f2} = d_2 - 2h_f = d_2 - 2,5m;$	$d_{f1} = d_1 - 2h_f = d_1 - 2,5m_n;$ $d_{f2} = d_2 - 2h_f = d_2 - 2,5m_n$

Міжосьова відстань циліндричних зубчастих передач:
прямозубої:

$$a_w = 0,5(d_1 + d_2) = 0,5m(z_1 + z_2); \quad (23.1)$$

косозубої (шевронної)

$$a_w = 0,5m_n(z_1 + z_2)/\cos\beta. \quad (23.2)$$

Враховуючи те, що передаточне число зубчастої передачі $u = z_1/z_2$, ділильні діаметри зубчастих коліс (випадок, коли ділильні і початкові кола збігаються) можуть бути виражені через між осьову відстань:

$$d_1 = 2a_w/(u+1); \quad d_2 = 2a_w u/(u+1). \quad (23.3)$$

Ширину зубчастого вінця b_2 колеса (рис. 23.2) беруть залежно від між осьової відстані передачі

$$b_2 = \psi_{ba} a_w, \quad (23.4)$$

де ψ_{ba} – коефіцієнт ширини вінця, який беруть: $\psi_{ba} = 0,1 \dots 0,4$ – для прямозубих передач; $\psi_{ba} = 0,2 \dots 0,5$ – для косозубих та $\psi_{ba} = 0,4 \dots 0,8$ – для шевронних передач. Менші значення ψ_{ba} вживають при несиметричному або консольному розміщенні зубчастого колеса щодо опор вала, а також при твердості зубчастих коліс $H > 350\text{HB}$.

Граничні значення ψ_{ba} повинні бути такими, щоб виконувались умови: $\psi_{bd} = b_2/d_1 = 0,5\psi_{ba}(u+1) \leq 1$ – для прямозубих передач, $\psi_{bd} \leq 1,5$ – для косозубих та $\psi_{bd} \leq 2,5$ – для шевронних передач.

Ширину зубчастого вінця шестірні b_1 беруть на 2...5 мм більшою від ширини вінця колеса з метою забезпечення повноти контакту зубців по довжині в умовах можливих похибок у монтажі валів передачі в осьовому напрямі.

Загальний коефіцієнт перекриття зубчастої передачі [див. формулу (22.3)]

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta, \quad (23.5)$$

де $\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta$ – коефіцієнти торцевого та осьового перекриття зубців відповідно.

Для зубчастих передач коефіцієнт торцевого перекриття можна визначити за такою наближеною залежністю

$$\varepsilon_\alpha = [1,88 - 3,2(1/z_1 + 1/z_2)] \cos\beta. \quad (23.6)$$

В прямозубих передачах ($\beta = 0$) рекомендується $\varepsilon_\alpha \geq 1,2$, а в косозубих ($\beta \neq 0$) – $\varepsilon_\alpha \geq 1$.

Коефіцієнт осьового перекриття ε_β виражається відношенням ширини зубчастого вінця колеса b_2 до осьового кроку зубців P_x :

$$\varepsilon_\beta = b_2/P_x = (b_2 \sin\beta)/(\pi m_n). \quad (23.7)$$

У прямозубих зубчастих передачах $\varepsilon_\beta = 0$, а у косозубих рекомендують брати $\varepsilon_\beta \geq 1,1$, що досягається вибором ширини вінця b_2 при заданих β та m_n .

23.2. Розрахункові навантаження зубців циліндричних зубчастих передач

Номінальні сили у зачепленні циліндричних коліс. У навантаженій зубчастій передачі сила взаємодії зубців розподілена вздовж лінії їхнього контакту. Цю розподілену силу замінимо зосередженою силою, прикладеною

до зубця у середньому нормальному його перерізі. Силами тертя, що виникають внаслідок ковзання профілів зубців, можна знехтувати, оскільки коефіцієнт тертя в зоні контакту малий, і тому таке припущення не впливає практично на остаточний результат.

На рис. 23.3, *a* показане косозубе зубчасте колесо, яке навантажене обертовим моментом T_1 . Зубці цього колеса взаємодіють із зубцями спареного зубчастого колеса. Схема взаємодії зубців показана у їх середньому нормальному перерізі *A-A*.

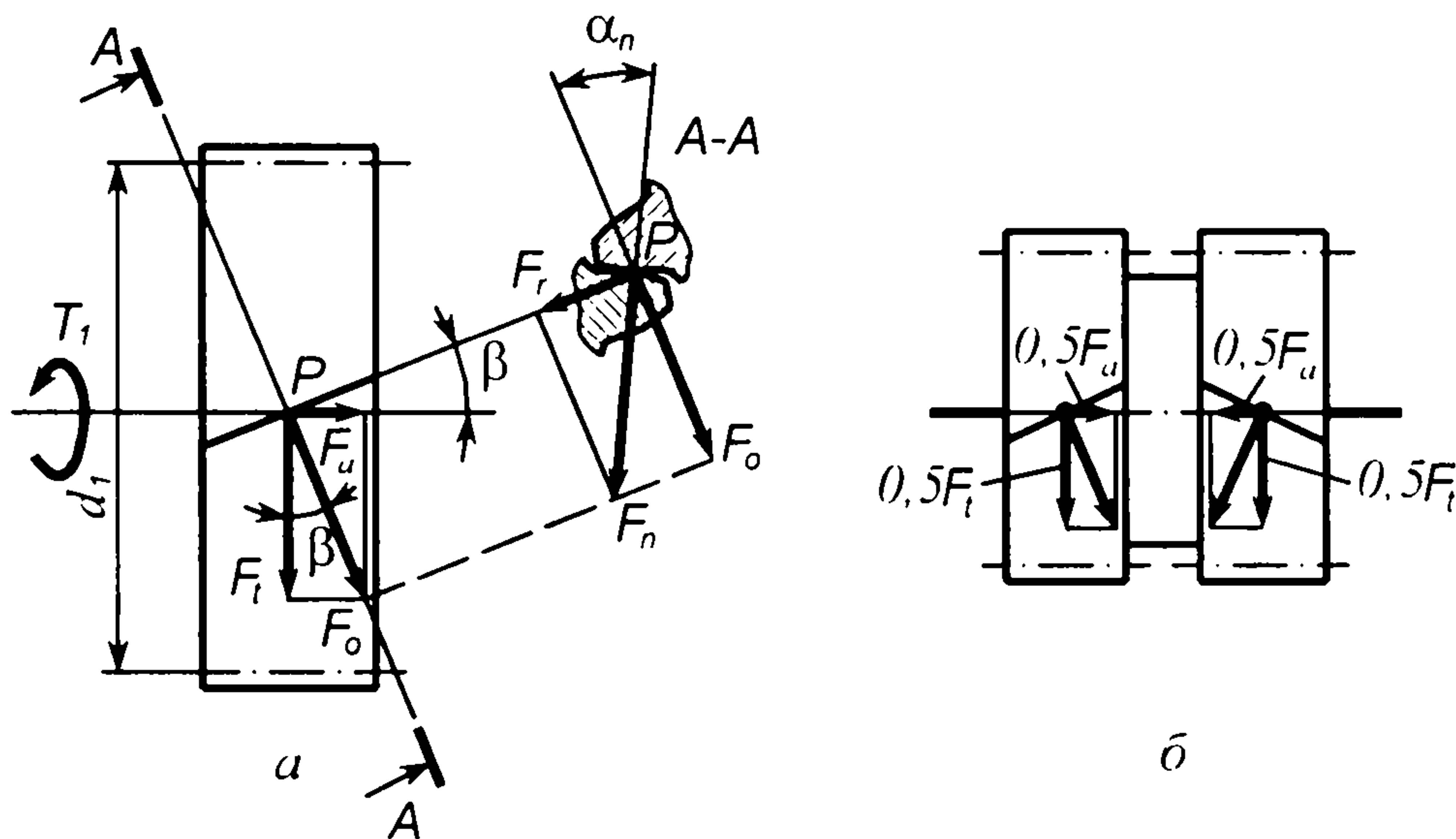


Рис. 23.3. Зусилля на зубці циліндричних зубчастих коліс

Сила F_n направлена вздовж нормалі до профілів зубців у точці їх контакту, тобто вздовж лінії зачеплення, яка утворює кут зачеплення α_n із перпендикуляром до лінії центрів коліс. Силу F_n замінимо двома її взаємно перпендикулярними складовими F_r і F_0 , які перенесемо на схему колеса. Тут сила F_r , проєктується у точку P , а сила F_0 направлена перпендикулярно до лінії зубця. Тепер силу F_0 також замінимо двома її взаємно перпендикулярними складовими F_t і F_a .

Отже, замість однієї нормальної сили F_n на зубець маємо три взаємно перпендикулярні її складові F_t , F_a і F_r . Таке зображення сил, що діють на зубці у зачепленні, зручне для розрахунків зубчастої передачі, її валів та їхніх опор.

Сила F_t , яку будемо називати *коловою силою*, лежить у площині дії обертового моменту T_1 і направлена по дотичній до ділительного кола зубчастого колеса. Тому

$$F_t = 2T_1/d_1. \quad (23.8)$$

Складова F_a , яка перпендикулярна до площини колеса і паралельна осі його вала, називається *осьовою силою*. Вона може бути виражена через F_t та кут нахилу зубців β :

$$F_a = F_t \operatorname{tg} \beta. \quad (23.9)$$

Сила F_r діє у площині колеса і направлена вздовж його радіуса, тому її називають *радіальною силою*. Для визначення F_r попередньо знайдемо

$$F_0 = F_t / \cos \beta,$$

а тоді (див. переріз *A-A* на рис. 23.3, *a*) запишемо

$$F_r = F_0 \operatorname{tg} \alpha_n = F_t \operatorname{tg} \alpha_n / \cos \beta. \quad (23.10)$$

Нормальна сила F_n до профілів зубців дорівнює геометричній сумі сил F_t , F_a і F_r . Модуль цієї сили можна визначити за формулою

$$F_n = F_0 / \cos \alpha_n = F_t / (\cos \alpha_n \cos \beta), \quad \text{або} \quad F_n = 2T_1 / (d_1 \cos \alpha_n \cos \beta). \quad (23.11)$$

У разі зачеплення прямозубих коліс ($\beta=0$) колова сила також визначається за формулою (23.8), осьова сила $F_a=0$, а радіальна сила може бути знайдена за формулою

$$F_r = F_t \operatorname{tg} \alpha. \quad (23.12)$$

Наявність осьової сили F_a у зачепленні косозубих коліс, що додатково навантажує вали та їхні опори, обмежує використання косозубих коліс із великим кутом нахилу лінії зубців β (F_a зростає із збільшенням β). Цього недоліку позбавлені шевронні зубчасті передачі, де осьові сили у зачепленні взаємно зрівноважуються (рис. 23.3, б), бо лівий та правий півшеvronи мають протилежний нахил зубців. Цим пояснюється можливість збільшення кутів нахилу зубців у шевронних колесах порівняно з косозубими. Колова та радіальна сили у зачепленні шевронних зубчастих коліс визначаються відповідно за формулами (23.8) і (23.10).

Розрахункове навантаження зубців зубчастої передачі. Розрахунки на міцність зубців зубчастих коліс ведуть не за номінальними силами в зачепленні, а за розрахунковими силами, які враховують цілий ряд особливостей роботи зубчастого зачеплення.

В розрахунках зубців на контактну витривалість за розрахункове навантаження приймають

$$F_{Hn} = F_n K_{H\beta} K_{H\alpha}, \quad (23.13)$$

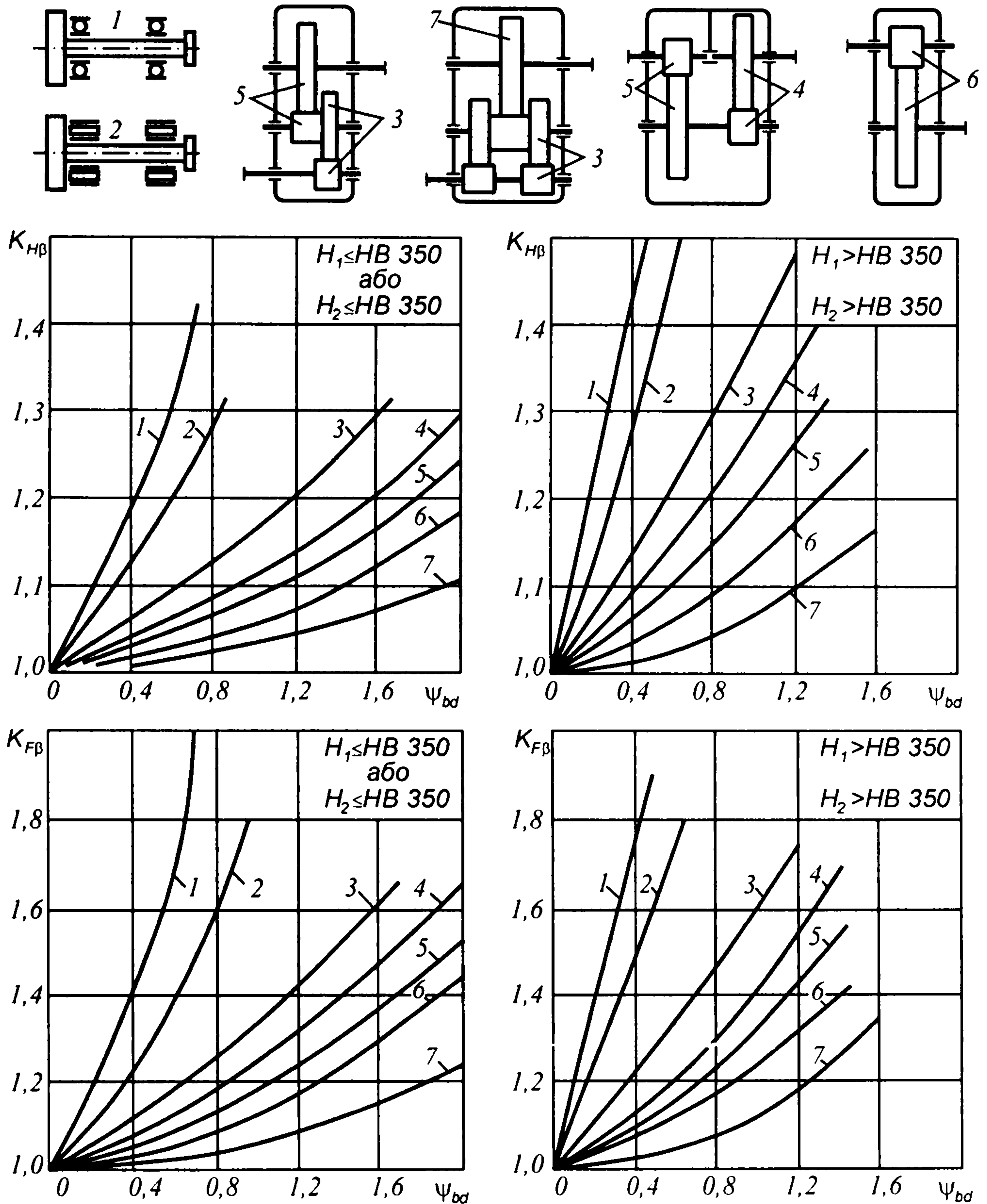
а в розрахунках на витривалість при згині

$$F_{Fn} = F_n K_{F\beta} K_{F\alpha}. \quad (23.14)$$

Тут F_n – номінальна нормальна сила до профілів зубців (формула (23.11)), $K_{H\beta}$ і $K_{F\beta}$ – коефіцієнти, що враховують нерівномірний розподіл навантаження по ширині зубчастих вінців коліс, $K_{H\alpha}$ і $K_{F\alpha}$ – коефіцієнти, що враховують динамічне навантаження зубців.

Основними факторами, що зумовлюють нерівномірність розподілу навантаження по ширині зубчастих вінців (коефіцієнти $K_{H\beta}$ і $K_{F\beta}$), є: податливість валів та їхніх опор; похибки виготовлення зубчастих коліс та монтажу передачі; розміщення коліс на валах відносно опор; умови, за яких не відбувається припрацювання зубців (висока твердість, висока колова швидкість). За інших рівних умов нерівномірність розподілу навантаження тим вища, чим більша ширина зубчастого вінця, яка характеризується коефіцієнтом $\psi_{bd} = b/d_1$.

Для наближеної оцінки коефіцієнтів $K_{H\beta}$ і $K_{F\beta}$ рекомендують графіки, складені на основі розрахунків та практики експлуатації зубчастих передач (рис. 23.4). Графіки використовують для передач, жорсткість та точність деталей яких задовольняють норми редукторобудування. За поданими на рис. 23.4 графіками окремо вибирають коефіцієнти $K_{H\beta}$ і $K_{F\beta}$, які використовуються у відповідних розрахунках зубчастих передач. Криві 1–7

Рис. 23.4. Графіки для визначення коефіцієнтів $K_{H\beta}$ і $K_{F\beta}$

на графіках відповідають різним випадкам розміщення коліс 1–7 щодо опор валів, а вплив ширини зубчастого вінця враховується коефіцієнтом ψ_{bd} . Графіки розроблені для різних твердостей зубців і для наявних на практиці змінних режимів навантаження передач при коліській швидкості $v \leq 15$ м/с. При постійному навантаженні, твердості одного з коліс передачі $H < 350$ HB і швидкості $v < 15$ м/с можна брати $K_{H\beta} = K_{F\beta} = 1$.

Динамічне навантаження виникає через неминучі похибки у виготовленні зубчастих коліс і пружні деформації зубців. Вплив динамічного навантаження на контактну міцність активних поверхонь зубців та міцність зубців на згин оцінюється коефіцієнтами відповідно K_{Hv} і K_{Fv} . Точне визначення цих коефіцієнтів достатньо складне і для розрахунків зубчастих передач можна використати наближені значення K_{Hv} і K_{Fv} , які наведені у табл. 23.3. При цьому колову швидкість зубців визначають за формулою $v=0,5\omega_1d_1$.

Таблиця 23.3. Коефіцієнти динамічного навантаження зубців K_{Hv} і K_{Fv}

Ступінь точності передачі	Твердість зубців колеса	Коефіцієнт	Колова швидкість зубців v , м/с					
			1	2	4	6	8	10
6	$H_2 \leq 350$ HB	K_{Hv}	1,03/1,01	1,06/1,02	1,12/1,03	1,17/1,04	1,23/1,06	1,28/1,07
		K_{Fv}	1,06/1,02	1,13/1,05	1,26/1,10	1,40/1,15	1,53/1,20	1,67/1,25
	$H_2 \geq 40$ HRC	K_{Hv}	1,02/1,00	1,04/1,00	1,07/1,02	1,10/1,02	1,15/1,03	1,18/1,04
		K_{Fv}	1,02/1,01	1,04/1,02	1,08/1,03	1,11/1,04	1,14/1,06	1,17/1,07
7	$H_2 \leq 350$ HB	K_{Hv}	1,04/1,02	1,07/1,03	1,14/1,05	1,21/1,06	1,29/1,07	1,36/1,08
		K_{Fv}	1,08/1,03	1,16/1,06	1,33/1,11	1,50/1,16	1,67/1,22	1,80/1,27
	$H_2 \geq 40$ HRC	K_{Hv}	1,03/1,00	1,05/1,01	1,09/1,02	1,14/1,03	1,19/1,03	1,24/1,04
		K_{Fv}	1,03/1,01	1,05/1,02	1,09/1,03	1,13/1,05	1,17/1,07	1,22/1,08
8	$H_2 \leq 350$ HB	K_{Hv}	1,04/1,01	1,08/1,02	1,16/1,04	1,24/1,06	1,32/1,07	1,40/1,08
		K_{Fv}	1,10/1,03	1,20/1,06	1,38/1,11	1,58/1,17	1,78/1,23	1,96/1,29
	$H_2 \geq 40$ HRC	K_{Hv}	1,03/1,01	1,06/1,01	1,10/1,02	1,16/1,03	1,22/1,04	1,26/1,05
		K_{Fv}	1,04/1,01	1,06/1,02	1,12/1,03	1,16/1,05	1,21/1,07	1,26/1,08
9	$H_2 \leq 350$ HB	K_{Hv}	1,05/1,01	1,10/1,03	1,20/1,05	1,30/1,07	1,40/1,09	1,50/1,12
		K_{Fv}	1,13/1,04	1,28/1,07	1,50/1,14	1,77/1,21	1,98/1,28	2,25/1,35
	$H_2 \geq 40$ HRC	K_{Hv}	1,04/1,01	1,07/1,01	1,13/1,02	1,20/1,03	1,26/1,04	1,32/1,05
		K_{Fv}	1,04/1,01	1,07/1,02	1,14/1,04	1,21/1,06	1,27/1,08	1,34/1,09

Примітка. У чисельнику – значення для прямозубих передач, у знаменнику – для косозубих.

23.3. Розрахунок активних поверхонь зубців на контактні витривалість та міцність

Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну витривалість зводиться до визначення розрахункових напружень і порівняння цих напружень із допустимими. Згідно з умовою контактної міцності (див. п. 10.3)

$$\sigma_H = Z_M \sqrt{q_H / (2\rho_{3B})} \leq [\sigma]_H$$

розрахунок ведеться для моменту зачеплення зубців у полюсі, оскільки втомне викришування активних поверхонь починається в зоні полюсної лінії контакту на ніжках зубців.

Для циліндричної зубчастої передачі записана вище умова трансформується в таку умову контактної витривалості активних поверхонь зубців

$$\sigma_H = Z_M Z_H Z_\varepsilon \sqrt{\frac{F_t K_{H\beta} K_{H\alpha} (u+1)}{b_2 d_2}} \leq [\sigma]_H. \quad (23.15)$$

В умові (23.15) маємо:

Z_M – коефіцієнт, що враховує механічні характеристики матеріалів спряжених у передачі коліс; для сталевих зубчастих коліс $Z_M = 275 \text{ МПа}^{1/2}$; для поєднання сталь-чавун $Z_M = 215 \text{ МПа}^{1/2}$; для чавунних коліс $Z_M = 200 \text{ МПа}^{1/2}$;

Z_H – коефіцієнт форми спряжених поверхонь зубців, який підраховують за такою залежністю: $Z_H = 1,77 \cos\beta$;

Z_ε – коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній; для прямозубих передач та косозубих при $\varepsilon_\beta \leq 0,9$ $Z_\varepsilon = \sqrt{(4 - \varepsilon_\alpha)/3}$, а для косозубих при $\varepsilon_\beta > 0,9$ та шевронних $Z_\varepsilon = \sqrt{1/\varepsilon_\alpha}$.

F_t – номінальна колова сила в зачепленні зубців згідно з (23.8);

$K_{H\beta}$ і $K_{H\alpha}$ – розрахункові коефіцієнти, зміст і значення яких наведені в п. 23.2.

Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну витривалість за умовою (23.15) є основним для зубчастих передач. Допустиме контактне напруження $[\sigma]_{H\max}$, що забезпечує контактну витривалість зубців, визначають за рекомендаціями, наведеними в п. 22.6. У розрахунках зубців на контактну витривалість допускається розрахункове контактне напруження у межах $1,05[\sigma]_{H\max} > \sigma_H \geq 0,9[\sigma]_{H\max}$. Якщо ця умова не виконується, то можна змінити відповідно ширину вінця колеса b_2 , не виходячи за межі рекомендованих значень ψ_{ba} . Якщо це не дає бажаного результату, то змінюють міжосьову відстань або призначають інші матеріали чи іншу термообробку і розрахунок повторюють.

Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну міцність при дії максимального навантаження виконують з метою, щоб запобігти появі залишкової деформації або крихкого руйнування поверхневого шару зубців при короткочасних перевантаженнях передачі. Руйнування зубців не настає за умови

$$\sigma_{H\max} \leq [\sigma]_{H\max}, \quad (23.16)$$

де $\sigma_{H\max}$ – максимальне розрахункове контактне напруження, що виникає під час найбільшого навантаження $T_{1\max}$ із спектра навантажень, які підводяться до передачі навіть при однократній дії за період експлуатації; $[\sigma]_{H\max}$ – допустиме граничне напруження (див. п. 22.6).

Враховуючи, що контактне напруження пропорційне квадратному кореню з навантаження, умову (23.16) перепишемо так:

$$\sigma_{H\max} = \sigma_H \sqrt{T_{1\max} / T_1} \leq [\sigma]_{H\max}, \quad (23.17)$$

де σ_H – розрахункове контактне напруження, що виникає в зубцях при навантаженні T_1 (визначають за виразом (23.15)).

23.4. Розрахунок зубців на витривалість і міцність при згині

Розрахунок зубців на витривалість при згині. В розрахунках на згин зубець розглядають як консольну балку. Розрахункове навантаження прикладається до вершини зубця, тобто вибирають найнебезпечніший випадок навантаження з точки зору виникнення максимального напруження згину в основі зубця.

Вихідною залежністю в розрахунках зубців на згин є умова

$$\sigma_{зг} = M_{\max} / W_0 \leq [\sigma]_{зг},$$

яка після підставлення в неї параметрів зубчастої передачі набуває такого остаточного вигляду

$$\sigma_F = Y_F Y_\beta \frac{F_t K_{F\beta} K_{Fv}}{b_2 m_n} \leq [\sigma]_F. \quad (23.18)$$

В умові (23.18) витривалості зубців на згин маємо:

Y_F – коефіцієнт форми зубців, який вибирають за табл. 23.4. в залежності від еквівалентного числа зубців z_v шестірні та колеса, яке визначається з виразу $z_v = z / \cos^3 \beta$;

Y_β – коефіцієнт нахилу зубців, який для прямозубих коліс $Y_\beta = 1$, а для косозубих (шевронних) $Y_\beta = 1 - \beta / 140^\circ$.

F_t – номінальна колова сила в зачепленні зубців згідно з (23.8);

$K_{F\beta}$ і K_{Fv} – розрахункові коефіцієнти, значення яких подані в п. 23.2.

Перевірку витривалості зубців при згині виконують для зубців шестірні і колеса, оскільки Y_{F1} та Y_{F2} різні у випадку $z_1 \neq z_2$.

Таблиця 23.4. Коефіцієнти Y_F форми зубців

z_v	Y_F	z_v	Y_F	z_v	Y_F
17	4,26	25	3,90	50	3,65
18	4,20	28	3,82	60	3,62
19	4,11	30	3,80	80	3,61
20	4,08	32	3,78	100	3,60
21	4,01	37	3,71	150	3,60
22	4,00	40	3,70	∞	3,63
24	3,92	45	3,68		

Із співвідношення (23.18) видно, що за інших рівних умов напруження згину в зубцях тим більші, чим менший модуль зубців m_n . Витривалість зубців на згин для передачі із заданою міжосьовою відстанню можна підвищити, збільшуючи модуль відповідним зменшенням числа зубців шестірні та колеса.

Розрахунок зубців на міцність при згині максимальним навантаженням виконують для того, щоб запобігти появі деформації або крихкої поломки зубців. Цей розрахунок ведуть за найкороткочаснішим навантаженням $T_{1\max}$ для зубців того зубчастого колеса (шестірні чи колеса), для якого напруження згину σ_F більше.

Щоб забезпечити потрібну міцність зубців, треба виконати умову:

$$\sigma_{F\max} = \sigma_F (T_{1\max} / T_1) \leq [\sigma]_{F\max}, \quad (23.19)$$

де $[\sigma]_{F\max}$ – максимальне розрахункове напруження згину; σ_F – розрахункове напруження згину згідно з (23.18); $[\sigma]_{F\max}$ – допустиме граничне напруження згину (див. п. 22.6).

23.5. Проектний розрахунок циліндричних зубчастих передач та особливості розрахунку відкритих передач

Проектний розрахунок. Записані вище розрахункові залежності (23.15), (23.17), (23.18) і (23.19) використовують для перевірних розрахунків зубчастих передач із відомими розмірами та навантаженнями.

Проектний розрахунок виконують тільки для попереднього визначення орієнтовних розмірів передачі і він не може замінити виконання перевірних розрахунків, які є основними.

Вихідними даними для проектного розрахунку зубчастої передачі є такі: номінальне навантаження (обертний момент на ведучому валі) передачі T_1 ; передаточне число u ; параметр $\psi_{ba} = b/a_w$ або $\psi_{bd} = b/d_1$, рекомендації для вибору яких наведені у п. 23.1; вид передачі – прямозуба чи косозуба (шевронна); матеріали зубчастих коліс, їх термообробка, твердість, що дозволяє розрахувати допустиме контактне напруження $[\sigma]_{H\beta}$. За такими даними можна визначити основний розмірний параметр передачі – міжосьову відстань a_w , яка характеризує габаритні розміри зубчастої передачі.

Формулу для знаходження мінімально допустимої міжосьової відстані $a_{w\min}$ отримують із (23.15), якщо тут зробити відповідні заміни параметрів і об'єднати розрахункові коефіцієнти в один коефіцієнт. Тоді матимемо

$$a_{w\min} = K_a (u + 1) \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{H\beta}}{u \psi_{ba} [\sigma]_{H\beta}^2}}. \quad (23.20)$$

Тут допоміжному коефіцієнту K_a дається деяка наближена оцінка і рекомендується брати: $K_a = 50 \text{ МПа}^{1/3}$ і $K_a = 43 \text{ МПа}^{1/3}$ – для сталевих прямозубих і косозубих (шевронних) коліс відповідно; $K_a = 42 \text{ МПа}^{1/3}$ і $K_a = 36 \text{ МПа}^{1/3}$ – для чавунних прямозубих і косозубих коліс відповідно.

Коефіцієнт $K_{H\beta}$, що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині зубчастих вінців, вибирають залежно від параметра ψ_{bd} і твердості матеріалів коліс за графіками на рис. 23.4.

Формула (23.20) дає змогу оцінити ступінь впливу окремих параметрів передачі u , ψ_{ba} , $[\sigma]_H$ на її габаритні розміри.

Обчислена за формулою (23.20) міжосьова відстань дозволяє визначити модуль зубців та розміри зубчастих коліс.

$$m'_n = (2a_{w\min} \cos\beta) / (z_1 + z_2). \quad (23.21)$$

Отримане значення модуля m'_n округляють до найближчого стандартного m_n згідно з ГОСТ 9563-60 (див. п. 22.2).

Число зубців шестірні приймають у межах $z_1=18\dots25$, а колеса відповідно $z_2=uz_1$. При цьому для силових передач потрібно забезпечити $m_n \geq 1,5$ мм.

Щоб остаточно впевнитись у правильності вибору чисел зубців z_1 , z_2 і модуля m_n , треба перевірити витривалість зубців при згині. У разі отримання незадовільного результату зменшують у допустимих межах z_1 і відповідно z_2 і тим самим збільшують модуль m_n .

Вибраний модуль за числами зубців шестірні та колеса дозволяє визначити всі розміри вінців коліс за формулами, що наведені у п. 23.1. Послідовність розрахунку циліндричних зубчастих передач може бути такою, як у прикладі п.23.6.

Особливості розрахунку відкритих зубчастих передач. У відкритих передачах використовують прямозубі циліндричні або конічні колеса. Такі передачі працюють при колових швидкостях коліс не більших як 2 м/с. Зубці відкритих передач припрацьовуються при довільних твердостях їхніх робочих поверхонь. Здебільшого колеса виготовляють із нормалізованих або полішених сталей. В процесі роботи передачі зубці інтенсивно спрацьовуються, що зумовлює особливості їхнього розрахунку.

Відкриті передачі проектується з вузькими колесами, в яких коефіцієнт ширини $\psi_{ba}=0,10\dots0,15$. Розміри передачі визначають із розрахунку на контактну витривалість з подальшою перевіркою на згин (за аналогією закритих передач). Міжосьову відстань передачі знаходять за формулою (23.20). При цьому коефіцієнти, що враховують розподіл навантаження по ширині вінця коліс, беруть $K_{H\beta}=K_{F\beta}=1$.

Спрацювання зубців у відкритих передачах допускається до 25% початкової їхньої товщини по ділительному колу. Міцність зубців на згин при цьому зменшується приблизно у 2 рази. Тому треба так підбирати модуль зубців, щоб розрахункове напруження згину σ_F за формулою (23.18) було у два рази менше від попередньо обчисленого допустимого напруження $[\sigma]_F$.

23.6. Приклад розрахунку циліндричної зубчастої передачі

Задача. Розрахувати косозубу циліндричну зубчасту передачу одноступеневого редуктора (рис. 23.5) за такими даними: передача передає потужність $P_1=12$ кВт при кутовій швидкості ведучого вала $\omega_1=150$ рад/с; передаточне число передачі $u=3,6$; передача нереверсивна з можливими короткочасними перевантаженнями до 200% від номінального; строк служби передачі необмежений.

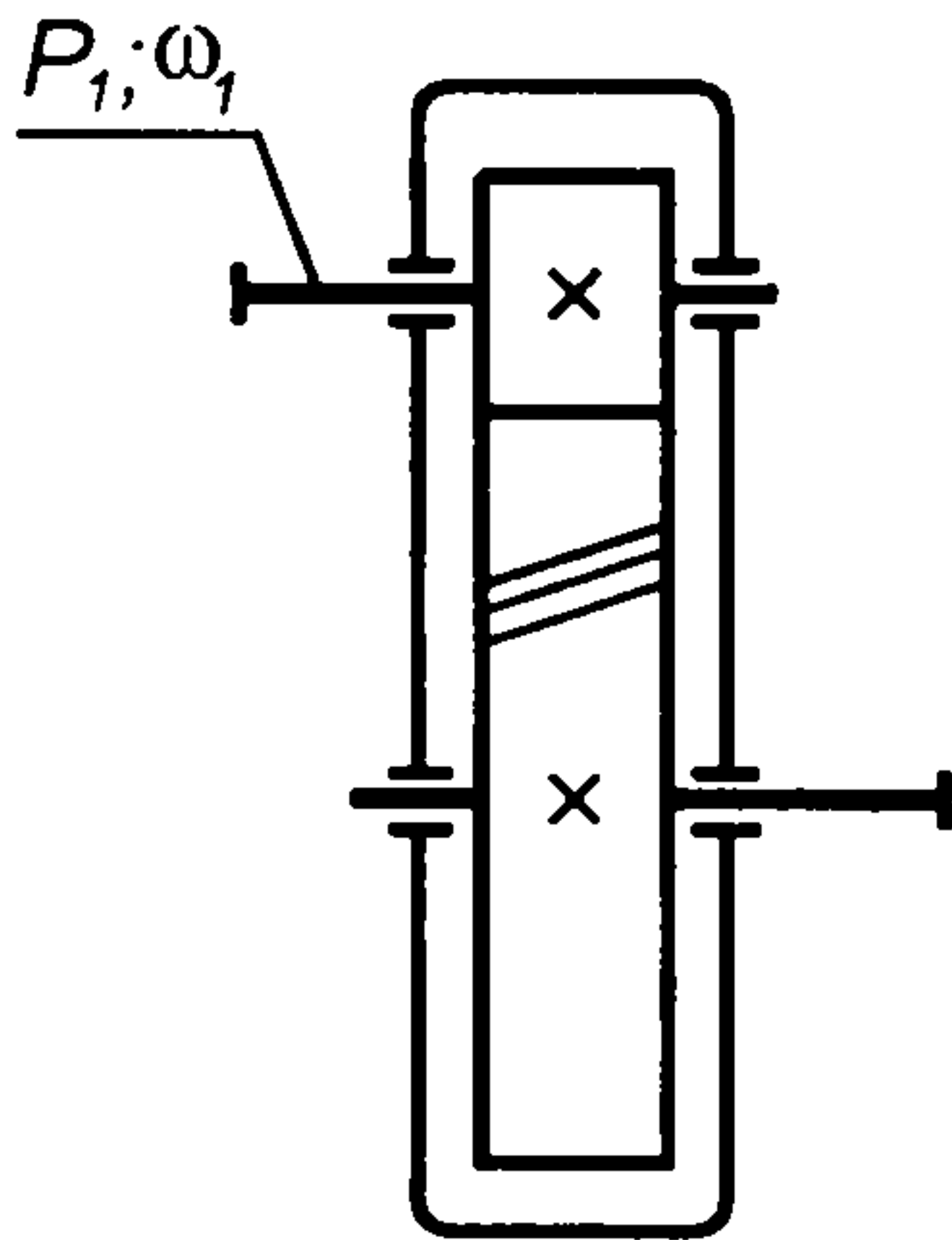


Рис. 23.5. Схема циліндричного зубчастого редуктора

Розв'язання 1. Параметри навантаження зубчастій передачі.

Номінальний обертовий момент на ведучому валу

$$T_1 = P_1 / \omega_1 = 12 \cdot 10^3 / 150 = 80 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Під час короткочасного перевантаження до 200 % максимальний обертовий момент на ведучому валу

$$T_{1\max} = 2T_1 = 2 \cdot 80 = 160 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Кутова швидкість веденого вала

$$\omega_2 = \omega_1 / u = 150 / 3,6 = 41,7 \text{ рад/с}.$$

Номінальний обертовий момент на веденому валу

$$T_2 = T_1 u \eta = 80 \cdot 3,6 \cdot 0,97 = 280 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Тут $\eta = 0,97$ – ККД редуктора.

2. Матеріали зубчастих коліс.

Для виготовлення шестірні та колеса вибираємо вуглецеву сталь 45 із термообробкою – поліпшення (див. табл. 22.2). За даними табл. 22.1 прийнято:

– для шестірні твердість поверхні $H_1 = 269 \dots 302$ НВ (найбільш імовірна твердість $H_1 = 285$ НВ), $\sigma_{H1} = 890$ МПа, $\sigma_{r1} = 650$ МПа при діаметрі заготовки до 80 мм;

– для колеса твердість поверхні зубців $H_2 = 235 \dots 262$ НВ (найбільш імовірна твердість $H_2 = 250$ НВ), $\sigma_{H2} = 780$ МПа, $\sigma_{r2} = 540$ МПа.

3. Допустимі напруження для розрахунку зубчастій передачі.

а) Допустимі контактні напруження.

Границі контактної витривалості зубців шестірні та колеса (табл. 22.3)

$$\sigma_{Hlimb1} = 2H_1 + 70 = 2 \cdot 285 + 70 = 640 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{Hlimb2} = 2H_2 + 70 = 2 \cdot 250 + 70 = 570 \text{ МПа}.$$

Допустимі контактні напруження для зубців шестірні і колеса при коефіцієнті $Z_R = 0,95$ (шорсткість поверхні зубців $R_a = 2,5 \dots 1,25$) та коефіцієнті запасу $s_{H1} = 1,1$ знаходимо за формулою (22.11):

$$[\sigma]_{H1} = \sigma_{Hlimb1} Z_R / s_{H1} = 640 \cdot 0,95 / 1,1 = 553 \text{ МПа};$$

$$[\sigma]_{H2} = \sigma_{Hlimb2} Z_R / s_{H1} = 570 \cdot 0,95 / 1,1 = 492 \text{ МПа}.$$

В розрахунок приймаємо менше із двох отриманих значень допустимого контактного напруження, тобто $[\sigma]_{H1} = 492$ МПа.

Допустиме граничне контактне напруження

$$[\sigma]_{H\max} = 2,8\sigma_{r2} = 2,8 \cdot 540 = 1512 \text{ МПа}.$$

б) Допустимі напруження зубців на згин.

Границі витривалості при згині (табл. 22.4)

$$\sigma_{Flimb1} = 1,8H_1 = 1,8 \cdot 285 = 513 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{Flimb2} = 1,8H_2 = 1,8 \cdot 250 = 450 \text{ МПа}.$$

Допустиме напруження на згин для зубців шестірні та колеса при коефіцієнті запасу $s_F = 2,2$ визначаємо за формулою (22.13):

$$[\sigma]_{F1} = \sigma_{Flimb1} / s_F = 513 / 2,2 = 233 \text{ МПа};$$

$$[\sigma]_{F2} = \sigma_{Flimb2} / s_F = 450 / 2,2 = 204 \text{ МПа}.$$

Для зубців шестірні та колеса граничне допустиме напруження на згин

$$[\sigma]_{F1\max} = 4,8H_1 / s_F = 4,8 \cdot 285 / 2,2 = 622 \text{ МПа};$$

$$[\sigma]_{F2\max} = 4,8H_2 / s_F = 4,8 \cdot 250 / 2,2 = 545 \text{ МПа}.$$

4. Проектний розрахунок передачі.

У проектному розрахунку попередньо беремо коефіцієнт ширини вінця $\psi_{ba} = 0,40$ і відповідно $\psi_{bd} = 0,5\psi_{ba}(u+1) = 0,5 \cdot 0,4(3,6+1) = 0,92$.

За графіками на рис. 23.4. залежно від ψ_{ba} (симетричне розміщення зубчастих коліс відносно опор валів та твердість $H < 350$ НВ) визначаємо коефіцієнт $K_{H\beta} = 1,1$.

Допоміжний коефіцієнт $K_a = 43 \text{ МПа}^{1/3}$ для сталевих косозубих коліс.

За формулою (23.20) мінімальна міжосьова відстань передачі

$$a_{w\min} = K_a(u+1) \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{H\beta}}{u \psi_{ba} [\sigma]_H^2}} = 43(3,6+1) \sqrt[3]{\frac{80 \cdot 10^3 \cdot 1,1}{3,6 \cdot 0,4 \cdot 492^2}} = 125 \text{ мм.}$$

Кут нахилу лінії зубців попередньо беремо $\beta=15^\circ$, число зубців шестірні приймаємо $z_1=21$, а число зубців колеса $z_2=uz_1=3,6 \cdot 21=75,6$, тобто $z_2=76$.

Тоді фактичне передаточне число передачі $u=z_2/z_1=76/21=3,62$.

За формулою (23.21) модуль зубців

$$m'_n = (2a_{w\min} \cos\beta)/(z_1 + z_2) = (2 \cdot 125 \cdot \cos 15^\circ)/(21+76)=2,49 \text{ мм.}$$

Стандартний модуль зубців $m_n=2,5$ мм (див. п. 22.2.). Фактичний кут нахилу лінії зубців.

$$\cos\beta = m_n(z_1+z_2)/(2a_w) = 2,5(21+76)/(2 \cdot 125) = 0,97; \quad \beta = 14,07^\circ.$$

5. Попередні значення деяких параметрів передачі.

Ділильні діаметри шестірні та кола (табл. 23.2):

$$d_1 = m_n z_1 / \cos\beta = 2,5 \cdot 21 / 0,97 = 54,12 \text{ мм;}$$

$$d_2 = m_n z_2 / \cos\beta = 2,5 \cdot 76 / 0,97 = 195,88 \text{ мм.}$$

Ширина зубчастих вінців

$$b_2 = \psi_{ba} a_w = 0,4 \cdot 125 = 50 \text{ мм;} \quad b_1 = b_2 + 2 \text{ мм} = 50 + 2 = 52 \text{ мм.}$$

Колова швидкість зубчастих коліс

$$v = 0,5 \omega_1 d_1 = 0,5 \cdot 150 \cdot 54,12 \cdot 10^{-3} = 4,06 \text{ м/с.}$$

За рекомендаціями п. 22.3 призначаємо 8-й ступінь точності для всіх показників точності зубчастих коліс і передачі.

Еквівалентні числа зубців шестірні та колеса будуть такими:

$$z_{v1} = z_1 / \cos^3\beta = 21 / 0,97^3 = 23; \quad z_{v2} = z_2 / \cos^3\beta = 76 / 0,97^3 = 83,27.$$

Коефіцієнт торцевого перекриття за формулою (23.6):

$$\varepsilon_\alpha = [1,88 - 3,2(1/z_1 + 1/z_2)] \cos\beta = [1,88 - 3,2(1/21 + 1/76)] \cdot 0,97 = 1,63.$$

Коефіцієнт осьового перекриття зубців за формулою (23.7)

$$\varepsilon_\beta = (b_2 \sin\beta) / (\pi m_n) = (52 \sin 14,07^\circ) / (3,14 \cdot 2,5) = 1,6.$$

Колова сила у зачепленні зубчастих коліс

$$F_t = 2T_1 / d_1 = 2 \cdot 80 \cdot 10^3 / 54,12 = 2956 \text{ Н.}$$

6. Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну витривалість.

Для розрахунку попередньо визначимо такі коефіцієнти:

$Z_M = 275 \text{ МПа}^{1/2}$ – коефіцієнт, що враховує механічні характеристики матеріалів;

$$Z_H = 1,77 \cos\beta = 1,77 \cdot 0,97 = 1,72;$$

$$Z_\epsilon = \sqrt{1/\epsilon_\epsilon} = \sqrt{1/1,63} = 0,78 \text{ при } \epsilon_\beta > 0,9;$$

$K_{H\beta} = 1,1$ – див.п. 4 розрахунку;

$K_{H\alpha} = 1,04$ – див. табл. 23.3.

За формулою (23.15) розрахункове контактне напруження

$$\sigma_H = Z_M Z_H Z_\epsilon \sqrt{\frac{F_t K_{H\beta} K_{H\alpha} (u+1)}{b_2 d_2}} = 275 \cdot 1,72 \cdot 0,78 \sqrt{\frac{2956 \cdot 1,1 \cdot 1,04 (3,62+1)}{50 \cdot 195,88}} = 466 \text{ МПа.}$$

Стійкість зубців проти втомного викришування їхніх активних поверхонь забезпечується, бо $\sigma_H = 466 \text{ МПа} < [\sigma]_H = 492 \text{ МПа}$ і лежить в допустимих межах (див.п. 23.3).

7. Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну міцність.

Під час дії максимального навантаження за формулою (23.17)

$$\sigma_{H\max} = \sigma_H \sqrt{T_{1\max} / T_1} = 466 \sqrt{160 / 80} = 659 \text{ МПа.}$$

Контактна міцність зубців також забезпечується, оскільки

$$\sigma_{H\max} = 659 \text{ МПа} < [\sigma]_{H\max} = 1512 \text{ МПа.}$$

8. Розрахунок зубців на витривалість при згині.

Розрахункові коефіцієнти будуть такими:

$Y_{F1} = 3,96$; $Y_{F2} = 3,61$ – коефіцієнти форми зубців за табл. 23.4;

$Y_\beta = 1 - \beta/140^\circ = 1 - 14,07/140 = 0,90$ – коефіцієнт нахилу зубців;

$K_{F\beta} = 1,1$ (рис. 23.4) і $K_{Fv} = 1,14$ (табл. 23.3).

Розрахункове напруження згину у зубцях шестірні та колеса визначаємо за формулою (23.18):

$$\sigma_{F1} = Y_{F1} Y_\beta \frac{F_t K_{F\beta} K_{Fv}}{b_2 m_n} = 3,96 \cdot 0,90 \frac{2956 \cdot 1,1 \cdot 1,14}{50 \cdot 2,5} = 106 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{F2} = Y_{F2} Y_\beta \frac{F_t K_{F\beta} K_{Fv}}{b_2 m_n} = 3,61 \cdot 0,90 \frac{2956 \cdot 1,1 \cdot 1,14}{50 \cdot 2,5} = 97 \text{ МПа. МПа.}$$

Витривалість зубців при згині також забезпечується, оскільки σ_{F1} і σ_{F2} менші від відповідних допустимих напружень $[\sigma]_{F1} = 233 \text{ МПа}$ і $[\sigma]_{F2} = 204 \text{ МПа}$.

9. Розрахунок зубців на міцність при згині максимальним навантаженням.

За формулою (23.19):

$$\sigma_{F1\max} = \sigma_{F1} (T_{1\max} / T_1) = 106(160/80) = 212 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{F2\max} = \sigma_{F2} (T_{1\max} / T_1) = 97(160/80) = 194 \text{ МПа.}$$

Тут також міцність забезпечується, бо $\sigma_{F1\max}$ і $\sigma_{F2\max}$ менші від відповідних допустимих напружень $[\sigma]_{F1\max} = 622 \text{ МПа}$ і $[\sigma]_{F2\max} = 545 \text{ МПа}$.

10. Розрахунок розмірних параметрів передачі (див. п. 23.1).

Розміри елементів зубців:

- висота головки зубця $h_a = m_n = 2,5 \text{ мм}$;
- висота ніжки $h_f = 1,25 m_n = 1,25 \cdot 2,5 = 3,125 \text{ мм}$;
- висота зубця $h = 2,25 m_n = 2,25 \cdot 2,5 = 5,625 \text{ мм}$;
- радіальний зазор $c = 0,25 m_n = 0,25 \cdot 2,5 = 0,625 \text{ мм}$;
- кут профілю зубців $\alpha_n = 20^\circ$.

Розміри вінців зубчастих коліс:

- ділильні діаметри $d_1 = 54,12 \text{ мм}$ і $d_2 = 195,88 \text{ мм}$ (обчислено вище);
- діаметри вершин зубців

$$d_{a1} = d_1 + 2m_n = 54,12 + 2 \cdot 2,5 = 59,12 \text{ мм};$$

$$d_{a2} = d_2 + 2m_n = 195,88 + 2 \cdot 2,5 = 200,88 \text{ мм.}$$

- діаметри впадин

$$d_{f1} = d_1 - 2m_n = 54,12 - 2 \cdot 2,5 = 47,87 \text{ мм};$$

$$d_{f2} = d_2 - 2m_n = 195,88 - 2 \cdot 2,5 = 189,63 \text{ мм.}$$

- ширина зубчастих вінців $b_1 = 52 \text{ мм}$, $b_2 = 50 \text{ мм}$ (отримано вище).

Міжосьова відстань передачі

$$a_w = 0,5 m_n (z_1 + z_2) / \cos \beta = 0,5 \cdot 2,5 (21 + 76) / 0,97 = 125 \text{ мм.}$$

11. Розрахунок сил у зачепленні зубців передачі

Колова сила $F_t = 2956 \text{ Н}$ (обчислена вище).

Радіальна сила за формулою (23.10)

$$F_r = F_t \operatorname{tg} \alpha_n / \cos \beta = 2956 \operatorname{tg} 20^\circ / 0,97 = 1109 \text{ Н.}$$

Осьова сила за формулою (23.9)

$$F_a = F_t \operatorname{tg} \beta = 2956 \operatorname{tg} 14,07^\circ = 741 \text{ Н.}$$

ГЛАВА 24. КОНІЧНІ ЗУБЧАСТІ ПЕРЕДАЧІ

24.1. Особливості конічних зубчастих передач

Конічні зубчасті передачі застосовують в тих випадках, коли осі валів перетинаються. Кут між осями валів може бути довільним, але на практиці найширше розповсюджені конічні зубчасті передачі з міжосьовим кутом $\Sigma = 90^\circ$. Такі передачі називають ортогональними.

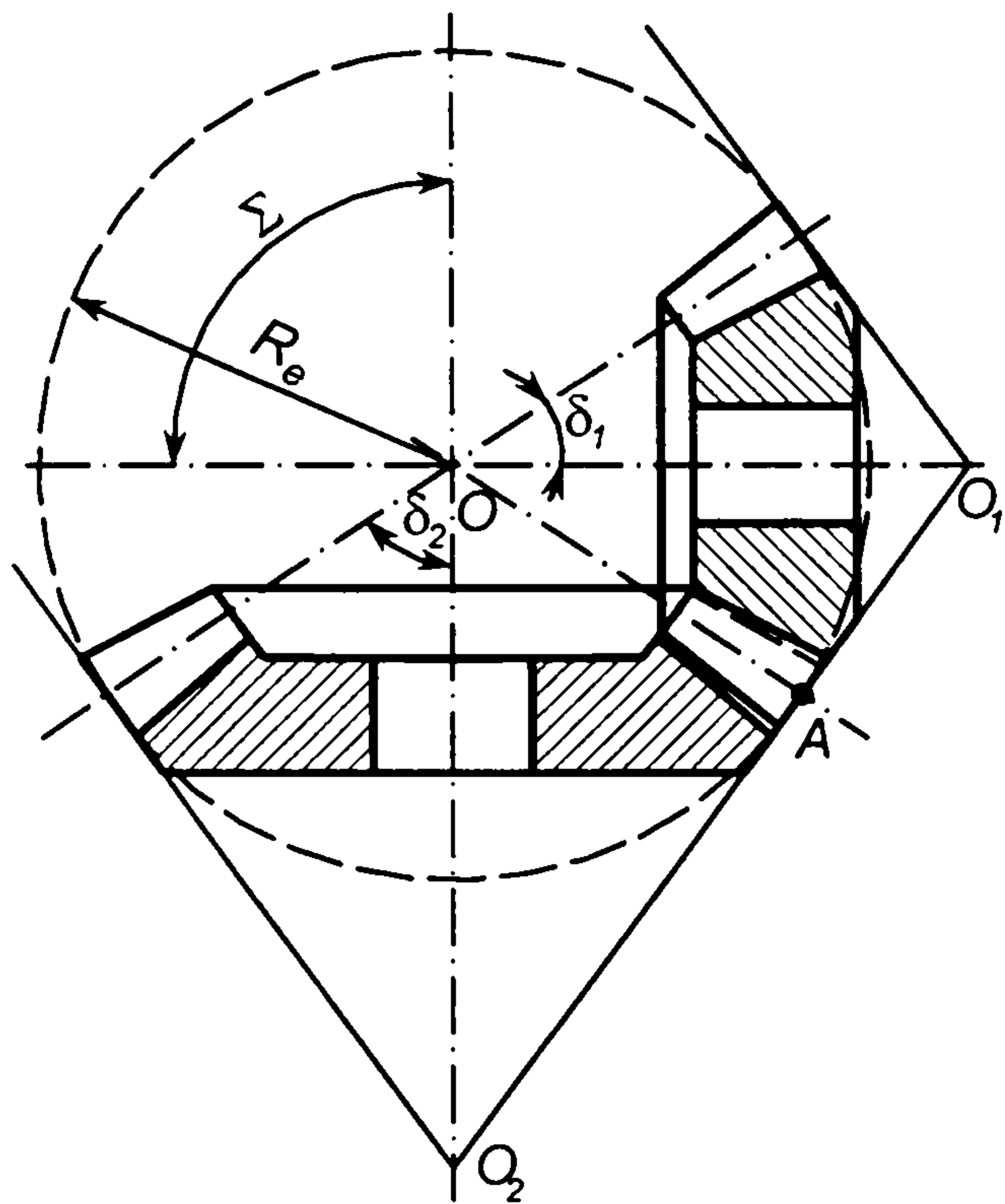


Рис. 24.1. Утворення конічної зубчастої передачі

Конічна зубчаста передача (рис. 24.1) складається з двох зубчастих коліс, початковими поверхнями яких є бічні поверхні прямих кругових конусів, вписаних у сферу радіуса R_e , так, що їхні вершини знаходяться у центрі сфери. Зубці на бічних поверхнях конусів відрізняються від зубців циліндричних коліс тим, що їхні розміри в поперечному перерізі поступово зменшуються з наближенням до вершин конусів.

Під час обертання зубчастих коліс початкові конуси з кутами при вершинах δ_1 і δ_2 перекочуються один по одному без ковзання. Профілі зубців конічних зубчастих коліс так само, як і циліндричних, окреслюються евольвентою. Евольвента повинна утворюватись на сфері радіусом R_e , оскільки довільні точки контакту спряжених профілів

зубців повинні знаходитись на однаковій відстані від точки O . Цю умову задовольняють точки, що лежать на поверхні сфери.

Профілювання зубців на сфері утруднене, бо поверхня сфери не розгортається на площину. Практично профілювання зубців здійснюється наближено на поверхнях додаткових конусів із твірними O_1A та O_2A , перпендикулярними до спільної твірної OA початкових конусів.

Зазначені особливості роблять конічні передачі складнішими, ніж циліндричні, у виготовленні та монтажі. Для нарізування зубців конічних коліс потрібне спеціальне обладнання та інструменти. Крім допусків на розміри зубчастих вінців, тут треба забезпечити допуски на кути Σ , δ_1 і δ_2 , а під час монтажу – збіг вершин конусів з точкою перетину осей валів. Виготовити конічну зубчасту передачу з одним і тим же ступенем точності значно важче, ніж циліндричну.

Оскільки осі валів перетинаються, то виникають труднощі з розміщенням опор валів конічної передачі. Здебільшого одне з конічних коліс розміщують консольно на валу. При цьому збільшується нерівномірність розподілу навантаження по довжині зубців. За дослідними даними несуча здатність конічної зубчастої передачі істотно нижча від циліндричної з порівняльними розмірами і становить близько 85 %. ККД конічної зубчастої передачі дорівнює 0,95–0,96, що також нижче ККД циліндричної передачі приблизно на 1 %.

Конічні зубчасті колеса бувають із прямими, тангенціальними та круговими зубцями.

24.2. Основні параметри конічної прямозубої передачі

Розміри зубців та вінців конічних зубчастих коліс. Конічна зубчаста передача з основними розмірами вінців зубчастих коліс показана на рис. 24.2. В ортогональній конічній передачі міжосьовий кут $\Sigma = \delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$, де δ_1 – кут при вершині ділильного конуса шестірні, а δ_2 – кут при вершині ділильного конуса колеса.

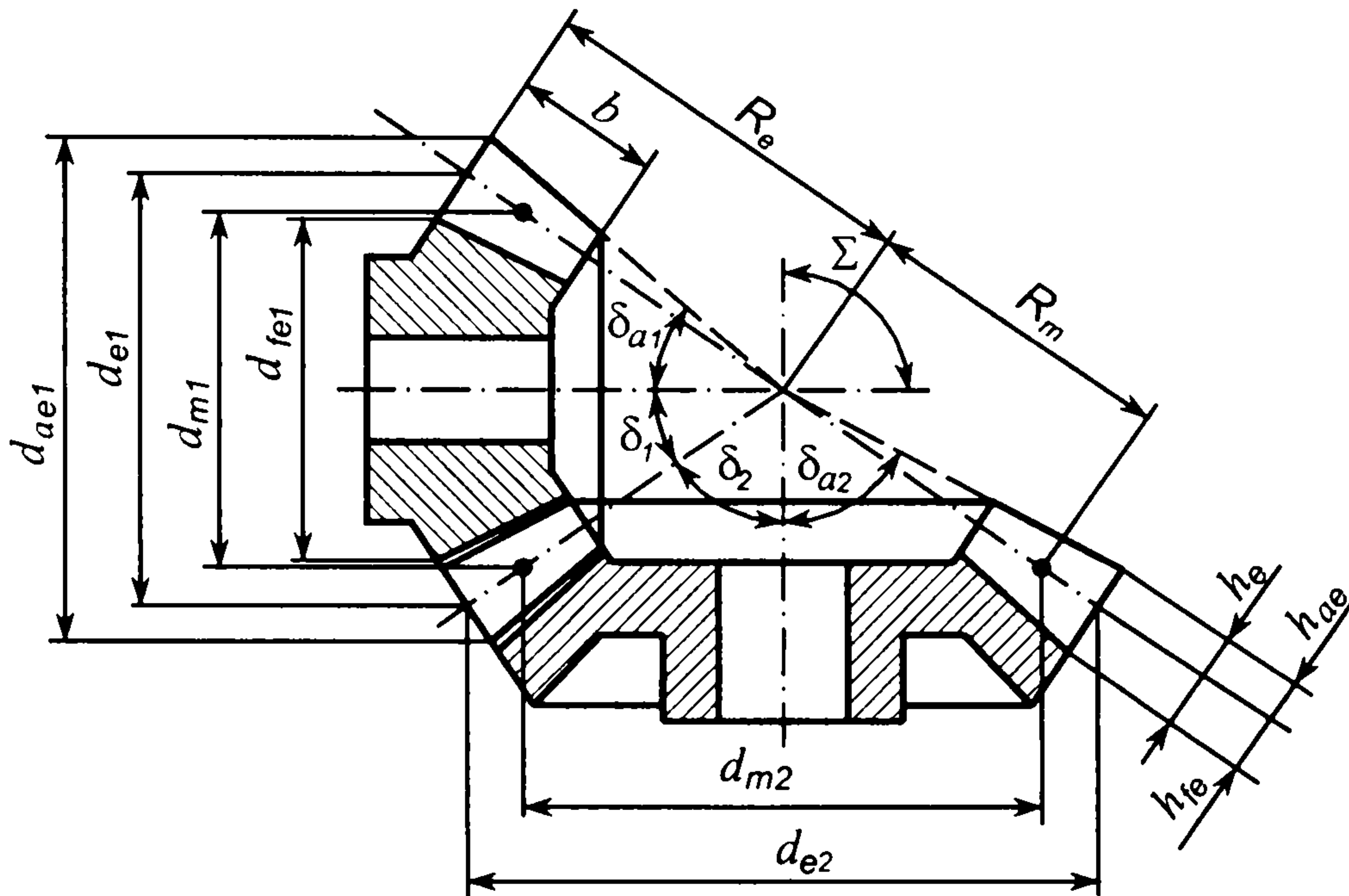


Рис. 24.2. Параметри конічної зубчастої передачі

Якщо число зубців конічної шестірні z_1 , а колеса z_2 , то кути при вершинах ділильних конусів визначають за формулами

$$\operatorname{tg} \delta_1 = z_1 / z_2; \quad \operatorname{tg} \delta_2 = z_2 / z_1 = 90^\circ - \delta_1. \quad (24.1)$$

Число зубців умовного плоского колеса діаметра $d = 2R_c$ (рис. 24.2)

$$z_c = \sqrt{z_1^2 + z_2^2}. \quad (24.2)$$

Модуль зубців конічних зубчастих коліс не є постійним у різних нормальних перерізах зубців. Тому вибір стандартного модуля тут втрачає зміст. Однак часто з метою полегшення контролю конічних зубчастих коліс за стандартний беруть модуль у зовнішньому нормальному перерізі зубців. Такий модуль називається зовнішнім коловим модулем і позначається m_c . Надалі будемо брати до уваги, що зовнішній коловий модуль зубців стандартний.

Розміри зубців конічних зубчастих коліс (рис. 24.2) обчислюють за формулами:

зовнішня висота головки зубця

$$h_{ae} = m_c;$$

зовнішня висота ніжки зубця

$$\begin{aligned}
 & \text{зовнішня висота зубця} & h_{fe} &= 1,2m_e; \\
 & \text{радіальний зазор} & h_c &= h_{ae} + h_{fe} = 2,2m_e; \\
 & & c &= 0,2m_e.
 \end{aligned} \tag{24.3}$$

Розміри вінців конічних шестірні та колеса:
зовнішні ділильні діаметри

$$d_{e1} = m_e z_1; \quad d_{e2} = m_e z_2; \tag{24.4}$$

зовнішні діаметри вершин зубців

$$\begin{aligned}
 d_{ae1} &= d_{e1} + 2h_{ae} \cos \delta_1 = d_{e1} + 2m_e \cos \delta_1; \\
 d_{ae2} &= d_{e2} + 2h_{ae} \cos \delta_2 = d_{e2} + 2m_e \cos \delta_2;
 \end{aligned} \tag{24.5}$$

зовнішні діаметри впадин

$$\begin{aligned}
 d_{fe1} &= d_{e1} - 2h_{fe} \cos \delta_1 = d_{e1} - 2,4m_e \cos \delta_1; \\
 d_{fe2} &= d_{e2} - 2h_{fe} \cos \delta_2 = d_{e2} - 2,4m_e \cos \delta_2;
 \end{aligned} \tag{24.6}$$

зовнішня конусна відстань

$$R_c = 0,5m_e z_c; \tag{24.7}$$

коефіцієнт ширини зубчастого вінця $K_{be} = b/R_c = 0,25 \dots 0,30$; ширина зубчастого вінця $b = K_{be} R_c$, але за умови, що $b \leq 10m_e$;
середня конусна відстань

$$R_m = R_c - 0,5b; \tag{24.8}$$

середній коловий модуль зубців

$$m_m = m_e R_m / R_c; \tag{24.9}$$

середні ділильні діаметри шестірні та колеса

$$d_{m1} = m_m z_1; \quad d_{m2} = m_m z_2; \tag{24.10}$$

Додаткові співвідношення між розмірами елементів конічної зубчастої передачі, які будуть використані у подальших викладках:
передаточне число конічної зубчастої передачі

$$u = \omega_1 / \omega_2 = d_{e2} / d_{e1} = d_{m2} / d_{m1} = z_2 / z_1; \tag{24.11}$$

кути при вершинах початкових конусів шестірні та колеса

$$\operatorname{tg} \delta_1 = 1/u; \quad \operatorname{tg} \delta_2 = u; \tag{24.12}$$

зовнішня конусна відстань

$$R_c = \sqrt{(d_{e1} / 2)^2 + (d_{e2} / 2)^2} = 0,5d_{e1} \sqrt{1 + u^2}; \tag{24.13}$$

ділильні діаметри, виражені через R та u ,

$$\begin{aligned}
 d_{e1} &= 2R_c / \sqrt{1 + u^2}; & d_{e2} &= 2R_c u / \sqrt{1 + u^2}; \\
 d_{m1} &= 2R_m / \sqrt{1 + u^2}; & d_{m2} &= 2R_m u / \sqrt{1 + u^2};
 \end{aligned} \tag{24.14}$$

середня конусна відстань, середній коловий модуль та середні ділильні діаметри

$$R_m = R_e - 0,5b = R_e(1 - 0,5K_{be}); \quad m_m = m_e(1 - 0,5K_{be}); \quad (24.15)$$

$$d_{m1} = d_{e1}(1 - 0,5K_{be}); \quad d_{m2} = d_{e2}(1 - 0,5K_{be});$$

Щоби вивести розрахункові залежності для оцінки міцності зубців, конічну передачу заміняють еквівалентною прямозубою циліндричною передачею, колеса якої мають такі параметри:

модуль зубців еквівалентних коліс $m_v = m_m$;

числа зубців еквівалентних коліс

$$z_{v1} = z_1 / \cos \delta_1; \quad z_{v2} = z_2 / \cos \delta_2; \quad (24.16)$$

передаточне число еквівалентної передачі $u_v = u^2$.

24.3. Навантаження на зубці конічної зубчастої передачі

Номінальні сили у зачепленні прямозубих конічних коліс. За аналогією з циліндричними передачами силу взаємодії зубців, розподілену по довжині їхнього контакту, замінимо зосередженою силою, яка прикладається до зубця у його середньому перерізі. Сили тертя між зубцями тут також не враховуємо.

У конічній передачі (рис. 24.3, а) взаємодія зубців показана у їх середньому нормальному перерізі А-А. Якщо до ведучого вала прикладений обертовий момент T_1 , то з боку зубця шестірні на зубець колеса діє нормальна сила F_n , яка направлена вздовж нормалі до профілів зубців у точці їхнього контакту, тобто вздовж лінії зачеплення, яка утворює кут зачеплення α з перпендикуляром до лінії центрів еквівалентних коліс. Силу F_n замінимо двома взаємно перпендикулярними складовими F_t та F_o , які перенесемо на схему передачі. Тут сила F_t проектується у точку Р, а сила F_o направлена вздовж сліду площини А-А. Замінивши повторно

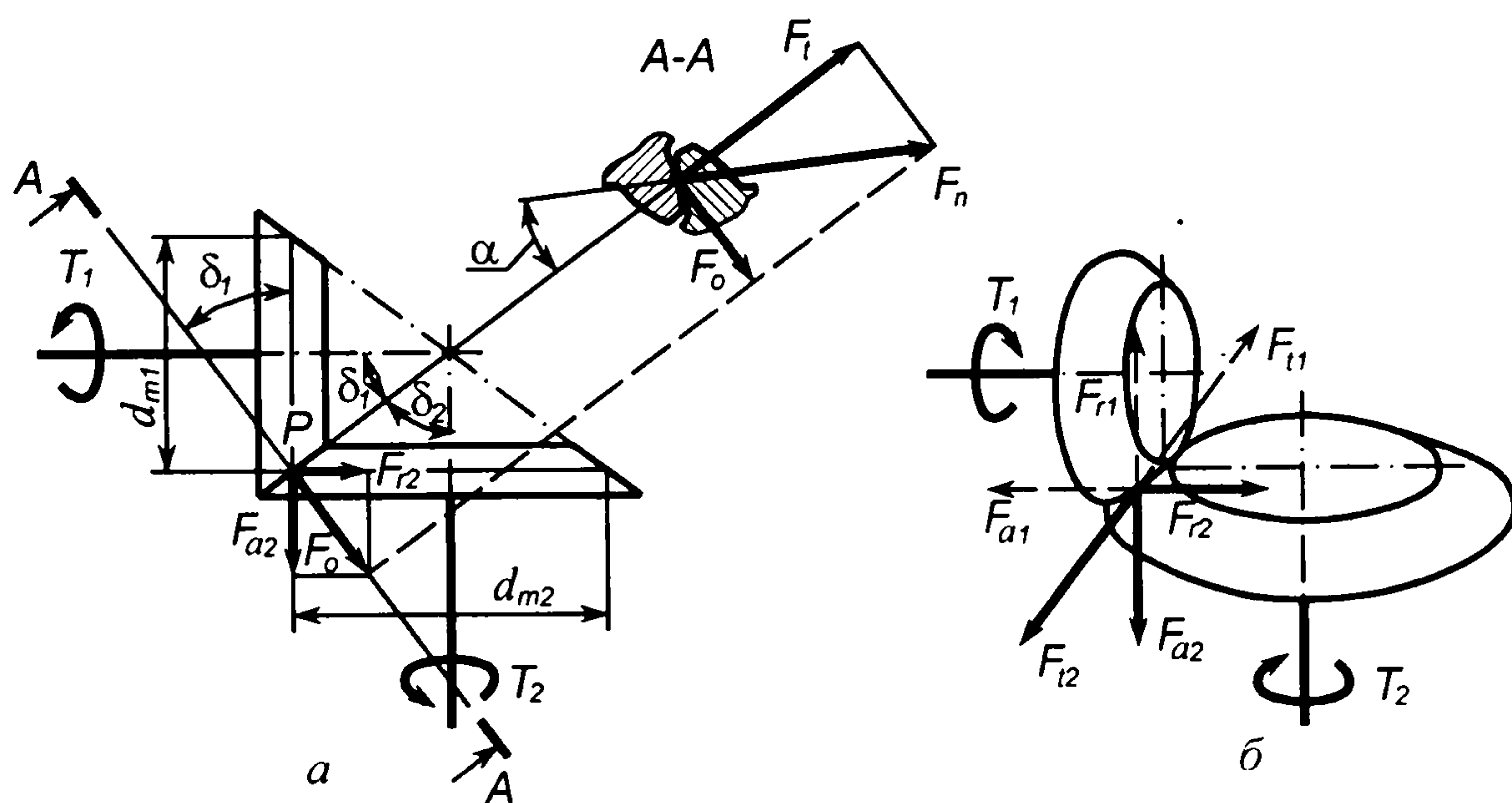


Рис. 24.3. Зусилля на зубці конічних зубчастих коліс

силу F_0 двома взаємно перпендикулярними складовими F_{r2} та F_{a2} , отримаємо в результаті три взаємно перпендикулярні компоненти нормальної сили F_n взаємодії зубців: F_t – колову силу; F_{r2} – радіальну силу на колесі та F_{a2} – осьову силу на колесі.

Колова сила направлена по спільній дотичній до конічних коліс і лежить у площині їхнього обертання. Тому ця сила може бути визначена через обертовий момент T_1 за формулою

$$F_t = 2T_1 / d_{m1}. \quad (24.17)$$

Нормальна сила F_n і сила F_0 виражаються через колову силу F_t за залежностями (див. паралелограм сил у перерізі А-А на рис. 24,3, а):

$$F_n = F_t / \cos\alpha = 2T_1 / (d_{m1} \cos\alpha); \quad F_0 = F_t \operatorname{tg}\alpha. \quad (24.18)$$

Подаючи сили F_{r2} та F_{a2} через F_0 (див. паралелограм сил на схемі передачі), отримуємо:

$$F_{r2} = F_0 \cos\delta_2 = F_t \operatorname{tg}\alpha \cos\delta_2; \quad (24.19)$$

$$F_{a2} = F_0 \cos\delta_1 = F_t \operatorname{tg}\alpha \cos\delta_1. \quad (24.20)$$

Отже, формула (24.18) дає змогу визначити нормальну силу F_n взаємодії зубців через обертовий момент T_1 , а формули (24.17), (24.19) та (24.20) – її три складові, що діють на зубці конічного колеса: колову силу F_t , радіальну F_{r2} та осьову F_{a2} .

Аналогічні складові діють з боку зубців конічного колеса на зубці шестірні, але у протилежному напрямі (див. рис. 24.3, б), до того ж радіальна сила на шестірні F_{r1} дорівнює осьовій силі F_{a2} на колесі, а осьова сила F_{a1} на шестірні – радіальній силі F_{r2} на колесі. Остаточнo запишемо компоненти сили F_n взаємодії зубців конічної прямозубої передачі:

$$\begin{aligned} F_t &= F_{t1} = F_{t2} = 2T_1 / d_{m1}; \\ F_{r1} &= F_{a2} = F_t \operatorname{tg}\alpha \cos\delta_1; \\ F_{a1} &= F_{r2} = F_t \operatorname{tg}\alpha \cos\delta_2. \end{aligned} \quad (24.21)$$

Зображаючи силу взаємодії зубців F_n конічних зубчастих коліс у формі трьох взаємно перпендикулярних складових (24.21), зручніше складати розрахункові схеми валів передачі.

Розрахункове навантаження на зубці конічної зубчастої передачі. За аналогією з циліндричними зубчастими передачами [див. формули (23.13) та (23.14)] розрахункове навантаження на зубці конічної передачі визначають за формулами:

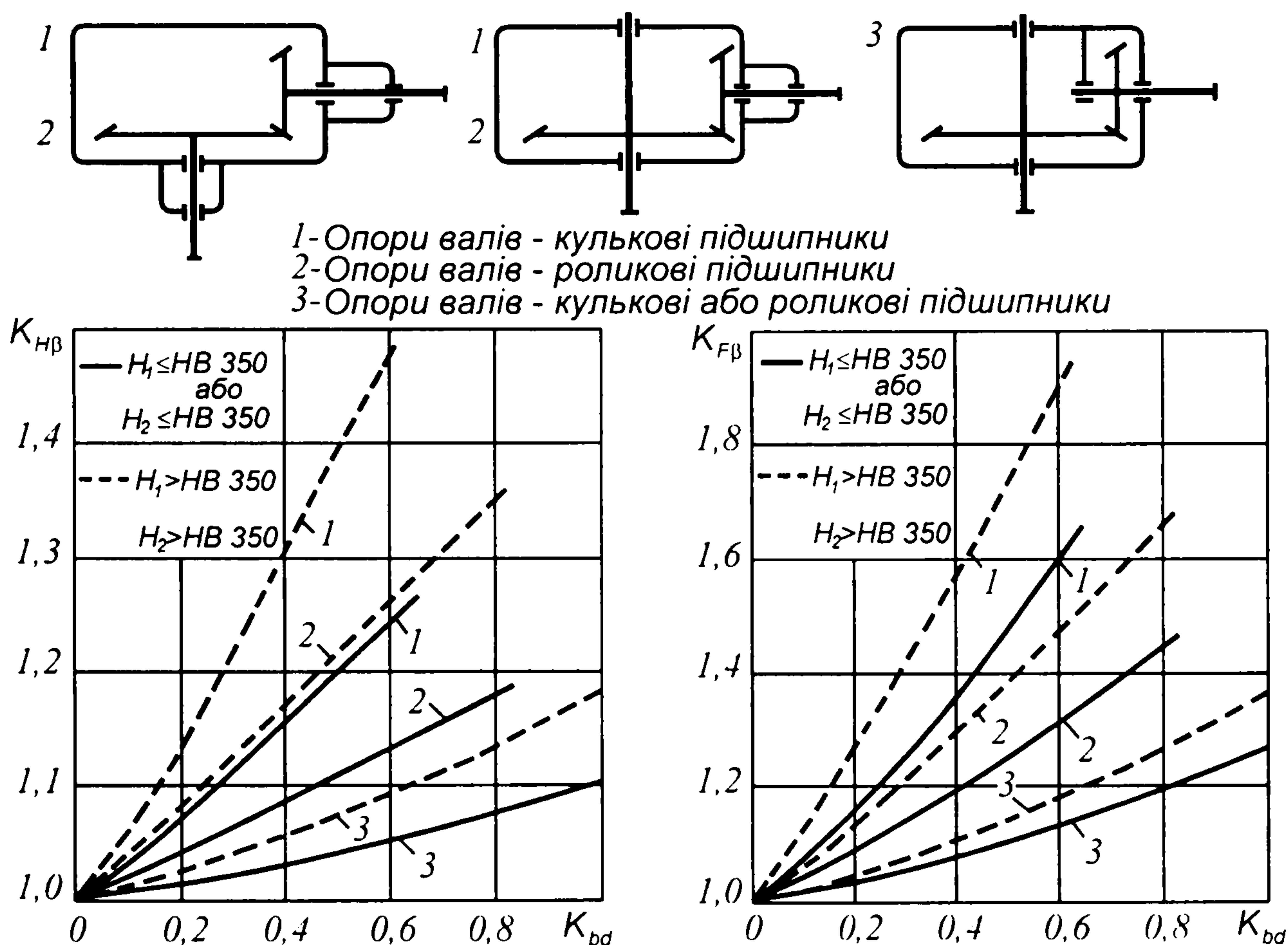
в розрахунках зубців на контактну витривалість

$$F_{Hn} = F_n K_{H\beta} K_{H\alpha};$$

в розрахунках зубців на витривалість при згині

$$F_{Fn} = F_n K_{F\beta} K_{F\alpha}.$$

Тут розрахункові коефіцієнти мають такий же зміст, як і в циліндричних зубчастих передачах. Для прямозубих конічних передач коефіцієнти $K_{H\beta}$ та $K_{F\beta}$ знаходять за графіками 1 – 3 на рис. 24.4. залежно від схем 1 – 3

Рис. 24.4. Графіки для визначення коефіцієнтів $K_{H\beta}$ і $K_{F\beta}$

розміщення конічних коліс, виду опор валів, твердості активних поверхонь зубців та коефіцієнти K_{bd} :

$$K_{bd} = b/d_{v1} = K_{bc} u / (2 - K_{bc}). \quad (24.22)$$

Коефіцієнти динамічного навантаження зубців $K_{H\beta}$ і $K_{F\beta}$ можна брати такі самі, як і для циліндричних зубчастих передач (див. табл. 23.3.) при колій швидкості $v = 0,5\omega_1 d_{m1}$.

24.4. Розрахунки на міцність конічних прямозубих зубчастих передач

Розрахунки на міцність конічних зубчастих передач виконують за аналогією із циліндричними передачами, але з урахуванням особливостей геометрії та навантаження зубців конічних передач.

Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну витривалість та міцність. Розрахункова формула для перевірки контактної витривалості активних поверхонь зубців передачі має вигляд:

$$\sigma_H = Z_M Z_H Z_\epsilon \sqrt{\frac{F_t K_{H\beta} K_{H\alpha} \sqrt{u^2 + 1}}{0,85 b d_{m2}}} \leq [\sigma]_H. \quad (24.23)$$

Розрахункові коефіцієнти Z_M та Z_H в умові (24.23) беруть такими ж, як і для циліндричних передач, а коефіцієнт $Z_\epsilon = \sqrt{(4 - \epsilon_\alpha)/3}$, де коефіцієнт торцевого перекриття ϵ_α можна знайти за числами зубців z_{v1} та z_{v2} еквівалентних коліс (див. формули (24.16)):

$$\epsilon_\alpha = 1,88 - 3,2(1/z_{v1} + 1/z_{v2}). \quad (24.24)$$

Номінальну колову силу F_t в зачепленні конічних коліс обчислюють за формулою (24.17), а коефіцієнти $K_{H\beta}$ і $K_{H\alpha}$ – за рекомендаціями п. 24.3.

Розрахунок на контактну міцність активних поверхонь зубців конічних передач виконують за умовою (23.17). Допустиме контактне напруження $[\sigma]_H$ та граничне контактне напруження $[\sigma]_{Hmax}$ визначають згідно з рекомендаціями п.22.6.

Розрахунок зубців на витривалість при згині та на міцність при згині максимальним навантаженням. Для розрахунку зубців конічних передач на витривалість при згині використовують формулу

$$\sigma_F = Y_F \frac{F_t K_{F\beta} K_{F\alpha}}{0,85 b m_m} \leq [\sigma]_F. \quad (24.25)$$

У цій залежності коефіцієнт форми зубців Y_F знаходять за табл. 23.4 залежно від еквівалентних чисел зубців z_{v1} і z_{v2} , які підраховують за виразами (24.16)

Розрахунок зубців конічних передач на міцність при згині максимальним навантаженням виконують за умовою (23.19). Методика визначення допустимих напружень наведена в п. 22.6.

Проектний розрахунок конічної зубчастої передачі. У проектному розрахунку конічної передачі (за аналогією з циліндричними передачами) основний розмірний параметр визначають також із умови стійкості активних поверхонь зубців проти втомного викривлення. Основним розмірним параметром конічної передачі, що визначає її габаритні розміри, беруть зовнішній дільний діаметр колеса d_{e2} .

Вихідними даними для проектного розрахунку є такі:

- номінальне навантаження (обертний момент на ведучому валі T_1);
- передаточне число передачі u ;
- параметр $K_{bc} = b/R_c$ або $K_{bd} = K_{bc}u/(2 - K_{bc})$;
- матеріали зубчастих коліс, їхня термообробка та твердість активних поверхонь зубців; за останніми даними визначають допустиме контактне напруження $[\sigma]_H$.

Розрахункова формула для проектного розрахунку конічної зубчастої передачі має такий вигляд:

$$d_{e2min} = K_d \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{H\beta} u^2}{K_{bc} (1 - K_{bc}) [\sigma]_H^2}}. \quad (24.26)$$

У проектному розрахунку прямозубої конічної передачі допоміжний коефіцієнт рекомендується брати: $K_d = 110 \text{ МПа}^{1/3}$ для сталевих коліс; $K_d = 85 \text{ МПа}^{1/3}$ для чавунних коліс. Коефіцієнт $K_{H\beta}$ визначають за графіками на рис. 24.4.

Щоб визначити модуль зубців, треба попередньо вибрати числа зубців шестірні та колеса. Число зубців конічної шестірні для силових конічних передач рекомендується брати в таких межах: $z_1=17\dots 20$ при $u=1,0\dots 1,5$; $z_1=13\dots 18$ при $u=2\dots 4$.

За вибраним числом зубців шестірні визначають число зубців конічного колеса $z_2=uz_1$. При цьому бажано виконувати умову $z_1+z_2\leq 80\dots 85$.

Вибравши число зубців конічного колеса, можна визначити потрібний зовнішній діаметр модуль

$$m'_e = d_{e2min}/z_2, \quad (24.27)$$

який треба узгодити зі стандартним значенням m_e (див. п. 22.2).

Знаючи модуль m_e та числа зубців коліс z_1 та z_2 , за формулами п. 24.2. можна знайти всі розміри вінців конічних зубчастих коліс.

Остаточні висновки про раціональність попереднього визначення модуля зубчастих коліс можна зробити після перевірних розрахунків за умовами (24.23) і (24.25).

24.5. Приклад розрахунку конічної зубчастої передачі

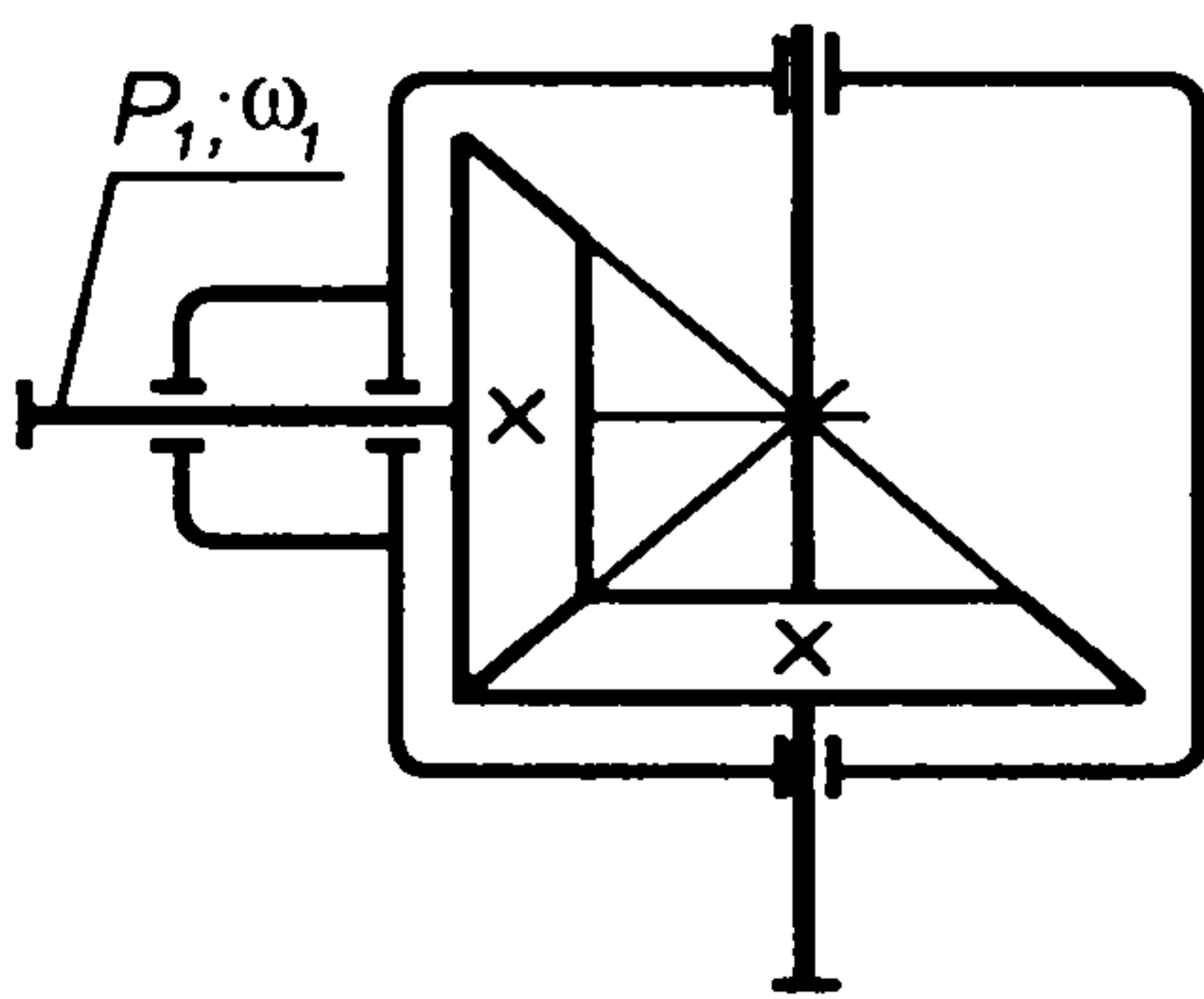


Рис. 24.5. Схема конічного зубчастого редуктора

Задача. За даними умови задачі в п. 23.6 розрахувати прямозубу конічну передачу редуктора (рис. 24.5) із передаточним числом $u=2,4$, вибравши ті самі матеріали для виготовлення зубчастих коліс.

Розв'язання. 1. *Параметри навантаження зубчастої передачі* (див. задачу в п. 23.6):

$$T_1=80 \text{ Н}\cdot\text{м}; \quad T_{1max}=160 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$\omega_2=\omega_1/u=150/2,4=62,5 \text{ рад/с}.$$

2. *Матеріали зубчастих коліс* (ті самі, що і у задачі п. 23.6).

3. *Допустимі напруження для розрахунку передачі* (див. п. 23.6).

$$[\sigma]_{II}=492 \text{ МПа}; \quad [\sigma]_{IImax}=1512 \text{ МПа};$$

$$[\sigma]_{F1}=233 \text{ МПа}; \quad [\sigma]_{F2}=204 \text{ МПа}; \quad [\sigma]_{F1max}=622 \text{ МПа}; \quad [\sigma]_{F2max}=545 \text{ МПа}.$$

4. *Проектний розрахунок передачі:*

Попередньо беремо коефіцієнт ширини зубчастих вінців $K_{br}=0,27$ і відповідно за формулою (24.22) коефіцієнт

$$K_{bd}=K_{br}u/(2-K_{br})=0,27\cdot 2,4/(2-0,27)=0,37$$

За графіком на рис. 24.4. залежно від K_{bd} визначаємо $K_{H\beta}=1,08$.

Для сталевих конічних коліс допоміжний коефіцієнт $K_d=110 \text{ МПа}^{1/3}$.

За формулою (24.26) мінімальний зовнішній діаметр конічного колеса

$$d_{e2min}=K_d \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{H\beta} u^2}{K_{be}(1-K_{be})[\sigma]_{II}^2}} = 110 \sqrt[3]{\frac{80 \cdot 10^3 \cdot 1,08 \cdot 2,4^2}{0,27(1-0,27) \cdot 492^2}} = 240,3 \text{ мм}.$$

Вибраємо число зубців шестірні $z_1=17$, а число зубців колеса $z_2=uz_1=2,4\cdot 17=40,8$. Візьмемо $z_2=41$. Тоді фактичне передаточне число $u=z_2/z_1=41/17=2,41$.

За формулою (24.27) модуль зубців

$$m'_e=d_{e2min}/z_2=218,5/41=5,86 \text{ мм}.$$

За стандартом (див. п. 22.2) $m_e=6 \text{ мм}$.

5. *Попередні значення деяких параметрів передачі*

Зовнішні діаметри шестірні та колеса:

$$d_{e1}=m_e z_1=6\cdot 17=102 \text{ мм};$$

$$d_{e2} = m_e z_2 = 6 \cdot 41 = 246 \text{ мм.}$$

Зовнішня конусна відстань за формулами (24.2) і (24.7)

$$R_e = 0,5 m_e \sqrt{z_1^2 + z_2^2} = 0,5 \cdot 6 \sqrt{17^2 + 41^2} = 133,15 \text{ мм.}$$

Ширина зубчастих вінців

$$b = b_1 = b_2 = K_{bc} R_e = 0,27 \cdot 133,15 = 36 \text{ мм.}$$

За формулою (24.8) середня конусна відстань

$$R_m = R_e - 0,5b = 133,15 - 0,5 \cdot 36 = 115,15 \text{ мм.}$$

Середній модуль зубців

$$m_m = m_e R_m / R_e = 6 \cdot 115,15 / 133,15 = 5,20 \text{ мм.}$$

Середні ділильні діаметри шестірні та колеса

$$d_{m1} = m_m z_1 = 5,20 \cdot 17 = 88,40 \text{ мм; } d_{m2} = m_m z_2 = 5,20 \cdot 41 = 213,20 \text{ мм.}$$

Кути при вершинах ділильних конусів шестірні та колеса за формулами (24.12):

$$\delta_1 = \arctg(z_1/z_2) = \arctg(17/41) = 22,52^\circ;$$

$$\delta_2 = 90^\circ - \delta_1 = 90^\circ - 22,52^\circ = 67,48^\circ.$$

Колова швидкість зубчастих коліс

$$v = 0,5 \omega_1 d_{m1} = 0,5 \cdot 150 \cdot 88,40 \cdot 10^{-3} = 6,63 \text{ м/с.}$$

За рекомендаціями п. 22.3 назначаємо 8-й ступінь точності зубчастих коліс.

Еквівалентні числа зубців конічних шестірні та колеса за формулами (24.16):

$$z_{r1} = z_1 / \cos \delta_1 = 17 / \cos 22,52^\circ = 18,4; \quad z_{r2} = z_2 / \cos \delta_2 = 41 / \cos 67,48^\circ = 107.$$

Коефіцієнт торцевого перекриття зубців

$$\epsilon_\alpha = 1,88 - 3,2(1/z_{r1} + 1/z_{r2}) = 1,88 - 3,2(1/18,4 + 1/107) = 1,67.$$

За формулою (24.17) колова сила у зачепленні зубчастих коліс

$$F_t = 2T_1 / d_{m1} = 2 \cdot 80 \cdot 10^3 / 88,40 = 1810 \text{ Н.}$$

6. Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну витривалість

Попередньо визначимо коефіцієнти:

$Z_M = 275 \text{ МПа}^{1/2}$ – для сталевих зубчастих коліс; $Z_H = 1,77$;

$$Z_\epsilon = \sqrt{(4 - \epsilon_\alpha) / 3} = \sqrt{(4 - 1,67) / 3} = 0,88;$$

$K_{H\beta} = 1,08$ – див. п. 4 розрахунку; $K_{H\alpha} = 1,25$ – див. табл. 23.3.

За формулою (24.23) розрахункове контактне напруження

$$\sigma_H = Z_M Z_H Z_\epsilon \sqrt{\frac{F_t K_{H\beta} K_{H\alpha} \sqrt{u^2 + 1}}{0,85 b d_{m2}}} = 275 \cdot 1,77 \cdot 0,88 \sqrt{\frac{1810 \cdot 1,08 \cdot 1,25 \sqrt{2,41^2 + 1}}{0,85 \cdot 36 \cdot 213,20}} = 481 \text{ МПа.}$$

Контактна витривалість активних поверхонь зубців забезпечується, оскільки розрахункове контактне напруження $\sigma_H = 481 \text{ МПа}$ менше допустимого $[\sigma]_H = 492 \text{ МПа}$.

7. Розрахунок активних поверхонь зубців на контактну міцність.

Під час дії максимального навантаження за формулою (23.17)

$$\sigma_{H \max} = \sigma_H \sqrt{T_{1 \max} / T_1} = 481 \sqrt{160 / 80} = 680 \text{ МПа.}$$

Контактна міцність забезпечується, бо $\sigma_{H \max} = 680 \text{ МПа} < [\sigma]_{H \max} = 1512 \text{ МПа}$.

8. Розрахунок зубців на витривалість при згині.

Розрахункові коефіцієнти:

$Y_{F1} = 4,20$; $Y_{F2} = 3,60$ – коефіцієнти форми зубців за табл. 23.4.

$K_{F\beta} = 1,18$ – за графіком на рис. 24.4; $K_{F\alpha} = 1,60$ – за даними табл. 23.3.

Розрахункові напруження згину в зубцях шестірні та колеса за формулою (24.25):

$$\sigma_{F1} = Y_{F1} \frac{F_t K_{F\beta} K_{F\alpha}}{0,85 b m_m} = 4,20 \frac{1810 \cdot 1,18 \cdot 1,60}{0,85 \cdot 36 \cdot 5,20} = 90,2 \text{ МПа;}$$

$$\sigma_{F2} = Y_{F2} \frac{F_t K_{F\beta} K_{F\alpha}}{0,85 b m_m} = 3,60 \frac{1810 \cdot 1,18 \cdot 1,60}{0,85 \cdot 36 \cdot 5,20} = 77,3 \text{ МПа.}$$

Витривалість зубців при згині забезпечується, оскільки розрахункові напруження в зубцях шестірні та колеса менші за відповідні допустимі напруження $[\sigma]_{F1} = 233 \text{ МПа}$ і $[\sigma]_{F2} = 204 \text{ МПа}$.

9. Розрахунок зубців на міцність при згині.

Під час дії максимального навантаження маємо:

$$\sigma_{F1\max} = \sigma_{F1} (T_{1\max}/T_1) = 90,2 \cdot (160/80) = 180,4 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{F2\max} = \sigma_{F2} (T_{1\max}/T_1) = 77,3 \cdot (160/80) = 154,6 \text{ МПа}.$$

Міцність зубців на згин під час дії максимального навантаження також забезпечується, оскільки максимальні напруження менші від граничних допустимих $[\sigma]_{F1\max} = 622 \text{ МПа}$ і $[\sigma]_{F2\max} = 545 \text{ МПа}$.

10. Розрахунок параметрів конічної передачі (див. п. 24.2)

Розміри елементів зубців:

зовнішня висота головки зубця $h_{ac} = m_c = 6 \text{ мм}$;
 зовнішня висота ніжки зубця $h_{fc} = 1,2m_c = 1,2 \cdot 6 = 7,2 \text{ мм}$;
 радіальний зазор $c = 0,2m_c = 0,2 \cdot 6 = 1,2 \text{ мм}$;
 кут профілю зубців $\alpha = 20^\circ$.

Розміри зубчастих вінців конічних коліс:

кути при вершинах ділільних конусів (див. п. 5 розрахунку,)

$$\delta_1 = 22,52^\circ; \quad \delta_2 = 67,48^\circ;$$

зовнішні ділільні діаметри $d_{e1} = 102 \text{ мм}$; $d_{e2} = 246 \text{ мм}$;

зовнішні діаметри вершин зубців

$$d_{ac1} = d_{e1} + 2m_c \cos \delta_1 = 102 + 2 \cdot 6 \cdot \cos 22,52^\circ = 113,08 \text{ мм};$$

$$d_{ac2} = d_{e2} + 2m_c \cos \delta_2 = 246 + 2 \cdot 6 \cdot \cos 67,48^\circ = 250,60 \text{ мм};$$

зовнішні діаметри впадин

$$d_{fc1} = d_{e1} - 2,4m_c \cos \delta_1 = 102 - 2,4 \cdot 6 \cdot \cos 22,52^\circ = 88,70 \text{ мм};$$

$$d_{fc2} = d_{e2} - 2,4m_c \cos \delta_2 = 246 - 2,4 \cdot 6 \cdot \cos 67,48^\circ = 240,48 \text{ мм}.$$

За попередніми розрахунками в п. 5 маємо: $R_p = 133,15 \text{ мм}$; $R_m = 115,15 \text{ мм}$; $m_m = 5,20 \text{ мм}$; $d_{m1} = 88,40 \text{ мм}$; $d_{m2} = 213,20 \text{ мм}$.

11. Сили в зачепленні зубців конічної передачі.

Колова сила (див. п 5 розрахунку) $F_t = 1810 \text{ Н}$.

Радіальна сила на шестірні дорівнює осьовій силі на колесі:

$$F_{r1} = F_{a2} = F_t \operatorname{tg} \alpha \cos \delta_1 = 1810 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \cdot \cos 22,52^\circ = 608 \text{ Н}.$$

Осьова сила на шестірні дорівнює радіальній силі на колесі:

$$F_{a1} = F_{r2} = F_t \operatorname{tg} \alpha \cos \delta_2 = 1810 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \cdot \cos 67,48^\circ = 252 \text{ Н}.$$

ГЛАВА 25. ЧЕРВ'ЯЧНІ ПЕРЕДАЧІ

25.1. Загальні відомості та особливості черв'ячних передач

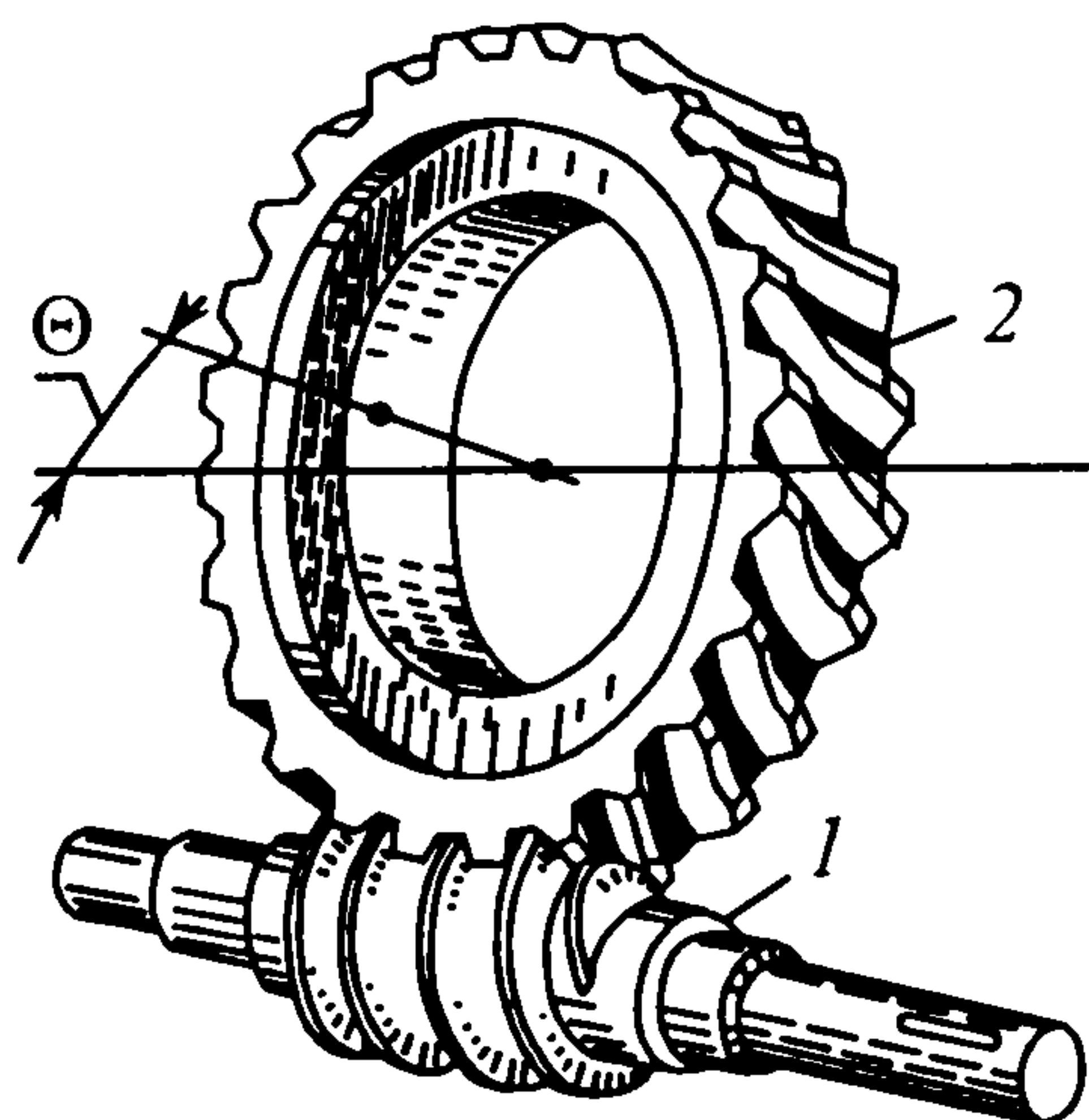


Рис. 25.1. Деталі черв'ячної передачі довгої гайки і зігнутий по колу.

За допомогою черв'ячної передачі здійснюється передавання обертового руху між валами, осі яких мимобіжні в просторі і утворюють прямий кут. Черв'ячна передача (рис. 25.1) складається із черв'яка 1, що має форму гвинта, та черв'ячного колеса 2, яке нагадує зубчасте колесо з косими зубцями угнутої форми. Передавання обертового руху у черв'ячній передачі здійснюється за принципом гвинтової пари, де гвинтом є черв'як, а гайкою є колесо – сектор, вирізаний із

У більшості випадків ведучим є черв'як і передача працює на зменшення частоти обертання веденого вала, хоча можливе передавання обертового руху і від черв'ячного колеса до черв'яка.

У зачепленні контакт витків черв'яка та зубців черв'ячного колеса відбувається по лінії, до того ж із значним ковзанням. Тому через значні втрати у зачепленні черв'ячні передачі застосовують для передавання малих та середніх (до 50 кВт) потужностей, хоча зустрічаються і передачі, які здатні передавати потужність до 200 кВт.

За допомогою черв'ячної передачі можна реалізувати велике передаточне число $u=7...100$ і більше. Такі кінематичні і силові передачі використовують у підйомно-транспортних машинах, різних металообробних верстатах, транспортних засобах тощо.

Порівняно з іншими механічними передачами черв'ячні передачі мають такі переваги:

- а) плавність та безшумність роботи при високих швидкостях;
- б) достатньо висока надійність та простота догляду в експлуатації;
- в) компактність, тобто малі габаритні розміри при великому передаточному числі;
- г) можливість виконання передачі самогальмівною (неможливе передавання обертового руху від черв'ячного колеса до черв'яка).

До недоліків черв'ячних передач належать:

- а) порівняно невисокий ККД, що не перевищує у деяких випадках 0,70-0,85;
- б) потреба використання для черв'ячного колеса дорогих антифрикційних матеріалів;
- в) низька несуча здатність порівняно з зубчастими передачами.

Мале значення ККД черв'ячних передач не дає змоги використовувати їх для передавання великих навантажень, оскільки істотні втрати потужності за рахунок тертя у зачепленні призводять до значного нагрівання передачі. Тому черв'ячні передачі краще застосовувати у приводах періодичної дії.

Черв'ячні передачі і їхні елементи класифікують за такими ознаками: за формою початкової поверхні черв'яка – циліндричні чи глобоїдні; за формою профілю витків черв'яка у торцевій площині – конв'юльні (черв'як ZN), евольвентні (черв'як ZI), архімедові (черв'як ZA) та ін.; за розміщенням черв'яка щодо колеса – з нижнім, верхнім та бічним розміщенням черв'яка; за конструктивним оформленням – відкриті та закриті, що працюють у спеціальному корпусі.

На практиці більше застосовують черв'ячні циліндричні передачі з архімедовим черв'яком ZA як простіші у виготовленні.

25.2. Розмірні параметри черв'ячної передачі

Циліндричні черв'яки. Черв'як – це циліндричне тіло, на поверхні якого є витки за формою гвинтової лінії (рис. 25.2). Якщо у торцевій площині витки черв'яка мають профіль архімедової спіралі, то такі черв'яки

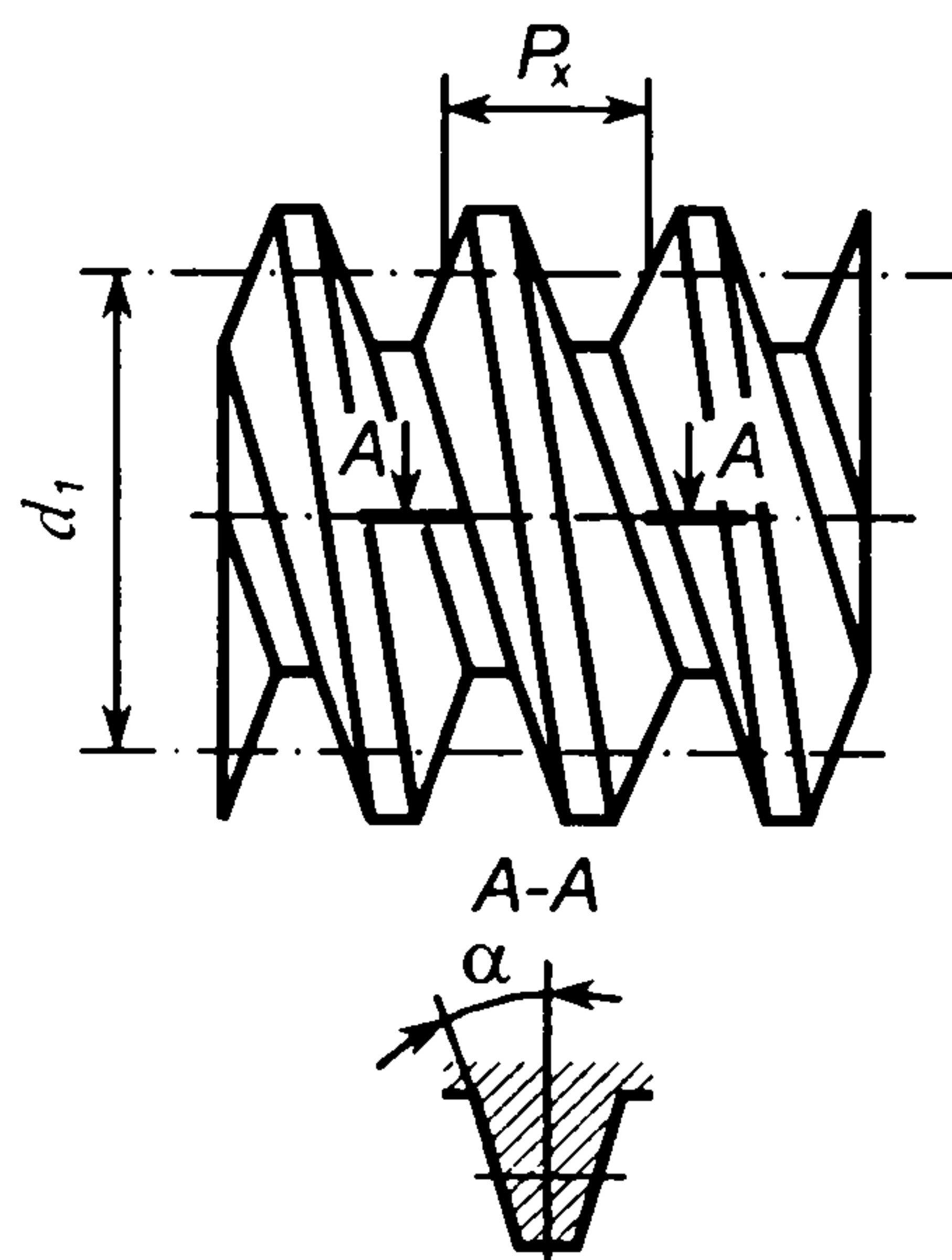


Рис. 25.2. Форма витків черв'яка

називають архімедовими (їх позначають ZA). В осьовому перерізі $A-A$ бічні поверхні витка черв'яка ZA окреслені прямими лініями з профільним кутом α .

Черв'яки можуть виготовлятися із одним або кількома витками. Стандартом на силові черв'ячні передачі передбачається застосування черв'яків із числом витків $z_1=1; 2; 4$.

Відстань між відповідними бічними сторонами двох суміжних профілів, виміряна паралельно осі черв'яка (рис. 25.2), називається *осьовим кроком витків* і позначається P_x . Така ж відстань між суміжними профілями одного і того ж витка називається *ходом гвинтової лінії витка* P_z . Якщо $z_1=1$, то $P_{z_1}=P_x$, а в інших випадках $P_z=z_1P_x$. Кут профілю витків черв'яка $\alpha=20^\circ$.

Відношення $P_x/\pi=t$ називається *модулем*. Для черв'яка він є осьовим, а для колеса – коловим, Стандартні значення модулів t , мм вибираються з ряду: 1; 1,25; 1,6; 2; 2,5; 3,15; 4; 5; 6,3; 8; 10; 12,5; 16; 20; 25; допускається використовувати модулі 1,5; 3; 3,5; 6; 7; 12 і 14 мм.

З огляду на те, що черв'ячні колеса нарізають черв'ячними фрезами, які є аналогами черв'яка, треба уніфікувати різальний інструмент. Щоб зменшити номенклатуру черв'ячних фрез, введено поняття *коефіцієнта діаметра черв'яка* $q=d_1/t$, де d_1 – ділительний діаметр черв'яка. Стандартні значення q і відповідні їм модулі наведені в табл. 25.1.

Таблиця 25.1. Відповідність модулів t і коефіцієнтів діаметра черв'яка q

t , мм	q	t , мм	q
2	8; 10; 12; 12,5; 16; 20	5	8; 10; 12,5; 16; 20
2,5	8; 10; 12; 12,5; 16; 20	6	9; 10
3	10; 12	6,3	8; 10; 12,5; 14; 16; 20
3,15	8; 10; 12,5; 16; 20	7	12
3,5	10; 12*; 14*	8	8; 10; 12,5; 16; 20
4	8; 9; 10; 12*; 12,5; 16; 20	10	8; 10; 12,5; 16; 20

* Тільки для числа витків $z_1=1$.

Із урахуванням стандартного значення q ділительний діаметр черв'яка (рис. 25.3) визначають за формулою

$$d_1=tq. \quad (25.1)$$

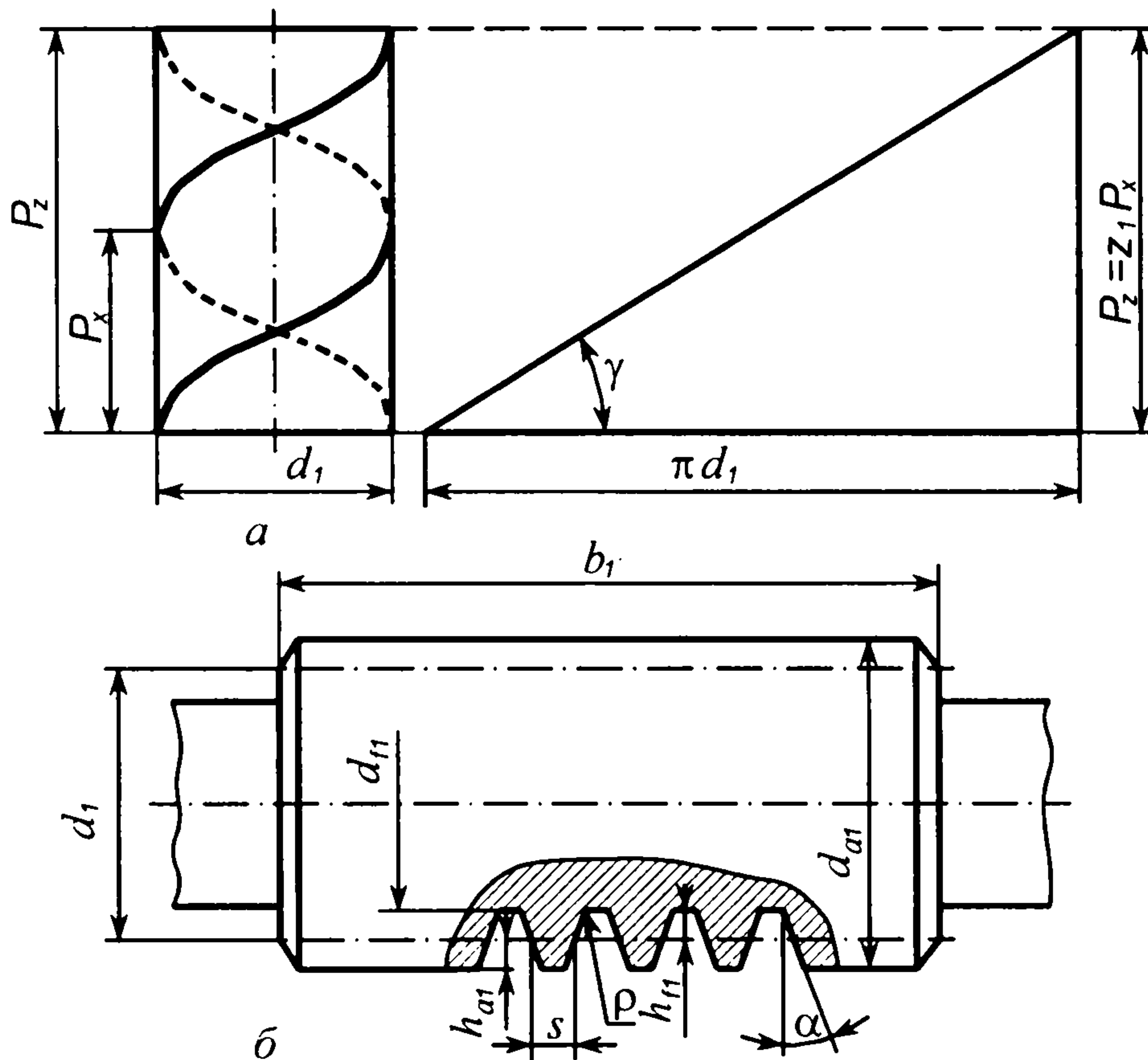


Рис. 25.3. Параметри черв'яка

Ділильний кут підйому γ витка черв'яка (рис. 25.3, а) може бути встановлено розгорткою витка на площину. Тому можна записати

$$\operatorname{tg} \gamma = P_z / (\pi d_1) = z_1 \pi m / (\pi m q) = z_1 / q. \quad (25.2)$$

Розміри елементів витків черв'яка при модулі $1 \leq m \leq 25$ мм визначаються параметрами початкового черв'яка за ГОСТ 19036-81:

висота головки витка (рис. 25.3, б)

$$h_{a1} = m;$$

висота ніжки витка

$$h_{f1} = 1,2m;$$

радіус кривини перехідної кривої витка

$$\rho_f = 0,3m;$$

розрахункова товщина витка

$$s = 0,5\pi m.$$

Інші розміри вінця черв'яка:

діаметр вершин витків

$$d_{a1} = d_1 + 2h_{a1} = d_1 + 2m; \quad (25.3)$$

діаметр впадин

$$d_{f1} = d_1 - 2h_{f1} = d_1 - 2,4m; \quad (25.4)$$

довжина нарізуваної частини черв'яка (ГОСТ 19650-74)

$$b_1 \geq (11 + 0,06z_2)m \text{ при } z_1 = 1 \text{ або } 2; \quad (25.5)$$

$$b_1 \geq (12,5 + 0,09z_2)m \text{ при } z_1 = 4; \quad (25.6)$$

Тут z_2 – число зубців черв'ячного колеса.

Для черв'яків, робочі поверхні яких шліфують, знайдене за формулами (25.5) та (25.6) значення b_1 треба збільшити на 25 мм при $m < 10$ мм і на (35...40) мм при $m = (10...16)$ мм.

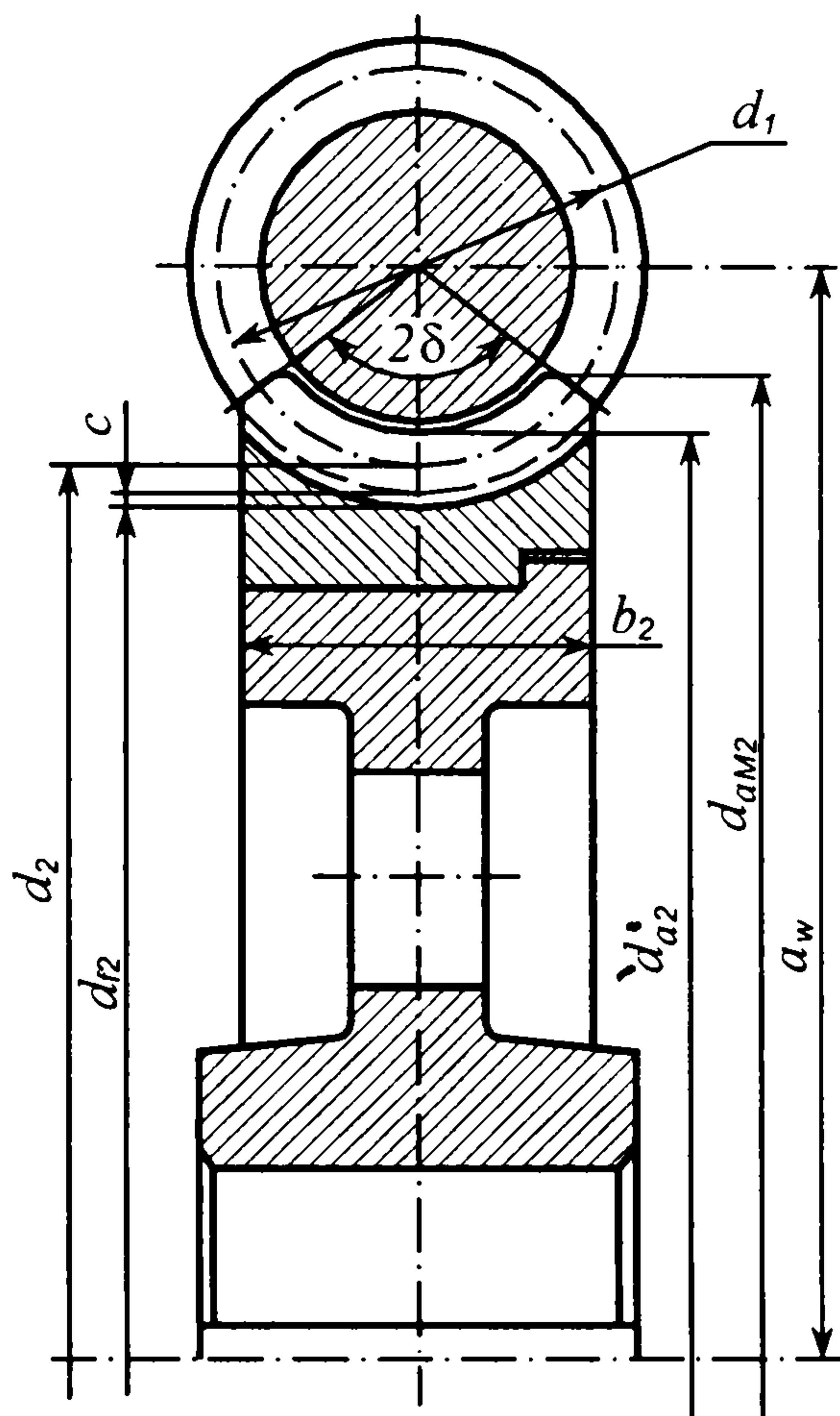


Рис. 25.4. Параметри черв'ячного колеса та черв'ячної передачі

Черв'ячні колеса. Для черв'ячного колеса розміри вінця і зубців задають у його середньому перерізі площиною, що проходить через вісь черв'яка перпендикулярно до осі черв'ячного колеса. Тому модуль зубців черв'ячного колеса дорівнює модулю витків m в осьовому перерізі черв'яка, а кут нахилу зубців черв'ячного колеса дорівнює ділильному куту підйому γ витків черв'яка.

Розміри вінця черв'ячного колеса з числом зубців z_2 визначають за формулами (рис. 25.4):

ділильний діаметр

$$d_2 = mz_2; \quad (25.7)$$

діаметр вершин зубців

$$d_{a2} = d_2 + 2m; \quad (25.8)$$

діаметр впадин

$$d_{f2} = d_2 - 2,4m. \quad (25.9)$$

Ширину вінця b_2 та найбільший діаметр черв'ячного колеса d_{aM2} , які відповідають куту обхвату черв'яка $2\delta = 90...110^\circ$, обчислюють за формулами:

при $z_1 = 1$ $b_2 \leq 0,75d_{a1}$; $d_{aM2} \leq d_{a2} + 2m$;
 при $z_1 = 2$ $b_2 \leq 0,75d_{a1}$; $d_{aM2} \leq d_{a2} + 1,5m$;
 при $z_1 = 4$ $b_2 \leq 0,67d_{a1}$; $d_{aM2} \leq d_{a2} + m$. (25.10)

Черв'ячна передача. Для черв'ячної передачі міжосьову відстань визначають як півсуму ділильних діаметрів черв'яка та черв'ячного колеса (див. рис. 25.4)

$$a_w = a = 0,5(d_1 + d_2) = 0,5m(q + z_2). \quad (25.11)$$

25.3. Кінематика і точність виготовлення черв'ячних передач

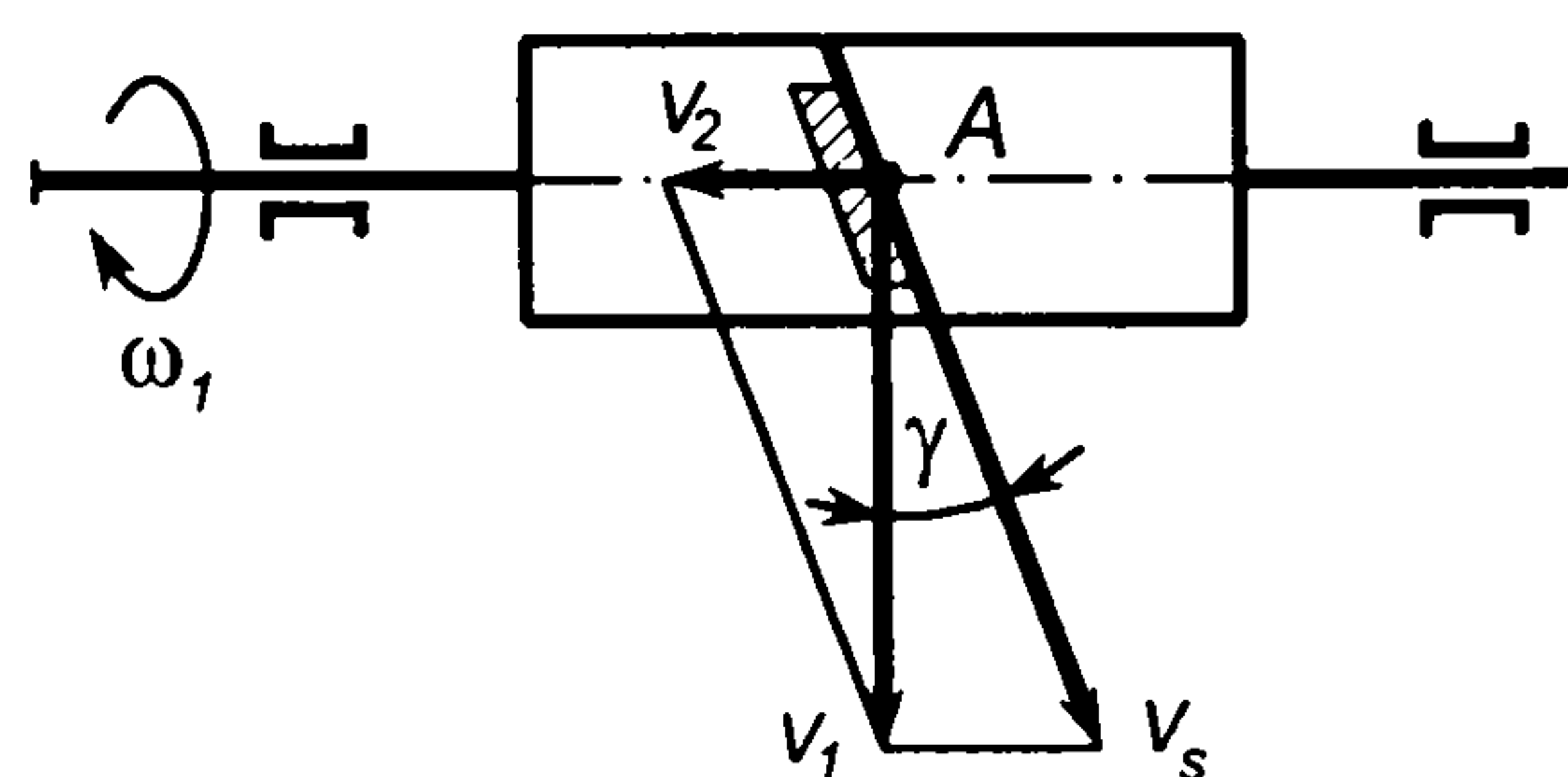


Рис. 25.5. До визначення швидкості ковзання у черв'ячній передачі

Обертання черв'яка і черв'ячного колеса відбувається у двох взаємно перпендикулярних площинах. Тому швидкості точок контакту витків черв'яка та зубців черв'ячного колеса неоднакові за модулем та напрямом (рис. 25.5).

Колова швидкість точки контакту A витка черв'яка

$$v_1 = 0,5\omega_1 d_1, \quad (25.12)$$

а колова швидкість точки контакту A зубця колеса (на рис. 25.5 заштрихований)

$$v_2 = 0,5\omega_2 d_2. \quad (25.13)$$

Швидкість ковзання витків черв'яка по зубцях колеса напрямлена вздовж дотичної до витка черв'яка, є відносною швидкістю і може бути визначена за формулою

$$v_s = v_1 / \cos\gamma. \quad (25.14)$$

Якщо $v_2/v_1 = \operatorname{tg}\gamma$, то на основі рівностей (25.12) та (25.13) запишемо

$$(\omega_2 d_2) / (\omega_1 d_1) = \operatorname{tg}\gamma,$$

звідки передаточне число черв'ячної передачі знаходять за співвідношенням

$$u = \omega_1 / \omega_2 = d_2 / (d_1 \operatorname{tg}\gamma) = z_2 / z_1. \quad (25.15)$$

Оскільки кут підйому γ витків черв'яка практично менший від 30° , у черв'ячній передачі колова швидкість колеса v_2 завжди значно менша від колової швидкості черв'яка v_1 , а швидкість ковзання v_s у зачепленні більша від v_1 .

Значне ковзання у зачепленні передачі є причиною низького ККД, підвищеного спрацювання зубців та їхньої здатності до заїдання.

Точність виготовлення черв'ячних передач вибирають залежно від швидкості ковзання v_s .

Для черв'ячних передач стандартом передбачено 12 ступенів точності (за аналогією з евольвентними зубчастими передачами). В силових черв'ячних передачах призначають: 7-й ступінь точності, якщо $v_s > 10$ м/с; 8-й ступінь при $v_s > 5$ м/с і 9-й ступінь, коли $v_s \geq 2$ м/с.

25.4. Матеріали і конструкції деталей черв'ячної передачі. Критерії роботоздатності та розрахунків

Наявність високих швидкостей ковзання у зачепленні ставить до матеріалів черв'ячної передачі такі вимоги, як високі антифрикційні властивості, стійкість проти спрацювання та стійкість до заїдання.

Черв'яки здебільшого виготовляють із якісних вуглецевих сталей (45, 50, 40Г2), а у передачах відповідального призначення – із легованих сталей (40Х, 40ХН, 35ХГСА та ін.). Термообробка до твердості $H_1 \geq (45 \dots 55)$ НРС і подальше шліфування та полірування робочих поверхонь витків черв'яка дають змогу істотно підвищити несучу здатність та довговічність передачі, оскільки зменшують можливість заїдання робочих поверхонь у контакті. У допоміжних, невідповідальних та тихохідних передачах можуть використовуватись черв'яки з твердістю витків $H_1 = (300 \dots 320)$ НВ.

Вінці черв'ячних коліс виготовляють переважно з бронзи, а інколи з латуні та чавуну. Олов'яні бронзи БрО10Н1Ф1, БрО10Ф1 та інші є кращими матеріалами для вінців черв'ячних коліс при високих швидкостях ковзання ($v_s > 5$ м/с), однак вони дорогі та дефіцитні. Тому такі бронзи використовують лише для відповідальних черв'ячних передач. Менш дефіцитні і дешевші

безолов'яні бронзи БрА10Ж4Н4, БрА9Ж3Л та ін. Вони мають доволі високі показники міцності, але дещо гірші антифрикційні властивості і меншу здатність до припрацьовування. Безолов'яні бронзи вимагають високих твердості та чистоти робочих поверхонь витків черв'яка і застосовуються при середніх швидкостях ковзання $v_s=(2...5)$ м/с.

Для допоміжних, малонавантажених та тихохідних ($v_s < 2$ м/с) черв'ячних передач можливе виготовлення черв'ячного колеса із чавуну (СЧ 15, СЧ 18) або пластмас (текстоліту, поліамідів).

Конструктивно черв'яки виготовляють здебільшого разом із валом як одну деталь (рис. 25.6, а) і лише у рідких випадках насадними (рис. 25.6, б).

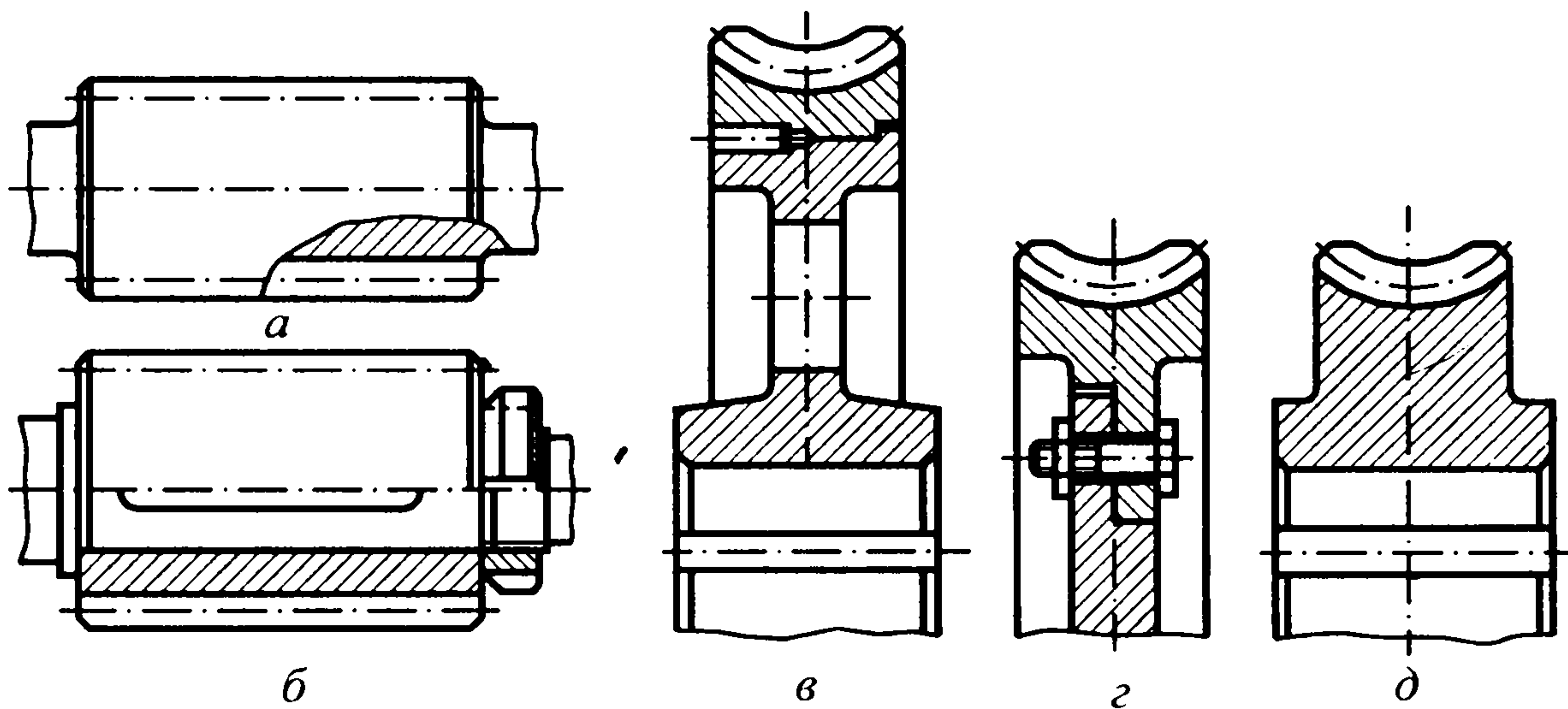


Рис. 25.6. Конструкції черв'яків та черв'ячних коліс

Для економії кольорових металів черв'ячні колеса виготовляють складеними з двох частин (рис. 25.6, в, г): бронзового вінця, який з'єднується з чавунним або сталевим колісним центром по відповідній посадці і закріплюється додатково гвинтами або болтами. Можливі інші варіанти з'єднання колісного центра з вінцем черв'ячного колеса. При малих діаметрах черв'ячних коліс або чавунних колесах застосовують суцільні черв'ячні колеса (рис. 25.6, д).

Зубці черв'ячних коліс – найслабкіші елементи у черв'ячних передачах. Значні швидкості ковзання в зачепленні спричинюють спрацювання та заїдання. Ці явища посилюються невідповідними умовами змащування контакту, бо напрям швидкості ковзання утворює малий кут із напрямом лінії контакту витків та зубців.

Обмежити ймовірність виникнення заїдання в зачепленні можна не лише вибираючи відповідні матеріали черв'яка та колеса, але й обмежуючи контактні напруження. Інтенсивність спрацювання зубців черв'ячного колеса також залежить від рівня контактних напружень. Отже, для забезпечення тривалої роботоздатності черв'ячної передачі слід обмежити контактні напруження на активних поверхнях зубців черв'ячного колеса. Треба брати до уваги, що несуча здатність черв'ячних передач із колесами, виготовленими з олов'яних бронз, обмежується втомною міцністю активних

поверхонь зубців, а передачі із колесами, виготовленими з безолов'яних бронз та чавунів, – заїданням. Імовірність поломок зубців черв'ячного колеса від дії циклічних напружень згину істотна тільки для маломодульних черв'ячних коліс.

За аналогією із зубчастими передачами для черв'ячних передач виконують такі розрахунки:

- 1) розрахунок активних поверхонь зубців черв'ячного колеса на контактні витривалість та міцність при дії максимального навантаження;
- 2) розрахунок зубців черв'ячного колеса на витривалість при згині та на міцність при згині максимальним навантаженням.

Особливості руйнування і специфіка зачеплення витків та зубців у черв'ячній передачі при її розрахунках враховують відповідним вибором допустимих напружень.

25.5. Допустимі напруження у розрахунках черв'ячних передач

Допустимі контактні напруження. В розрахунках на контактну витривалість активних поверхонь зубців черв'ячних коліс допустиме контактне напруження визначають за рекомендаціями, наведеними в табл. 25.2.

Таблиця 25.2. Механічні характеристики матеріалів та допустимі напруження для зубців черв'ячних коліс

Матеріал вінця черв'ячного колеса	Спосіб відли- вання	Грани- ця міцнос- ті σ_b , МПа	Грани- ця теку- чості σ_T , МПа	[σ] _H , МПа, при твердості черв'яка		[σ] _F , МПа, при навантаженні		[σ] _{Hmax} МПа	[σ] _{Fmax} , МПа
				$H_1 \geq 45$ HRC	$H_1 < 45$ HRC	реверсив- ному	неревер- сивному		
БрО10Н1Ф1	ц	285	165	0,9 $\sigma_b c_v$	0,75 $\sigma_b c_v$	реверсив- ному	неревер- сивному	4 σ_T	0,8 σ_T
БрО10Ф1	к з	275 230	200 140						
БрО5Ц5С5	к з	200 145	90 80						
БрА10Ж4Н4	ц к	700 650	460 430	300– –25 v_s	275– –25 v_s	0,08 σ_b + +0,25 σ_T	0,16 σ_b	2 σ_T	0,8 σ_T
БрА10Ж3М	к з	550 450	360 300						
БрА9Ж3Л	ц к з	530 500 425	245 230 195						
СЧ 18 СЧ 15	з з	355 315	- -	- -	175– –35 v_s	0,12 σ_b	0,075 σ_b	1,65 σ_b	0,75 σ_b

П р и м і т к и: 1. Позначення способів відливання: ц – відцентровий; к – у кокіль; з – у землю.
 2. Для бронз σ_b і σ_T – при розтягу; для чавуну σ_b – при згині.
 3. Швидкість ковзання v_s , м/с.

За табл. 25.2 $[\sigma]_{H}$ залежить від границі міцності σ_B бронзи та коефіцієнта c_v інтенсивності спрацювання зубців: $c_v=0,95$ при $v_s=5$ м/с; $c_v=0,88$ при $v_s=6$ м/с; $c_v=0,83$ при $v_s=7$ м/с; $c_v=0,80$ при $v_s \geq 8$ м/с. Виконуючи проектний розрахунок, коли розміри передачі ще невідомі, орієнтовне значення швидкості ковзання v_s , м/с, можна отримати за формулою

$$v_s = (4\omega_1 / 10^3) \sqrt[3]{T_2}, \quad (25.16)$$

де ω_1 – кутова швидкість черв'яка, рад/с; T_2 – обертовий момент на веденому валу передачі, Н·м.

Рекомендації щодо вибору допустимих граничних контактних напружень $[\sigma]_{Hmax}$ також наведені в табл.25.2.

Допустимі напруження на згин. Для зубців черв'ячних коліс допустиме напруження в розрахунках на витривалість $[\sigma]_F$, а також допустиме граничне напруження $[\sigma]_{Fmax}$ при згині максимальним навантаженням приймають за вказівками в табл. 25.2.

25.6. Навантаження на зубці черв'ячного колеса та ККД передачі

Номінальні сили у зачепленні черв'ячної передачі. У навантаженій черв'ячній передачі сила взаємодії між витками черв'яка та зубцями колеса розподіляється вздовж лінії їхнього контакту. Таку розподілену силу замінимо зосередженою і прикладеною до зубця черв'ячного колеса у його середньому нормальному до осі перерізі. При цьому сили тертя у зачепленні не враховуються.

Дія обертового моменту T_2 на валу черв'ячного колеса спричинює появу нормальної сили F_n з боку витка черв'яка на зубець колеса. Ця сила діє у площині А–А, нормальній до лінії зубця (рис. 25.7, а), напрямлена по нормалі до профілів витка та зубця у точці їх контакту і утворює кут зачеплення α_n з перпендикуляром до лінії центрів черв'яка і черв'ячного колеса.

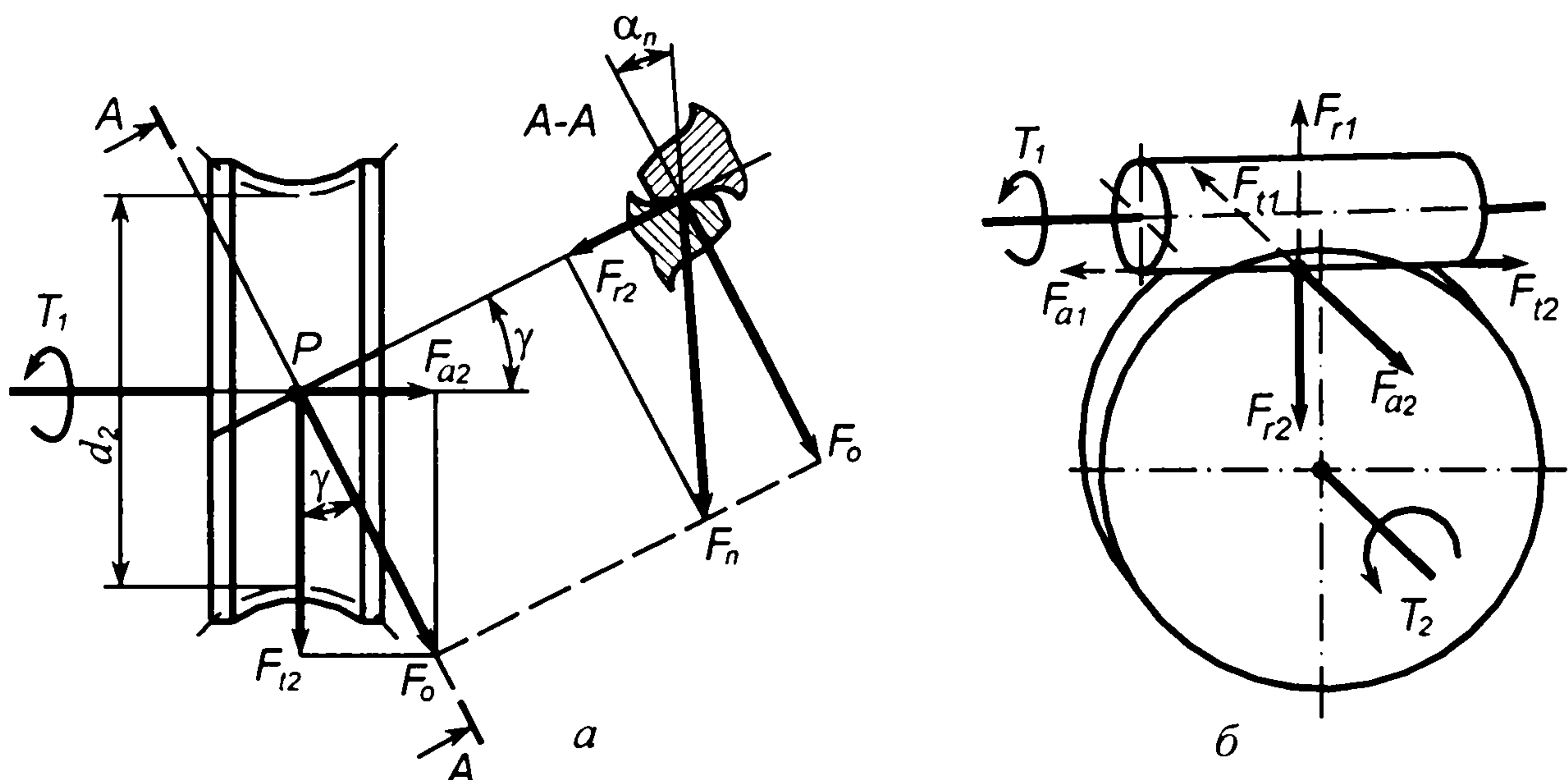


Рис. 25.7. Зусилля на зубці черв'ячного колеса та витки черв'яка

Замінімо силу F_n двома її взаємно перпендикулярними складовими F_{r2} і F_0 , які перенесемо на схему черв'ячного колеса. Тут сила F_{r2} проектується в точку P , а сила F_0 лежить у площині $A-A$ і напрямлена по дотичній до початкового циліндра колеса. Зобразимо силу F_0 також у вигляді двох взаємно перпендикулярних складових F_{t2} і F_{a2} . Отже, замість нормальної сили маємо три її взаємно перпендикулярні складові F_{t2} , F_{r2} і F_{a2} .

Колова сила на черв'ячному колесі визначається через обертовий момент

$$F_{t2} = 2T_2/d_2. \quad (25.17)$$

Осьова сила на черв'ячному колесі подається через колову силу:

$$F_{a2} = F_{t2} \operatorname{tg} \gamma. \quad (25.18)$$

Для визначення радіальної сили F_{r2} попередньо запишемо $F_0 = F_{t2} / \cos \gamma$, а тоді отримаємо:

$$F_{r2} = F_0 \operatorname{tg} \alpha_n = F_{t2} \operatorname{tg} \alpha_n / \cos \gamma.$$

Враховуючи, що $\operatorname{tg} \alpha_n / \cos \gamma = \operatorname{tg} \alpha$, де $\alpha = 20^\circ$ – кут зачеплення у площині, перпендикулярній до осі колеса, запишемо вираз для визначення радіальної сили:

$$F_{r2} = F_{t2} \operatorname{tg} \alpha. \quad (25.19)$$

Нормальна сила F_n на зубець колеса дорівнює сумі складових сил F_{t2} , F_{r2} і F_{a2} , а її модуль визначають за формулою

$$F_n = F_0 / \cos \alpha_n = F_{t2} / (\cos \alpha_n \cos \gamma). \quad (25.20)$$

На витки черв'яка з боку зубців колеса діють такі самі сили, але в протилежному напрямі (рис. 25.7, б), до того ж деякі з них міняють свою назву.

Колова сила на черв'яку дорівнює осьовій силі на черв'ячному колесі:

$$F_{t1} = F_{a2} = F_{t2} \operatorname{tg} \gamma. \quad (25.21)$$

Осьова сила на черв'яку дорівнює коловій силі на колесі:

$$F_{a2} = F_{t2} = 2T_2/d_2. \quad (25.22)$$

Радіальна сила на черв'яку дорівнює радіальній силі на колесі:

$$F_{r1} = F_{r2} = F_{t2} \operatorname{tg} \alpha. \quad (25.23)$$

Розрахункове навантаження на зубці черв'ячного колеса. За аналогією із зубчастими передачами розрахункове навантаження на зубці черв'ячного колеса визначають з урахуванням нерівномірності розподілу навантаження по ширині вінця і динамічності навантаження, але в розрахунках на контактну витривалість і на витривалість при згині приймають однаковим:

$$F_p = F_n K_\beta K_v, \quad (25.24)$$

де F_n – нормальна сила на зубець колеса за формулою (25.20).

Коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження по ширині вінця черв'ячного колеса, визначають за формулою

$$K_\beta = 1 + (z_2/\theta)^3, \quad (25.25)$$

де z_2 – число зубців черв'ячного колеса, а θ – коефіцієнт деформації черв'яка, значення якого наведені в табл. 25.3.

Таблиця 25.3. Коефіцієнти деформації черв'яка

Число витків черв'яка, z_1	Коефіцієнт деформації θ при коефіцієнті діаметра q						
	8	9	10	12	12,5	14	16
1	72	89	108	138	157	179	194
2	57	71	86	112	125	149	163
4	47	58	70	93	101	120	131

Коефіцієнт K_v динамічного навантаження зачеплення черв'ячної передачі визначають залежно від ступеня точності передачі та швидкості ковзання v_s за табл. 25.4.

Таблиця 25.4. Значення коефіцієнтів K_v динамічного навантаження для черв'ячної передачі

Ступінь точності передачі	Коефіцієнти K_v при швидкості ковзання v_s , м/с			
	$\geq 1,5$	1,5—3,0	3,0—7,5	7,5—12
6	–	–	1,0	1,1
7	1,0	1,0	1,1	1,2
8	1,15	1,25	1,4	–
9	1,25	–	–	–

ККД черв'ячної передачі. Загальний ККД черв'ячної передачі можна визначити за залежністю

$$\eta = P_2 / P_1 = \eta_1 \eta_2 \eta_3, \quad (25.26)$$

де P_2, P_1 – потужності на веденому і ведучому валах передачі відповідно; η_1, η_2, η_3 – ККД, що відображають втрати потужності у зачепленні, підшипниках та на переміщення мастила у корпусі передачі відповідно.

Найбільшими є втрати потужності у зачепленні черв'ячної передачі, обумовлені ковзанням витків черв'яка по зубцях черв'ячного колеса. Щоб знайти ККД черв'ячного зачеплення, слід розглянути сили, які діють на виток черв'яка за умови, що черв'як є ведучим (рис. 25.8, а). Зубець черв'ячного колеса показаний на рисунку заштрихованою фігурою.

Сила $F_0 = F_n \cos \alpha$ [див. формулу (25.20) і рис. 25.7, а] перпендикулярна до лінії витка черв'яка, а сила тертя $F_s = F_n f$ напрямлена вздовж лінії витка. Ці дві сили дають результуючу силу F , яка складає з вектором сили F_0 кут φ' :

$$\operatorname{tg} \varphi' = F_s / F_0 = f / \cos \alpha_n;$$

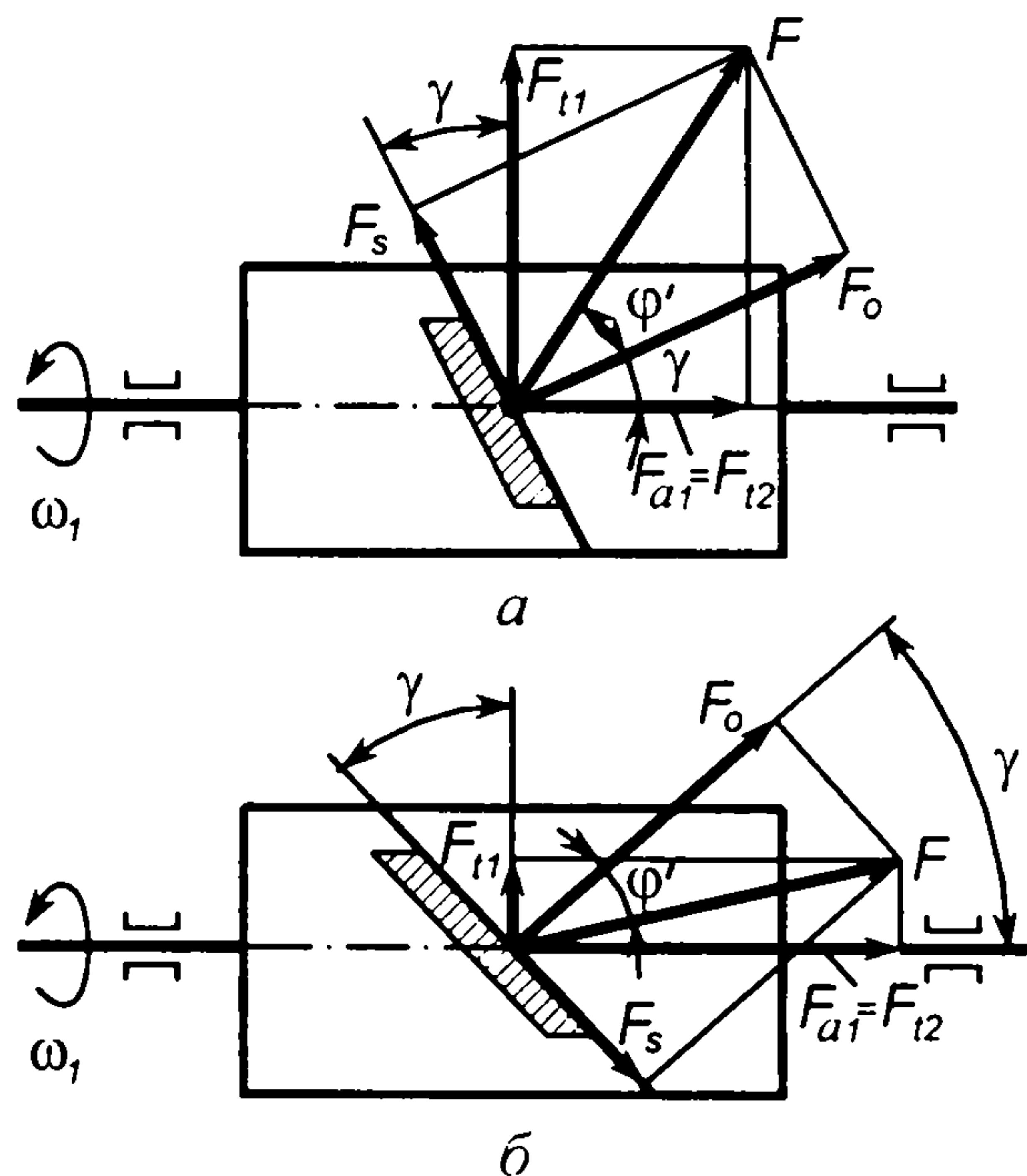


Рис. 25.8. До визначення ККД черв'ячної передачі

і взяти $d_2 = mz_2$, $d_1 = mq$, $\text{tg}\gamma = z_1/q$ і $\omega_1/\omega_2 = u = z_2/z_1$, то матимемо остаточну формулу для визначення ККД зачеплення черв'ячної передачі

$$\eta_1 = \text{tg}\gamma / \text{tg}(\gamma + \varphi'). \quad (25.29)$$

де γ – ділильний кут підйому витка черв'яка.

За аналогічними міркуваннями можна одержати формулу для ККД черв'ячного зачеплення при передаванні навантаження від черв'ячного колеса до черв'яка (черв'ячне колесо ведуче). У такому разі схема сил, які діють на виток черв'яка, показана на рис. 25.8, б, а розрахункова формула має вигляд

$$\eta_1^* = [\text{tg}(\gamma - \varphi')] / \text{tg}\gamma. \quad (25.30)$$

Таблиця 25.5. Зведені кути тертя φ' у зачепленні черв'ячної передачі

$v_s, \text{ м/с}$	φ'	$v_s, \text{ м/с}$	φ'
0,1	4° 34' – 5° 09'	4	1° 19' – 1° 43'
1,0	2° 35' – 3° 08'	7	1° 02' – 1° 29'
2	2° 00' – 2° 35'	10	0° 55' – 1° 22'
3	1° 36' – 2° 00'	15	0° 48' – 1° 09'

Значення зведеного кута тертя φ' для бронзового вінця колеса і сталевго черв'яка наведені в табл. 25.5. Менші значення відповідають передачам із шліфованим черв'яком і твердістю витків $H > 45 \text{ HRC}$.

Кут тертя φ' спадає із зростанням швидкості ковзання v_s , оскільки при цьому виникають сприятливіші умови для утворення неперервного шару

$$\varphi' = \text{arctg}(f / \cos \alpha_n), \quad (25.27)$$

де φ' – зведений кут тертя, f – коефіцієнт тертя ковзання.

Розклавши силу F за напрямками колових швидкостей черв'яка та черв'ячного колеса, отримаємо колову силу F_{t1} на черв'яку і осьову силу F_{a1} , яка дорівнює коловій силі F_{t2} на черв'ячному колесі:

$$\begin{aligned} F_{t1} &= F \sin(\gamma + \varphi'); \\ F_{a1} &= F_{t2} = F \cos(\gamma + \varphi'). \end{aligned} \quad (25.28)$$

ККД черв'ячного зачеплення при передаванні навантаження від черв'яка до черв'ячного колеса (черв'як ведучий) можна знайти за виразом

$$\eta_1 = T_2 \omega_2 / (T_1 \omega_1) = F_{t2} d_2 \omega_2 / (F_{t1} d_1 \omega_1).$$

Якщо у записане співвідношення підставити F_{t1} і F_{t2} [див. формули (25.28)]

мастила, що розділяє поверхні зубців та витків (зменшується коефіцієнт тертя f).

Аналіз формули (25.30) показує, що при $\gamma \leq \varphi'$ передавати рух від колеса до черв'яка неможливо, оскільки $\eta_1^* \leq 0$. У такому разі здійснюється самогальмування передачі.

ККД черв'ячного зачеплення істотно залежить від ділильного кута підйому витків черв'яка γ , тобто від числа витків z_1 та коефіцієнта діаметра черв'яка q . Середні значення ККД зачеплення залежно від числа витків черв'яка такі: $\eta_1 = 0,70 \dots 0,75$ при $z_1 = 1$; $\eta_1 = 0,80 \dots 0,90$ при $z_1 = 2 \dots 4$.

Втрати потужності у підшипниках і на переміщення мастила в корпусі передачі здебільшого оцінюють як $\eta_2 \eta_3 = 0,95 \dots 0,96$. Тому загальний ККД черв'ячної передачі рекомендують визначати за формулою

$$\eta = (0,95 \dots 0,96) \operatorname{tg} \gamma / \operatorname{tg}(\gamma + \varphi'). \quad (25.31)$$

Через значні втрати потужності за рахунок низького ККД черв'ячної передачі відбувається нагрівання корпусу передачі і мастила, що в ньому знаходиться. При підвищених температурах мастило втрачає свої мастильні властивості, що може призвести до виходу передачі з ладу. Тому для черв'ячної передачі виконують тепловий розрахунок, за яким визначають температуру мастила t_m в корпусі передачі під час тривалого усталеного режиму її роботи.

$$t_m = t_0 + P_1(1 - \eta) / KA, \quad (25.32)$$

де t_0 – температура середовища, в якому працює передача, °С; P_1 – потужність, яку передає передача, Вт; A – площа охолоджуваної поверхні корпусу передачі, м²; $K = (9 \dots 17)$ Вт/(м²·°С) – коефіцієнт теплопередачі, який залежить від швидкості повітря, що омиває корпус.

Для трансмісійних мастил допустима температура $[t]_m = 75 \dots 85$ °С.

25.7. Розрахунки на міцність елементів черв'ячної передачі

Розрахунок активних поверхонь зубців колеса на контактну витривалість і міцність при дії максимального навантаження. Контактна витривалість зубців черв'ячного колеса та їх стійкість проти заїдання забезпечується при виконанні умови

$$\sigma_H = Z_M Z_H Z_\epsilon \sqrt{\frac{F_{t2} K_\beta K_v}{b_2 d_2}} \leq [\sigma]_H. \quad (25.33)$$

Тут F_{t2} – колова сила на черв'ячному колесі (формула (25.17)), b_2 – ширина вінця черв'ячного колеса; d_2 – його ділильний діаметр, а розрахункові коефіцієнти мають такий зміст і зачеплення:

Z_M – коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів черв'яка та черв'ячного колеса ($Z_M = 210$ МПа^{1/2} – для поєднання матеріалів сталь–бронза; $Z_M = 215$ МПа^{1/2} – для поєднання сталь–чавун);

Z_H – коефіцієнт форми спряжених поверхонь витків черв'яка і зубців колеса ($Z_H = 1,8$ для усереднених значень γ);

Z_ϵ – коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній у зачепленні ($Z_\epsilon = 0,75$ для мінімального значення $\epsilon_\alpha = 1,8$);

K_β і K_γ – коефіцієнти розрахункового навантаження, значення яких приймають за рекомендаціями п. 25.6.

У розрахунках допускається $0,8[\sigma]_{H_1} < \sigma_{H_1} < 1,05[\sigma]_{H_1}$. Якщо ця умова не виконується, треба змінити розміри передачі.

Розрахунок активних поверхонь зубців черв'ячного колеса на контактну міцність при дії максимального навантаження виконують аналогічно зубчастим передачам [див. вираз (23.17)]:

$$\sigma_{H_{\max}} = \sigma_H \sqrt{T_{2\max} / T_2} \leq [\sigma]_{H_{\max}}, \quad (25.34)$$

де σ_H – розрахункове контактне напруження, що визначається за виразом (25.33); $T_{2\max}$ – найбільше навантаження з тих, що короткочасно діють на валу черв'ячного колеса; $[\sigma]_{H_{\max}}$ – допустиме граничне контактне напруження.

Розрахунок зубців колеса на витривалість при згині та міцність при згині максимальним навантаження. Умова витривалості зубців черв'ячного колеса при згині має вигляд

$$\sigma_F = Y_F Y_\epsilon Y_\beta \frac{F_{t2} K_\beta K_\gamma}{b_2 m} \leq [\sigma]_F, \quad (25.35)$$

де коефіцієнт форми Y_F та підвищеної міцності зубців черв'ячного колеса знаходять за табл. 25.6 залежно від еквівалентного числа зубців $z_{v2} = z_2 / \cos^3 \gamma$; коефіцієнт перекриття зубців $Y_\epsilon = 0,75$, а коефіцієнт нахилу зубців черв'ячного колеса визначають за виразом $Y_\beta = (1 - \gamma/140) / \cos \gamma$, або його можна брати $Y_\beta \approx 0,95$.

Таблиця 25.6. Коефіцієнти Y_F форми зубців черв'ячного колеса

z_v	Y_F	z_v	Y_F	z_v	Y_F
28	1,80	37	1,61	60	1,40
30	1,76	40	1,55	80	1,34
32	1,71	45	1,48	100	1,30
35	1,64	53	1,45	150	1,27

Перевірку міцності зубців при згині максимальним навантаженням можна виконати за умовою

$$\sigma_{F_{\max}} = \sigma_F (T_{2\max} / T_2) \leq [\sigma]_{F_{\max}}, \quad (25.36)$$

де σ_F – розрахункове напруження згину, що отримують за формулою (25.35); $[\sigma]_{F_{\max}}$ – допустиме граничне напруження на згин (табл. 25.2).

Розрахунок черв'яка на жорсткість. Потреба розрахунку черв'яка на жорсткість пов'язана з тим, що черв'як здебільше має порівняно малий діаметр і значну відстань між опорами. Дія на черв'як сил, що виникають у його зачепленні з колесом, може призвести до його значного поперечного прогину, який негативно впливає на зачеплення витків та зубців і на роботу

черв'ячної передачі. Тому умову достатньої жорсткості черв'яка записують у вигляді

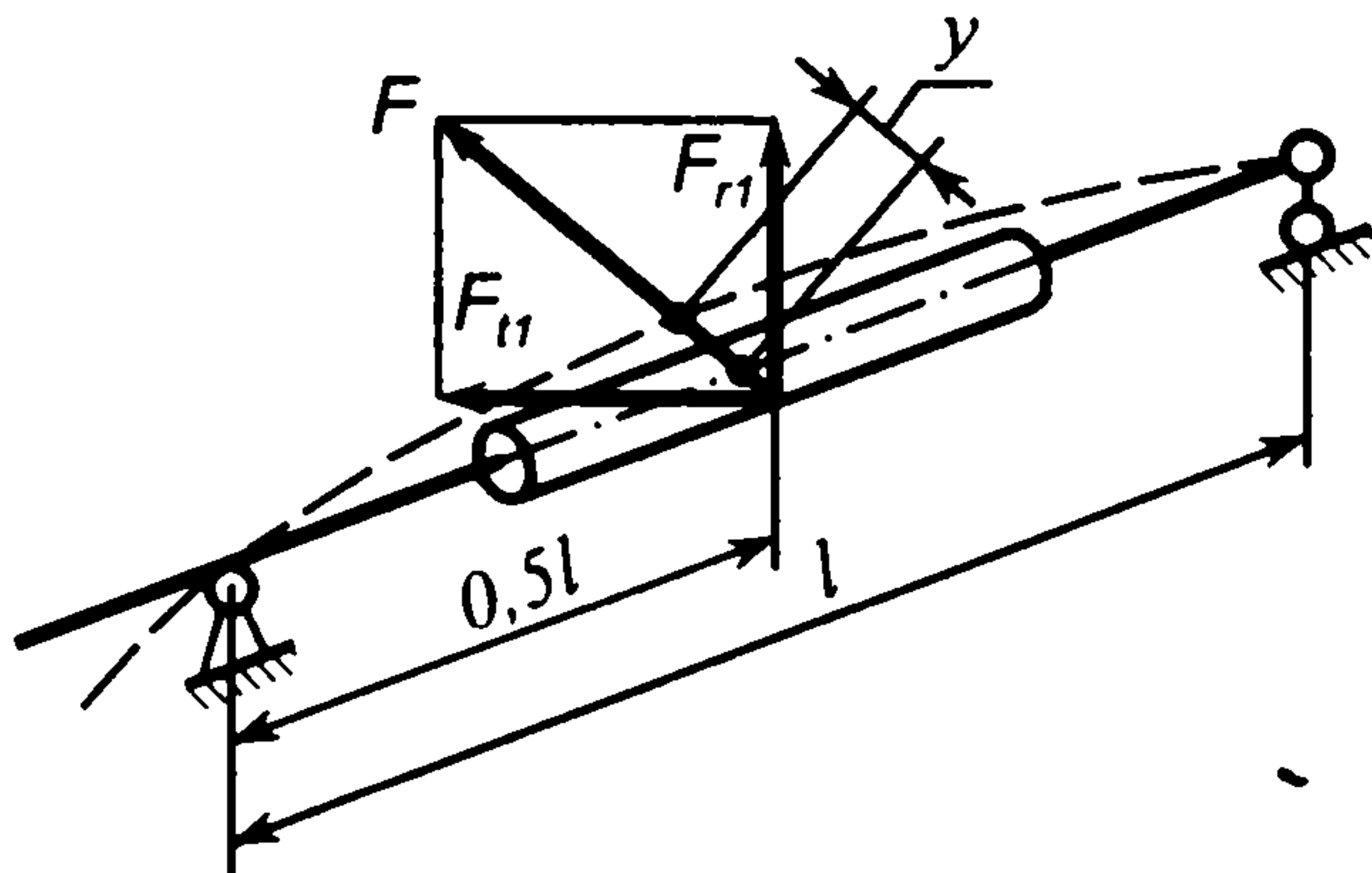
$$y \leq [y], \quad (25.37)$$

де y – розрахункова стрілка прогину черв'яка; $[y]$ – допустима стрілка прогину за умови нормальної роботи зачеплення.

Для розрахункової схеми навантаження черв'яка (рис. 25.9) стрілку прогину знаходять за формулою

$$y = Fl^3 / (48EI_0), \quad (25.38)$$

де $F = \sqrt{F_{t1}^2 + F_{r1}^2}$ – рівнодійна колової та радіальної сил на черв'яку [див. формули (25.21) та (25.23)]; $l \approx (0,8 \dots 1,0)d_2$ – орієнтовна відстань між



опорами черв'яка; E – модуль пружності матеріалу черв'яка; $I_0 = \pi d_{f1}^4 / 64$ – осьовий момент інерції перерізу черв'яка без врахування впливу витків.

Формула (25.38) для черв'яка наближена, бо черв'як за довжиною має змінні розміри поперечних перерізів.

Допустиму стрілку прогину черв'яка приймають залежно від модуля m у межах $[y] = (0,01 \dots 0,005)m$.

Якщо при розрахунку виявиться, що жорсткість черв'яка недостатня ($y > [y]$), то потрібно збільшити коефіцієнт

Рис. 25.9. До визначення прогину вала черв'яка

діаметра черв'яка d , або, за можливістю, зменшити відстань l між його опорами.

Проектний розрахунок черв'ячної передачі. У проектному розрахунку визначають міжосьову відстань черв'ячної передачі як основний параметр, що визначає габаритні розміри передачі. Міжосьову відстань розраховують із умови стійкості активних поверхонь зубців колеса проти втомного руйнування та заїдання.

Вихідні дані для проектного розрахунку черв'ячної передачі є такі: розрахункове тривало діюче навантаження T_2 ; передаточне число передачі u ; матеріали для черв'яка та черв'ячного колеса, за якими визначають допустиме контактне напруження.

Для визначення $a_{w \min}$ треба попередньо вибрати число зубців черв'ячного колеса z_2 . У силових черв'ячних передачах рекомендують $28 \leq z_2 \leq 80$. Мінімальне число зубців $z_{2 \min} = 28$ обмежується умовою невідривання, а максимальне число зубців $z_{2 \max} = 80$ – умовою обмеження габаритних розмірів передачі та забезпечення міцності зубців на згин. У деяких випадках допускається число зубців $z_2 = 100 \dots 150$ і більше. При заданому передаточному числі передачі u та вибраному числі витків черв'яка z_1 , число зубців колеса $z_2 = uz_1$. Число витків черв'яка $z_1 = 1; 2; 4$ потрібно брати якомога більшим (підвищується ККД передачі), але так, щоб при заданому u число зубців z_2 було у рекомендованих межах.

Коефіцієнт діаметра черв'яка q вибирають із числа стандартних значень (див. табл. 25.1). Більші значення q рекомендують брати для насадних черв'яків або при великих передаточних числах, щоб забезпечити достатню жорсткість черв'яка.

Мінімальна міжосьова відстань черв'ячної передачі визначається за формулою

$$a_{w\min} = K_a (z_2 / q + 1) \sqrt[3]{\frac{T_2 K_\beta q^2}{z_2^2 [\sigma]_H^2}}. \quad (25.39)$$

Тут для усереднених значень розрахункових коефіцієнтів беруть $K_a = 31 \text{ МПа}^{1/3}$.

Модуль черв'ячної передачі знаходять з формули

$$m' = 2a_{w\min} / (q + z_2). \quad (25.40)$$

Значення модуля узгоджують із стандартним за даними табл. 25.1.

Отже, маючи z_1 , z_2 , q і m , можна визначити всі розміри вінців черв'яка та черв'ячного колеса. За розмірами, добутими в проектному розрахунку, належить виконати перевірні розрахунки за умовами (25.33), (25.34), (25.35) та (25.36).

25.8. Приклад розрахунку черв'ячної передачі

Задача. Розрахувати черв'ячну передачу одноступеневого редуктора за такими даними: потужність на валу черв'яка $P_1 = 6 \text{ кВт}$ при його кутовій швидкості $\omega_1 = 150 \text{ рад/с}$; передаточне число передачі $u = 32$; передача реверсивна; можливі короточасні перевантаження до 150% від номінального; строк служби передачі не обмежений.

Розв'язання 1. *Параметри навантаження черв'ячної передачі*

Якщо взяти орієнтовно ККД передачі $\eta = 0,80$, то потужність на веденому валу черв'ячного колеса

$$P_2 = P_1 \eta = 6 \cdot 0,80 = 4,8 \text{ кВт.}$$

Кутова швидкість веденого вала

$$\omega_2 = \omega_1 / u = 150 / 32 = 4,7 \text{ рад/с.}$$

Обертові моменти на ведучому і веденому валах передачі

$$T_1 = P_1 / \omega_1 = 6 \cdot 10^3 / 150 = 40 \text{ Н·м;}$$

$$T_2 = P_2 / \omega_2 = 4,8 \cdot 10^3 / 4,7 = 1021 \text{ Н·м.}$$

Під час короточасного перевантаження до 150 % максимальний обертовий момент на веденому валу

$$T_{2\max} = 1,5T_2 = 1,5 \cdot 1021 = 1532 \text{ Н·м.}$$

За формулою (25.16) орієнтовна швидкість ковзання в зачепленні

$$v_s = (4\omega_1 / 10^3) \sqrt[3]{T_2} = (4 \cdot 150 / 10^3) \sqrt[3]{1021} = 6 \text{ м/с.}$$

2. Матеріали для виготовлення черв'яка та черв'ячного колеса

Для виготовлення черв'яка беремо леговану сталь 40Х, термообробка – гартування із відпусканням, твердість витків $H_1 = 45 \dots 55 \text{ HRC}$, робочі поверхні шліфовані.

Для вінця черв'ячного колеса із швидкістю ковзання $v_s = 6 \text{ м/с}$ можна брати олов'яну бронзу БрО10Н1Ф1 (відливання відцентрове) з такими характеристиками (див. табл. 25.2): границя міцності $\sigma_b = 285 \text{ МПа}$, границя текучості $\sigma_t = 165 \text{ МПа}$.

3. Допустимі напруження для розрахунків передачі

а) Допустимі контактні напруження. Якщо вінець черв'ячного колеса виготовляється з олов'яної бронзи при твердості черв'яка $H_1 > 45 \text{ HRC}$, то згідно з табл. 25.2 допустиме контактне напруження

$$[\sigma]_H = 0,9\sigma_{\sigma}c_{\epsilon} = 0,9 \cdot 285 \cdot 0,88 = 225 \text{ МПа.}$$

Тут $c_{\epsilon} = 0,88$ для швидкості ковзання $v_s = 6$ м/с.

Допустиме граничне контактне напруження для зубців колеса за табл. 25.2.

$$[\sigma]_{H_{\max}} = 4\sigma_{\tau} = 4 \cdot 165 = 660 \text{ МПа.}$$

б) Допустимі напруження на згин. Згідно з табл. 25.2 допустиме напруження на згин в розрахунках зубців на витривалість при реверсивному навантаженні

$$[\sigma]_F = 0,08\sigma_{\sigma} + 0,25\sigma_{\tau} = 0,08 \cdot 285 + 0,25 \cdot 165 = 64 \text{ МПа.}$$

Допустиме граничне напруження згину для зубців колеса

$$[\sigma]_{F_{\max}} = 0,8\sigma_{\tau} = 0,8 \cdot 165 = 132 \text{ МПа.}$$

4. Проектний розрахунок черв'ячної передачі

У проектному розрахунку визначаємо мінімальну міжосьову відстань передачі за формулою (25.39).

Допоміжний коефіцієнт $K_{\alpha} = 31 \text{ МПа}^{1/3}$. Число витків черв'яка беремо $z_1 = 2$. Тоді число зубців черв'ячного колеса $z_2 = uz_1 = 32 \cdot 2 = 64$.

Коефіцієнт діаметра черв'яка за табл. 25.1 беремо $q = 10$.

Коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження по ширині вінця колеса, отримуємо з формули (25.25), прийнявши $\theta = 86$ за табл. 25.3:

$$K_{\beta} = 1 + (z_2/\theta)^3 = 1 + (64/86)^3 = 1,41.$$

Мінімальна міжосьова відстань черв'ячної передачі

$$a_{w \min} = K_{\alpha} (z_2/q + 1) \sqrt[3]{\frac{T_2 K_{\beta} q^2}{z_2^2 [\sigma]_H^2}} = 31(64/10 + 1) \sqrt[3]{\frac{1021 \cdot 10^3 \cdot 1,41 \cdot 10^2}{64^2 \cdot 225^2}} = 203,1 \text{ мм.}$$

За формулою (25.40) модуль черв'ячної передачі

$$m'_n = 2a_{w \min} / (q + z_2) = 2 \cdot 203,1 / (10 + 64) = 5,49 \text{ мм.}$$

За стандартом приймемо $m = 6$ мм, якому відповідає $q = 10$ (див. табл. 25.1).

5. Попередні значення деяких параметрів передачі

Ділильні діаметри черв'яка та черв'ячного колеса

$$d_1 = mq = 6 \cdot 10 = 60 \text{ мм;}$$

$$d_2 = mz_2 = 6 \cdot 64 = 384 \text{ мм.}$$

Діаметри вершин витків черв'яка і черв'ячного колеса

$$d_{a1} = d_1 + 2m = 60 + 2 \cdot 6 = 72 \text{ мм;}$$

$$d_{a2} = d_2 + 2m = 384 + 2 \cdot 6 = 396 \text{ мм.}$$

Міжосьова відстань передачі

$$a_w = 0,5(d_1 + d_2) = 0,5(60 + 384) = 222 \text{ мм.}$$

Ширина вінця черв'ячного колеса (див. формули 25.10)

$$b_2 \leq 0,75d_{a1} = 0,75 \cdot 72 = 54 \text{ мм.}$$

Ділильний кут підйому лінії витка черв'яка

$$\operatorname{tg}\gamma = z_1/q = 2/10 = 0,2; \quad \gamma = 11,31^\circ.$$

Швидкість ковзання у зачепленні (див. формулу (25.14))

$$v_s = 0,5\omega_1 d_1 / \cos\gamma = 0,5 \cdot 150 \cdot 60 \cdot 10^{-3} / \cos 11,31^\circ = 4,6 \text{ м/с.}$$

Уточнене значення допустимого контактного напруження

$$[\sigma]_H = 0,9\sigma_{\sigma}c_{\nu} = 0,9 \cdot 285 \cdot 0,95 = 243 \text{ МПа.}$$

Тут для швидкості ковзання $v_s = 4,6$ м/с прийнято $c_{\nu} = 0,95$.

За рекомендаціями п. 26.3 назначаємо 8-й ступінь точності передачі.

Еквівалентне число зубців черв'ячного колеса

$$z_{i2} = z_2 / \cos^3\gamma = 64 / \cos^3 11,31^\circ = 67,9.$$

За формулою (25.17) колова сила, що діє на зубці колеса

$$F_{t2} = 2T_2/d_2 = 2 \cdot 1021 \cdot 10^3 / 384 = 5318 \text{ Н.}$$

6. Розрахунок зубців черв'ячного колеса на контактну витривалість

Для розрахунку попередньо визначимо такі коефіцієнти:

$Z_M=210$ МПа^{1/2} – для поєднання матеріалів сталь-бронза;

$Z_H=1,8$; $Z_\epsilon=0,75$; $K_\beta=1,41$ (див. п. 4 розрахунку); $K_v=1,4$ – (табл. 25.4).

За формулою (25.33) розрахункове контактне напруження

$$\sigma_H = Z_M Z_H Z_\epsilon \sqrt{\frac{F_{t2} K_\beta K_v}{b_2 d_2}} = 210 \cdot 1,8 \cdot 0,75 \sqrt{\frac{5318 \cdot 1,41 \cdot 1,4}{54 \cdot 384}} = 202 \text{ МПа.}$$

Умова контактної витривалості активних поверхонь зубців черв'ячного колеса забезпечується, бо $\sigma_H=202$ МПа < $[\sigma]_H=243$ МПа і знаходиться в допустимих межах.

7. Перевірка контактної міцності зубців при дії максимального навантаження

За формулою (25.34) маємо

$$\sigma_{H \max} = \sigma_H \sqrt{T_{2 \max} / T_2} = 202 \sqrt{1532 / 1021} = 248 \text{ МПа.}$$

Тут також міцність забезпечується, оскільки $\sigma_{H \max}=248$ МПа < $[\sigma]_{H \max}=660$ МПа.

8. Розрахунок зубців черв'ячного колеса на витривалість при згині

Розрахункові коефіцієнти такі:

$Y_F=1,37$ – коефіцієнт форми зубців за табл. 25.6;

$Y_\epsilon=0,75$ – коефіцієнт перекриття зубців;

$Y_\beta=0,95$ – коефіцієнт нахилу зубців;

За формулою (25.35) розрахункове напруження згину зубців

$$\sigma_F = Y_F Y_\epsilon Y_\beta \frac{F_{t2} K_\beta K_v}{b_2 m} = 1,37 \cdot 0,75 \cdot 0,95 \frac{5318 \cdot 1,41 \cdot 1,4}{54 \cdot 6} = 32 \text{ МПа.}$$

Витривалість зубців при згині забезпечується, бо розрахункове напруження менше від допустимого $[\sigma]_F=64$ МПа.

9. Перевірка зубців на міцність при згині максимальним навантаженням

За формулою (25.36):

$$\sigma_{F \max} = \sigma_F (T_{2 \max} / T_2) = 32(1532 / 1021) = 48 \text{ МПа.}$$

Тут також міцність забезпечується, оскільки $[\sigma]_{F \max}=48$ МПа < $[\sigma]_{F \max}=132$ МПа.

10. Розрахунок розмірних параметрів черв'ячної передачі (див. п. 25.2)

Розміри елементів витків черв'яка та зубців колеса:

– висота головки витка черв'яка та зубця колеса $h_a=m=6$ мм;

– висота ніжки витка та зубця $h_f=1,2m=1,2 \cdot 6=7,2$ мм;

– розрахункова товщина витка $s=0,5\pi m=0,5 \cdot 3,14 \cdot 6=9,42$ мм;

– висота витка та зубця $h=2,2m=2,2 \cdot 6=13,2$ мм.

Розміри вінців черв'яка та черв'ячного коліс:

– ділільні діаметри (визначені вище) $d_1=60$ мм; $d_2=384$ мм;

– діаметри вершин (визначені вище) $d_{a1}=72$ мм; $d_{a2}=396$ мм.

– діаметри впадин

$$d_{f1}=d_1-2,4m=60-2,4 \cdot 6=45,6 \text{ мм;}$$

$$d_{f2}=d_2-2,4m=384-2,4 \cdot 6=369,6 \text{ мм;}$$

– найбільший діаметр черв'ячного колеса

$$d_{a2} \leq d_{a2}+1,5m=396+1,5 \cdot 6=405 \text{ мм;}$$

– довжина нарізної частини черв'яка

$$b_1 \geq (11+0,06z_2)m=(11+0,06 \cdot 64) \cdot 6=89 \text{ мм;}$$

виберемо $b_1=115$ мм (для черв'яка, витки якого шліфують);

– ширина вінця черв'ячного колеса (визначено вище) $b_2=54$ мм.

Міжосьова відстань черв'ячної передачі

$$a_w=0,5m(q+z_2)=0,5 \cdot 6(10+64)=222 \text{ мм.}$$

11. Сили у зачепленні черв'ячної передачі

За формулами (25.21)...(25.23) маємо:

- колова сила на колесі дорівнює осьовій силі на черв'яку $F_{t2}=F_{a1}=5318$ Н;
- радіальна сила на колесі дорівнює радіальній силі на черв'яку

$$F_{r2}=F_{r1}=F_{t2}\operatorname{tg}\alpha=5318\operatorname{tg}20^{\circ}=1936$$
 Н;

- осьова сила на колесі дорівнює коловій силі на черв'яку

$$F_{a2}=F_{t1}=F_{t2}\operatorname{tg}\gamma=5318\operatorname{tg}11,31^{\circ}=1064$$
 Н.

12. ККД черв'ячної передачі

За формулою (25.31) маємо

$$\eta=(0,95\dots 0,96)\operatorname{tg}\gamma/\operatorname{tg}(\gamma+\varphi')=(0,95\dots 0,96)\operatorname{tg}11,31^{\circ}/\operatorname{tg}(11,31^{\circ}+1,5^{\circ})=0,83\dots 0,84.$$

Тут взято з табл. 25.5 зведений кут тертя $\varphi'=1,5^{\circ}$. Значення ККД близьке до попередньо вибраного $\eta=0,80$.

13. Перевірка жорсткості черв'яка

Рівнодійна колової та радіальної сил, що діють на черв'як,

$$F=\sqrt{F_{r1}^2+F_{t1}^2}=\sqrt{1064^2+1936^2}=2209$$
 Н.

Осьовий момент інерції перерізу черв'яка

$$I_0=\pi d_1^4/64=3,14\cdot 45,6^4/64=212241$$
 мм⁴.

Беремо наближено відстань між опорами черв'яка

$$l\approx 0,8d_2=0,8\cdot 384=307$$
 мм.

За формулою (25.38) при модулі пружності для сталі $E=2\cdot 10^5$ МПа розрахункова стрілка прогину черв'яка

$$y=Fl^3/(48EI_0)=2209\cdot 307^3/(48\cdot 2\cdot 10^5\cdot 212241)=0,03$$
 мм.

Допустима стрілка прогину $[y]=0,01$ м = 0,01·6 = 0,06 мм.

Жорсткість черв'яка достатня, оскільки $y=0,03$ мм < $[y]=0,06$ мм.

ГЛАВА 26. ОСІ ТА ВАЛИ

26.1. Загальні відомості. Конструкції та матеріали осей та валів

Окремі елементи машин, що здійснюють обертовий рух, розміщують на осях та валах, які забезпечують для цих елементів постійне положення геометричної осі обертання.

Вісь – деталь видовженої циліндричної форми, що підтримує елементи машини у їхньому обертовому русі, не передаючи корисного крутного моменту.

Вал – деталь, яка, на відміну від осей, призначена для передавання крутного моменту та підтримування елементів машини у їхньому обертовому русі. Існують деякі види валів, наприклад гнучкі дротяні та торсіонні, які не підтримують деталей, а лише передають крутний момент.

У деяких випадках конструктивне розв'язування певних задач може бути виконане з використанням осі або вала. Так, у приводі барабана підйомного механізму у кранах (рис. 26.1, а) зубчасте колесо 1 разом із приєднаним до нього барабаном 2 встановлені на осі 3. У схемі привода (рис. 26.1, б) зубчасте колесо і барабан 2 виконані розділеними і встановлені на валу 3, який передає крутний момент на відрізок між колесом та барабаном.

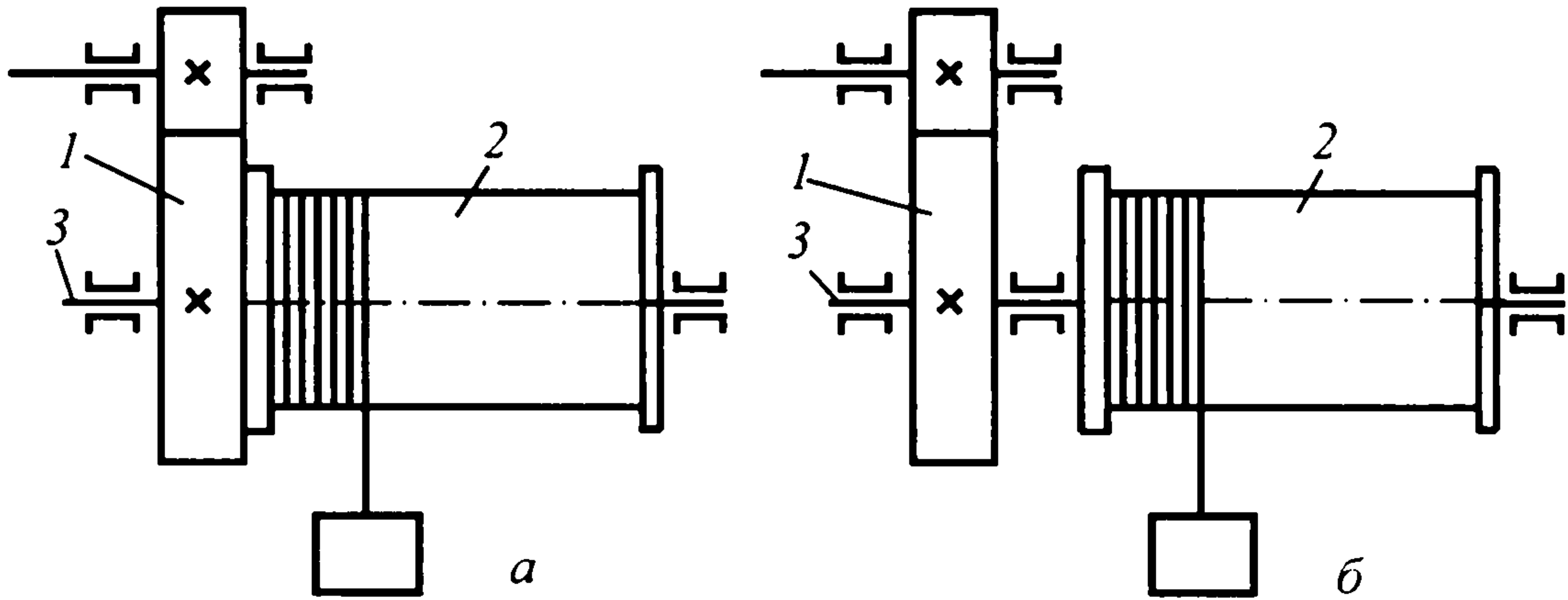


Рис. 26.1. Конструктивне розв'язання задачі з використанням осі або вала

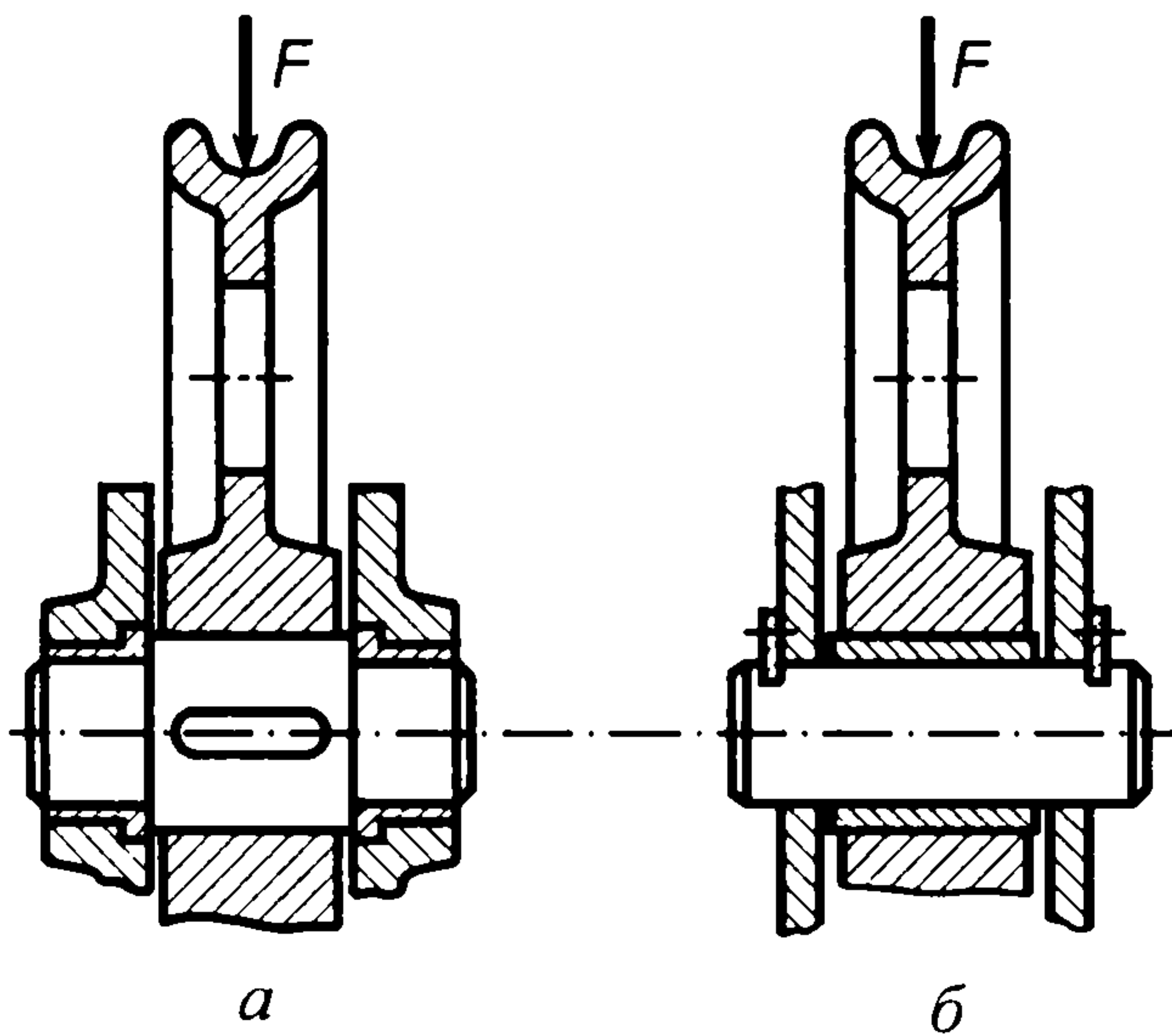


Рис. 26.2. Конструкції осей

Конструктивно осі можуть бути виконані з можливістю обертання (рис. 26.2, а) або нерухомими (рис. 26.2, б). Осі, що обертаються навіть під час постійного за модулем та напрямом навантаження, працюють у гірших умовах циклічно змінних напружень, але зручніші в експлуатації, бо допускають використання виносних підшипників. Нерухомі осі працюють у більш сприятливих умовах під час постійних навантажень (за модулем та напрямом), але для них потрібні більш складні та менш зручні в експлуатації підшипники, які влаштовуються в насаджуваних на вісь деталях.

Найпоширеніші вали за конструкцією можуть бути *циліндричними* постійного діаметра (рис. 26.3, а), *ступінчастими* (рис. 26.3, б) і з нарізаними на них *зубчастими вінцями* або шліцами (рис. 26.3, в). Ступінчасті вали і вали з нарізаними зубчастими вінцями більш складні за конструкцією та у

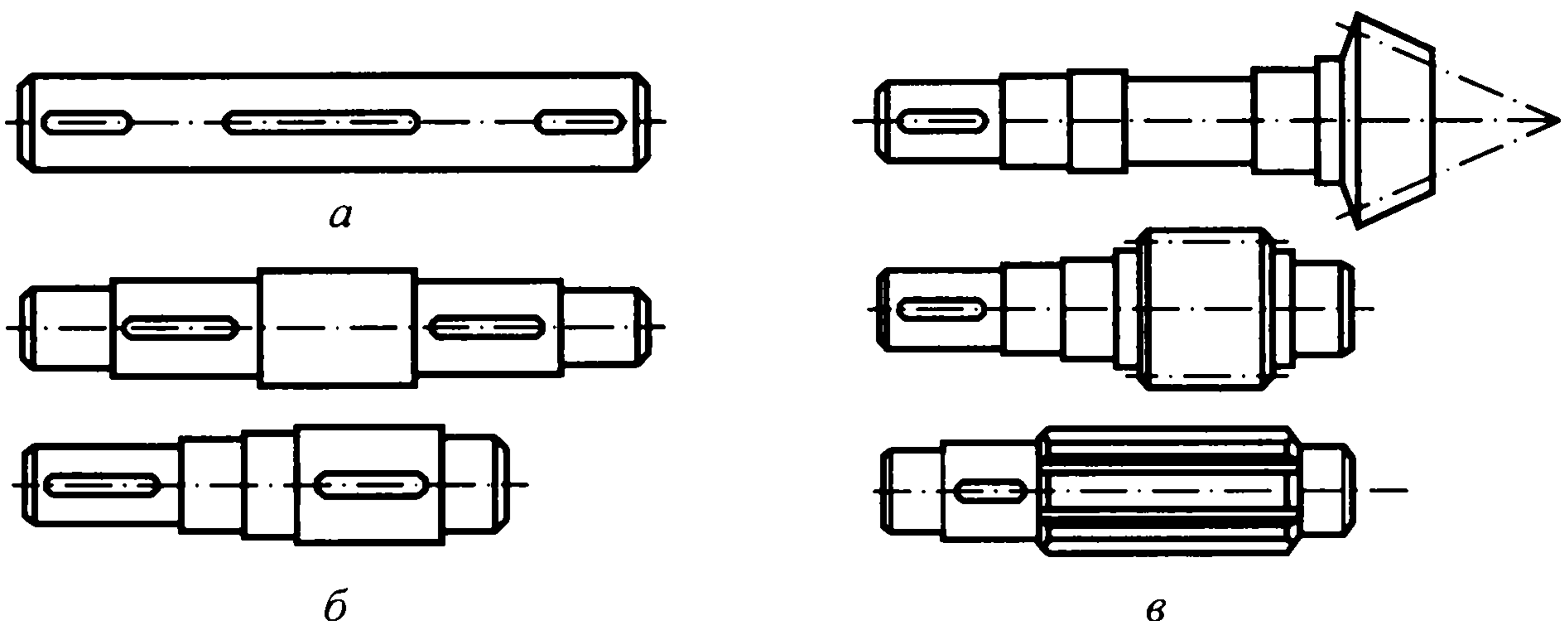


Рис. 26.3. Конструкції валів

виготовленні, але дають змогу простіше здійснити різні посадки деталей на окремих ділянках, забезпечують створення упорів та буртиків для осьової фіксації встановлених на валах деталей. Крім того, змінюючи розміри перерізів, можна наблизити форму вала до найвигіднішої форми бруса рівного опору, що особливо важливо для валів, навантажених змінними за довжиною згинальними та крутними моментами.

За видом поперечного перерізу вали можуть бути *суцільними* (рис. 26.4, а) або *порожністими* (рис. 26.4, б), а за обрисом перерізу *гладкими циліндричними, із шпонковим пазом, шліцевими або прямокутними* (рис. 26.4, в, г, д). У разі використання порожнистих валів значно зменшується їхня маса. Наприклад, якщо відношення $d_0/d=0,5\dots 0,6$, то маса зменшується на 22-30 %.

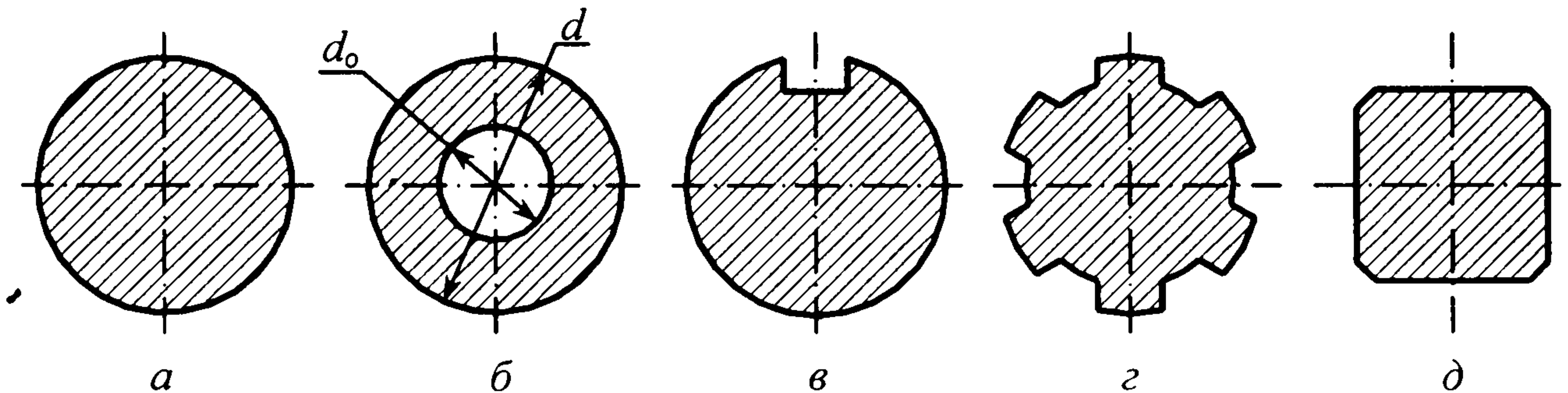


Рис. 26.4. Форми поперечних перерізів валів

Опорні частини валів та осей називаються *цапфами*. Проміжні цапфи називаються *шийками*, а кінцеві - *шипамі*.

Цапфи валів, що працюють у підшипниках ковзання, можуть бути циліндричними, конічними або сферичними (рис. 26.5, а). Основне застосування мають циліндричні цапфи як технологічно найпростіші. Конічні цапфи використовують для регулювання зазорів у підшипниках, а інколи і для осьової фіксації вала. Сферичні цапфи, дуже обмежено (через

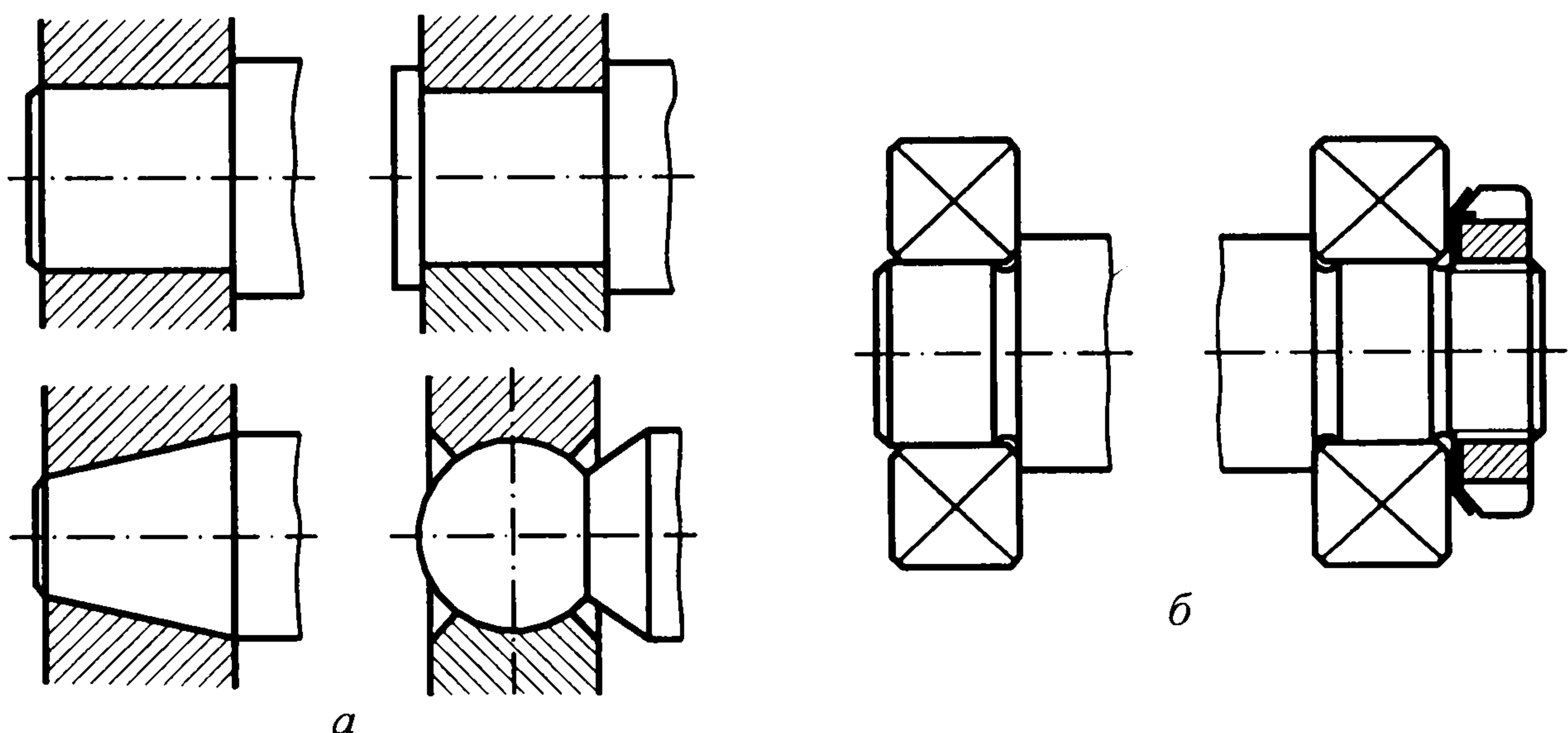


Рис. 26.5. Конструкції опорних ділянок осей та валів

складність виготовлення) застосовують у разі значних кутових переміщень вала чи осі.

Цапфи валів для підшипників кочення (рис. 26.5, б) виконують циліндричними. В деяких випадках вони мають різьбові ділянки або інші конструктивні елементи для закріплення підшипників.

Перехідні ділянки валів між двома ступенями різних діаметрів виконують такими способами:

1. Із ривцем для виходу шліфувального круга (рис. 26.6, а). Ривці здебільшого виконують завширшки 3 мм і завглибшки 0,25–0,30 мм на валах діаметром 10–50 мм, а на валах діаметром 50–100 мм – завширшки 5 мм і завглибшки 0,5 мм. Ривці повинні мати максимально можливі радіуси закруглень для зменшення концентрації напружень і підвищення опору проти втомного руйнування в умовах дії змінних напружень. Ривці виконують на кінцевих ділянках валів, у перерізах яких діють незначні згинальні моменти. Якщо на валу є різьбові ділянки, то ривці передбачають для виходу різьбонарізного інструменту.

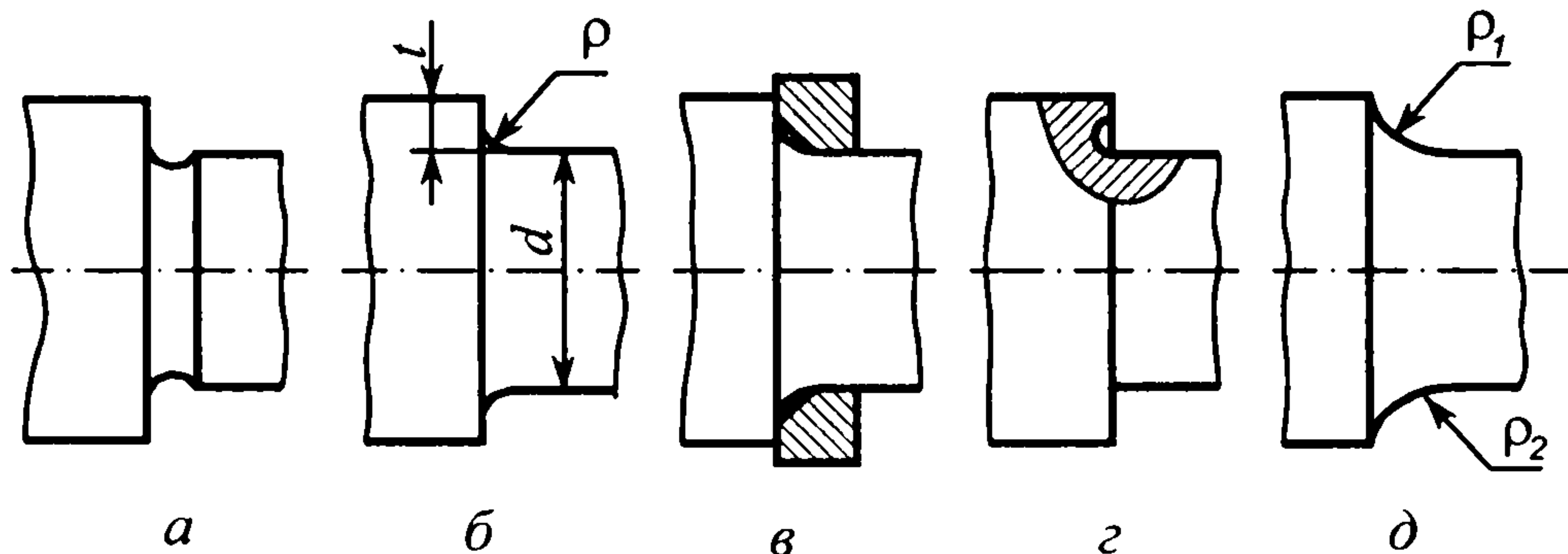


Рис. 26.6. Конструктивні форми перехідних ділянок валів

2. Із перехідною поверхнею – галтеллю постійного радіуса (рис. 26.6, б). Радіус галтелі ρ вибирають меншим за радіус закруглення або за радіальний розмір фаски деталі, що розміщується на валу. Для шийок під підшипники кочення рекомендують $t/\rho=3$, а $\rho/d=0,02\dots0,04$. Для важконавантажених валів у випадках, коли збільшення радіуса галтелі обмежується радіусом закруглення або фаскою кромek деталей, слід застосовувати додаткові проміжні кільця (рис. 26.6, в).

3. Із галтеллю спеціальної форми. Небезпечною зоною здебільшого є перехід галтелі в ступінь меншого діаметра. Тому доцільно виконувати галтель із змінним радіусом кривини, до того ж найбільший радіус кривини повинен бути в зоні переходу до ступеня меншого діаметра. Застосовують галтелі еліптичної форми або галтелі, які окреслені двома радіусами кривини ρ_1, ρ_2 (рис. 26.6, г, д). Галтелі з піднутренням (рис. 26.6, з) важко шліфувати, а галтелі за рис. 26.6, д вимагають збільшення довжини перехідної ділянки вала. Однак галтелі із змінним радіусом кривини значно підвищують стійкість вала проти втомного руйнування.

Основними матеріалами для валів та осей є вуглецеві та леговані сталі. Заготовками для валів діаметром до 150 мм переважно є круглий

прокат, а для валів більшого діаметра та фасонних валів – поковки. Поверхні валів, що призначені для спряження з іншими деталями, повинні бути точно і чисто оброблені різцями. Параметри шорсткості поверхонь: під підшипники кочення $R_a=(3,2 \dots 0,80)$ мкм, а під підшипники ковзання $R_a=(0,40 \dots 0,1)$ мкм.

Для валів, розміри поперечних перерізів яких вибирають за умовою жорсткості, переважно використовують сталі Ст5 і Ст6. Для більшості інших випадків застосовують сталі 45, 50, 40Х, 40ХН та ін. Вали з цих сталей піддаються нормалізації, поліпшенню або гартуванню з нагрівом СВЧ і низьким відпуском (шліцеві вали, вали, що працюють у підшипниках ковзання, та інші випадки).

26.2. Розрахункові схеми валів та осей. Критерії розрахунку

Розрахункові схеми валів та осей зображають у вигляді балок на шарнірних опорах, які навантажені поперечними та осьовими силами, що виникають у зачепленні встановлених на них зубчастих коліс, від натягу віток пасової чи ланцюгової передачі, від дії власної ваги шківів, барабанів та інших встановлених на валу деталей. Складаючи розрахункові схеми валів та осей, необхідно із певним наближенням визначити відстань між опорами, місця розміщення деталей, через які передаються на вали та осі зовнішні навантаження.

При вузьких опорах вала чи осі (підшипники кочення, підшипники ковзання з відношенням довжини цапфи до її діаметра $l/d < 0,6$) центр опори суміщають із серединою підшипника (рис. 26.7, а). При широких опорах ковзання ($l/d > 0,6$) внаслідок нерівномірності розподілу навантаження по довжині підшипника теоретично центр опори вважають розміщеним приблизно на відстані $(0,25 \dots 0,30)l$ від краю підшипника з боку навантаженої частини вала чи осі (рис. 26.7, б).

Подібні міркування можна навести і щодо вибору перерізів вала, в яких передаються навантаження від насаджених на нього деталей. Найпростішим

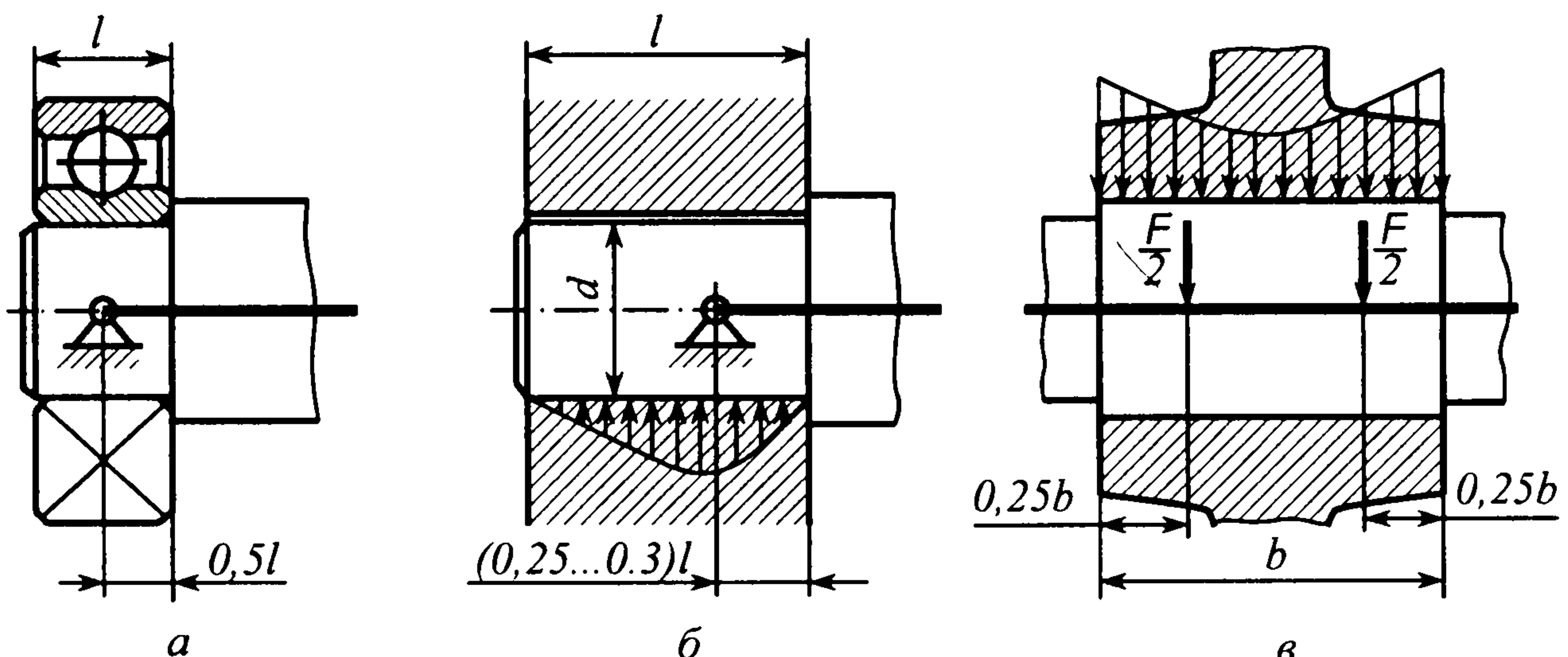


Рис. 26.7. До складання розрахункових схем валів

є припущення про передачу навантаження у середньому перерізі по довжині посадочної поверхні. Це припущення можна брати, якщо відстань між опорами вала чи осі значно перевищує ширину b деталі. Інакше слід враховувати закономірність розподілу навантаження вздовж посадочної поверхні хоча б рознесенням зовнішнього навантаження F так, як показано на рис. 26.7, *в*.

Розрахункові схеми валів та осей можуть бути надзвичайно різноманітними. Об'єктом нашого вивчення будуть двохопорні вали та осі як статично визначені системи. Власну вагу валів та встановлених на них деталей здебільшого у розрахунках не беруть до уваги при невеликих їхніх розмірах, хоча її врахування не створює принципових труднощів.

Деякі найпоширеніші розрахункові схеми осей та валів зубчастих передач зображені на рис. 26.8.

Найпростішою є розрахункова схема осі (рис. 26.8, *а*), навантаженої однією (або кількома) поперечною силою F . Більш складними є розрахункові схеми валів. На рис. 26.8, *б*, *в* зображені розрахункові схеми валів відповідно циліндричної та конічної передач з розміщенням зубчастого колеса між опорами 1, 2 вала і консольним розміщенням колеса. В цих схемах вали навантажуються крутним моментом T , поперечними та осьовими силами F_t , F_r , F_a , що виникають у зачепленні зубців відповідної передачі. Крім сил у зачепленні на вал можуть діяти також сили від натягу віток пасової чи ланцюгової передачі (сила F на рис. 26.8, *в*) або сили від взаємодії деталей муфт, що з'єднують вали.

Розрахункові схеми проміжних валів багатоступеневих зубчастих передач зображені на рис. 26.8, *г*, *д*, *е*. Ці схеми відрізняються одна від одної взаємним розміщенням місць прикладання сил, що виникають у зачепленні зубчастих коліс, розміщених на валу. Під час аналізу таких схем навантаження валів слід розглядати окремо силові фактори в різних площинах, а відтак складати геометрично.

Із розглянутих схем видно, що вали в процесі роботи зазнають деформацій згину, розтягу або стиску і кручення. Сталість напряму поперечних щодо поздовжньої осі вала сил спричинює у валах, що обертаються, появу циклічно змінних напружень згину, а дія осьових сил – виникнення у перерізах валів напружень розтягу або стиску. Характер зміни дотичних напружень кручення відповідає характеру зміни в часі крутного моменту T .

Отже, на різні перерізи валів діють змінні у часі нормальні і дотичні напруження. Тому для більшості валів сучасних швидкохідних машин такий критерій міцності, як стійкість валів проти втомного руйнування, має вирішальне значення. Втомне руйнування відбувається у 40–50 % випадків виходу валів із ладу. Для тихохідних валів або валів, що зазнають дії короточасних пікових перевантажень, основним розрахунковим критерієм є також статична міцність.

Вали, що мають значні (порівняно з діаметром) відстані між опорами, можуть бути недостатньо жорсткими у поперечному напрямі. Це може спричинити порушення геометрії зачеплень зубчастих коліс, заклинювання

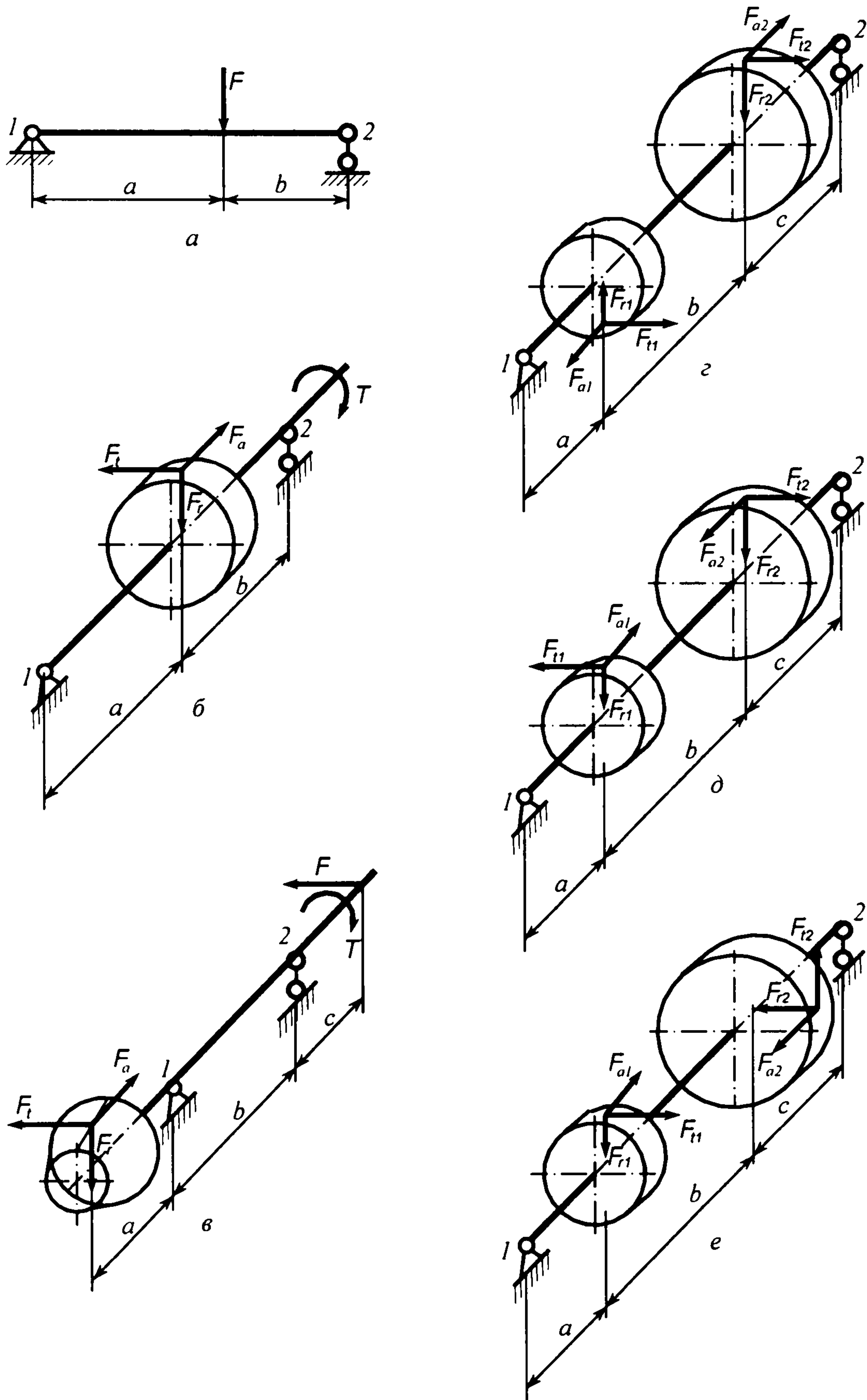


Рис. 26.8. Розрахункові схеми осей та валів

валів в опорах або недопустимі поперечні коливання валів. Тому важливим критерієм розрахунку довгих валів є також умова достатньої жорсткості.

26.3. Розрахунок осей та валів на статичну міцність

Розрахунки на статичну міцність для осей і для валів виконують за однаковим принципом. Відмінністю для осей є те, що вони не навантажуються крутним моментом, тобто схеми навантаження для них є простішими. Тому нижче зупинимось лише на порядку і особливостях розрахунків на статичну міцність валів.

Статичну міцність валів перевіряють для запобігання появі пластичних деформацій під час дії короткочасних перевантажень. Щоб виконати розрахунок, слід мати всі розміри вала та його форму, які потрібні для правильного складання розрахункової схеми.

Умову статичної міцності вала беруть у вигляді

$$\sigma_{E_{\max}} = \sigma_E K_{II} \leq [\sigma]_E, \quad (26.1)$$

де $\sigma_{E_{\max}}$ – максимальне еквівалентне напруження у небезпечному перерізі вала; σ_E – еквівалентне напруження, яке обчислюють за номінальним розрахунковим навантаженням; K_{II} – коефіцієнт, що враховує короткочасні перевантаження; $[\sigma]_E \approx 0,8\sigma_T$ – допустиме еквівалентне напруження.

Як приклад розглянемо розрахунок вала зубчастої передачі, конструкція якого наведена на рис. 26.9, а, а розрахункова схема із епюрами згинального та крутного моментів – на рис. 26.9, б. Вал має діаметри окремих ступенів $d_1 - d_5$, а його опорні цапфи – діаметри d_3 і d_5 . Відстань від середнього перерізу вала під зубчастим колесом до центрів його опор 1 і 2 відповідно дорівнюють a і b . Вал навантажений зовнішнім обертовим моментом T та силами F_t , F_r і F_a , які виникають у зачепленні колеса діаметром d і передаються на вал.

Для цієї схеми навантаження радіальні реакції опор вала (окремо від дії кожної з сил F_t , F_r і F_a) визначають за такими співвідношеннями:

$$\begin{aligned} R_{1t} &= F_t b / (a+b); & R_{2t} &= F_t a / (a+b); \\ R_{1r} &= F_r b / (a+b); & R_{2r} &= F_r a / (a+b); \\ R_{2r} &= R_{2a} = 0,5 F_a d / (a+b). \end{aligned}$$

Сумарні радіальні реакції опор вала знаходимо як результат геометричної суми окремих складових:

$$R_1 = \sqrt{(R_{1r} + R_{1a})^2 + R_{1t}^2}; \quad R_2 = \sqrt{(R_{2r} - R_{2a})^2 + R_{2t}^2}. \quad (26.2)$$

Осьова реакція опори 1 дорівнює осьовій силі F_a , тобто $R_{x1} = F_a$. Після побудови епюр згинальних моментів M (також окремо від дії сил F_t , F_r і F_a) та крутного моменту T можна стверджувати, що найнебезпечнішим перерізом вала буде його переріз А-А (рис. 26.9, а) під зубчастим колесом. У цьому перерізі діють крутний момент, який дорівнює зовнішньому обертовому моменту T , та максимальні згинальні моменти M_r , M_a і M_t відповідно від сил F_t , F_r і F_a :

$$M_r = R_{1r} a = R_{2r} b; \quad M_a = R_{1a} a; \quad M_t = R_{1t} a = R_{2t} b.$$

Результуючий максимальний згинальний момент M_{\max} визначається як геометрична сума окремих складових:

$$M_{\max} = \sqrt{(M_r + M_a)^2 + M_t^2}. \quad (26.3)$$

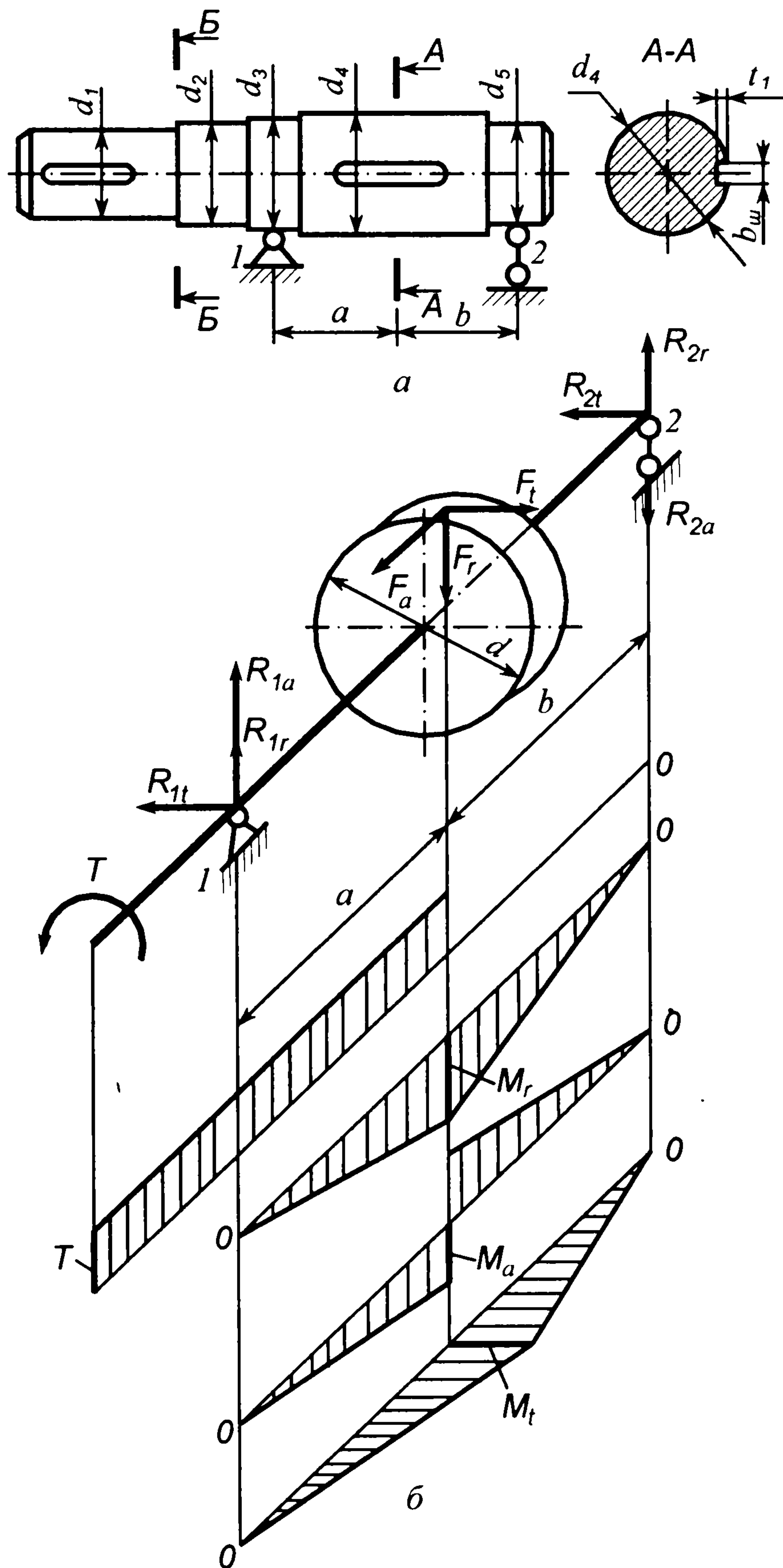


Рис. 26.9. До розрахунку вала на статичну міцність

Згідно з наведеною схемою навантаження вала у перерізі А-А мають місце нормальне напруження згину $\sigma_{зг}$, дотичне напруження кручення τ та

напруження стиску σ_c , яке обумовлене осьовою силою F_a та осьовою реакцією R_{x1} опори 1 вала. Тому еквівалентне напруження можна визначити за формулою

$$\sigma_E = \sqrt{(\sigma_{зг} + \sigma_c)^2 + 4\tau^2}, \quad (26.4)$$

де складові напруження

$$\sigma_{зг} = 32M_{\max}/(\pi d_4^3); \quad \sigma_c = 4F_a/(\pi d_4^2); \quad \tau = 16T/(\pi d_4^3). \quad (26.5)$$

Отже, визначивши еквівалентне напруження σ_E для небезпечного перерізу вала та маючи коефіцієнт K_n короточасних перевантажень, можна перевірити за умовою (26.1) статичну міцність вала при його перевантаженнях.

26.4. Розрахунок осей та валів на витривалість

Розрахунки осей та валів на витривалість (стійкість проти втомного руйнування) є перевірними. Тому для виконання таких розрахунків треба мати всі розміри і форму осі чи вала. Для навантажених постійними за напрямом та модулем силами нерухомих осей такі розрахунки не виконують, а для осей, що обертаються, розрахунки здійснюють за таким же принципом, як і для валів.

Розрахунок валів на витривалість є основним і обов'язковим. У ньому враховуються характер зміни напружень, характеристики витривалості матеріалів, фактори концентрації напружень тощо. Розрахунок на витривалість у більшості випадків виконують у вигляді перевірки коефіцієнтів запасу міцності в певних перерізах валів за умовою $s \geq [s] = 1,5 \dots 2,5$.

Розрахунковий коефіцієнт запасу міцності визначають у загальному випадку за формулою

$$s = s_\sigma s_\tau / \sqrt{s_\sigma^2 + s_\tau^2}, \quad (26.6)$$

де коефіцієнти запасу міцності за нормальними s_σ і дотичними s_τ напруженнями відповідно

$$s_\sigma = \sigma_{-1} / (K_\sigma \sigma_a / K_d + \psi_\sigma \sigma_m); \quad s_\tau = \tau_{-1} / (K_\tau \tau_a / K_d + \psi_\tau \tau_m). \quad (26.7)$$

Границі витривалості матеріалу валів для необмеженого строку служби можна брати: при симетричному циклі згину $\sigma_{-1} \approx 0,45\sigma_b$; при симетричному циклі кручення $\tau_{-1} \approx 0,25\sigma_b$.

Для вала, зображеного на рис. 26.9, *a*, у перерізі А-А нормальні напруження згину змінюються за симетричним циклом, а нормальні напруження стиску постійні. Тому для цього перерізу маємо амплітуду та середнє значення нормальних напружень:

$$\sigma_a = \sigma_{зг} = M_{\max} / W_{0H}; \quad \sigma_m = \sigma_c = F_a / A_H.$$

Щоб визначити амплітуду та середнє значення дотичних напружень, треба знати справжній характер зміни крутного моменту T у реальних умовах експлуатації машини. Оскільки це важко встановити, у розрахунках беруть зміну дотичних напружень за пульсуючим циклом для валів, що обертаються тільки в один бік, і за симетричним циклом для валів із змінним напрямом передачі навантаження. Відповідно в першому випадку (переріз вала А-А на рис. 26.9, *a*)

$$\tau_a = \tau_m = 0,5\tau = T/(2W_{pn}),$$

а у другому

$$\tau_a = \tau = T/W_{pn}; \quad \tau_m = 0.$$

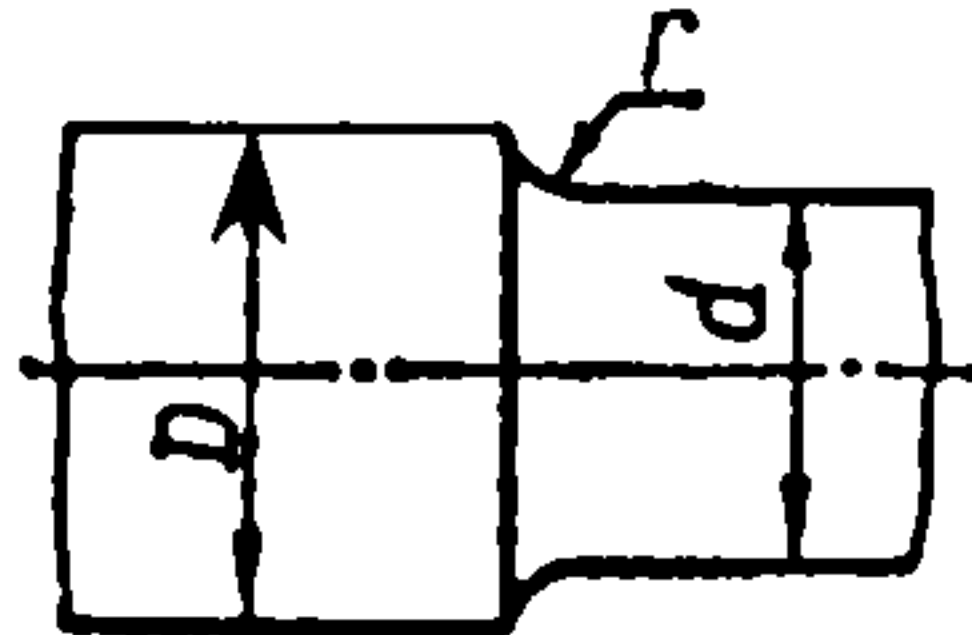
У виразах для визначення амплітуд та середніх напружень осьовий $W_{он}$ і полярний W_{pn} моменти опору перерізу, а також площу A_n перерізу треба брати за фактичними розмірами перерізів. Наприклад, якщо у перерізі є шпонковий паз (див. рис. 26.9, а), то

$$W_{он} = \pi d_4^3 / 32 - bt(d_4 - t)^2 / (2d_4);$$

$$W_{pn} = \pi d_4^3 / 16 - bt(d_4 - t)^2 / (2d_4);$$

$$A_n = \pi d_4^2 / bt.$$

Таблиця 26.1. Ефективні коефіцієнти концентрації напружень K_σ і K_τ для валів із галтелями

							
D/d	r/d	K_σ для валів із сталі, що має σ_b , МПа			K_τ для валів із сталі, що має σ_b , МПа		
		500	800	1000	600	800	1000
1,05	0,02	1,70	1,88	2,05	1,24	1,29	1,33
	0,05	1,48	1,57	1,63	1,15	1,18	1,20
	0,10	1,28	1,33	1,36	1,08	1,10	1,12
	0,15	1,20	1,23	1,25	1,06	1,08	1,09
	0,20	1,16	1,20	1,22	1,05	1,06	1,07
1,10	0,02	2,0	2,24	2,47	1,40	1,52	1,62
	0,05	1,64	1,70	1,75	1,25	1,28	1,30
	0,10	1,37	1,42	1,45	1,12	1,16	1,18
	0,15	1,27	1,31	1,34	1,09	1,12	1,14
	0,20	1,20	1,24	1,27	1,06	1,08	1,10
1,25	0,02	2,12	2,68	3,10	1,64	1,73	1,80
	0,05	1,81	1,97	2,10	1,40	1,45	1,48
	0,10	1,47	1,54	1,60	1,20	1,27	1,32
	0,15	1,35	1,40	1,43	1,15	1,20	1,24
	0,20	1,30	1,32	1,34	1,09	1,13	1,16

Ефективні коефіцієнти концентрації напружень K_σ і K_τ вибирають залежно від механічних характеристик матеріалу вала та форми концентратора напружень у перерізі вала, де визначають коефіцієнт запасу міцності. Концентраторами напружень для валів можуть бути галтелі, кільцеві ривці, поперечні отвори, різьба, шпонкові пази, напресовка на вал інших деталей тощо. Якщо у перерізі вала є кілька концентраторів напружень, то у розрахунках беруть той, для якого K_σ і K_τ більші. Значення K_σ і K_τ для деяких форм концентраторів напружень наведені у табл. 26.1 і 26.2.

Коефіцієнти, що характеризують чутливість матеріалу вала до асиметрії циклу напружень, можна брати для сталевих валів:

$$\psi_\sigma = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \sigma_b; \quad \psi_\tau = 0,5\psi_\sigma,$$

де σ_b – границя міцності матеріалу вала, МПа.

Коефіцієнти, що враховують вплив абсолютних розмірів перерізу вала, залежать від його матеріалу та діаметра перерізу і можуть бути визначеними за табл. 26.3.

Таблиця 26.2 Ефективні коефіцієнти концентрації напружень K_σ і K_τ при згині та крученні валів для деяких концентраторів

σ_b , МПа для матеріалу вала	Шліц		Шпонковий паз		Поперечний отвір	
	K_σ	K_τ^*	K_σ^{**}	K_τ	K_σ^{***}	K_τ
500	1,45	2,25/1,37	1,64/1,38	1,37	2,00/1,65	1,70
600	1,55	2,36/1,46	1,76/1,46	1,54	2,05/1,85	1,80
800	1,65	2,55/1,58	2,01/1,62	1,88	2,10/1,90	1,95
1000	1,72	2,70/1,58	2,26/1,77	2,22	2,20/2,00	1,90

*У чисельнику—для валів із прямокутними шліцами, в знаменнику – для валів із евольвентними шліцами.

** У чисельнику – для пазів, виконаних пальцевою фрезою, у знаменнику – для пазів, виконаних дисковою фрезою.

*** У чисельнику при відношенні діаметра отвору до діаметра вала 0,05..., 0,15, у знаменнику – при 0,15...0,25.

Таблиця 26.3. Коефіцієнти K_d впливу абсолютних розмірів поперечного перерізу вала

Матеріал вала	K_d при діаметрі перерізу d , мм							
	10	20	30	40	50	70	100	200
Вуглецева сталь $\sigma_b=(400\dots500)$ МПа	0,98	0,92	0,88	0,85	0,82	0,76	0,70	0,63
Вуглецева або легована сталь $\sigma_b=(500\dots800)$ МПа	0,97	0,89	0,85	0,81	0,78	0,73	0,68	0,61
Легована сталь $\sigma_b=(800\dots1200)$ МПа	0,95	0,86	0,81	0,77	0,74	0,69	0,65	0,59

Виконуючи розрахунок вала на витривалість для визначення коефіцієнтів запасу міцності, потрібно вибирати перерізи, де виникають максимальні напруження і розміщені концентратори напружень. У деяких випадках наявність фактора концентрації напружень у будь-якому перерізі вала є достатньою умовою потреби виконання розрахунку на витривалість навіть при незначних номінальних напруженнях у цьому перерізі.

У деяких перерізах валів можуть виникати тільки нормальні σ або тільки дотичні τ напруження. Тоді визначають s_σ або s_τ , а розрахунковий коефіцієнт запасу міцності $s=s_\sigma$ або $s=s_\tau$.

26.5. Проектний розрахунок валів та їхнє конструювання

Розглянуті вище розрахунки валів на статичну міцність при перевантаженнях та на витривалість є перевірними розрахунками і їх виконують за відомими розмірами всіх конструктивних елементів валів.

Під час виконання проектного розрахунку на початковому етапі відомі лише деталі, що розміщуються на валу, та діючі зовнішні навантаження. Враховуючи умови роботи вала та деякі вимоги, що ставляться до конструкції вала, вибирають матеріал для його виготовлення. Надалі орієнтовно визначають діаметр вала у характерних його перерізах за умовою міцності на кручення

$$\tau = T/W_p \leq [\tau]. \quad (26.8)$$

Беручи полярний момент опору перерізу $W_p = \pi d^3/16$, в якому діє крутний момент T , із умови (26.8) можна визначити потрібний діаметр вала:

$$d \geq \sqrt[3]{16T / (\pi[\tau])}. \quad (26.9)$$

Діаметр вала за умовою (26.9) визначають для його перерізів, у яких діє тільки крутний момент, до того ж у цьому випадку для сталевих валів допустиме напруження беруть $[\tau] = (35\dots40)$ МПа. Наприклад, у конструкції вала на рис. 26.10, a ділянка вала діаметром d_1 зазнає тільки деформації кручення, тому значення цього діаметра попередньо можна оцінити за умовою міцності на кручення.

У деяких випадках, наприклад у конструкції проміжного вала зубчастого редуктора (рис. 26.10, б), немає перерізів, що зазнають тільки

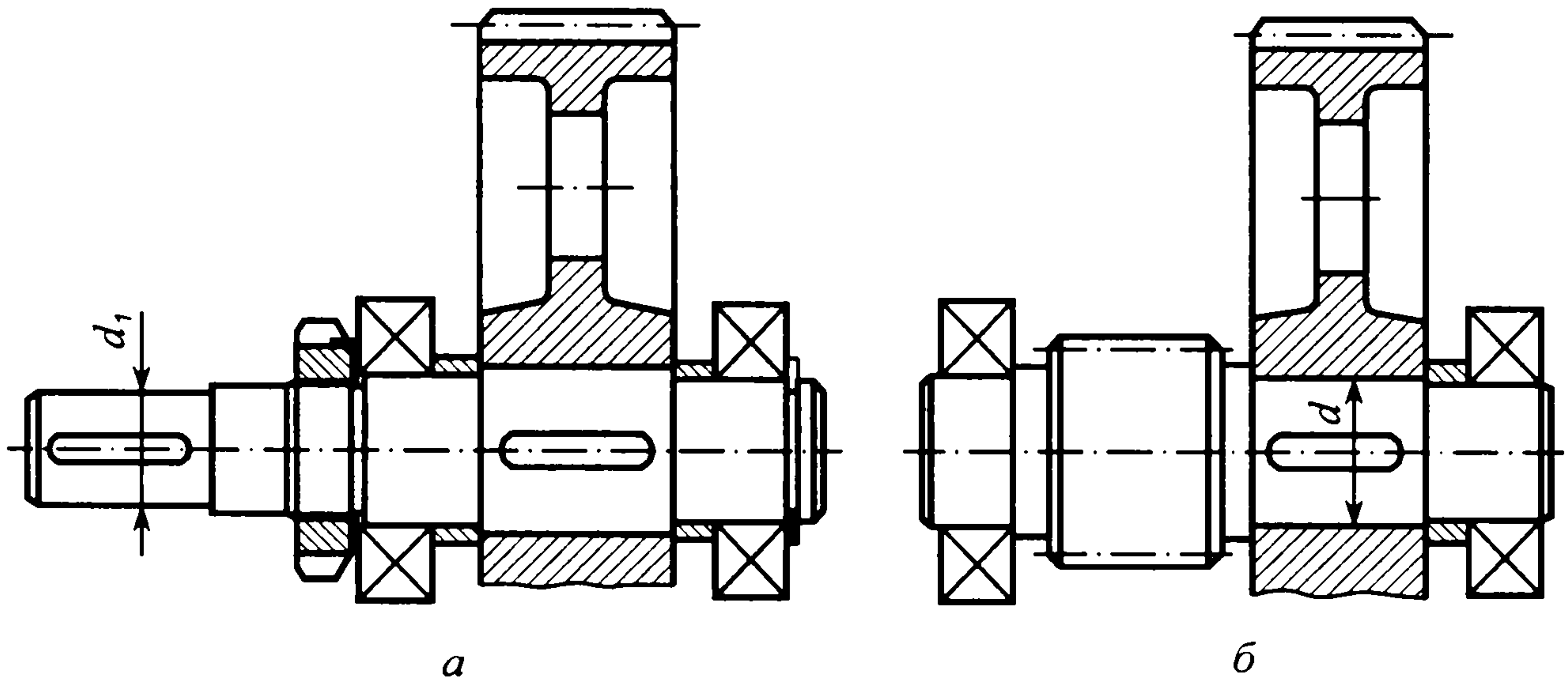


Рис. 26.10. Конструкції валів зубчастих передач

деформації кручення. Між опорами вал зазнає згину у всіх перерізах, а ділянка вала між зубчастими колесами додатково скручується. Тут також діаметр d під зубчастим колесом попередньо можна оцінити з умови міцності на кручення [див. формулу (26.9)], беручи заздалегідь занижене допустиме напруження $[\tau] = (25 \dots 30)$ МПа.

Маючи розміри деталей, що розміщуються на валу, та враховуючи зручність їхнього монтажу і способи їхньої фіксації, надалі розробляють усю конструкцію вала. При цьому слід забезпечувати мінімальні перепади діаметрів сусідніх ступенів вала, але достатні для створення упорних буртиків, потрібних для осової фіксації деталей. Радіуси галтелей слід брати достатньо великими для зменшення концентрації напружень, їхнє значення повинно бути однаковим, бо при цьому зменшується номенклатура різців для обробки вала. Якщо для вала передбачено кілька шпонкових пазів, то їх слід розміщувати на одній лінії. Під час конструювання вала треба приділяти значну увагу технологічності та економічності виготовлення з урахуванням обсягу виробництва. На цьому етапі призначають також посадки деталей на вал.

У результаті попередньої розробки конструкції вала отримують розміри всіх його конструктивних елементів. За цими розмірами виконують перевірні розрахунки. Якщо результати розрахунків будуть незадовільні, то розміри вала слід коректувати.

26.6. Приклад розрахунку і конструювання вала

Задача. Розрахувати і сконструювати ведений вал редуктора з косозубою циліндричною зубчастою передачею, розрахунок якої виконано в п. 23.6.

Розв'язання. 1. *Вихідні дані для розрахунку* (див. задачу в п. 23.6).

Номінальний обертовий момент на веденому валу $T = T_2 = 280$ Н·м.

Коефіцієнт короточасних перевантажень $K_{\text{н}} = 2$ (перевантаження до 200%).

Дільний діаметр розташованого на валу колеса $d = d_2 = 195,88$ мм.

Ширина зубчастого колеса $b_2=50$ мм.

Сили, що діють на колесо:

колова сила $F_t=2956$ Н; радіальна сила $F_r=1109$ Н; осьова сила $F_a=741$ Н.

2. Проектний розрахунок вала і його конструювання.

Для виготовлення вала призначаємо нормалізовану сталь 45, для якої границя текучості $\sigma_T=363$ МПа і границя міцності $\sigma_B=598$ МПа (див. табл. 17.1).

Діаметр вала з умови міцності на кручення попередньо визначаємо для перерізу, який знаходиться на вихідній ділянці вала, тобто ділянці, яка передає тільки крутний момент. Для такої ділянки $[\tau]=40$ МПа і за формулою (26.9) маємо

$$d \geq \sqrt[3]{16T_2 / \pi[\tau]} = \sqrt[3]{16 \cdot 280 \cdot 10^3 / (3,14 \cdot 40)} = 32,92 \text{ мм.}$$

Конструкцію вала для косозубого зубчастого колеса можна прийняти такою, яка зображена на рис. 26.9, а. Тоді можна прийняти такі діаметри ділянок вала: $d_1=34$ мм; $d_2=38$ мм; $d_3=d_5=40$ мм (ділянки для розташування підшипників кочення); $d_4=42$ мм (ділянка, на якій розташовується зубчасте колесо). Оскільки зубчасте колесо розташовується на валу симетрично відносно опор вала (підшипників), то розміри a і b однакові (див. рис. 26.9, а). Якщо врахувати, що ширина зубчастого колеса $b_2=50$ мм, відстані від торців колеса до корпусу передачі однакові, по 12 мм, а ширина підшипників становить орієнтовно 18 мм, то відстань між опорами вала $a+b=50+2 \cdot 12+18=92$ мм, або $a=b=92/2=46$ мм.

Розміри шпонкового паза в перерізі А-А вала діаметром $d_4=42$ мм такі (див. табл. 18.5): $b_w=12$ мм; $t_1=5$ мм.

3. Перевірка статичної міцності вала.

Розрахункова схема цього вала відповідає тій, що зображена на рис. 26.9, б, де вказані силові фактори, які діють на вал і зображені епюри крутного моменту T і згинальних моментів від сил F_t , F_r і F_a у двох взаємно перпендикулярних площинах.

Радіальні реакції опор 1 і 2 вала від дії прикладених до колеса сил для випадку $a=b=46$ мм:

$$R_{1r}=R_{2r}=R_r/2=1109/2=554,4 \text{ Н;}$$

$$R_{1t}=R_{2t}=R_t/2=2956/2=1478 \text{ Н;}$$

$$R_{1a}=R_{2a}=0,5F_a d/(a+b)=0,5 \cdot 741 \cdot 195,88/(46+46)=789 \text{ Н.}$$

Сумарні радіальні реакції опор вала:

$$R_1 = \sqrt{(R_{1r} + R_{1a})^2 + R_{1t}^2} = \sqrt{(554,5 + 789)^2 + 1478^2} = 1998 \text{ Н;}$$

$$R_2 = \sqrt{(R_{2r} - R_{2a})^2 + R_{2t}^2} = \sqrt{(554,5 - 789)^2 + 1478^2} = 1497 \text{ Н.}$$

Максимальні згинальні моменти від сил F_t , F_r і F_a :

$$M_t=R_{1t}a=1478 \cdot 46=67988 \text{ Н}\cdot\text{мм;}$$

$$M_r=R_{1r}a=554,5 \cdot 46=25507 \text{ Н}\cdot\text{мм;}$$

$$M_a=R_{1a}a=789 \cdot 46=36294 \text{ Н}\cdot\text{мм.}$$

Сумарний максимальний згинальний момент в перерізі А-А вала

$$M_{\max} = \sqrt{(M_r + M_a)^2 + M_t^2} = \sqrt{(25507 + 36294)^2 + 67988^2} = 91879 \text{ Н}\cdot\text{мм.}$$

Номінальні напруження в перерізі А-А:

$$\sigma_{3r} = 32M_{\max} / (\pi d_4^3) = 32 \cdot 91879 / (3,14 \cdot 42^3) = 12,6 \text{ МПа;}$$

$$\sigma_c = 4F_a / (\pi d_4^2) = 4 \cdot 741 / (3,14 \cdot 42^2) = 0,54 \text{ МПа;}$$

$$\tau = 16T / (\pi d_4^3) = 16 \cdot 280 \cdot 10^3 / (3,14 \cdot 42^3) = 19,3 \text{ МПа.}$$

$$\sigma_E = \sqrt{(\sigma_{3r} + \sigma_c)^2 + 4\tau^2} = \sqrt{(12,6 + 0,54)^2 + 19,3^2} = 23,4 \text{ МПа.}$$

Максимальне еквівалентне напруження при короточасних перевантаженнях

$$\sigma_{E\max} = \sigma_E K_{II} = 23,4 \cdot 2 = 46,8 \text{ МПа.}$$

Допустиме еквівалентне напруження

$$[\sigma]_E = 0,8\sigma_B = 0,8 \cdot 363 = 290 \text{ МПа.}$$

Умова статичної міцності вала виконується, оскільки

$$\sigma_{E_{\max}} = 46,8 \text{ МПа} < [\sigma]_E = 290 \text{ МПа.}$$

4. Розрахунок вала на витривалість.

Небезпечними перерізами цього вала є такі: переріз А-А, оскільки в цьому перерізі виникають найбільші напруження і концентратором напружень є шпонковий паз, утворений пальцевою фрезою; переріз Б-Б, де концентратором напружень є галтель (перехід від діаметра $d_1=34$ мм до діаметра $d_2=38$ мм).

а) Визначення коефіцієнта запасу міцності вала в перерізі А-А.

Оскільки в перерізі А-А діють нормальні і дотичні напруження, то спочатку визначаємо s_σ і s_τ , а відтак і загальний коефіцієнт запасу міцності s (див. формули (26.6) і (26.7)).

Границі витривалості матеріалу вала

$$\sigma_{-1} = 0,45\sigma_B = 0,45 \cdot 598 = 269 \text{ МПа}; \quad \tau_{-1} = 0,25\sigma_B = 0,25 \cdot 598 = 150 \text{ МПа.}$$

Амплітуди нормальних і дотичних напружень

$$\sigma_a = M_{\max} / W_{011} = 9179 / 6295 = 14,6 \text{ МПа};$$

$$\tau_a = T / (2W_{p11}) = 280 \cdot 10^3 / (2 \cdot 13569) = 10,4 \text{ МПа.}$$

У даному випадку моменти опору перерізу беремо з урахуванням шпонкового паза (див. рис. 26.9, а):

$$W_{011} = \pi d_4^3 / 32 - b_w t_1 (d_4 - t_1)^2 / (2d_4) = 3,14 \cdot 42^3 / 32 - 12 \cdot 5(42 - 5)^2 / (2 \cdot 42) = 6295 \text{ мм}^3;$$

$$W_{p11} = \pi d_4^3 / 16 - b_w t_1 (d_4 - t_1)^2 / (2d_4) = 3,14 \cdot 42^3 / 16 - 12 \cdot 5(42 - 5)^2 / (2 \cdot 42) = 13569 \text{ мм}^3.$$

Середні значення нормальних і дотичних напружень:

$$\sigma_m = F_d / (\pi d_4^2 / 4 - b_w t_1) = 741 / (3,14 \cdot 42^2 / 4 - 12 \cdot 5) = 0,6 \text{ МПа};$$

$\tau_m = \tau_a = 10,4$ МПа – для нереверсивної передачі.

Ефективні коефіцієнти концентрації напружень від шпонкового паза (див. табл. 26.2): $K_\sigma = 1,76$; $K_\tau = 1,54$.

Коефіцієнти, що характеризують чутливість матеріалу вала до асиметрії циклів напружень:

$$\psi_\sigma = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \sigma_B = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot 598 = 0,14;$$

$$\psi_\tau = 0,5\psi_\sigma = 0,5 \cdot 0,14 = 0,07.$$

Коефіцієнт, що враховує вплив абсолютних розмірів перерізу вала за табл. 26.3 $K_d = 0,80$.

Коефіцієнти запасу міцності за нормальними і дотичними напруженнями:

$$s_\sigma = \sigma_{-1} / (K_\sigma \sigma_a / K_d + \psi_\sigma \sigma_m) = 269 / (1,76 \cdot 14,6 / 0,80 + 0,14 \cdot 0,6) = 8,3;$$

$$s_\tau = \tau_{-1} / (K_\tau \tau_a / K_d + \psi_\tau \tau_m) = 150 / (1,54 \cdot 10,4 / 0,80 + 0,07 \cdot 10,4) = 7,1.$$

Загальний розрахунковий коефіцієнт запасу міцності вала в перерізі А-А

$$s = s_\sigma s_\tau / \sqrt{s_\sigma^2 + s_\tau^2} = 8,3 \cdot 7,1 / \sqrt{8,3^2 + 7,1^2} = 5,4.$$

У перерізі А-А витривалість вала достатня, оскільки

$$s_\sigma = 5,4 > [s] = 1,5 \dots 2,5.$$

б) Визначення коефіцієнта запасу міцності вала в перерізі Б-Б.

У перерізі Б-Б вала діють тільки дотичні напруження, тому $s_\sigma = \infty$, а загальний коефіцієнт запасу міцності $s = s_\tau$. Концентратором напружень тут є галтель. Якщо прийняти радіус галтелі $r=1$ мм, то $r/d_1 = 1/34 = 0,03$, $d_1/d_2 = 38/34 = 1,12$ і за табл. 26.1 маємо $K_\tau = 1,45$.

Амплітуда і середнє дотичне напруження в перерізі Б-Б:

$$\tau_a = \tau_m = 16T / (2\pi d_1^3) = 16 \cdot 280 \cdot 10^3 / (2 \cdot 3,14 \cdot 34^3) = 18,2 \text{ МПа.}$$

Коефіцієнт запасу міцності вала в перерізі Б-Б

$$s = s_\tau = \tau_{-1} / (K_\tau \tau_a / K_d + \psi_\tau \tau_m) = 150 / (1,45 \cdot 18,2 / 0,82 + 0,07 \cdot 18,2) = 4,5.$$

У перерізі Б-Б витривалість вала також достатня.

ГЛАВА 27. ОПОРИ ВАЛІВ ТА ОСЕЙ

Опори валів та осей, що обертаються, називаються підшипниками. Підшипники сприймають радіальні та осьові навантаження, які прикладені до вала чи осі, і зберігають задане постійне розташування геометричної осі обертання деталей. Від якості і надійності підшипників значною мірою залежать роботоздатність і ресурс окремих складових частин машин.

Підшипники за характером взаємодії їхніх деталей поділяють на два види: підшипники ковзання, у яких опорна ділянка вала чи осі ковзає по поверхні підшипника; підшипники кочення, у яких тертя ковзання замінене на тертя кочення завдяки використанню додаткових деталей – кульок або роликів.

27.1. Підшипники ковзання – загальні відомості, конструкції та матеріали їхніх елементів

Підшипники ковзання – це елементи опор валів і осей, поверхня цапфи яких взаємодіє через шар мастила або безпосередньо з нерухомою поверхнею підшипника, яка її охоплює. Нормальна робота підшипників ковзання без систематичного спрацьовування поверхонь цапфи вала і підшипника можлива лише при розділенні цих поверхонь шаром мастила достатньої товщини. Наявність шару мастила між робочими поверхнями може бути забезпечена лише надлишковим тиском, який буває гідродинамічним, що створюється при обертанні цапфи, або гідростатичним, що виникає внаслідок подачі мастила відповідною помпою. Переважно застосовують підшипники з гідродинамічним змащуванням.

Підшипники ковзання у сучасному машинобудуванні не так поширені, як підшипники кочення. Однак за деякими своїми позитивними характеристиками вони у деяких випадках мають переважне, або однакове використання з підшипниками кочення. Підшипники ковзання застосовують у таких випадках:

- а) для опор валів ($\omega > 500$ рад/с), у режимах роботи яких довговічність підшипників кочення досить низька;
- б) для валів та осей, до яких ставляться високі вимоги щодо точності монтажу і забезпечення постійного положення осі обертання;
- в) для валів великого діаметра через відсутність стандартних підшипників кочення;
- г) у випадках, коли підшипники за умовами складання машини повинні бути роз'ємними (наприклад, для опор колінчастих валів);
- д) під час роботи підшипників у воді або агресивному середовищі, де підшипники кочення нероботоздатні;
- е) якщо необхідні малі діаметральні розміри, наприклад для близько розміщених паралельних валів;
- є) для тихохідних валів та осей невідповідальних механізмів, де підшипники ковзання простіші за конструкцією і дешевші, ніж підшипники кочення.

Підшипники ковзання вимагають систематичного нагляду та неперервного змащування, мають більші втрати на тертя при малих швидкостях обертання валів і потребують підвищених пускових моментів під час пуску машини в дію. Крім того, цапфи валів та осей, що працюють у підшипниках ковзання, повинні мати високу якість поверхні для того, щоб запобігти прискореному спрацюванню підшипника та цапфи.

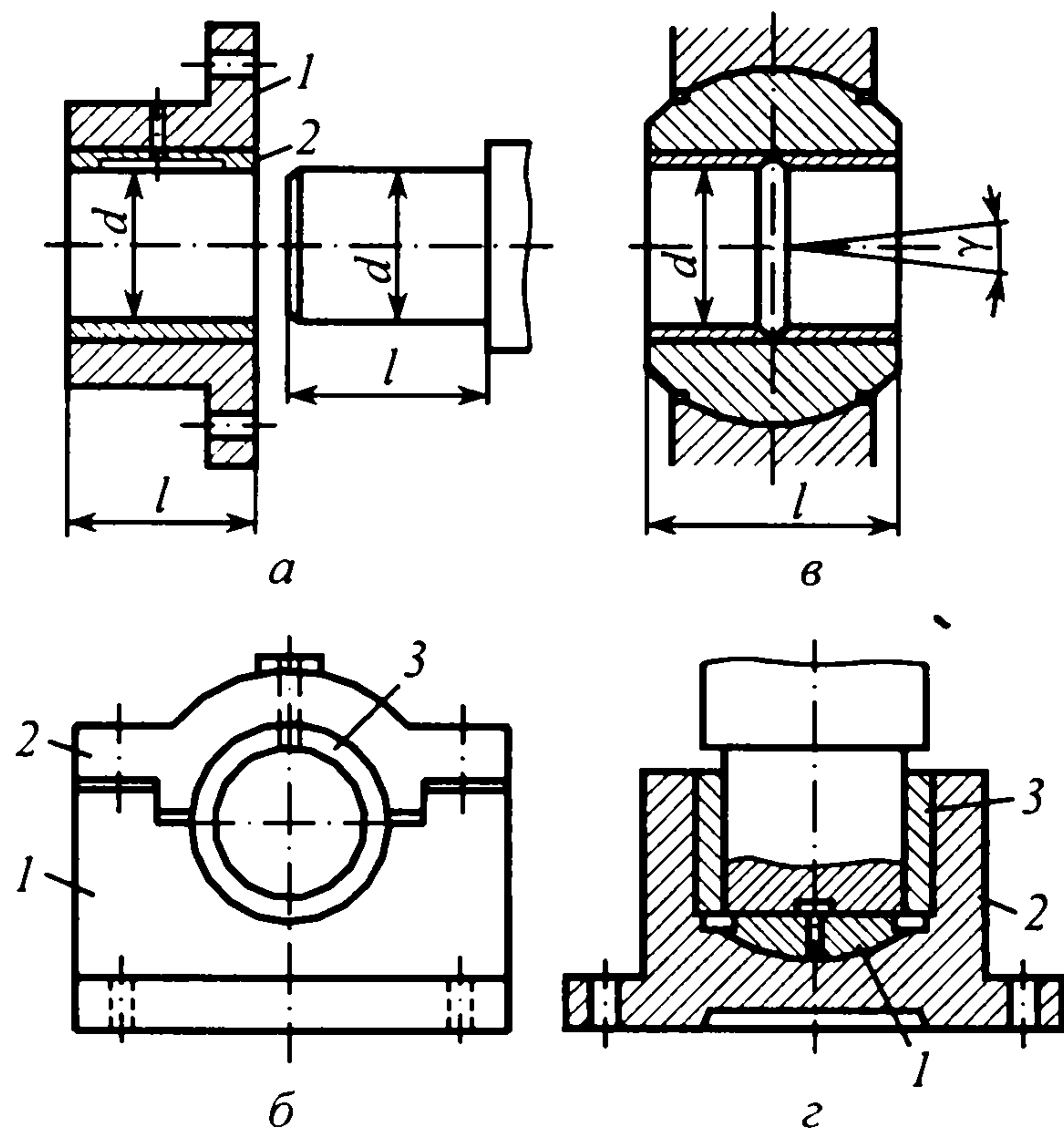


Рис. 27.1. Конструкції підшипників ковзання

Кришка до корпусу кріпиться за допомогою болтів або шпильок. Роз'ємні підшипники зручні при монтажі валів та осей і допускають регулювання зазорів у підшипнику зближенням кришки і корпусу. Тому переважне застосування мають роз'ємні підшипники ковзання.

Для правильної роботи підшипника площина його роз'єму повинна бути виконаною перпендикулярно до напрямку навантаження, яке сприймає підшипник.

Якщо виникають значні прогини валів або неможливо виконати точний монтаж, то використовують самоустановні підшипники ковзання (рис. 27.1, в). Корпус такого підшипника має сферичну опорну поверхню, яка дозволяє самовстановлюватись підшипнику у межах кута $\gamma=7...8^\circ$. Застосування самоустановних підшипників дозволяє забезпечити рівномірне навантаження вкладиша по його довжині.

Розглянуті конструкції підшипників ковзання здатні сприймати тільки радіальне навантаження. Існують також підшипники ковзання, які призначені для сприймання осьового або осьового та радіального навантаження одночасно (рис. 27.1, г). Підшипники ковзання, що сприймають осьове навантаження,

За конструкцією підшипники ковзання бувають дуже різноманітні. У найпростішому вигляді (рис. 27.1, а) підшипник ковзання складається з корпусу 1 та вкладиша 2, який розміщують і фіксують у корпусі. Взаємодія опорної цапфи вала з підшипником відбувається через вкладиш та шар мастила між їхніми поверхнями. Для подачі мастила у корпусі і у вкладиші підшипника передбачається спеціальний отвір. Підшипник ковзання на рис. 27.1, а є жорстким нероз'ємним підшипником.

Приклад конструкції роз'ємного підшипника ковзання показано на рис. 27.1, б. Такий підшипник складається з корпусу 1, кришки 2 та вкладиша 3 (двох половинок циліндричної втулки).

називають підп'ятниками, а елементи валів, що працюють у таких підшипниках, називають п'ятами. На рис. 27.1, з підп'ятник 1 сприймає осьове навантаження з боку вала і повинен бути зафіксованим від обертання у корпусі 2 підшипника. Вкладиш 3 сприймає тільки радіальне навантаження.

Основними розмірами підшипників ковзання (рис. 27.1) є посадочний діаметр підшипника d та його довжина l . Здебільшого підшипники ковзання виготовляють із співвідношенням $l/d=0,5\dots 1$. Вузькі підшипники ($l/d<0,5$) мають низьку вантажність і слабо утримують мастило. Довгі підшипники ($l/d>1$) вимагають підвищеної жорсткості валів та точності їхнього монтажу. Товщина стінки суцільного вкладиша $\Delta=(0,1\dots 0,2)d$.

Найвідповідальнішою деталлю у підшипнику ковзання є вкладиш, який безпосередньо сприймає навантаження. Матеріал вкладишів повинен бути стійким проти спрацювання та заїдання, мати достатню пластичність, щоб, не руйнуючись, сприймати ударні навантаження, а коефіцієнт тертя пари цапфа – вкладиш повинен бути мінімальним. Бажана також висока теплопровідність для кращого відведення теплоти від поверхонь тертя у підшипнику.

За техніко-економічними міркуваннями доцільніше, щоб у парі цапфа – вкладиш більш стійкою проти спрацювання була поверхня цапфи. З цією метою цапфи валів піддають поверхневому гартуванню, яке забезпечує високу твердість робочої поверхні.

Вкладиші виготовляють із різних матеріалів: чавуну, сплавів кольорових металів, спечених матеріалів, графіту та синтетичних матеріалів.

Чавун (сірий і антифрикційний) придатний для вкладишів при невисоких безударних навантаженнях та низьких колових швидкостях. Потрібне припрацювання чавунних вкладишів у неробочих режимах роботи.

До кольорових антифрикційних сплавів належать бронзи, латуні, бабіти, алюмінієві сплави.

Бронзи з вмістом олова БрО10Ф1 та ін. мають високі антифрикційні властивості і їх використовують в умовах високих тисків та швидкостей. При змінних, та ударних навантаженнях високу стійкість має свинцева бронза БрС30, яка використовується у підшипниках двигунів внутрішнього згоряння. Поширені також дешевші безолов'яні бронзи, наприклад БрА9Ж3А.

Латуні ЛКС80-3-3, ЛМцЖ52-4-1 та ін. ефективні при порівняно високих навантаженнях, але низьких колових швидкостях.

Бабіти використовують для нанесення на робочі поверхні чавунних або бронзових вкладишів. Високоолов'яні бабіти, наприклад Б83, використовують при дуже високих швидкостях та тисках. За антифрикційними властивостями бабіт перевершує всі інші сплави, але за механічною міцністю значно поступається чавуну та бронзі. Негативною властивістю бабіту є крихкість та його висока вартість.

З алюмінієвих сплавів найперспективнішими є алюмінієво-олов'яні антифрикційні сплави АО9-2, АО9-1 та ін. Вони мають високу

міцність і здатні працювати протягом значного часу в умовах недостатнього змащування. Ці сплави застосовують у підшипниках потужних двигунів внутрішнього згорання.

Спечені матеріали мають у своїй основі мідний або залізний порошок. Вкладиші, які виготовляють пресуванням та спіканням при високій температурі порошку із добавкою графіту, мають пористу структуру і можуть працювати довший час без подачі мастила за рахунок їхнього попереднього просочування рідким мастилом.

Неметалеві матеріали (гума, тверді породи дерева та пластмаси) широко використовують як підшипникові матеріали, що пов'язано з їхніми високими антифрикційними властивостями в парі із сталевією цапфою вала. Їх важливою перевагою є можливість роботи при змащуванні водою. Серед пластмас для вкладишів підшипників використовують текстоліти, ДШП, поліаміди (капрон, фторопласт-4) та ін. Поліаміди здебільшого наносять тонким шаром на металеві вкладиші і завдяки цьому значною мірою поліпшують умови відведення теплоти. Оскільки пластмаси мають достатню пружність, виготовлені з них вкладиші підшипників можуть сприймати ударні навантаження та дещо компенсувати перекося цапфи вала.

Для змащування підшипників ковзання застосовують рідкі, пластичні та тверді мастильні матеріали.

Основним мастильним матеріалом є рідкі мастила, бо вони рівномірно розподіляються на поверхнях тертя, мають мале внутрішнє тертя і задовільно працюють у широкому діапазоні температур. Переважне застосування знаходять мінеральні мастила, які є продуктом переробки нафти. Рослинні (льняне, рицинове та ін.) і тваринні мастила мають високі мастильні властивості, але вони дорогі і тому використовуються лише у спеціальних випадках.

Важливими властивостями мастил, які визначають їхню мастильну здатність, є в'язкість (при роботі в умовах рідинного тертя) та маслянистість (при роботі без рідинного тертя).

В'язкість – властивість чинити опір при зсуві одного шару рідини щодо іншого.

Маслянистість – здатність мастильного матеріалу до адсорбції, тобто до утворення та утримування на поверхнях тертя деталей тонких плівок.

Із мінеральних мастил широко застосовують *індустріальне, турбінне, авіаційне, циліндрове* та ін.

Як рідке мастило інколи використовують і воду (наприклад, для підшипників гребних гвинтів, водяних pomp і т. д.). В'язкість води низька, а теплоємність у 2,0-2,5 рази більша, ніж мінеральних мастил. Тому теплоутворення у підшипниках, змащуваних водою, незначне, а тепловіддача велика. Істотним недоліком водяного змащування є небезпека корозії, що вимагає використання спеціальних матеріалів для валів.

Пластичні мастила виготовляють згущуванням рідких мінеральних мастил кальцієвими або натрієвими милами. У першому випадку отримують солідоли, а у другому – консталіни. Пластичні мастила добре

герметизують підшипники і допускають підвищені тиски. Порівняно з рідкими мастилами внутрішнє тертя (в'язкість) у них вище. Солідоли використовують при температурах до 60–80 °С. Суттєвою їхньою перевагою є вологостійкість. При підвищених температурах (до 110–120 °С) використовують натрієві мастила: мастило жирове 1–13, консталін жировий, консталін синтетичний. Існують універсальні пластичні мастила, які добре працюють у широкому діапазоні температур; мастило УНІОЛ, наприклад, допускає роботу при 150–160 °С, стійке навіть у киплячій воді.

27.2. Види руйнування та розрахунки підшипників ковзання

Основними видами руйнування підшипників ковзання є абразивне спрацювання та втомне викришування робочих поверхонь вкладишів.

Абразивне спрацювання виникає при недостатній несучій здатності мастильного шару в підшипнику під час усталеного режиму роботи і особливо під час пуску та зупинки машини під навантаженням. Абразивне спрацювання дуже інтенсивне при потраплянні у підшипник разом із мастилом твердих сторонніх частинок, співмірних із товщиною мастильного шару. Заїдання виникає у разі втрати мастильною плівкою своєї захисної здатності при високих місцевих тисках і температурах. Воно проявляється особливо активно при незагартованих цапфах валів і при твердих матеріалах вкладишів. Заїданню сприяють підвищений тиск на кромках вкладишів, дефекти поверхонь тертя, температурні деформації валів.

Втомне руйнування вкладишів спостерігається під час дії на них змінних навантажень. Крихкому руйнуванню піддаються маломіцні антифрикційні матеріали, такі як бабіти та деякі пластмаси.

Основним розрахунком підшипників ковзання у відповідальних конструкціях є розрахунок за умовою забезпечення рідинного тертя, який базується на тому, що мастильний шар повинен сприймати все навантаження. Щоб досягти режиму рідинного тертя, потрібні такі умови:

- а) наявність між поверхнями ковзання зазора клинової форми;
- б) неперервне заповнення зазора мастилом відповідної в'язкості;
- в) швидкість відносного руху поверхонь підшипника повинна бути такою, щоб розвинутий гідродинамічний тиск зрівноважив зовнішнє навантаження.

Підшипники ковзання тихохідних механізмів, машин із частими пусками та зупинками під навантаженням, із ненадійним забезпеченням подачі мастила, в яких виникає граничне тертя, розраховують за умовними критеріями, які базуються на отриманому досвіді конструювання та експлуатації підшипників ковзання.

Нижче зупинимось лише на умовних розрахунках підшипників ковзання, як таких, що виконують для всіх підшипників, незалежно від режимів їхньої роботи.

Умовні розрахунки підшипників ковзання. Ці розрахунки виконують, якщо режим рідинного тертя не може бути забезпеченим. Вони у наближеній формі передбачають запобігання інтенсивному спрацюванню, перегріванню та заїданню у підшипниках. Суть умовних розрахунків полягає в обмеженні

тиску p у підшипнику та в обмеженні параметра pv_s . Відповідно розрахункові умови записують у такому вигляді:

$$p = F/(dl) \leq [p]; \quad (27.1)$$

$$pv_s \leq [pv_s], \quad (27.2)$$

де F – радіальне навантаження на підшипник; d – діаметр цапфи; l – довжина підшипника; $v_s = 0,5\omega d$ – швидкість ковзання або колова швидкість цапфи, що обертається з кутовою швидкістю ω .

При високих швидкостях ковзання і невеликих тисках надійність підшипників ковзання зменшується через підвищення температури. У такому разі обмежують також швидкість ковзання за умовою $v_s \leq [v_s]$.

Таблиця 27.1. Допустимі значення $[p]$, $[v_s]$ та $[pv_s]$ для підшипників ковзання

Матеріал вкладиша підшипника	$[p]$, МПа	$[v_s]$, м/с	$[pv_s]$, МПа·м/с
Чавун:			
АЧС-1	2,5	5	10
АЧС-5	20	1	20
Латунь:			
ЛКС80-3-3	12	2	10
ЛМцЖ52-4-1	4	2	6
Бронза:			
БрС30	25	12	30
БрО10ФІ	15	10	15
БрА9Ж4Л	15	4	12
Бабіт:			
Б83	10—15	50	50—75
Б16	10	30	3
Фторопласт-4	1,5	5	—
Поліамід АК-7	15—20	4	20
Капрон Б	2—2,5	5	20
Текстоліт	5	5—10	25
Гума (при змащуванні водою)	4—10	10—20	—

Допустимі значення тиску $[p]$, швидкості ковзання $[v_s]$ та параметра $[pv_s]$ визначені з досвіду експлуатації підшипників ковзання з різними матеріалами вкладишів. Деякі з них наведені у табл. 27.1.

27.3. Підшипники кочення: загальні відомості, класифікація та конструкції

Підшипники кочення – це елементи опор осей, валів та інших деталей, що працюють на використанні принципу тертя кочення.

Здебільшого підшипник кочення (рис. 27.2) складається із зовнішнього 1 та внутрішнього 3 кілець, тіл кочення 2 і сепаратора 4. Внутрішнім кільцем підшипник розміщують на валу або осі, а зовнішнім – у корпусі опори. Відносне обертання внутрішнього кільця стосовно зовнішнього забезпечується за рахунок тіл кочення між кільцями. Тіла кочення перекочуються по доріжках кочення (бігових доріжках), які передбачені на зовнішньому та внутрішньому кільцях підшипника. Сепаратор розділяє тіла кочення і утримує їх на однаковій відстані.

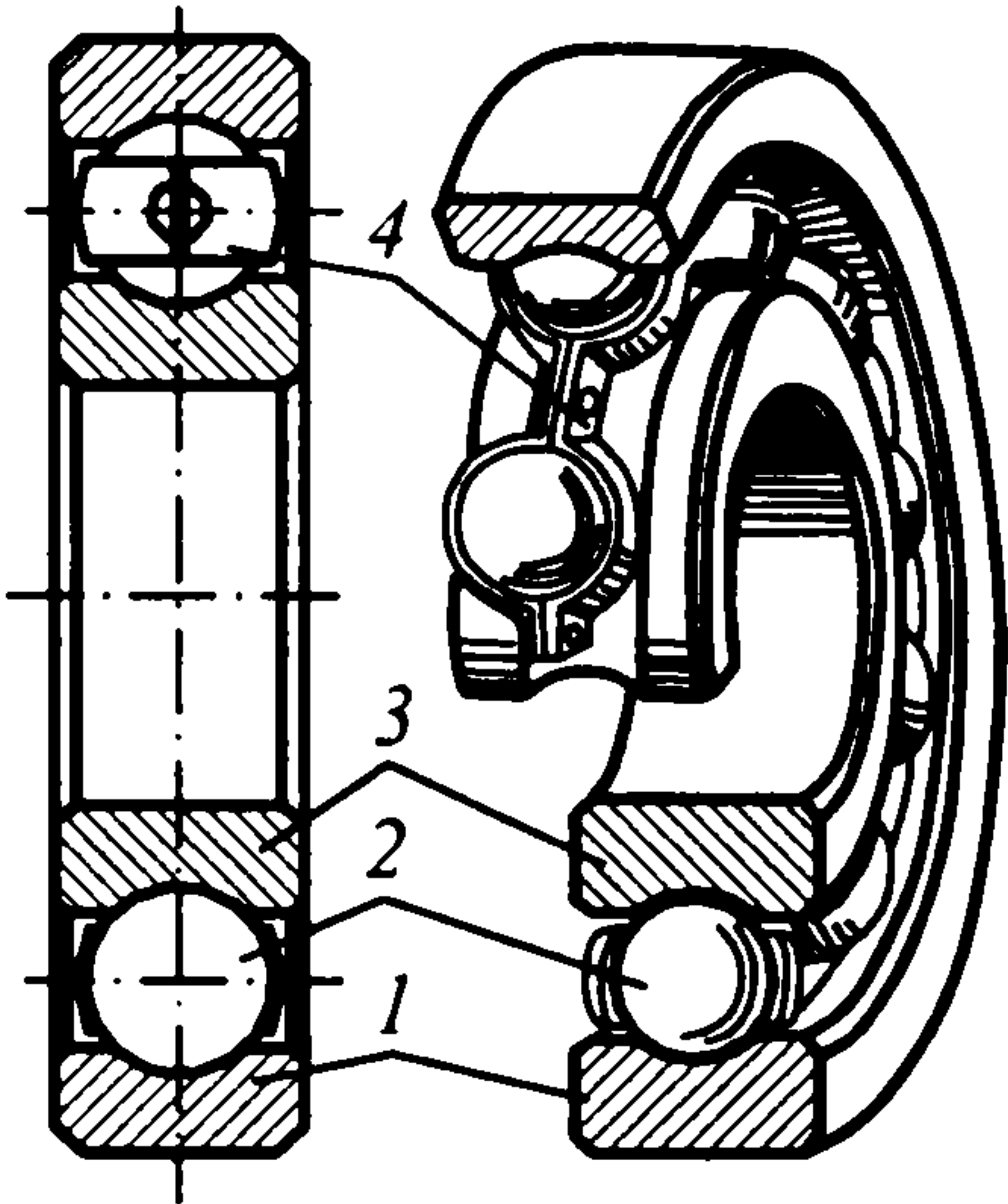


Рис. 27.2. Підшипник кочення

Підшипники кочення належать до групи деталей, які найширше стандартизовані у міжнародному масштабі і централізовано виготовляються на спеціалізованих заводах масовим виробництвом. Останнім часом підшипники кочення є основними видами опор у машинах. Світовий обсяг випуску підшипників кочення вимірюється мільярдами штук на рік. Їх виготовляють близько 20 000 різних типорозмірів у діапазоні зовнішніх діаметрів від 1 мм до 3 м і масою від 0,5 г до 7 т.

Широке використання підшипників кочення для опор різних обертових деталей зумовлене деякими їхніми перевагами порівняно з іншими видами опор. Це такі переваги:

- а) малі втрати на тертя, що забезпечує високий ККД опор (до 0,99);
- б) висока несуча здатність;
- в) малі габаритні розміри в осьовому напрямі;
- г) незначні витрати мастильних матеріалів;
- д) невисокі вимоги до матеріалу та якості поверхонь цапф валів і осей, що розміщуються у підшипниках кочення.

До недоліків підшипників кочення належать такі:

- а) значні діаметральні габаритні розміри, що утруднює застосування їх при малих відстанях між осями валів;
- б) обмежений строк служби, особливо при великих навантаженнях та швидкостях;
- в) низька здатність демпфувати ударні навантаження;
- г) підвищений шум при високих швидкостях обертання.

Класифікація. Підшипники кочення поділяють за такими ознаками:

1. За формою тіл кочення підшипники бувають кулькові та роликові. Основні форми тіл кочення зображені на рис. 27.3, а – ж.

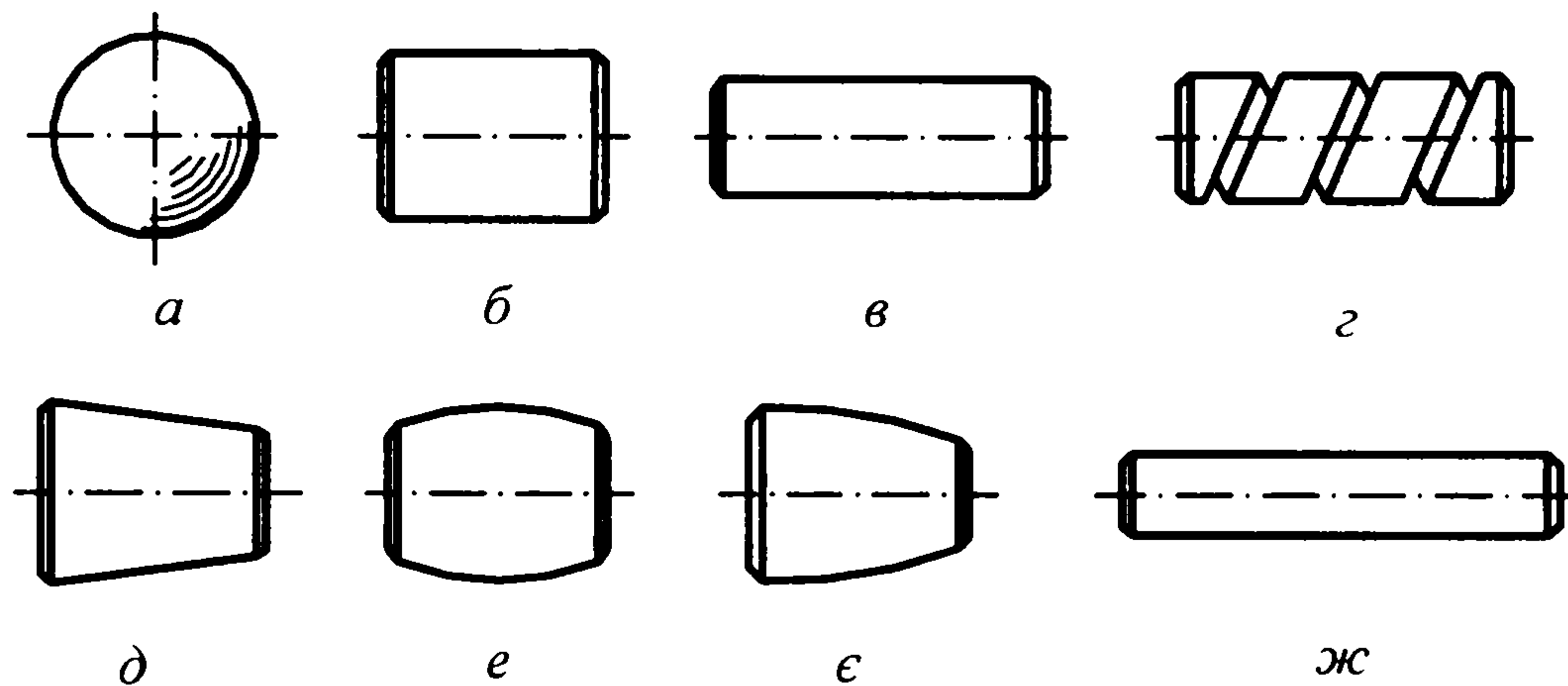


Рис. 27.3. Форми тіл кочення у підшипниках

Роликові підшипники за тією ж ознакою ділять на підшипники: із короткими та довгими роликами (рис. 27.3, б, в); із витими роликами (рис. 27.3, г); із конічними роликами (рис. 27.3, д); із бочкоподібними роликами (рис. 27.3, е, є) і з голчастими роликами (рис. 27.3, ж).

2. За числом рядів тіл кочення – одно-, дво- та чотирирядні.

3. За способом компенсації перекосів вала – несамоустановні та самоустановні сферичні. Самоустановні підшипники допускають перекося кілець до $2-3^\circ$, завдяки чому можуть працювати при збільшених деформаціях валів і при неспіввісному розміщенні отворів під підшипники в окремих опорах вала.

4. За радіальними розмірами підшипники кочення з одним і тим же внутрішнім діаметром d ділять на 5 серій діаметрів (надлегка, особливо легка, легка, середня та важка) і на 4 серії ширин (особливо вузька, вузька, нормальна широка, особливо широка). Співвідношення розмірів підшипників різних серій показано на рис. 27.4 (а – особливо легка серія; б – легка; в – легка широка; г – середня; д – середня широка; е – важка серія).

5. За напрямом сприйманого навантаження підшипники кочення поділяють на радіальні – сприймають тільки радіальне навантаження, яке направлене перпендикулярно до осі обертання (деякі радіальні підшипники,

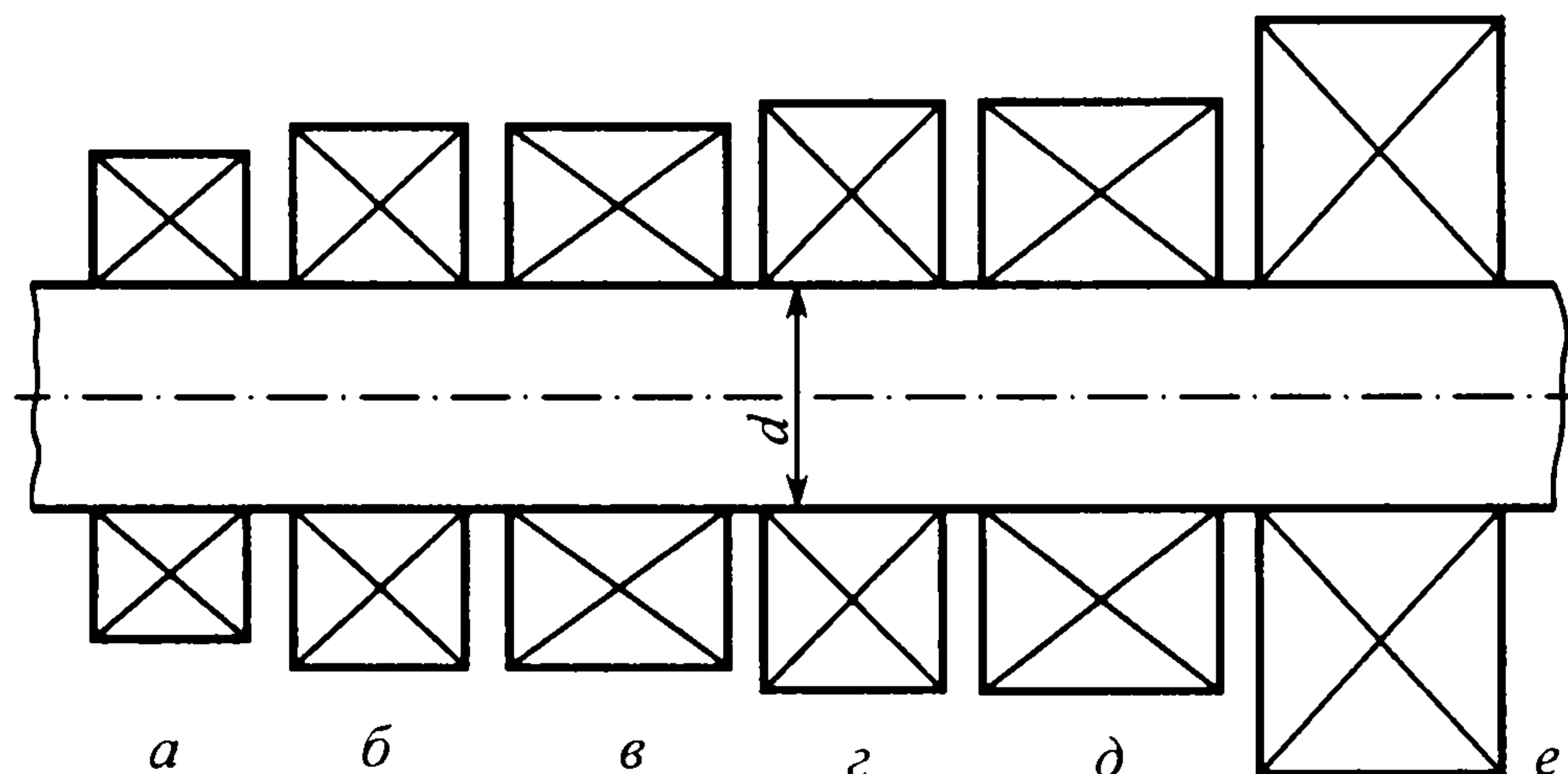


Рис. 27.4. Співвідношення ширини та діаметрів підшипників кочення

наприклад кулькові, можуть сприймати певні осьові навантаження); упорні – сприймають тільки осьове навантаження; радіально-упорні – здатні сприймати радіальне та осьове навантаження; упорно-радіальні – сприймають значне осьове і незначне радіальне навантаження.

Конструкції деяких основних типів підшипників кочення наведено на рис. 27.5. Кулькові підшипники звичайні радіальні (рис. 27.5, а) і радіально-упорні (рис. 27.5, в) ліпше працюють при підвищених швидкостях

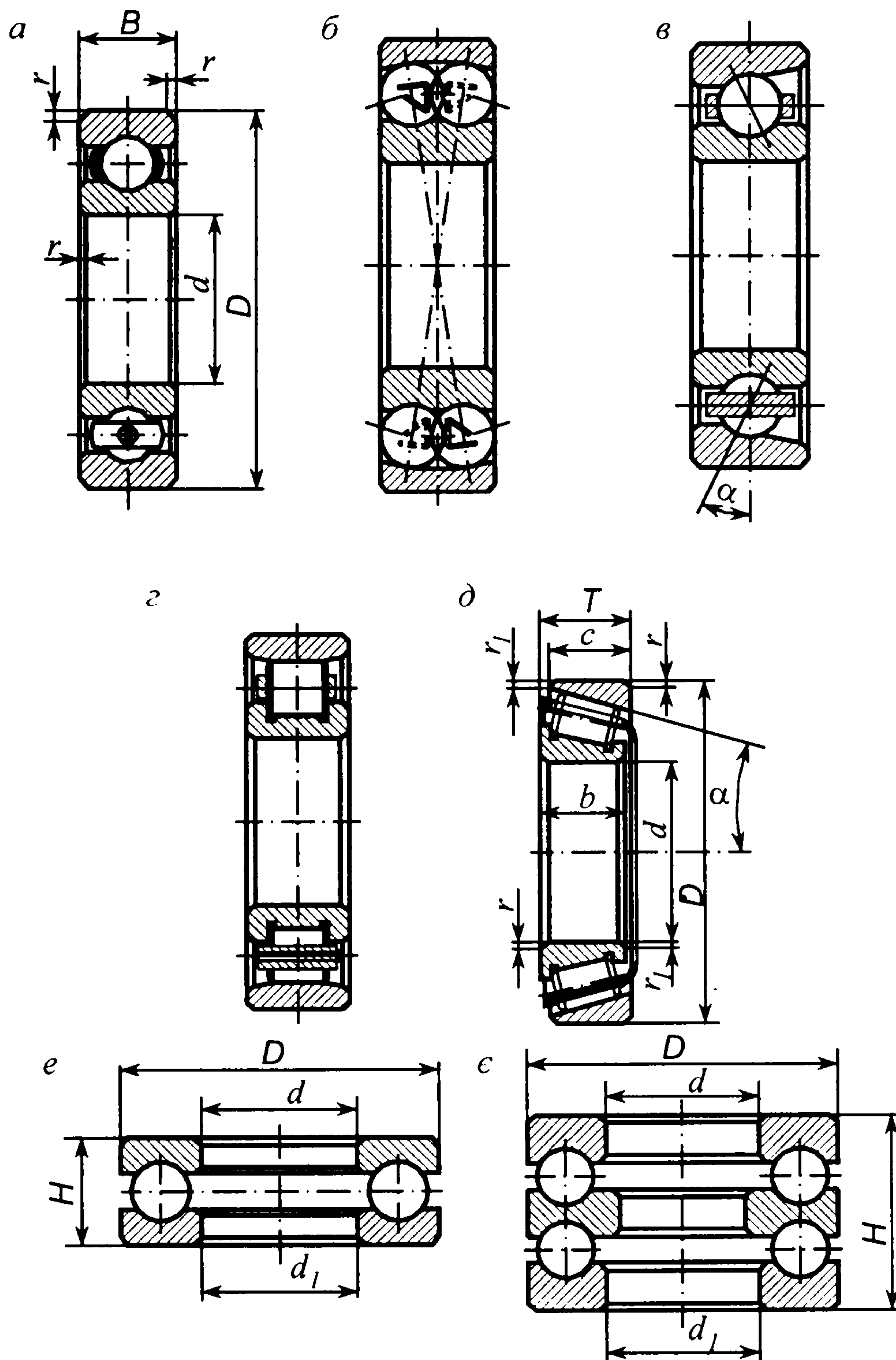


Рис. 27.5. Основні типи підшипників кочення

обертання і менш чутливі до перекосів. Дворядний сферичний кульковий підшипник зображений на рис. 27.5, б. Роликові підшипники радіальні (рис. 27.5, г) та радіально-упорні конічні (рис. 27.5, д) мають вищу вантажність (приблизно на 70–90%) порівняно з кульковими, але вимагають жорстких валів і корпусів, оскільки не допускають перекосів. Упорні кулькові підшипники однорядні (рис. 27.5, е) та подвійні (рис. 27.5, є) мають кільця з біговими доріжками на торцях. Для характерних типів підшипників на рис. 27.5 показані їхні основні розміри: внутрішній діаметр d , зовнішній діаметр D , ширина підшипника $B(T)$, а для упорних підшипників висота H . В радіально-упорних підшипниках α – кут контактну тіл кочення.

Умовні позначення. Усі підшипники кочення мають умовне позначення, яке складається з ряду цифр. Дві перші цифри, рахуючи справа, означають умовно внутрішній діаметр підшипників, до того ж для всіх підшипників із внутрішнім діаметром 20 мм і більше ці дві цифри означають частку від ділення діаметра (в міліметрах) на 5. Для підшипників із внутрішнім діаметром до 9 мм перша цифра праворуч показує фактичний розмір внутрішнього діаметра, мм. Внутрішні діаметри 10; 12; 15 і 17 мм позначають двома цифрами 00; 01; 02 і 03 відповідно.

Третя цифра праворуч разом із сьомою свідчать про серію підшипників всіх діаметрів ($d \geq 10$ мм); основна з особливо легких серій позначається цифрою 1, легка – 2, середня – 3, важка – 4, легка широка – 5, середня широка – 6 і т. д.

Четверта цифра праворуч показує на тип підшипника: 0 – радіальний кульковий однорядний; 1 – радіальний кульковий дворядний сферичний; 2 – радіальний із короткими циліндричними роликами; 3 – радіальний роликовий дворядний сферичний; 4 – роликовий із довгими циліндричними роликами або голчастий; 5 – роликовий із витими роликами; 6 – радіально-упорний кульковий; 7 – роликовий конічний; 8 – упорний кульковий; 9 – упорний роликовий.

П'ята та шоста цифри праворуч, що вводяться не для всіх підшипників, характеризують їхні конструктивні особливості.

Цифри 6, 5, 4 і 2, що стоять через знак "тире" перед умовним позначенням підшипника, означають його клас точності (2 – найвищий клас точності). Нормальний клас точності позначається цифрою 0, яку не показують.

Приклади позначення підшипників: 318 – внутрішній діаметр $d = 18 \cdot 5 = 90$ мм; 3 – середня серія; 0 – радіальний кульковий однорядний підшипник (нулі перед значущими цифрами спереду позначення не записуються); 7216 – внутрішній діаметр 80 мм, легка серія, підшипник роликовий конічний.

Основні параметри стандартних підшипників – розміри, маса, вантажність (статична і динамічна), гранична швидкість обертання – наводяться у спеціальних каталогах підшипників кочення.

Матеріали деталей і точність підшипників кочення. Основний матеріал для кілець та тіл кочення підшипників – це підшипникові високовуглецеві хромисті сталі ШХ9, ШХ15 і ШХ15ГС. Твердість після

відповідної термообробки кілець і роликів становить 60... 65 HRC, а кульок – 62...66 HRC.

Сепаратори здебільшого виготовляють із м'якої вуглецевої сталі методом штампування; для високошвидкісних підшипників використовують масивні сепаратори з антифрикційних бронз, латуні, алюмінієвих сплавів або пластмас (текстоліту, поліаміду).

Підшипники кочення поділяють на п'ять класів точності, які позначаються цифрами (у порядку підвищення точності): 0, 6, 5, 4 і 2. Точність підшипників кочення в основному характеризується: а) точністю основних розмірів (внутрішнього і зовнішнього діаметрів підшипника та ширини кілець); б) точністю форми взаємного розміщення поверхонь кілець; в) точністю обертання.

Із підвищенням класу точності вартість підшипника кочення значно зростає. Підшипник класу точності 2 приблизно у 10 разів дорожчий, ніж підшипник нормальної точності класу 0. Для більшості валів та осей загального призначення використовують підшипники нормальної точності класу 0, а підшипники більш високих класів точності – для валів, що вимагають точного обертання згідно з призначенням машини.

27.4. Конструкції опор валів з підшипниками кочення та вимоги до них

Конструкції опор валів з підшипниками кочення бувають дуже різноманітні. Вони залежать від величини і напрямку сприйманого навантаження, типу підшипників, податливості валів і корпусів опор, способів змащування, ущільнення підшипникових вузлів, тощо. На рис. 27.6 наведені деякі конструкції опор валів з радіальними і радіально-упорними підшипниками.

Вибір типу підшипників. Тип підшипників в опорах валів залежить від напрямку їхнього навантаження. Якщо підшипники навантажуються радіальними силами (перпендикулярно до осі вала), то застосовують радіальні підшипники (рис. 27.6, а), а у випадку одночасного навантаження радіальними та осьовими силами необхідно використовувати радіально-упорні підшипники (рис. 27.6, б, в). Перевага в обох випадках надається кульковим підшипникам. Треба мати на увазі, що радіальні кулькові підшипники здатні сприймати незначні осьові навантаження порівняно з їхнім радіальним навантаженням.

Кріплення підшипників на валу і в корпусі. Кріплення радіальних підшипників на валу і в корпусі у двох опорах вала переважно здійснюють так, як показано на рис. 27.6, а. Таке кріплення застосовують у випадках, коли відстань між підшипниками $l > 8d$, де d – діаметр вала під підшипниками. Якщо відстань між підшипниками менша, ніж $8d$, можна застосовувати схему кріплення за рис. 27.6, б з використанням кулькових радіальних підшипників.

Радіально-упорні підшипники, кулькові чи конічні роликові встановлюють і закріплюють на валу і в корпусі так, як показано на рис. 27.6, б, в, але за умови, що відстань між підшипниками не перевищує $10d$.

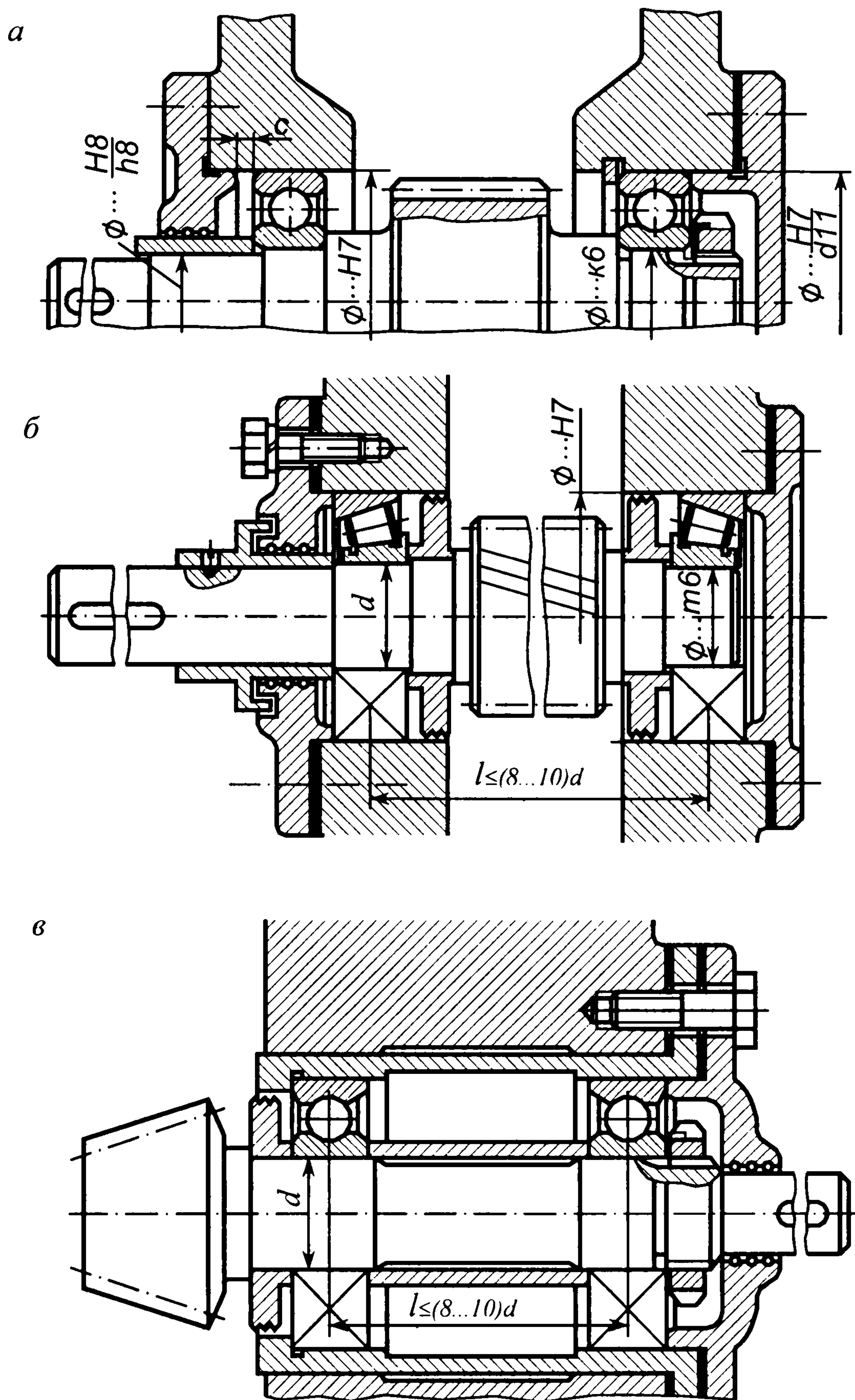


Рис. 27.6. Характерні конструкції опор валів з підшипниками кочення

Регулювання підшипників та їхні посадки. Підшипники кочення, які встановлюються за схемою на рис. 27.6, *а*, не вимагають регулювання, а радіально-упорні за схемою установки на рис. 27.6, *б*, *в* вимагають регулювання, щоб запобігти появі осьових зміщень вала. Таке регулювання здійснюється боковими кришками підшипникових вузлів шляхом зміни товщини прокладок під ними.

Посадки підшипників кочення в корпусі опор і на валу можна здійснювати такими, які вказані на рис. 27.6.

Змащування та ущільнення підшипників. Змащування підшипників потрібне для зменшення тертя між тілами кочення, кільцями і сепаратором, а також для захисту від корозії і герметизації підшипникових вузлів. Практичне застосування для змащування підшипників кочення мають рідкі мінеральні та пластичні мастила.

Якщо підшипники змащуються рідким мастилом, що знаходиться, наприклад, в корпусі зубчастої передачі, то підшипникові вузли повинні бути відкритими з внутрішньої сторони для попадання в них мастила за рахунок його розбризкування зубчастими колесами. Такий варіант зображено на рис. 27.6, *а*.

Пластичні мастила застосовують тоді, коли неможливо або затруднено використання рідких мастил. В цьому випадку пластичні мастила закладають у підшипникові гнізда на 0,3 – 0,6 їхнього вільного об'єму і періодично поновлюють. Для того, щоб запобігти випаданню пластичного мастила з підшипникових гнізд, останні повинні бути закритими з обох боків відповідними шайбами чи кільцями (див. рис. 27.6, *б*, *в*).

Щоб захистити підшипники кочення від забруднення та запобігти витіканню з них мастила, слід застосовувати в опорах валів ущільнювальні пристрої: контактні (манжетні та сальникові), щілинні (на рис. 27.6, *а*, *в* виконані в бокових кришках), лабіринтні та комбіновані (рис. 27.6, *б*). У щілинних та лабіринтних ущільненнях вузькі щілини заповнюють пластичним мастилом, чим досягається їхня захисна властивість.

27.5. Підбір підшипників кочення за статичною та динамічною вантажністю

Види руйнувань і критерії розрахунку підшипників кочення. Підшипники кочення втрачають свою робоздатність внаслідок руйнування їхніх деталей, яке проявляється в різних формах.

Втомне викришування робочих поверхонь відбувається внаслідок дії циклічно змінних контактних напружень на бігових доріжках кілець і спостерігається у підшипників які довгочасно працюють у нормальних умовах. Здебільшого викришування починається на доріжках кочення найбільш напружених кілець: у більшості підшипників – на внутрішніх, а у сферичних – на зовнішніх кільцях.

Спрацьовування кілець та тіл кочення спостерігається при недостатньому захисті підшипників від впливу зовнішнього абразивного

середовища. Спрацьовування підшипників можна зменшити, забезпечивши достатнє змащування та використовуючи надійні конструкції ущільнень.

Руйнування кілець підшипника та тіл кочення пов'язане з ударними перевантаженнями, неправильним монтажем опори, який може спричинити перекося кілець і заклинювання підшипника. При нормальній експлуатації руйнування кілець підшипників не спостерігається.

Руйнування сепараторів – результат дії відцентрових сил та навантаження сепаратора з боку тіл кочення.

Залишкові деформації на бігових доріжках кілець виникають внаслідок динамічних та ударних навантажень у формі місцевих ямок та вм'ятин. Спостерігаються у важко навантажених тихохідних підшипниках, а також у підшипниках, кільця яких при роботі повертаються на невеликий кут.

На сучасному етапі розрахунок підшипників кочення виконують тільки за двома критеріями – за умовою запобігання появі залишкових деформацій (розрахунок на статичну вантажність) і за умовою запобігання появі ознак втомного руйнування робочих поверхонь протягом розрахункового строку служби (розрахунок на динамічну вантажність). Розрахунки за іншими критеріями не розроблені, оскільки ці критерії пов'язані з випадковими факторами, які неможливо оцінити на практиці.

Через обмежене число типів та розмірів стандартних підшипників кочення експериментально встановлені для кожного підшипника статична та динамічна вантажності, які наводяться у каталогах. Методика підбору підшипників кочення стандартизована.

Згідно з ГОСТ 18854-82 і ГОСТ 18855-82 розрізняють підбір підшипників за статичною і динамічною вантажностями.

Підбір підшипників за статичною вантажністю. Підшипники кочення вважають статично навантаженими тоді, коли кутова швидкість рухомого кільця підшипника не перевищує 0,1 рад/с (або частота обертання не більша за 1 хв⁻¹). Підбір таких підшипників здійснюється за умовою

$$R_0 \leq C_0, \quad (27.3)$$

де R_0 – розрахункове статичне навантаження на підшипник; C_0 – базова статична вантажність (наводиться у каталогах для кожного типорозміру підшипників).

Базова статична вантажність – це таке статичне навантаження на підшипник (радіальне – для радіальних і радіально-упорних підшипників; центральне осьове – для упорних і упорно-радіальних підшипників), якому відповідає загальна залишкова деформація тіл кочення і кілець у найбільш навантаженій точці їхнього контакту, що дорівнює 0,0001 діаметра тіла кочення.

Розрахункове статичне навантаження на підшипник визначають за формулою

$$R_0 = X_0 R_r + Y_0 R_a, \quad (27.4)$$

де R_r , R_a – радіальне та осьове навантаження на підшипник відповідно, Н; X_0 , Y_0 – коефіцієнти радіального та осьового статичного навантаження

відповідно (наведені у табл. 27.2 і у каталогах підшипників). Якщо у розрахунках виявиться, що $R_0 < R_r$, то треба брати $R_0 = R_r$.

Якщо умова (27.3) для вибраного за діаметром цапфи вала підшипника не виконується, то слід орієнтуватись на підшипники більш важких серій. При незадовільному результаті і в цьому розглянутому випадку треба збільшити діаметр цапфи вала чи осі і відповідно вибрати підшипник більшого діаметра.

Підбір підшипників за динамічною вантажністю. Динамічно навантаженими вважають такі підшипники, у яких рухоме кільце обертається зі швидкістю $\omega > 0,1$ рад/с, до того ж при $0,1 < \omega < 1$ рад/с у розрахунках беруть $\omega = 1$ рад/с. Динамічно навантажені підшипники підбирають за фактичною їхньою довговічністю в заданих умовах експлуатації, якщо відсутні прояви втомного руйнування.

Базова динамічна вантажність – це постійне радіальне навантаження (а для упорних і упорно-радіальних підшипників осьове навантаження), яке підшипник може умовно сприймати протягом одного мільйона обертів при ймовірності безвідмовної роботи 90 % (без ознак втомного руйнування деталей).

На основі результатів багатьох експериментальних досліджень була встановлена залежність між навантаженням на підшипник та його строком служби (ресурсом):

$$L = a_1 a_{23} (C_r / R)^p. \quad (27.5)$$

Тут L – строк служби підшипника до появи ознак втоми, млн об; a_1 і a_{23} – коефіцієнти; C_r – базова динамічна вантажність; R – розрахункове еквівалентне навантаження на підшипник; p – показник степеня, який згідно з результатами експериментів для кулькових підшипників дорівнює 3, а для роликових підшипників – 10/3.

Базова динамічна вантажність C_r для всіх типорозмірів підшипників кочення наводиться в каталогах. Отже, підбір підшипників кочення за динамічною вантажністю фактично зводиться до визначення їхнього строку служби в конкретних умовах роботи.

Якщо відома кутова швидкість ω , рад/с, рухомого кільця підшипника, то за добутих із формули (27.5) значенням L строк служби L_h , год, можна визначити за співвідношенням

$$L_h = 10^6 \pi L / (1800 \omega) = 1745 L / \omega. \quad (27.6)$$

Потрібний ресурс підшипників L_h визначається строком служби машини між капітальними ремонтами. В загальному машинобудуванні беруть $L_h = (3000 \dots 50000)$ год.

Стандарти запроваджують ресурс підшипників: $L_h = 10000$ год для зубчастих редукторів; $L_h = 5000$ год для черв'ячних редукторів.

Коефіцієнти a_1 і a_{23} у формулі (27.5) уведені за рекомендацією ISO. Коефіцієнт a_1 враховується в разі потреби мати підшипники підвищеної надійності: $a_1 = 1$ при 90 %-й надійності; $a_1 = 0,62$ при 95 %-й; $a_1 = 0,44$ при 97 %-й; $a_1 = 0,33$ при 98 %-й. Коефіцієнт a_{23} враховує якість матеріалу деталей підшипника та умови експлуатації. Для звичайних умов роботи серійних підшипників: кулькових, крім сферичних, $a_{23} = 0,7 \dots 0,8$; кулькових

сферичних і роликів із циліндричними роликами $a_{23}=0,5\dots0,6$; роликів конічних $a_{23}=0,6\dots0,7$.

Якщо ресурс підшипників, що розрахований за базовою динамічною вантажністю, незадовільний, то слід підібрати підшипник більшого типорозміру.

27.6. Розрахункове еквівалентне навантаження на підшипники кочення

Розрахунковим еквівалентним навантаженням R для радіальних та радіально-упорних підшипників називається така постійна радіальна сила, яка при її дії на підшипник (зовнішнє кільце нерухоме, а внутрішнє обертається) забезпечує ресурс, що даний підшипник буде мати при дійсних умовах навантаження і обертання. Для упорних та упорно-радіальних підшипників – це постійна центральна осьова сила при обертанні кільця, закріпленого на валу, і нерухомому кільці у корпусі.

Розрахункове еквівалентне навантаження на радіальні кулькові та радіально-упорні кулькові і роликів підшипники знаходять за залежністю

$$R=(XVR_r+YR_a)K_6K_T. \quad (27.7)$$

В інших частинних випадках розрахункове еквівалентне навантаження знаходять за простішими формулами:

для радіальних кулькових та роликів підшипників, не навантажених осьовою силою ($R_a=0$ і $X=1$),

$$R=VR_rK_6K_T, \quad (27.8)$$

для упорних кулькових та роликів підшипників ($R_r=0$; $V=1$)

$$R=R_aK_6K_T. \quad (27.9)$$

У формулах (27.7)...(27.9) взяті такі позначення: R_r , R_a – радіальне та осьове зовнішні навантаження на підшипник відповідно; X і Y – коефіцієнти радіального та осьового навантаження відповідно; V – коефіцієнт обертання ($V=1$ – якщо відносно вектора навантаження внутрішнє кільце обертається і $V=1,2$ – якщо не обертається); K_6 – коефіцієнт безпеки ($K_6=1$ – при спокійному навантаженні; $K_6=1,2$ – при легких поштовхах і короткочасних перевантаженнях до 125 %; $K_6=1,5$ – при помірних поштовхах і перевантаженнях до 150 %; $K_6=2$ – при значних поштовхах та вібраціях і перевантаженнях до 200 %; $K_6=3$ – при ударному навантаженні та перевантаженнях до 300 %); K_T – температурний коефіцієнт (якщо робоча температура опори $t \leq 100$ °С, то $K_T=1$; якщо $t=125$ °С, то $K_T=1,05$; якщо $t=150$ °С, то $K_T=1,1$).

Значення коефіцієнтів X і Y вибирають на основі порівняння відношення R_a/VR_r і параметра осьового навантаження e (табл. 27.2). Це пов'язано з тим, що через наявність радіального зазора в підшипнику за відсутності осьового навантаження має місце підвищена нерівномірність навантаження тіл кочення. Зі збільшенням осьового навантаження при

27.7. Приклади розрахунків ресурсу підшипників кочення

Задача 27.1. Визначити розрахунковий ресурс радіальних кулькових підшипників для вала, зображеного на рис. 27.6, а за такими даними: вал встановлений на підшипниках 208; підшипники лівої і правої опор вала навантажені радіальною силою $R_r=R_{1r}=R_{2r}=2850$ Н; кутова швидкість вала $\omega=100$ рад/с; навантаження на підшипник з легкими поштовхами і короткочасними перевантаженнями до 125%; робоча температура підшипників $t<100$ °С.

Розв'язання. Згідно з каталогом підшипників для підшипника 208 маємо: $d=40$ мм; $D=80$ мм; $B=18$ мм; базова динамічна вантажність $C_r=25600$ Н; гранична частота обертання $n_{гр}=8000$ об/хв.

Для заданих умов роботи підшипників (див. п.п. 27.5 і 27.6): коефіцієнт безпеки $K_6=1,2$; температурний коефіцієнт $K_t=1$; коефіцієнт $a_1=1$ при 90%-й надійності підшипників і коефіцієнт $a_{23}=0,65$ при звичайних розрахункових умовах експлуатації.

Еквівалентне динамічне навантаження підшипників за формулою (27.8)

$$R=VR_rK_6K_t=1\cdot 2850\cdot 1,2\cdot 1=3420 \text{ Н.}$$

Тут $V=1$, оскільки у підшипнику обертається внутрішнє кільце.

Розрахунковий ресурс підшипників за формулою (27.5)

$$L=a_1a_{23}(C_r/R)^p=1\cdot 0,65(25600/3420)^3=370 \text{ млн. обертів.}$$

Розрахунковий ресурс підшипників в годинах за формулою (27.6)

$$L_h=1745L/\omega=1745\cdot 370/100=6456 \text{ год.}$$

Задача 27.2. Визначити розрахунковий ресурс роликових конічних підшипників для вала, зображеного на рис. 27.6, б за такими даними: вал встановлений на підшипниках 7208; підшипник лівої опори 1 навантажений радіальною силою $R_{1r}=3850$ Н, а правої опори 2 – радіальною силою $R_{2r}=4240$ Н; осьова сила, що діє на вал зліва направо, $F_a=1480$ Н; кутова швидкість вала $\omega=75$ рад/с; навантаження на підшипники з легкими поштовхами і короткочасними перевантаженнями до 125%; робоча температура підшипників $t<100$ °С.

Розв'язання. Згідно з каталогом підшипників для підшипника 7208 маємо: $d_1=40$ мм; $D=80$ мм; $B=20$ мм; $T=19,75$ мм; $\alpha=14^\circ$; $n_{гр}=6300$ об/хв; базова динамічна вантажність $C_r=42400$ Н; базова статична вантажність $C_0=32700$ Н; параметр $e=0,38$.

Для заданих умов роботи підшипників (див. п.п. 27.5 і 27.6): коефіцієнт безпеки $K_6=1,2$; температурний коефіцієнт $K_t=1$; коефіцієнт $a_1=1$ при 90%-й надійності підшипників і коефіцієнт $a_{23}=0,65$ при звичайних розрахункових умовах експлуатації.

Осьові складові, що виникають у підшипниках 1 і 2 при їхньому радіальному навантаженні (див. п. 27.6):

$$F_{s1}=0,83eR_{1r}=0,83\cdot 0,38\cdot 3850=1214 \text{ Н;}$$

$$F_{s2}=0,83eR_{2r}=0,83\cdot 0,38\cdot 4240=1337 \text{ Н.}$$

Для заданої схеми встановлення підшипників і напряму осьової сили F_a повинні виконуватись умови:

$$R_{a1}\geq F_{s1}; \quad R_{a2}\geq F_{s2}; \quad F_a+R_{a1}-R_{a2}=0.$$

Прийmemo $R_{a1}=F_{s1}=1214$ Н, тоді $R_{a2}=F_a+R_{a1}=1480+1214=2694$ Н. Оскільки $R_{a2}=2694$ Н $>$ $F_{s2}=1337$ Н, то записані умови виконуються.

Коефіцієнти X і Y для підшипників 1 і 2 (табл. 27.2):

$$\frac{R_{a1}}{VR_{1r}}=\frac{1214}{3850}=0,31<e=0,38, \text{ тоді } X_1=1; Y_1=0;$$

$$\frac{R_{a2}}{VR_{2r}}=\frac{2694}{4240}=0,63>e=0,38, \text{ тоді } X_2=0,40; Y_2=0,4\text{ctg}\alpha=0,4\text{ctg } 14^\circ=1,6.$$

Еквівалентне динамічне навантаження підшипників 1 і 2 за формулою (27.7):

$$R_1=(X_1VR_{1r}+Y_1R_{a1})K_6K_t=(1\cdot 1\cdot 3850+0)\cdot 1,2\cdot 1=4620 \text{ Н;}$$

$$R_2=(X_2VR_{2r}+Y_2R_{a2})K_6K_t=(0,40\cdot 4240+1,6\cdot 2694)\cdot 1,2\cdot 1=7207 \text{ Н.}$$

постійному радіальному відбувається зменшення зазора, і навантаження на тіла кочення розподіляється рівномірніше. Для деякого значення $R_d/(VR_r)$ це компенсує в однорядних підшипниках збільшення загального навантаження на підшипник із ростом осьової сили R_a . Тому значення X і Y різні при $R_d/(VR_r) \leq e$ і $R_d/(VR_r) > e$. В однорядних підшипниках при $R_d/(VR_r) \leq e$ розрахунок ведеться на дію як би одного радіального навантаження, тобто беруть $X = 1$ і $Y = 0$.

Параметр осьового навантаження e для кулькових (радіальних і радіально-упорних типу 36000) підшипників вибирають залежно від відношення R_d/C_0 (табл. 27.2 і каталоги підшипників). Для інших типів підшипників параметр e безпосередньо беруть у каталозі.

Осьові навантаження R_a на радіальні кулькові підшипники має дорівнювати зовнішнім осьовим силам F_a , що діють на вал.

Осьові навантаження R_a на радіально-упорні підшипники визначають за зовнішньою осьовою силою F_a , що діє на вал, і осьовими складовими F_{s1} та F_{s2} що виникають у двох опорах вала при радіальному навантаженні їх.

Осьову складову силу F_s що виникає при радіальному навантаженні радіально-упорного підшипника, знаходять із залежностей: $F_s = eR_r$ – для кулькових підшипників; $F_s = 0,83eR_r$ – для роликів конічних підшипників.

Розрахункові осьові навантаження R_{a1} і R_{a2} на радіально-упорні підшипники двох опор вала визначають залежно від схеми розміщення радіально-упорних підшипників та напряму зовнішньої осьової сили F_a . Завжди для двох радіально-упорних підшипників опор вала повинні зберігатись умови $R_{a1} \geq F_{s1}$; $R_{a2} \geq F_{s2}$. З урахуванням цих умов та умови рівноваги вала $F_a - R_{a1} + R_{a2} = 0$ знаходять розрахункові осьові навантаження R_{a1} та R_{a2} .

Таблиця 27.2. Коефіцієнти радіального $X(X_0)$ і осьового $Y(Y_0)$ навантажень на підшипники

Типи підшипників	Кут контакту $\alpha, ^\circ$	Параметр осьового навантаження e	$R_d/(VR_r) \leq e$		$R_d/(VR_r) > e$		X_0	Y_0
			X	Y	X	Y		
Радіальні кулькові тип 0000	0	$0,518(F_d/C_0)^{0,24} \geq 0,19$	1	0	0,56	0,44/e	0,6	0,5
Радіально-упорні кулькові тип 36000 тип 46000 тип 66000	12°	$0,631(F_d/C_0)^{0,24} \geq 0,3$	1	0	0,45	0,55/e	0,5	0,46
	26°	0,68	1	0	0,41	0,87	0,5	0,37
	36°	0,95	1	0	0,37	0,66	0,5	0,28
Радіально-упорні роликів тип 7000 тип 27000	$9 \dots 17^\circ$	$1,5 \operatorname{tg} \alpha$	1	0	0,40	$0,4 \operatorname{ctg} \alpha$	0,5	$0,22 \operatorname{ctg} \alpha$
	$25 \dots 29^\circ$	$1,5 \operatorname{tg} \alpha$	1	0	0,40	$0,4 \operatorname{tg} \alpha$	0,5	$0,55 \operatorname{tg} \alpha$

Розрахунковий ресурс підшипників за формулою (27.5):

$$L_1 = a_1 a_{23} (C/R_1)^p = 1 \cdot 0,65 (42400/4620)^{10/3} = 1044 \text{ млн. обертів};$$

$$L_2 = a_1 a_{23} (C/R_2)^p = 1 \cdot 0,65 (42400/7207)^{10/3} = 237 \text{ млн. обертів}.$$

Розрахункова довговічність підшипників в годинах за формулою (27.6):

$$L_{h1} = 1745 L_1 / \omega = 1745 \cdot 1044 / 75 = 17170 \text{ год};$$

$$L_{h2} = 1745 L_2 / \omega = 1745 \cdot 237 / 75 = 5677 \text{ год}.$$

ГЛАВА 28. ЕЛЕМЕНТИ МЕХАНІЧНИХ ПРИВОДІВ МАШИН

28.1. Загальна характеристика приводів машин

Структура машин та їхній привод. Машина – механічний пристрій, що здійснює рух з метою перетворення енергії, матеріалу або інформації. Залежно від виконуваних функцій розрізняють такі машини: *енергетичні*, що перетворюють довільний вид енергії в механічну або навпаки; *робочі*, що призначені для перетворення форми, властивостей, стану і положення матеріалу або оброблюваного предмета; *інформаційні*, що призначені для одержання, перетворення, зберігання та відтворення інформації. Робочі машини ще поділяють на технологічні та транспортні.

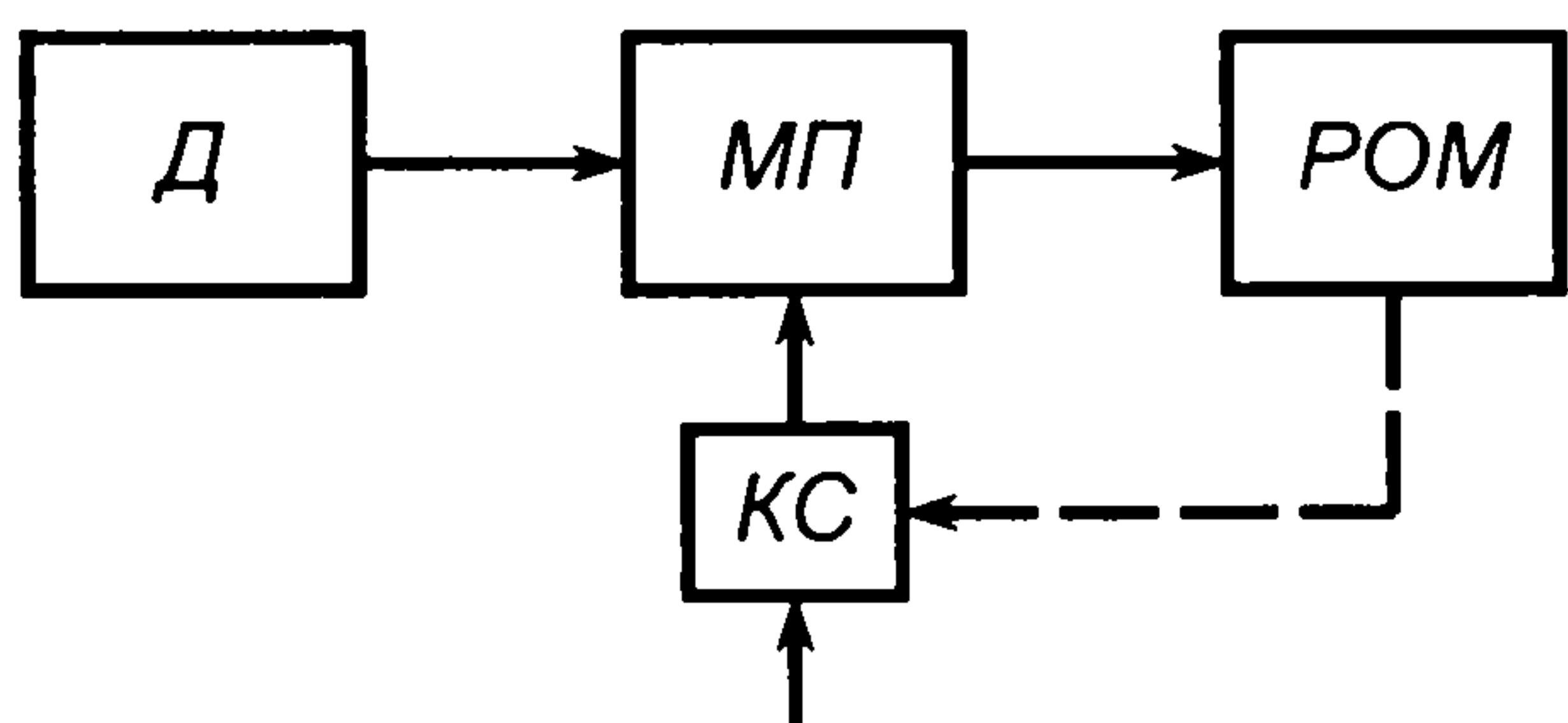


Рис. 28.1. Структурна схема машини

У загальному випадку структуру довільної машини можна подати у вигляді таких складових частин (рис. 28.1); енергоперетворювач (двигун Д) – передавально-перетворюючий пристрій (механічна передача МП) – споживач механічної енергії (робочий орган машини РОМ). У деяких машинах зустрічається також керуюча (КС) або

регульовальна система; що забезпечує оптимізацію робочого процесу.

В енергетичних машинах енергоперетворювачами можуть бути парові або газові турбіни, електродвигуни, а споживачами механічної енергії – електрогенератори, компресори. У технологічних машинах енергоперетворювачі – це різні двигуни, а споживачі механічної енергії – це робочі органи машини (шпінделі металообробних верстатів, валки прокатних станів, ротори бурових машин, механізми дробарок, барабани млинів тощо). У транспортних машинах енергоперетворювачами можуть бути також різного виду двигуни, а споживачами механічної енергії – приводні ходові колеса транспортних засобів, стрічкові, ланцюгові та гвинтові конвеєри, різні помпи.

До складу передавально-перетворюючих пристроїв входять вали, муфти для з'єднання валів і різного виду механічні передачі (фрикційні, пасові, ланцюгові, зубчасті, черв'ячні, передачі гвинт – гайка). Деякі з механічних передач можуть бути виконаними у вигляді окремих агрегатів – редукторів, коробок швидкостей, варіаторів.

Такі складові частини, як енергоперетворювач та передавально-перетворюючий пристрій, утворюють привід машини. Для переважної більшості машин привід складається з двигуна, системи механічних передач та муфт, що з'єднують окремі вали. Отже, приводом називається пристрій для приведення у дію робочого органу машини.

У машинах найпоширеніші механічні приводи, які прості за конструкцією та в експлуатації, дешеві, достатньо надійні і мають високий ККД.

У сучасній техніці значна кількість машин має обертовий рух приводного вала робочого органу. До таких машин належать транспортні машини, різні верстати, пристрої та засоби механізації різних робіт. Приводи більшої частини машин допускають використання стандартних двигунів, муфт та механічних передач, що дає змогу віднести ці приводи до категорії загального призначення.

За типом двигунів розрізняють такі приводи: з електродвигунами, з двигунами внутрішнього згорання, з паровими та газовими двигунами, гідро- та пневмодвигунами.

До складу механічних приводів можуть входити такі типи передач: зубчасті (циліндричні та конічні), черв'ячні, передачі з гнучкою проміжною ланкою (пасові, ланцюгові), передача гвинт - гайка. Передачі у приводі можуть бути однотипні або комбіновані.

Елементи механічного привода (двигуни, муфти та механічні передачі) доцільно розглядати в сукупності як окрему систему машини. Це пояснюється тим, що характеристики складових частин привода повинні бути взаємозв'язані і їх потрібно узгоджувати, проектуючи машини. Наприклад, частоти обертання вала двигуна та його пускова характеристика повинні бути узгоджені з характеристиками та властивостями муфт і механічних передач привода, або застосування у приводі фрикційних чи пасових передач не потребує запобіжних муфт.

Структурні схеми приводів машин. При подачі механічної енергії до робочого органу машини слід узгодити параметри обертового руху двигуна з найоптимальнішими параметрами обертового руху приводного вала робочого органу. Ці параметри можуть бути постійними або можуть мінятися із зміною робочого режиму машини.

Привід машини забезпечує передавання до робочого органу тільки обертового руху, а його перетворення в інші види (зворотно-поступальний, періодичний обертовий, коливний або інший складний рух) здійснюється механізмами робочого органу машини згідно з її функціями та призначенням.

Структурні схеми приводів машин бувають дуже різноманітними. Наявність того чи іншого елемента у структурі привода залежить від ступеня узгодженості параметрів двигуна і потрібних параметрів руху (кутової швидкості, обертового моменту, напряму обертання) приводного вала робочого органу машини. Практично до складу всіх приводів входять двигун, механічні передачі та муфти для з'єднання валів. Механічні передачі можуть бути використані у відкритому вигляді (пасові та ланцюгові

передачі, рідко – зубчасті передачі) або виготовлені у вигляді окремих агрегатів (зубчасті та черв'ячні редуктори, коробки швидкостей, варіатори).

Деякі прості схеми приводів машин показані на рис. 28.2.

У найпростішому варіанті привода (рис. 28.2, а) вал двигуна 1 з'єднується з приводним валом робочого органу машини 3 за допомогою муфти 2. Такі приводи застосовують, якщо кутові швидкості вала двигуна збігаються з найдоцільнішою кутовою швидкістю приводного вала робочого органу машини.

Більш складні схеми приводів показані на рис. 28.2, б, в, де двигун 1 з'єднується з робочим органом машини 3 через механічну передачу 4, яка може бути виконана у вигляді окремого агрегату або бути відкритою. Тоді у першому варіанті для з'єднання валів використовують муфти 2, а у другому варіанті муфти не потрібні.

Структурні схеми приводів машин із комбінованими механічними передачами зображені на рис. 28.2, г, д. У двох наведених схемах привода присутні механічні передачі, які виконані у вигляді окремих агрегатів (наприклад, редукторів), і відкриті передачі (пасова на рис. 28.2, г і ланцюгова на рис. 28.2, д). Після двигуна 1 доцільно розмістити пасову передачу 3 як таку, що має меншу тягову здатність (порівняно з ланцюговою) і допускає вищі швидкості. Ланцюгові передачі краще працюють при малих швидкостях і передають більші зусилля, тому їх вигідно розміщувати між редуктором 2 і робочим органом машини 4 (рис. 28.2, д), хоча можуть бути варіанти розміщення ланцюгової передачі між двигуном і редуктором. Якщо характеризувати дві схеми (за рис. 28.2, г, д) привода машини з точки зору розміщення муфт 5, то можна відзначити перевагу варіанта за схемою рис. 28.2, д, оскільки у цьому варіанті муфта навантажується значно меншим обертовим моментом.

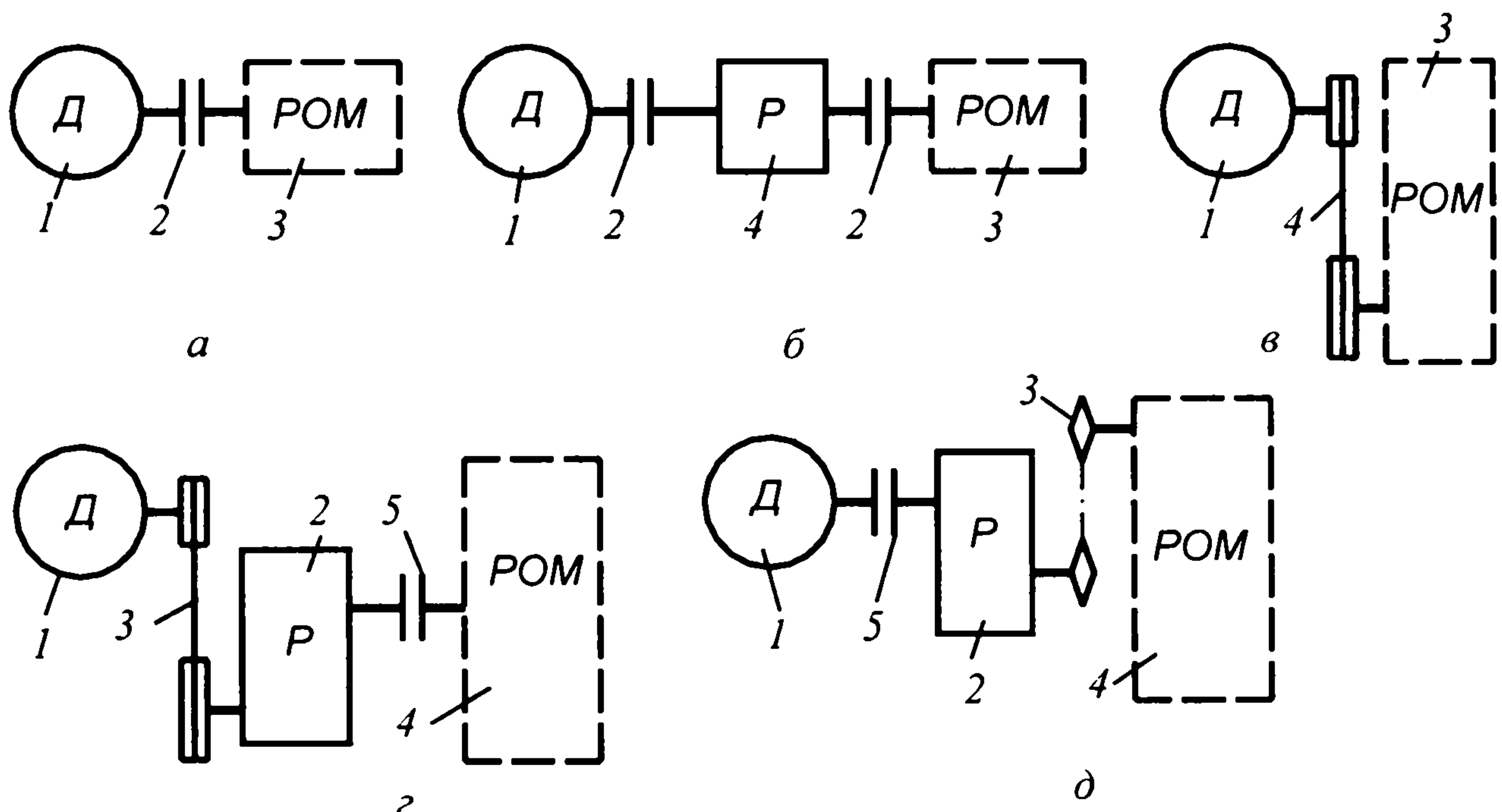


Рис. 28.2. Найпростіші та ускладнені схеми приводів машин

Розглянуті вище деякі структурні схеми приводів машин є найтипівшими і не охоплюють усіх можливих варіантів, що зустрічаються на практиці. Однак принципи аналізу довільних схем приводів та їхня техніко-економічна оцінка подібні при проектуванні та конструюванні машин різного призначення.

Порівняльна оцінка механічних передач приводів машин. Вибір механічних передач у приводі машини є однією з важливих інженерних

задач у розробці проекту машини. Як зазначалося вище, у деяких приводах можна обійтись без механічних передач, а у інших застосовують дві і більше механічних передач, до того ж різного типу. Кінематичним параметром, який визначає потребу застосування механічних передач у приводі, є його передаточне число. Загальне передаточне число привода

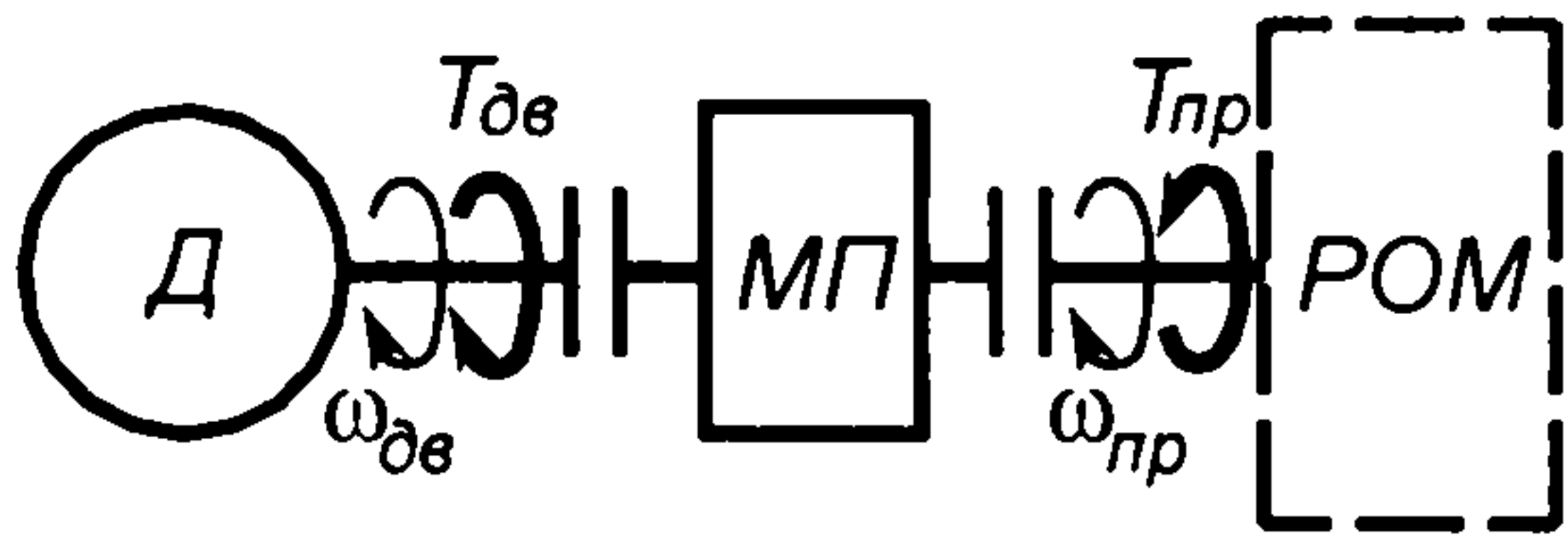


Рис. 28.3. До визначення розрахункових параметрів привода

визначається відношенням кутової швидкості вала двигуна до кутової швидкості приводного вала робочого органу машини (рис. 28.3): $u_{\text{заг}} = \omega_{\text{дв}} / \omega_{\text{пр}}$.

Оскільки кутова швидкість вала більшості двигунів є високою і постійною або змінюється у незначних межах, а найвигідніша кутова швидкість приводного вала робочого органу машини є низькою, то передаточне число привода $u_{\text{заг}} > 1$. Якщо $u = 1$, а зміну напрямку обертання приводного вала робочого органу машини можна здійснити за допомогою реверса двигуна, то приводний вал робочого органу машини можна з'єднувати муфтою безпосередньо з валом двигуна. В усіх інших випадках складовою частиною привода є механічні передачі.

Можливість використання в приводі машини тієї чи іншої механічної передачі залежить від низки факторів: особливостей окремих передач; загального передаточного числа $u_{\text{заг}}$ привода; передаваної потужності та швидкості обертання валів; віддалі між валами і їх взаємного розташування; наявності необхідних умов для технічного обслуговування; ресурсу привода та ін. Для загальної орієнтації в доцільності використання в приводі машини механічних передач основних типів можна порівняти усереднені показники (табл. 28.1) деяких характеристик одноступінчастих передач, що найчастіше застосовуються у серійних приводах енергетичних, технологічних та транспортних машин. Показники відносних габаритних розмірів, маси та вартості передач наведені у табл. 28.1 у порівнянні з зубчастою циліндричною передачею.

Найдоцільніше у приводах машин застосовувати механічні передачі, які виконані у вигляді окремих механізмів – зубчастих і черв'ячних редукторів, коробок швидкостей, варіаторів. Редуктори мають високу несучу здатність, малі габаритні розміри, можуть забезпечити достатньо високе передаточне число, прості в догляді при експлуатації. Коробки швидкостей застосовують в разі потреби керування роботою механічного привода ступінчастою зміною передаточного числа під час різних режимів роботи

Таблиця 28.1. Деякі характеристики механічних передач різних типів

Тип передачі	Найбільша потужність, кВт	Найбільша колова швидкість, м/с	ККД	Передаточне число	Відносний габаритний розмір	Відносна маса	Відносна вартість
Зубчаста циліндрична	3000	60	0,98	≤ 8	1	1	1
Зубчаста конічна	500	30	0,97	≤ 5	1,8	1,2	2
Черв'ячна	100	25	0,6-0,8	≤ 80	1,5	1,1	1,6
Ланцюгова	150	10	0,96	≤ 6	1,6	0,8	0,4
Клинопасова	100	25	0,93	≤ 7	5	0,5	0,3
Плоскопасова	100	25	0,95	≤ 5	10	0,4	0,2
Фрикційна	20	25	0,94	≤ 6	3	1,5	0,8

машини або зміни напряму обертання приводного вала робочого органу машини при постійному напрямі обертання вала двигуна. Варіатори забезпечують можливість плавної безступінчастої зміни передаточного числа привода і можливість його реверсу. Вони дозволяють вибирати найвигідніші режими роботи машини, однак варіатори складні за конструкцією і мають низьку несучу здатність.

Застосування в приводах окремих відкритих механічних передач (пасових, ланцюгових) переважно зумовлено компоновкою машини, а також деякими їхніми особливостями і перевагами порівняно з іншими передачами.

Розподіл загального передаточного числа привода між передачами різних типів, а також між ступенями одноступінчатих передач здійснюють на основі техніко-економічних розрахунків різних варіантів. Крім того, при розподілі загального передаточного числа привода слід брати до уваги габаритні співвідношення передач окремих типів, щоб отримати відповідні пропорційні форми привода і всієї машини.

28.2. Двигуни у приводах машин

Загальна характеристика двигунів. Для приводів машин можуть застосовуватись двигуни таких видів: електродвигуни, двигуни внутрішнього згоряння, гідро- або пневмодвигуни. Тип двигуна вибирають з урахуванням таких факторів: призначення машини, для якої проектується привід; наявності того чи іншого джерела енергії; потрібної потужності; обмеження за масою, габаритними розмірами та умовами роботи; режиму роботи привода та відповідності його механічної характеристики умовам роботи.

Гідро- та пневмодвигуни застосовують переважно у багато-двигунних приводах машин. Енергоносієм для таких двигунів є стиснена

рідина або повітря. Для використання гідро- та пневмодвигунів у приводах окремих агрегатів машини треба мати відповідні централізовані системи подачі енергоносія.

Двигуни внутрішнього згоряння мають найбільше застосування у транспортних засобах, а також у приводах енергетичних машин – електрогенераторів та компресорів. Вони незамінні для приводів машин, що працюють у віддалених районах, де відсутні електромережі. Одним із головних недоліків двигунів внутрішнього згоряння є забруднення навколишнього середовища продуктами відпрацьованих вихлопних газів.

Електродвигуни найчастіше використовують у приводах енергетичних, технологічних і транспортних машин. Вони стандартизовані і випускаються промисловістю різних типорозмірів у діапазоні потужностей 10 Вт – 400 кВт і більше. Електродвигуни можуть застосовуватись у різних кліматичних умовах, на відкритому повітрі, в заповнених приміщеннях та у вологих і хімічно активних середовищах. За допомогою електродвигунів досить просто здійснювати зміну напряму обертання валів робочих органів машин.

Електродвигуни поділяють на двигуни постійного і змінного струму. *Двигуни постійного струму* забезпечують плавне регулювання швидкості у широких межах, мають відповідні механічні характеристики, дають змогу забезпечити достатню точність руху. Ці двигуни застосовують для приводу електричних транспортних засобів, деяких підйомних кранів та технологічних машин.

Двигуни змінного струму бувають однофазні асинхронні (мають невелику потужність і використовуються переважно у приводах побутових машин та приладів), трифазні синхронні (їхня частота обертання не залежить від навантаження, а застосовують у приводах великої потужності) і трифазні асинхронні. Останні найпоширеніші у різних галузях господарства; їхні переваги порівняно з двигунами інших типів: простота конструкції, менша вартість, висока експлуатаційна надійність.

До основних типів сучасних електродвигунів змінного струму належать такі:

1. Трифазні асинхронні двигуни єдиної серії 4А з короткозамкнутим ротором потужністю 0,06-400 кВт і висотою осі обертання ротора 50-355 мм. Такі двигуни призначені для приводів машин, до яких не ставляться особливі вимоги щодо пускових характеристик. Одношвидкісні двигуни єдиної серії 4А мають синхронні частоти обертання: 3000, 1500, 1000 і 750 хв⁻¹. У каталогах цих двигунів подаються такі параметри: тип двигуна, номінальна потужність P_n , номінальна частота обертання, габаритні та установчі розміри, маса та інші дані.

Асинхронні двигуни єдиної серії 4А випускають в основному виконанні (серія 4А), із підвищеним ковзанням (серія 4АС) та із підвищеним пусковим моментом (серія 4АР).

2. Трифазні асинхронні двигуни кранові та металургійні з короткозамкнутим ротором серій МТКФ і МТКН та з фазним ротором серій МТФ і МТН. Вони призначені для приводів кранових механізмів загальнопро-

мислового призначення, а також інших механізмів, що працюють із короткочасним і повторно-короткочасним режимами роботи та значними кратностями перевантажень. Кранові і металургійні електродвигуни сприймають тривалі перевантаження, мають великі пускові моменти і малий період розгону. Ці двигуни мають синхронні частоти обертання 1000, 750 і 600 хв⁻¹ при роботі від електромережі з частотою 50 Гц. У каталогах двигунів наводяться такі параметри: тип двигуна, номінальна потужність при тривалості вмикання (ТВ) 25, 40, 60 і 100 %, частота обертання, габаритні і установочні розміри, маса.

Визначення потужності електродвигуна приводу. Розглянемо деякі питання підбору асинхронних електродвигунів як таких, що мають найширше застосування у приводах усіх класів машин. Правильний вибір потужності електродвигуна має велике значення: двигун недостатньої потужності перегрівается і передчасно виходить із ладу (перевантаження двигуна з бавовняною і шовковою ізоляцією обмоток на 25 % зменшує строк служби з 20 років до кількох місяців, а перевантаження на 50 % роблять двигун непридатним для використання протягом кількох годин його роботи); застосування двигуна завищеної потужності економічно недоцільне і, крім того, спричинює зменшення його енергетичних показників (ККД і коефіцієнта потужності $\cos\phi$), може призвести до підвищеного спрацювання і навіть до руйнування елементів машини.

Особливості роботи електроприводу різних машин, тобто змінне навантаження, періодичне вмикання або вимикання, тривалість перерв у роботі, ставлять специфічні вимоги до вибору потужності електродвигуна. Двигун повинен задовольняти такі основні вимоги:

а) пусковий момент $T_{\text{п}}$ електродвигуна повинен бути достатнім для забезпечення розгону машини з певним прискоренням. Одночасно потужність електродвигуна не повинна бути надзвичайно великою, щоб високі прискорення не вплинули негативно на роботу окремих механізмів машини;

б) під час роботи машини в режимі періодичних вмикань чи вимикань протягом необмеженого часу двигун не повинен перегріватись.

Залежно від характеру виконуваної машиною функції розрізняють три режими роботи електродвигуна і відповідну їм перевірку двигуна на перевантаження.

Довгочасний режим роботи характеризується тривалою роботою, достатньою для того, щоб температура нагрівання двигуна досягала усталеного значення. Якщо в цьому випадку маємо незмінні обертовий момент $T_{\text{пр}}$ на приводному валу робочого органу машини та кутову швидкість $\omega_{\text{пр}}$ цього вала (див. рис. 28.3), то розрахункова потужність електродвигуна

$$P_{\text{дв.р}} = T_{\text{пр}} \omega_{\text{пр}} / \eta_{\text{заг}}, \quad (28.1)$$

де $\eta_{\text{заг}}$ – ККД передавального пристрою (муфти і механічних передач) між двигуном і робочим органом машини. При змінному обертовому моменті T на приводному валу робочого органу машини у розрахунок беруть максимальний довгочасно діючий обертовий момент. Маючи $P_{\text{дв.р}}$ за

каталогом можна вибрати електродвигун, номінальна потужність якого $P_{дв} \geq P_{дв.р}$. У цьому випадку нагрівання не буде спричинювати передчасний вихід електродвигуна з ладу.

Короткочасний режим роботи характеризується загальною тривалістю роботи двигуна під навантаженням $10 \text{ хв} < t_r < 60 \text{ хв}$. За такий час двигун не нагрівається до усталеної температури. Тривалість кожної перерви між окремими періодами навантаження достатня для вирівнювання температури двигуна з температурою навколишнього середовища.

При короткочасному режимі роботи електродвигуна його розрахункова і номінальна потужності визначаються так само, як і при довгочасному режимі роботи.

Повторно-короткочасний режим роботи відрізняється частими пусками і зупинками електродвигуна. Тривалість періоду роботи двигуна під навантаженням t_r і періоду перерви t_0 становить $t_r + t_0 \leq 10 \text{ хв}$. Тривалість вмикання TB , %, електродвигуна

$$TB = 100t_r / (t_r + t_0). \quad (28.2)$$

Тривалість вмикання розраховують за відомими періодами t_r і t_0 . Щоб вибрати електродвигун, треба взяти найближче до розрахункового значення TB стандартне значення тривалості вмикання TB_c із ряду значень, наведених у каталозі двигунів. Тоді розрахункова потужність електродвигуна при постійній частоті обертання його ротора

$$P_{дв.р} = \sqrt{TB / TB_c} T_{нр} \omega_{нр} / \eta_{заг}. \quad (28.3)$$

Тут $T_{нр}$, $\omega_{нр}$ і $\eta_{заг}$ – ті самі величини, що й у формулі (28.1). Потрібний електродвигун і його номінальну потужність для TB_c вибирають за умовою $P_{дв} \geq P_{дв.р}$.

Вибираючи частоту обертання вала електродвигуна, беруть до уваги реальний діапазон робочих частот обертання стандартних двигунів різних типів. Здебільшого частоти обертання приводних валів робочих органів машин менші за мінімальні частоти обертання двигунів. Тому при виборі частоти обертання двигуна слід розв'язувати комплексну задачу, пов'язану з вибором двигуна і передавального механізму (механічних передач) між двигуном та робочим органом машини. При цьому критеріями оцінки оптимальності вибраної частоти обертання двигуна можуть бути габаритні розміри, маса, ККД, електричні втрати і надійність усієї електромеханічної системи.

У всіх електродвигунах однієї і тієї ж потужності із зменшенням номінальної частоти обертання значно зростають їхні габаритні розміри, маса і вартість. Тому доцільніше застосовувати двигуни з високими частотами обертання. Однак із збільшенням частоти обертання двигуна зростає потрібне передаточне число передавального пристрою (механічних передач) і відповідно його вартість. Практикою виявлено, що у загальному випадку деяке підвищення вартості механічних передач окуповується використанням високошвидкісних двигунів.

28.3. Муфти приводів

Загальні відомості та класифікація муфт. Муфтами називають пристрої, що з'єднують вали і передають обертовий момент. Інколи муфтами з'єднують вал із розміщеними на ньому деталями – зубчастими колесами, шківками, зірочками.

Застосування муфт пов'язане з тим, що більшість машин, у тому числі і їхній привод, компонують із окремих складальних одиниць, що мають вхідні та вихідні вали. Такими складальними одиницями є, наприклад, двигун, редуктор і робочий орган машини (див. рис. 28.2, б). Безпосередній кінематичний і силовий зв'язок між двигуном і редуктором, редуктором і робочим органом здійснюється за допомогою муфт. Потреба у муфтах виникає і в тих випадках, коли довгі вали за умовами технології виготовлення і складання або транспортування слід виготовляти з кількох складових частин.

З'єднання валів і передавання обертового моменту є спільним, але не єдиним призначенням муфт. Муфти можуть виконувати й інші функції, такі як компенсування похибок взаємного розміщення валів, захист елементів машини від перевантажень, зменшення динамічних навантажень, з'єднання і роз'єднання робочого органу машини з двигуном без його вимикання.

У машинобудуванні використовують муфти дуже різноманітних конструкцій. Як самостійні складальні одиниці найчастіше застосовувані муфти стандартизовані.

Основною характеристикою кожної муфти є обертовий момент T_p , на передавання якого вона розрахована. Іншими важливими показниками конструкцій муфт є гранична частота обертання, габаритні розміри, маса і момент інерції муфти щодо осі обертання.

Стандартні муфти не розраховують, а підбирають за обертовим моментом у відповідних довідниках [6]. Лише у деяких випадках в разі потреби виконують перевірні розрахунки.

Муфти обчислюють за розрахунковим обертовим моментом $T_p = K_{\mu} T$ де T – номінальний обертовий момент; K_{μ} – коефіцієнт, що враховує короткочасні перевантаження або режим роботи муфти. Для машин із невеликими приводними масами і спокійному навантаженні $K_{\mu} = 1,0 \dots 1,5$, для машин із середніми масами та змінним навантаженням (поршневі компресори, стругальні верстати) $K_{\mu} = 1,5 \dots 2,0$. У машинах із великими приводними масами та ударним навантаженням (молоти, прокатні стани, роторні дробарки) беруть $K_{\mu} = 2,5 \dots 3,0$.

Усі муфти приводів машин за принципом роботи поділяють на три основні типи: механічні, електричні та гідравлічні. Нижче розглянемо тільки найпоширеніші та типові конструкції механічних муфт.

Класифікація механічних муфт наведена на рис. 28.4 у вигляді структурної схеми. Відповідно до цієї схеми усі муфти поділяють на чотири класи: некеровані, керовані, самокеровані та комбіновані. Кожний клас муфт складається з груп, а кожна група має відповідні підгрупи, види.

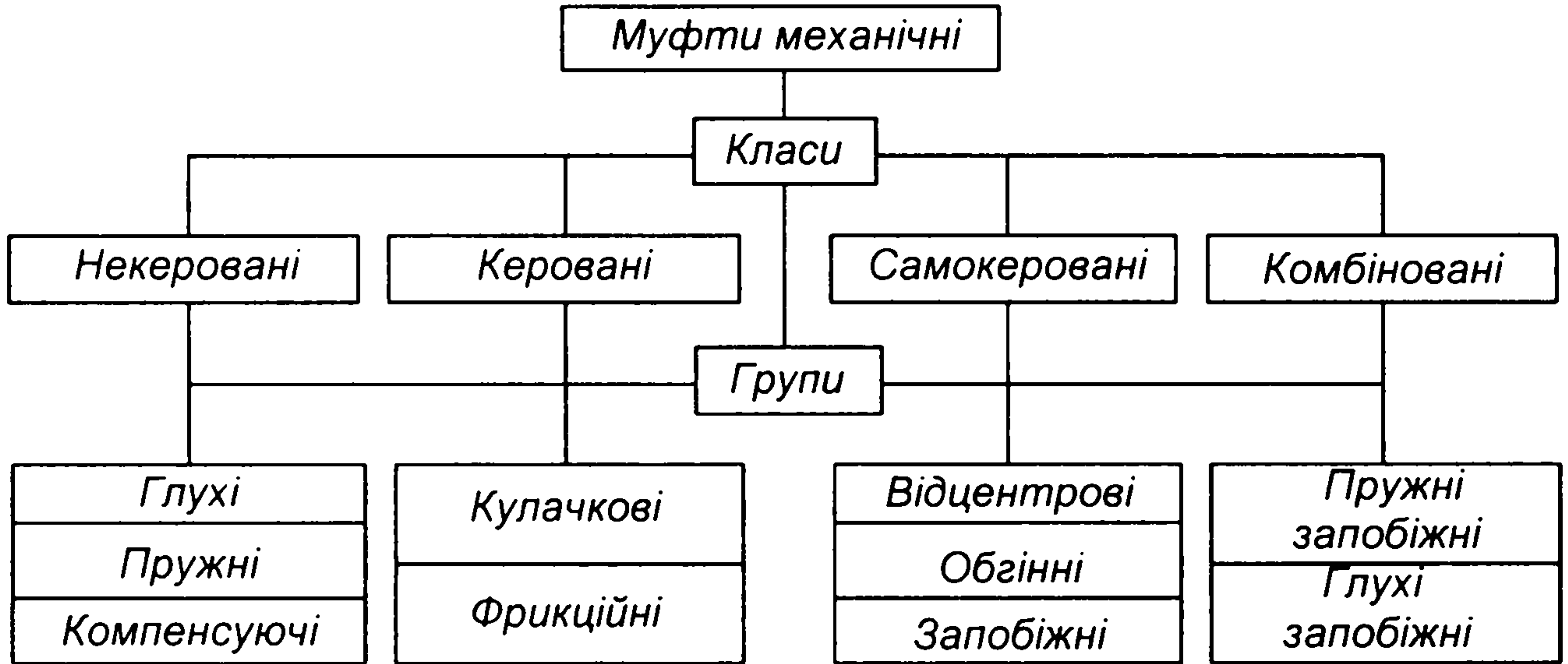


Рис. 28.4. Класифікація муфт

Конструкції та розрахунок деяких муфт. Нижче розглянемо деякі найпростіші конструкції муфт, які досить широко застосовують у приводах машин.

Втулкова муфта – найпростіша з глухих муфт, суцільна і насаджується на кінці валів (рис. 28.5, а, б), які підлягають з'єднанню. З'єднання суцільної втулки з валами може здійснюватись за допомогою

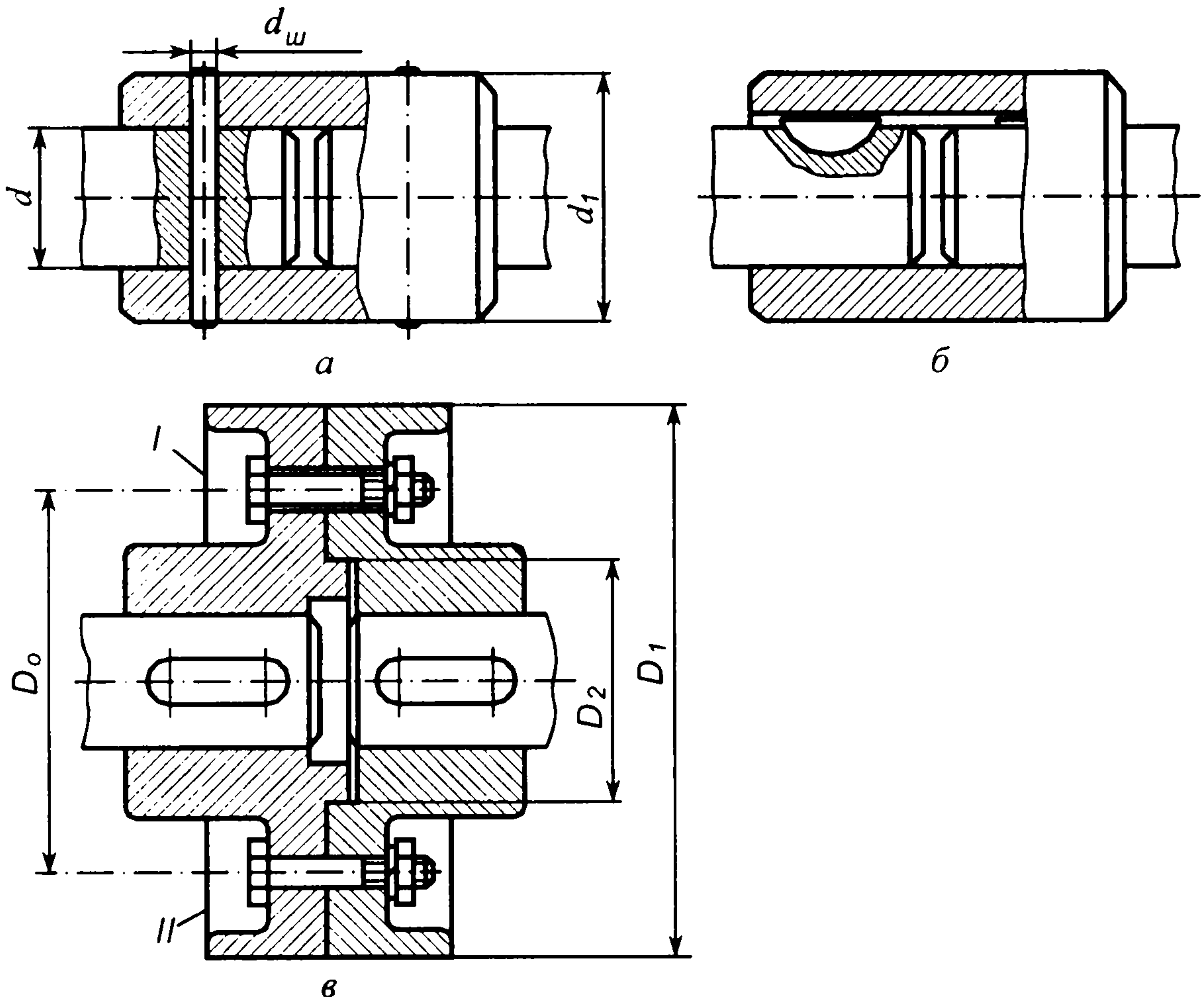


Рис. 28.5. Втулкові та фланцева муфти

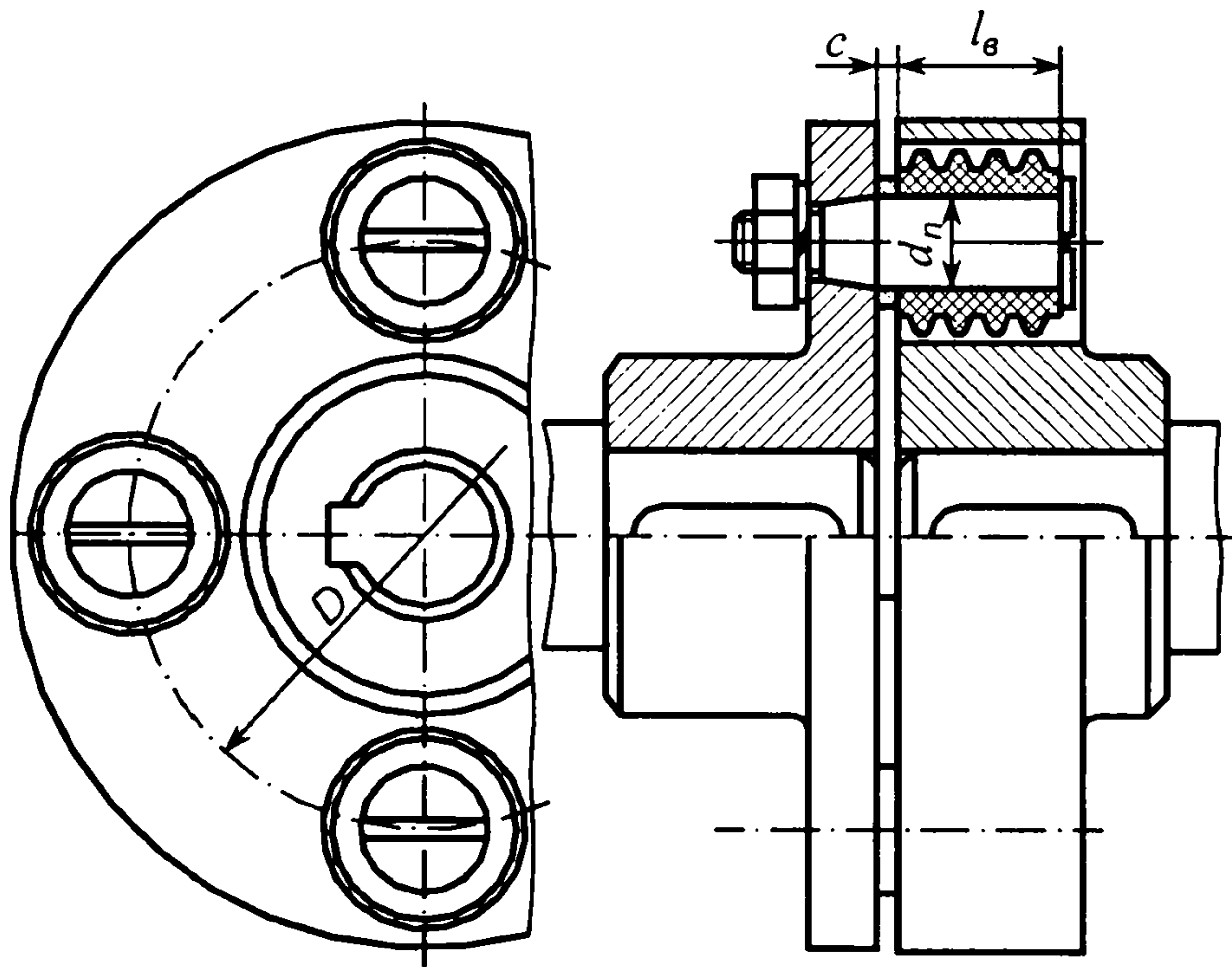


Рис. 28.6. Пружна втулково-пальцева муфта обертових моментів 6,3–16000 Н·м.

Півмуфти виготовляють із сірого чавуну СЧ 20, сталі 30 або 35Л. Матеріал пальців – сталь 45, а втулок – гума з границею міцності при розтягу не менш ніж 8 МПа.

Роботоздатність МПВП визначається міцністю пальців та гумових втулок. Перевірний розрахунок гумових втулок виконують за умовою обмеження тиску на поверхні їхнього контакту із пальцями, а самих пальців – за умовою міцності на згин.

Навантаження, яке припадає на один палець, визначають за формулою

$$F_{\text{п}} = 2T_p / (Dz), \quad (28.6)$$

де D – діаметр кола розміщення пальців (рис. 28.6); z – кількість пальців у муфті (переважно $z=4\dots 8$).

Умова міцності втулок муфти

$$p = F_{\text{п}} / (d_{\text{п}} l_{\text{в}}) \leq [p]. \quad (28.7)$$

Умова міцності на згин пальців

$$\sigma = M / W_0 = 32 F_{\text{п}} (0,5 l_{\text{в}} + c) / (\pi d_{\text{п}}^3) \leq [\sigma]. \quad (28.8)$$

У залежностях (28.7) і (28.8): $d_{\text{п}}$ – діаметр пальця; $l_{\text{в}}$ – довжина втулки; c – осьовий зазор між півмуфтами (рис. 28.6).

Допустимий тиск для гуми беруть $[p] = (2,0\dots 2,5)$ МПа, а допустиме напруження згину для пальців $[\sigma] = (60\dots 70)$ МПа.

Якщо МПВП працює в умовах радіального зміщення валів, то виникає додаткове їхнє радіальне навантаження. Усереднене значення цього навантаження можна визначити за співвідношенням

$$F_{\text{н}} = (0,5 \dots 0,6) T_p / D.$$

збільшують спрацювання пружних елементів і нерівномірність розподілу навантаження між пальцями муфти. Крім того, такі зміщення додатково навантажують вали у радіальному напрямі. Перевагами МПВП є простота конструкції та заміни пружних елементів, малі габаритні розміри та маса.

МПВП стандартизовані (ГОСТ 21424-75) для валів діаметром (10...160) мм і

штифтів, шпонок або за допомогою шліців. Під час монтажу або демонтажу муфти виникає потреба у відносному осьовому зміщенні валів. Тому для втулкових муфт не використовують посадки з гарантованим натягом.

Втулкові муфти застосовують здебільшого для діаметрів валів $d \leq (60 \dots 70)$ мм. Матеріал втулок – сталь 40, 45, а при великих розмірах – чавун СЧ 18, СЧ 20. Штифти виготовляють із сталей 45, 50.

Міцність муфти визначається міцністю її з'єднання з валами, а також міцністю самої втулки.

Розрахунок втулки виконують за умовою міцності на кручення:

$$\tau = T_p / W_p = 16T_p / \{ \pi d_1^3 [1 - (d/d_1)^4] \} \leq [\tau], \quad (28.4)$$

а штифтів – за умовою міцності на зріз

$$\tau_{зр} = F/A_{зр} = 4T_p / (\pi d d_{ш}^2) \leq [\tau]_{зр}. \quad (28.5)$$

Розрахункові розміри в залежностях (28.4) і (28.5) відповідають позначенням на рис. 28.5, а. Допустимі напруження при розрахунках такі: $[\tau] = (30 \dots 40)$ МПа; $[\tau]_{зр} = (40 \dots 45)$ МПа.

Фланцева муфта (рис. 28.5, в) складається з двох виконаних у вигляді фланців півмуфт, які насаджені на кінці валів і з'єднані між собою болтами. Болти муфти ставлять із зазором (варіант I) або без зазору (варіант II). У першому випадку момент T_p передається за рахунок моменту сил тертя, що виникає у площині стику півмуфт від затяжки болтів, а у другому випадку – безпосередньо болтами, на які діють деформації зрізу.

Фланцеві муфти стандартизовані (ГОСТ 20761-80) для валів діаметром 12–220 мм і обертових моментів 8–45 000 Н·м.

Півмуфти виготовляють із сталі 35, сталевого литва 35Л або з чавунного литва. Болти, що ставляться з зазором, переважно зі сталі Ст3, а болти без зазору – зі сталей 40, 45.

Міцність муфти визначається міцністю болтового з'єднання фланців (приклад розрахунку див. у п. 18.5).

Якщо болти у муфті поставлені з зазором, то за розрахунками маса муфти набагато більша, ніж для варіанта болтів без зазора для одного і того ж обертового моменту. Однак болти, що ставляться без зазору, вимагають підвищеної точності виготовлення для них отворів у півмуфтах і самі болти повинні бути також точно виготовленими.

Розглянуті глухі муфти прості за конструкцією, мають малі габаритні розміри, але не компенсують похибок у взаємному розміщенні валів, що вимагає досить високої точності їх центрування.

Муфта пружна втулково-пальцева (МПВП) складається з двох півмуфт (рис. 28.6), нерухомо закріплених в одній півмуфті пальців, на яких розміщені гумові гофровані втулки, що взаємодіють із другою півмуфтою. Пружність муфти забезпечується за рахунок гофрованих втулок, здатних деформуватись при передаванні муфтою обертового моменту T_p . МПВП допускає зміщення валів: осьове $\Delta_0 = (1 \dots 5)$ мм, радіальне $\Delta_r = (0,2 \dots 0,5)$ мм і кутове $\Delta_\alpha = (0,5 \dots 1,0)^\circ$. Однак зміщення Δ_r і Δ_α

Робота МПВП супроводжується втратами енергії, які можна оцінити ККД $\eta=0,96\dots 0,98$.

Муфта з пружним елементом у вигляді зірочки (рис. 28.7) складається з двох півмуфт, які мають торцеві кулачки. Кулачки входять у відповідні впадини розміщеного між півмуфтами пружного елемента – зірочки, виготовленої з гуми. Кожна півмуфта може мати два або, як показано на рис. 28.8, три торцеві кулачки. Взаємодія кулачків

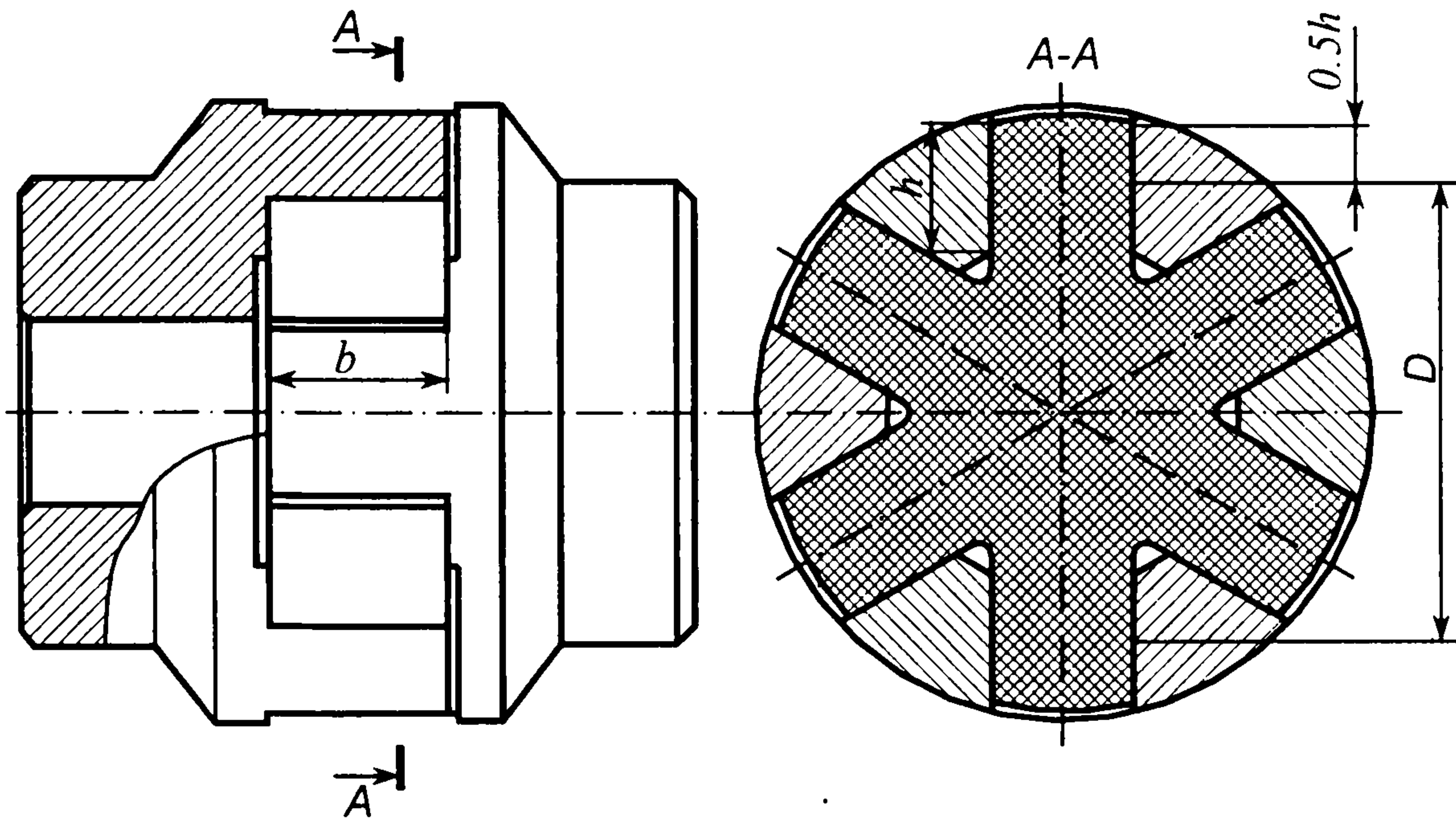


Рис. 28.7. Пружна муфта з гумовою зірочкою

двох півмуфт при передаванні обертового моменту здійснюється через пружний елемент.

Ця муфта досить компактна і надійна в експлуатації, але має малу податливість. Її роботоздатність різко спадає зі збільшенням неспіввісності валів. Цей тип муфт також стандартизований (ГОСТ 14084-76) для діаметрів валів 6 – 48 мм і обертових моментів 2,5–400 Н·м. Півмуфти переважно виготовляють із Ст3.

Перевірний розрахунок муфти з пружним елементом у вигляді зірочки виконують за умовою обмеження тиску на робочих поверхнях пружного елемента:

$$p=2T_p/(Dzhb)\leq[p]. \quad (28.9)$$

Тут z – число кулачків в одній півмуфті, а розміри D , h і b показані на рис. 28.7. Допустимий тиск беруть $[p]=(3\dots 5)$ МПа (більші значення $[p]$ при малих кутових швидкостях валів).

Втрати у муфті оцінюються ККД $\eta=0,97\dots 0,98$, а додаткове радіальне навантаження валів при їх радіальному зміщенні $F_{\text{р}}\approx(0,3\dots 0,4)T_p/D$.

Зубчаста муфта (рис. 28.8) складається з півмуфт 1 і 2, що мають зубчасті вінці, і роз'ємної обойми 3 з двома внутрішніми зубчастими вінцями. Дві половинки обойми з'єднуються між собою за допомогою болтів або гвинтів. Зубці півмуфт і обойми мають евольвентний профіль,

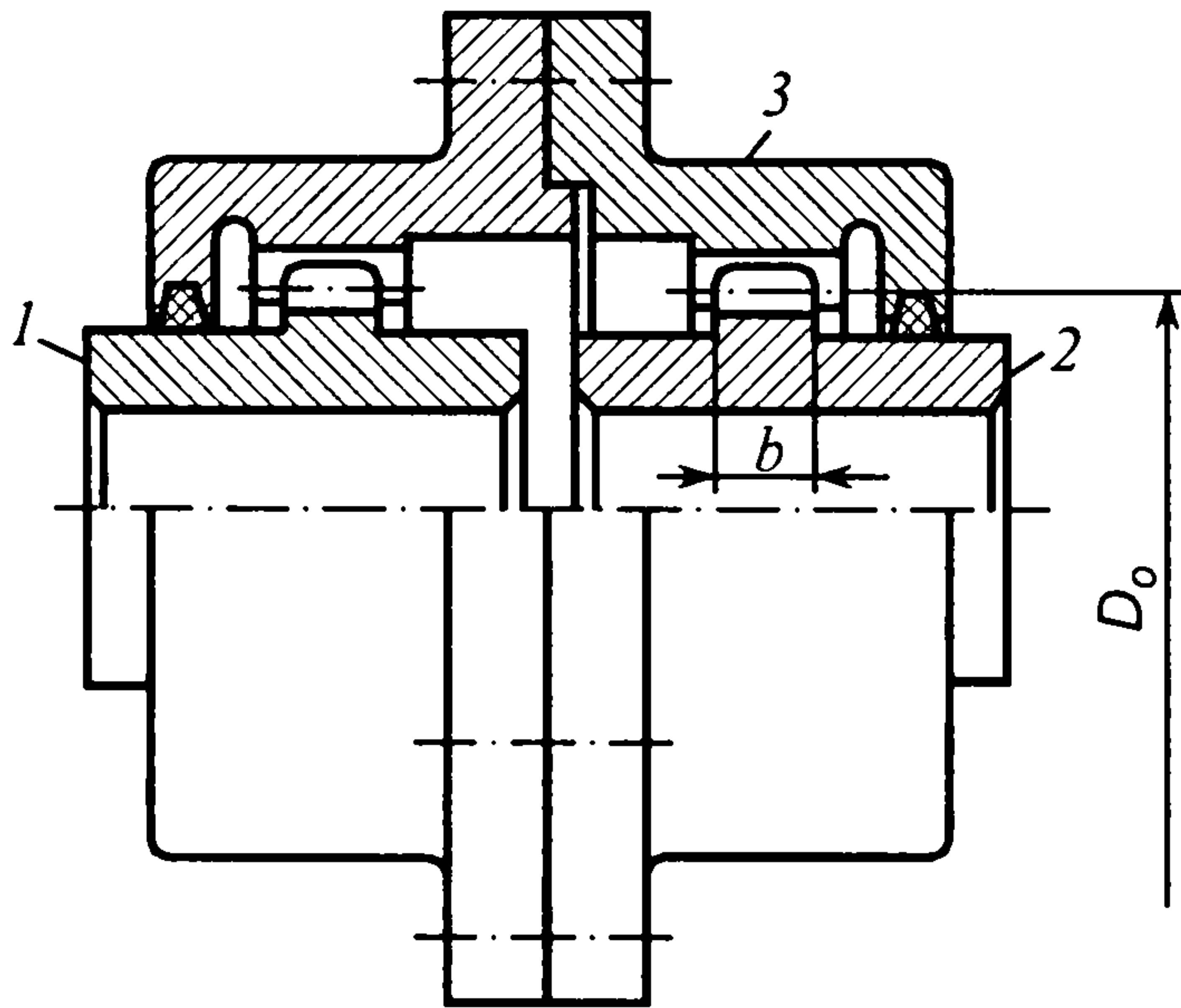


Рис. 28.8. Зубчаста муфта

аналогічний профілю зубців зубчастих коліс, що дає змогу нарізати їх нормальним зуборізним інструментом.

Зубчаста муфта компенсує осьове, радіальне і кутове зміщення валів, бо її зубчасте зачеплення виготовляють із гарантованим боковим зазором і з можливістю вільного осового зміщення спряжених зубців, а самі зубці мають бочкоподібну форму зі сферичною зовнішньою поверхнею. Компенсаційна здатність зубчастих муфт: осьова $\Delta_0=(3...4)$ мм; радіальна $\Delta_r=(1,5...2)$ мм; кутова $\Delta_\alpha=(0,5...1,0)^\circ$.

Широке використання у машинобудуванні зубчастих муфт пояснюється їхніми перевагами: невеликою масою і габаритними розмірами;

високою несучою здатністю, що визначається великою кількістю зубців у зачепленні; допускає високі колові швидкості.

Зубчасті муфти стандартизовані (ГОСТ 5006-83) для діаметрів валів 40–200 мм і обертових моментів 1000–63 000 Н·м.

Деталі зубчастих муфт виготовляють із вуглецевих сталей марок 45, 50 або 40Х. Для підвищення стійкості проти спрацювання зубці півмуфт піддають термообробці до твердості не менше ніж 45 HRC, а зубці обойми – не менше ніж 40 HRC. Тихохідні муфти можна виготовляти з твердістю зубців $H \leq 350$ HB.

Компенсація неспіввісності валів під час роботи муфти супроводжується неперервним ковзанням у контакті зубців і відповідним їхнім спрацюванням. Практика експлуатації зубчастих муфт показала, що спрацювання зубців є основною причиною виходу їх із ладу. Для зменшення спрацювання в обойму муфти заливають рідке мастило високої в'язкості.

Стійкість зубців муфти проти прискореного спрацювання можна перевірити за умовою

$$\sigma_{зм} = T_p / (0,9D_0^2b) \leq [\sigma]_{зм}, \quad (28.10)$$

де D_0 – дільний діаметр зубчастих вінців; b – ширина вінця півмуфти.

Для стандартних зубчастих муфт допустиме напруження зминання $[\sigma]_{зм}=(12... 15)$ МПа.

Втрати потужності в зубчастій муфті оцінюється ККД $\eta=0,98... 0,99$, а радіальне навантаження валів при їхньому радіальному зміщенні $F_m \approx (0,2...0,3)T_p/D_0$.

Ланцюгова муфта (рис. 28.9) складається з двох півмуфт, що виконані у формі двох зірочок із однаковим числом зубців, охоплених одно- або дворядним ланцюгом.

За допомогою ланцюгових муфт можна компенсувати кутові $\Delta_\alpha=(0,5... 1,0)^\circ$ і радіальні $\Delta_r=(0,5...1)$ мм зміщення валів. Зазори у зачепленні

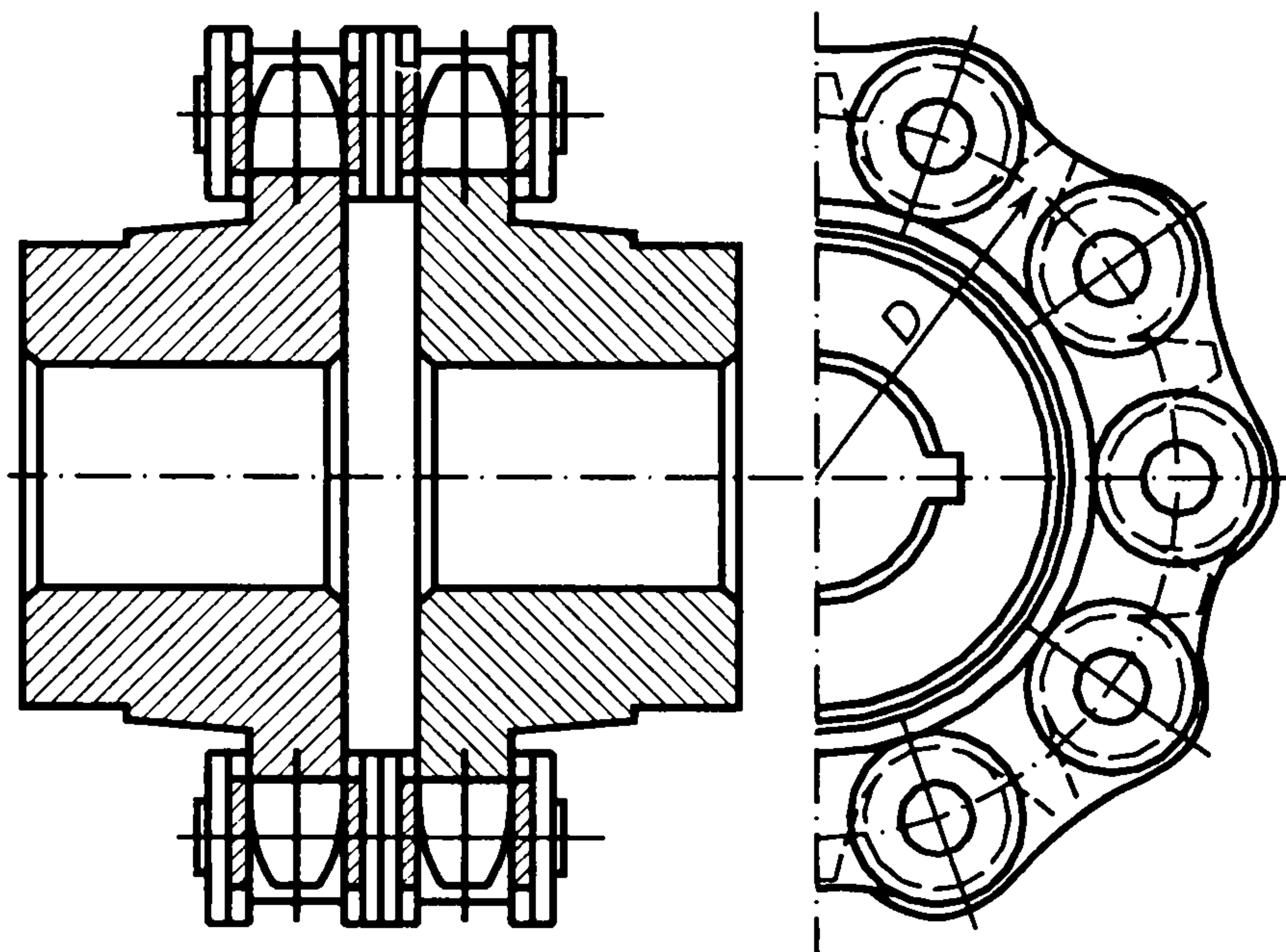


Рис. 28.9. Ланцюгова муфта

стандартизовані (ГОСТ 20742-81) для валів діаметром 20–130 мм і обертових моментів 63–8000 Н·м.

Неспіввісні вали, що з'єднані ланцюговою муфтою, навантажують радіальною силою $F_m \approx 0,6T_p/D$.

28.4. Редуктори і мотор-редуктори у приводах машин

Загальні відомості і характеристика редукторів. Редуктором називають механізм, що складається із вмонтованих у окремому закритому корпусі передач зачепленням і призначений для зміни параметрів обертового руху – зменшення швидкості обертання і відповідно підвищення обертового моменту. Подібні механізми, які використовуються для збільшення швидкості обертання і зменшення обертового моменту, називають мультиплікаторами.

Інколи виникає потреба зміни кутової швидкості тихохідного вала редуктора. В такому разі його передаточне число можна змінювати переспряженням деяких зубчастих коліс. Редуктори, що дозволяють ступінчасто змінювати передаточне число, називають коробками швидкостей.

Розміщення передач зачепленням у окремому закритому корпусі гарантує достатню точність монтажу, добре змащування і відповідно високий ККД, менше спрацювання, а також надійний захист передач від впливу навколишнього середовища.

Редуктори різних типів із постійним передаточним числом надзвичайно широко використовують у всіх галузях господарства. Коробки швидкостей – переважно у приводах транспортних машин, металообробних верстатів та деяких інших машин, де потрібна зміна кутової швидкості приводного вала робочого органу. Мультиплікатори застосовують рідше, лише у приводах,

ланцюга з півмуфтами забезпечують значний вільний хід, тому не можна рекомендувати використовувати ланцюгові муфти у приводах із частими реверсами.

Для ланцюгових муфт характерні простота конструкції, порівняно невеликі габаритні розміри, зручність монтажу і демонтажу без осьових зміщень валів. Габаритні розміри ланцюгових муфт приблизно у 1,5 разу менші, ніж пружних втулково-пальцевих муфт.

Ланцюгові муфти

де вимагаються високі швидкості обертання робочих органів – центрифуг, сепараторів та ін.

Для зменшення маси і габаритів приводних пристроїв мають широке застосування мотор-редуктори – механізми, в яких електродвигун і редуктор виконуються як один агрегат. Використання мотор-редукторів досить раціональне і перспективне, оскільки тут електродвигун безпосередньо з'єднується з корпусом редуктора і його вал несе на собі одне із зубчастих коліс редуктора. Використанням мотор-редукторів можна зменшити кількість муфт у приводі машини.

Промисловість випускають стандартизовані редуктори і мотор-редуктори загальномашинобудівного застосування, тобто такі, що відповідають технічним вимогам, спільним для більшості випадків їхнього конкретного використання у приводах різних машин.

Характеристики стандартизованих редукторів, що визначають доцільність і можливість їхнього використання в конкретних приводах машин, регламентуються такими параметрами: передаточне число, обертовий момент на тихохідному валу, допустимі радіальні навантаження на вихідні вали, ККД і маса редукторів.

Стандартизовані редуктори у приводах машин переважно використовують із електродвигунами. За стандартом параметри редукторів визначаються для номінальної частоти обертання швидкохідного вала $n_{\text{н}}=1500 \text{ хв}^{-1}$. Стандарт передбачає використання редукторів і з більшою частотою обертання швидкохідного вала, але колова швидкість зубчастих коліс не повинна бути більшою, ніж 16 м/с, а швидкість ковзання у черв'ячних передачах – 10 м/с. Технічні параметри редукторів із збільшенням частот обертання будуть дещо нижчими від поданих у каталогах і повинні бути узгодженими між замовником і організацією, що виготовляє редуктори.

Усі стандартизовані редуктори розраховані на тривалий постійний режим навантаження і можуть працювати з довільним напрямом обертання валів. 90%-й ресурс зубчастих передач редукторів становить 36 000 год, черв'ячних передач – 20 000 год, а підшипників кочення опор валів – 10 000 год.

Вихідні вали стандартизованих редукторів для з'єднання з іншими органами машини можуть мати різне виконання. Для переважної більшості редукторів передбачаються вихідні вали такої форми виконання: циліндричні; конічні; у вигляді зубчастої півмуфти; з формою, придатною для приєднання приладів керування; порожнисті вали.

Можливі компоувальні рішення приводів машин із використанням стандартизованих редукторів (а) та мотор-редукторів (б) показані на рис. 28.10, де позначено: 1 – електродвигун; 2 – редуктор; 3 – муфта. Такі рішення можуть забезпечити ідентичні вихідні параметри приводу (частоти обертання, обертовий момент), але з різними варіантами взаємного розміщення складових частин приводу.

Вибір того чи іншого компоувального рішення приводу залежить від конструкції машини, обмежень за габаритними розмірами та масою,

Циліндричні двоступінчасті редуктори типу Ц2У здатні забезпечити передаточні числа у межах 8–40 і обертові моменти на тихохідному валу $T_T=(250\dots4000)$ Н·м. Основні технічні характеристики двоступінчастих редукторів типу Ц2У наведені у табл. 28.3.

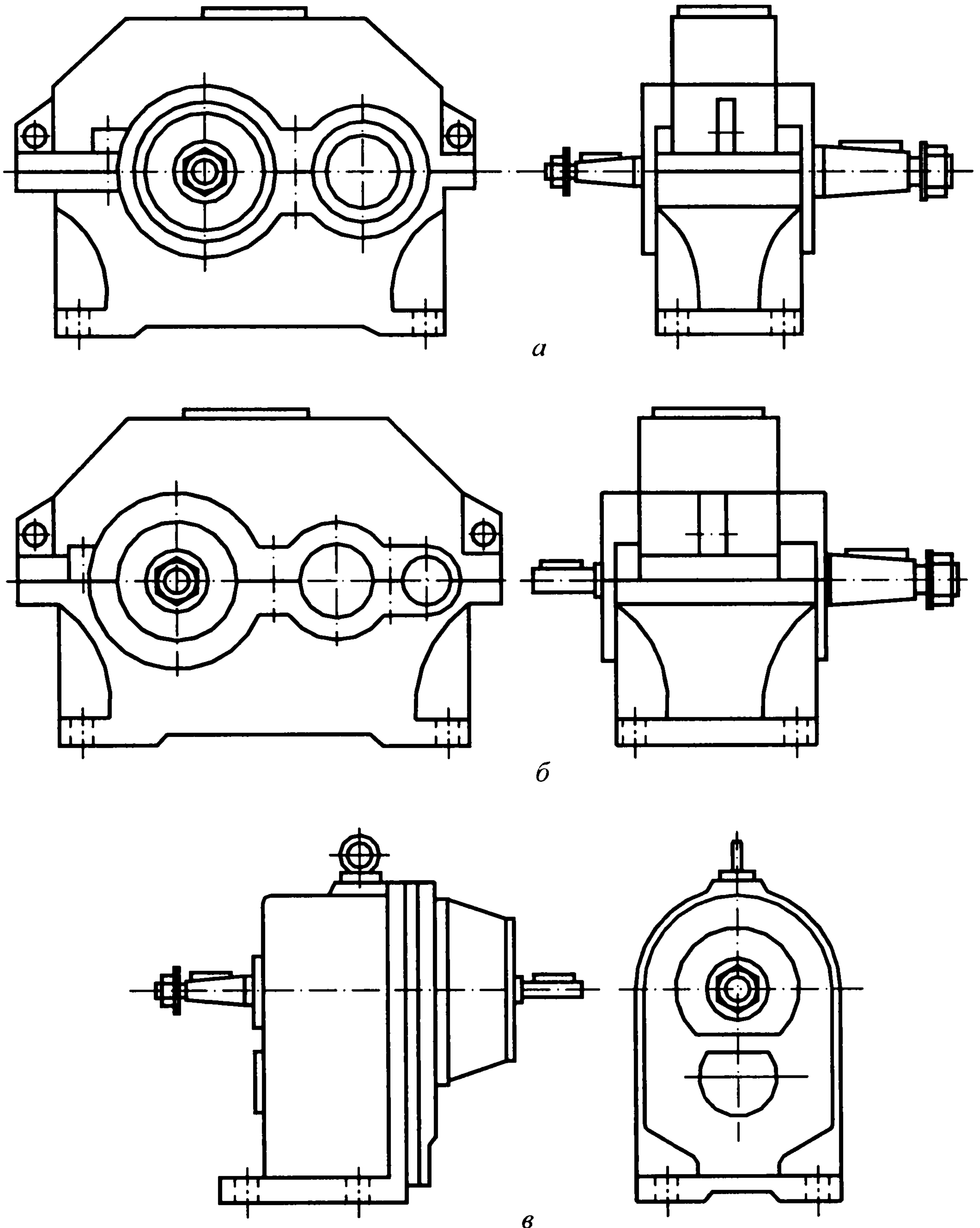


Рис. 28.11. Циліндричні редуктори

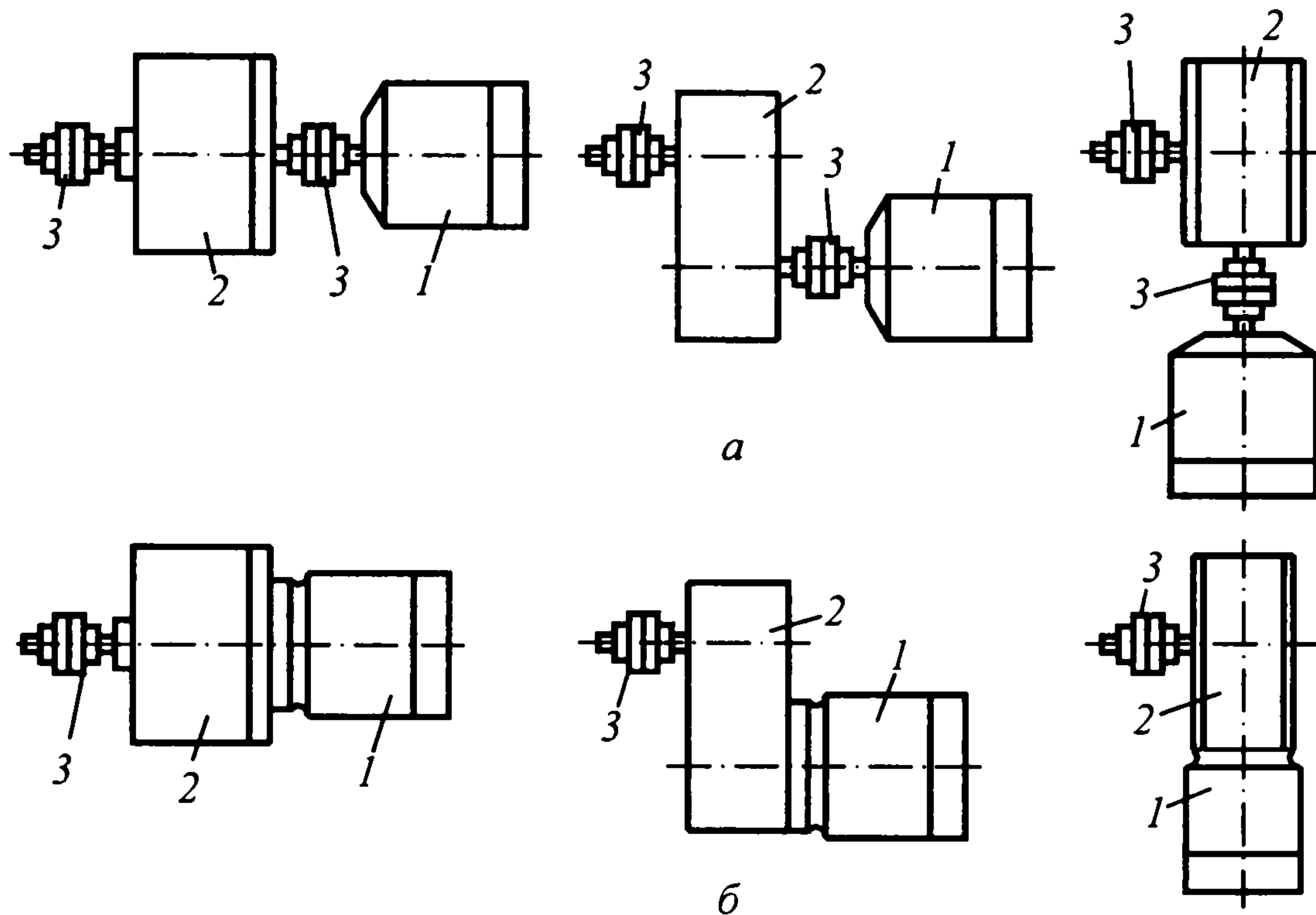


Рис. 28.10. Компонувальні вирішення приводів машин

наявності комплектувальних виробів та інших техніко-економічних показників.

Циліндричні одноступінчасті горизонтальні редуктори типу ЦУ реалізують передаточні числа в межах 2,0...6,3 при обертових моментах на тихохідному валу $T_T=(250...4000)$ Н·м. Основні технічні характеристики редукторів типу ЦУ, такі як міжосьова відстань a_w , передаточне число u , номінальний обертовий момент на тихохідному валу T_T , допустиме радіальне навантаження на вихідні ділянки валів F_r та інші наведені у табл. 28.2.

Форма корпусу редукторів типу ЦУ зображена на рис. 28.11, а. До складу редукторів входить пара циліндричних косозубих коліс із валами, розміщеними на конічних роликкових підшипниках. Габаритні, монтажні і приєднувальні розміри редукторів наводяться у відповідних каталогах та довідниках.

Таблиця 28.2. Характеристики редукторів типу ЦУ

Типорозмір редуктора	a_w , мм	u	T_T , Н·м	F_r , Н, на вал		ККД	Маса, кг
				швидкохідний	тихохідний		
ЦУ-100	100	2;	250	500	2000	0,98	27
ЦУ-160	160	2,24; 2,5;	1000	1000	4000		75
ЦУ-200	200	2,8; 3,15;	2000	2000	5600		135
ЦУ-250	250	3,55; 4; 4,5; 5; 5,6; 6,3	4000	3000	8000		250

Редуктори типу Ц2У мають форму корпусу, що зображена на рис. 28.11, б. Основні габаритні, монтажні і приєднувальні розміри редукторів типу Ц2У беруть у [6].

Таблиця 28.3. Характеристики редукторів типу Ц2У

Типорозмір редуктора	a_w , мм ступеня		u	T_T , Н·м	F_p , Н, на вал		ККД	Маса, кг
	ШВИДКОХОДНОГО	ТИХОХІДНОГО			ШВИДКОХОДНИЙ	ТИХОХІДНИЙ		
Ц2У-100	80	100	8; 10; 12,5;	250	250	4000	0,97	35
Ц2У-125	80	125	16; 18; 20;	500	500	5600		53
Ц2У-160	100	160	22,4; 25;	1000	1000	8000		95
Ц2У-200	125	200	28; 31,5;	2000	2000	11200		170
Ц2У-250	160	250	35,5; 40	4000	3000	16000		320

Циліндричні двоступінчасті співвісні редуктори типу Ц2С мають передаточні числа у межах 8–50 і обертові моменти на тихохідному валу $T_T=(125\dots1000)$ Н·м. Основні технічні характеристики редукторів типу Ц2С наведені у табл. 28.4.

Редуктори типу Ц2С мають форму корпусу, зображену на рис. 28.11, в. Такі редуктори випускають із конічними і циліндричними ділянками вихідних валів.

Таблиця 28.4. Характеристика редукторів типу Ц2С

Типорозмір редуктора	a_w , мм	u	T_T , Н·м	F_p , Н, на вал		ККД	Маса, кг
				ШВИДКОХОДНИЙ	ТИХОХІДНИЙ		
Ц2С-63	63	8; 10; 12,5; 16; 20; 25; 31,5; 40; 50	125	500	2800	0,98	17,5
Ц2С-80	80		250	800	4000		28
Ц2С-100	100		500	1000	5600		45
Ц2С-125	125		1000	1000	8000		78

Мотор-редуктор – це механізм, в якому конструктивно об'єднані редуктор і електродвигун. Для комплектування мотор-редукторів використовують асинхронні трифазні електродвигуни з короткозамкнутим ротором серії 4А...РЗ.

У мотор-редукторах використовують циліндричні двоступінчасті співвісні редуктори (мотор-редуктори типу МЦ2С), одноступінчасті планетарні редуктори (мотор-редуктори типу МПз) і двоступінчасті планетарні редуктори (мотор-редуктори типу МПз2). Зовнішні форми мотор-редукторів типів МЦ2С та МПз зображені на рис. 28.12, а, б.

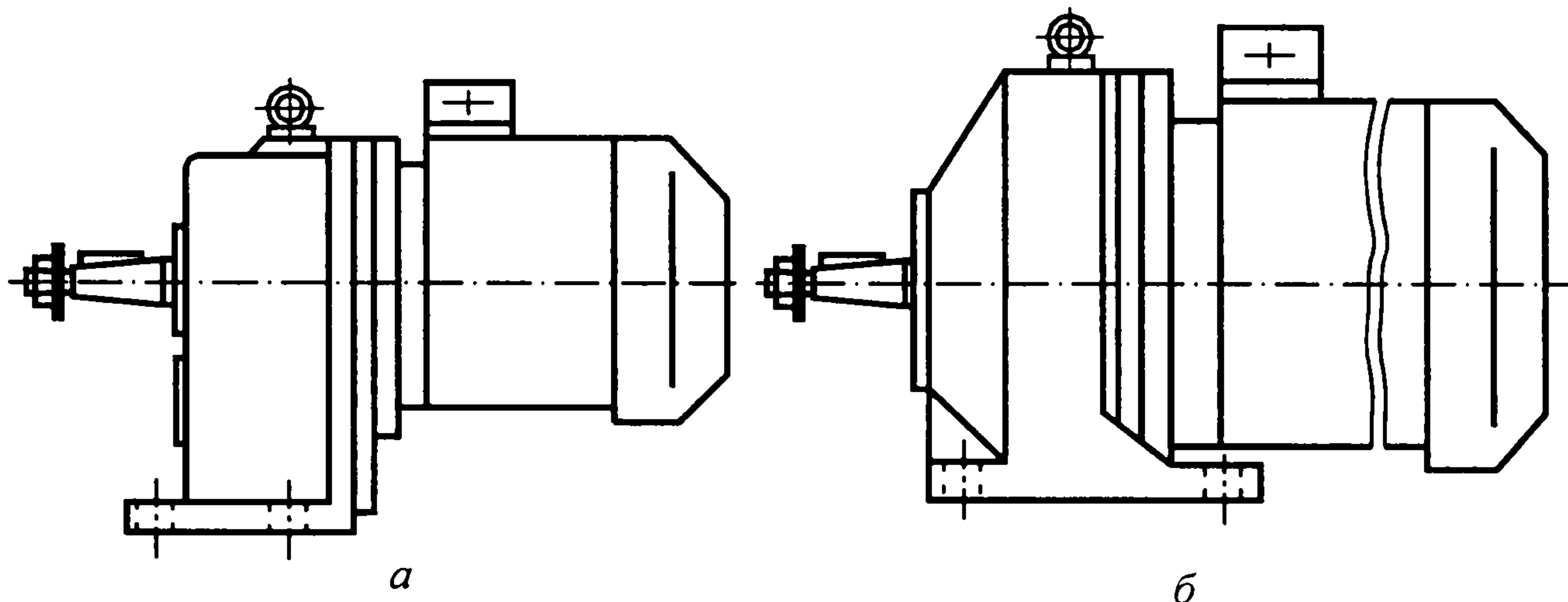


Рис. 28.12. Мотор-редуктори

Мотор-редуктори типорозмірів МЦ2С-63–МЦ2С-125 забезпечують обертові моменти на тихохідному валу $T_T=(125\dots1000)$ Н·м при частотах його обертання $n_T=(28\dots180)$ хв⁻¹.

Основні технічні характеристики мотор-редуктора типорозміру МЦ2С-100 наведені у табл. 28.5.

Таблиця 28.5. Характеристики мотор-редуктора МЦ2С-100

$T_T, \text{Н}\cdot\text{м}$	$n_T, \text{хв}^{-1}$		$F_T, \text{Н}$	ККД	Маса, кг	Електродвигун				
	Номінальна	Фактична				Тип	$P_{\text{дв}}, \text{кВт}$	$n_{\text{дв}}, \text{хв}^{-1}$	ККД	
500	28	28	5600	0,96	87	4А100L8P3	1,5	700	0,74	
541	35	38				4А100L6P3	2,2	950	0,81	
442	45	46			80	4А100S4P3	3,0	1420	0,82	
490	56	57				4А100L4P3	4,0			0,84
526	71	70				87	4А112M4P3	5,5	1450	0,85
407	90	92					4А112M2P3	7,5		
444	112	118			105					
490	140	143			105					

28.5. Приклад підбору двигуна та редуктора привода конвеєра

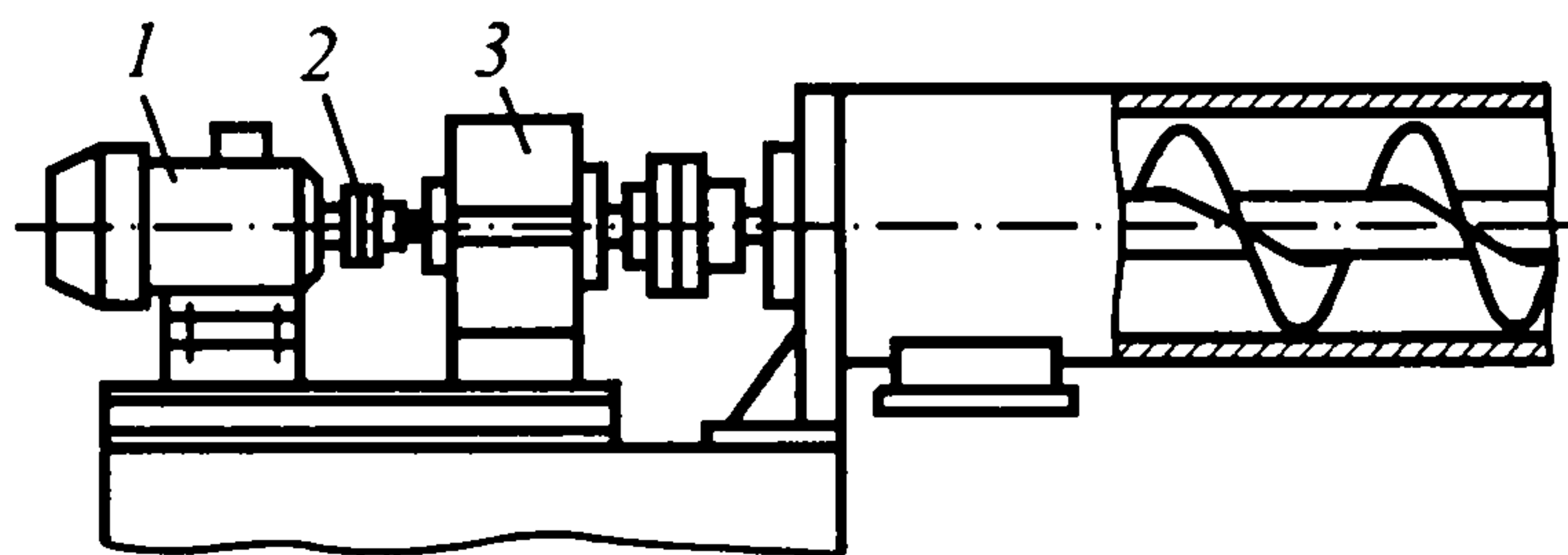


Рис. 28.13. Конструктивна схема привода гвинтового конвеєра

Задача. Привід гвинтового конвеєра (рис. 28.13) складається з асинхронного двигуна 1, пружної муфти 2 та редуктора 3. Потрібна частота обертання приводного вала конвеєра $n_{\text{пр}}=145$ хв⁻¹, а розрахунковий обертовий момент на цьому валу $T_{\text{пр}}=230$ Н·м. Треба підбрати для привода двигун та редуктор за умови, що привод працює у довгочасному режимі роботи.

Розв'язання. Розрахункова потужність електродвигуна за формулою (28.1)

$$P_p = T_{np} \omega_{np} / \eta_{zar} = 230 \cdot 15,18 / 0,95 = 3676 \text{ Вт.}$$

Тут прийнято загальний ККД редуктора і муфти $\eta_{zar} = 0,95$, а кутова швидкість приводного вала конвеєра

$$\omega_{np} = \pi n_{np} / 30 = 3,14 \cdot 145 / 30 = 15,18 \text{ рад/с.}$$

За отриманою розрахунковою потужністю вибираємо асинхронний електродвигун 4A100L4У3, який має номінальну потужність $P_d = 4$ кВт при частоті обертання $n_d = 1430$ хв⁻¹.

Потрібне передаточне число редуктора привода

$$u = n_d / n_{np} = 1430 / 145 = 9,86.$$

Реалізувати таке передаточне число і необхідний обертовий момент $T_{np} = 230$ Н·м можна за допомогою циліндричного двоступінчастого редуктора типу Ц2У-100-10 (див. табл. 28.3), який має передаточне число $u_p = 10$, допускає обертовий момент на тихохідному валу $T_r = 250$ Н·м, його ККД $\eta = 0,97$.

Застосування вибраного редуктора забезпечить фактичну частоту обертання приводного вала конвеєра

$$n_{np} = n_d / u_p = 1430 / 10 = 143 \text{ хв}^{-1},$$

яка на 1,38% відрізняється від потрібної частоти обертання приводного вала.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ І РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Заблонский К.И. Прикладная механика: Учеб. пособие для вузов. –К.: Вища школа, 1979. –280 с.
2. Иоселевич Г.Б., Строганов Г.Б., Маслов Г.С. Прикладная механика: Учеб. для вузов/Под ред. Г.Б. Иоселевича. –М.: Высш. шк., 1989. –351 с.
3. Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин. –К.: Наукова думка, 2001. –660 с.
4. Кореняко О.С. Теорія механізмів і машин: Навч. посібник. –К.: Вища школа, 1987. –206 с.
5. Павлише В.Т. Основи конструювання та розрахунків деталей машин: Підруч. –2-е видання. –Львів: Афіша, 2003. –560 с.
6. Приводы машин: Справочник/В.В. Длоугий, Т.И. Муха, А.П. Цупиков, Б.В. Януш. Под общ. ред. В.В. Длоугого. –Л.: Машиностроение, 1982. –382 с.
7. Путята Т.В., Можаровский Н.С., Соколов Н.Г., Гордийко Ф.П. Прикладная механика: Учеб. пособие. –К.: Вища школа, 1977. –534 с.
8. Решетов Д.Н. Детали машин: Учеб. для вузов. –М.: Машиностроение, 1989. –496 с.
9. Смерека І.П., Барвінський А.Ф., Білоус Б.Д., Кузьо І.В., Зінько Я.А. Короткий довідник з теоретичної механіки: Навч. посібник. –Львів: "Інтелект-Захід", 2001. –240 с.
10. Справочное руководство по черчению/В.Н. Богданов, И.Ф. Маложик, А.П. Верхола и др. –М.: Машиностроение, 1989. –864 с.
11. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: Учеб. для втузов. –М.: Наука, 1974. –478 с.
12. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов: Учеб. для вузов. –М.: Наука, 1970. –544 с.
13. Цурпал И.А. Краткий курс сопротивления материалов: Учеб. пособие. –К.: Вища школа, 1989. –311 с.